MAT-INF1110 - Oblig 2

Joakim Flatby

12. november 2016

1

a)

```
def acceleration(t, v): #Der t og v er lister
    a = [0]

    for i in range(1, len(t)):
        deltaT = t[i] - t[i-1]
        deltaV = v[i] - v[i-1]
        a.append(deltaV/deltaT)

    return a
```

b)

```
def distance(t, v): #Igjen, t og v er lister
    s = [0]

    for i in range(1, len(t)):
        deltaT = t[i] - t[i-1]
        s.append((deltaT * v[i]) + s[i-1])
        """
        Legger til den forrige avstanden(s[i-1]) hver gang slik at hver verdi
        i listen gir avstanden fra startpunktet, som er det oppgaven ber om.
        """

    return s
```

c)

(Kjører man denne koden vil man måtte krysse ut det første plottet for å se det andre, men jeg valgte likevel å gjøre det slik for å kunne inkludere plottene hver for seg i LaTeX, ettersom oppgaven ikke spesifiserte om de skulle ligge i samme plot eller ikke, og jeg synes dette så bedre ut.)

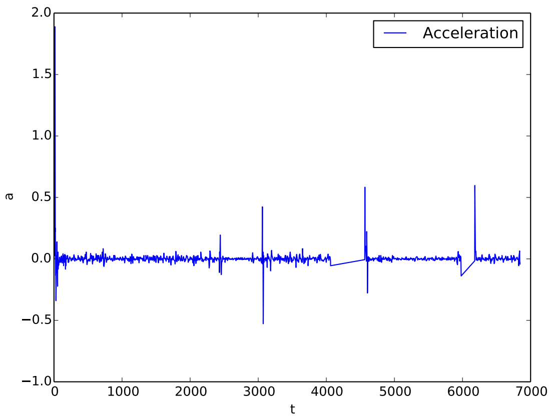
```
import matplotlib.pyplot as plt
from Task1a import acceleration
from Task1b import distance
```

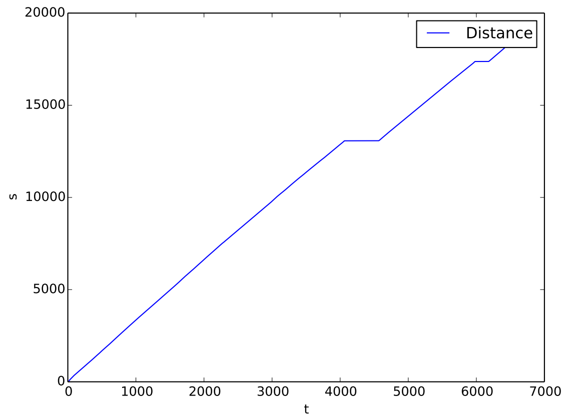
```

t = []
v = []
infile = open("running.txt","r")
for line in infile:
    tnext, vnext = line.strip().split(",")
    t.append(float(tnext))
    v.append(float(vnext))
infile.close()

#Plotter Akselerasjon:
a = acceleration(t, v)
plt.plot(t, a)
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("a")
plt.legend(["Acceleration"])
plt.savefig("a.pdf")
plt.show()


#Plotter Avstand:
s = distance(t, v)
plt.plot(t, s)
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("s")
plt.legend(["Distance"])
plt.savefig("s.pdf")
plt.show()
```





2

a)

$$x' + x^2 = 1$$
$$x'(t) + x(t)^2 = 1$$
$$x'(t) = 1 - x(t)^2$$
$$\frac{x'(t)}{1 - x(t)^2} = 1$$
$$\int \frac{x'(t)}{1 - x(t)^2} dt = \int 1 dt$$

Substitusjon:

$$u = x(t),$$

$$du = x'(t)dt$$

$$\int \frac{1}{1-u^2}du = \int \frac{1}{(1+u)(1-u)}du = \int \frac{a}{1+u}du + \int \frac{b}{1-u}du$$

Dermed er også:

$$\frac{1}{(1+u)(1-u)} = \frac{a}{1+u} + \frac{b}{1-u}$$

$$1 = a(1-u) + b(1+u)$$

Setter inn $u = -1$ og $u = 1$
og får at $a = \frac{1}{2}$ og $b = \frac{1}{2}$

$$\int \frac{a}{1+u}du + \int \frac{b}{1-u}du = \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+u}du + \frac{1}{2}\int \frac{1}{1-u}du = t + C$$

$$\int \frac{1}{1+u}du + \int \frac{1}{1-u}du = 2t + 2C$$

$$ln|1+u| - ln|1-u| = 2t + 2C$$

$$ln\left|\frac{1+u}{1-u}\right| = 2t + 2C$$

$$\left|\frac{1+u}{1-u}\right| = e^{2(t+C)}$$

$$u = e^{2(t+C)} - ue^{2(t+C)} - 1$$

$$u + ue^{2(t+C)} = e^{2(t+C)} - 1$$

$$u(e^{2(t+C)} + 1) = e^{2(t+C)} - 1$$

$$x(t) = \frac{e^{2(t+C)} - 1}{e^{2(t+C)} + 1}$$

$$x(0) = \frac{e^{2(t+C)} - 1}{e^{2(t+C)} + 1} = 0$$

Dermed må C være lik 0:

$$x(0) = \frac{e^0 - 1}{e^0 + 1} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

Og løsningen blir:

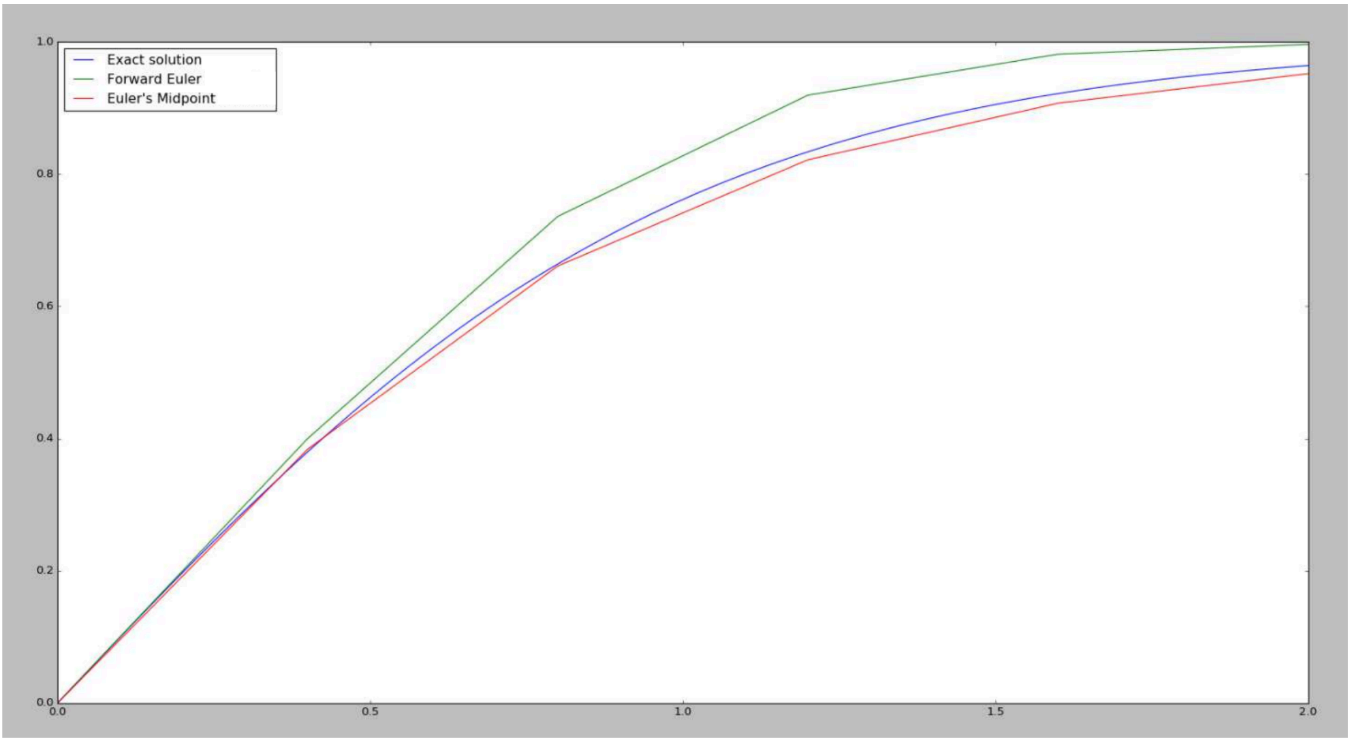
$$x(t) = \frac{e^{2t} - 1}{e^{2t} + 1}$$

b)

og

c)

Her er den eksakte løsningen plottet sammen med de numeriske løsningene fra Eulers metode og Eulers midtpunktsmetode, programmert og plottet i Python. Man ser utifra plottet at Eulers midtpunktsmetode gir en bedre tilnærming enn vanlig Eulers metode.



d)

Har ligningen:

$$x'(t) + x(t)^2 = 1$$

og får oppgitt at

$$0 \leq x(t*) < 1$$

Utifra det kan vi se at $x(t*)^2$ også må være mindre enn 1.

$$0 \leq x(t*)^2 < 1$$

Ettersom ligningen adderer $x(t)^2$ med $x'(t)$, og svaret skal bli 1, så må $x'(t)$ også være større enn 0, og en positiv verdi for $x'(t)$ vil si at $x(t)$ er voksende.

x(t) konvergerer mot 1 nedenfra, så $x(t) > 1$ går ikke. Å sette $x(t) = 1$ vil vel da måtte gi $t = \infty$