Cálculo de gradiente

Vamos a calcular el gradiente de la función $y=w_0+w_1x$. Esta es una función lineal, típica en problemas de regresión lineal, donde:

- w_0 y w_1 son los parámetros (o pesos) que queremos optimizar.
- x es la variable de entrada (o característica).
- y es la salida predicha.

---

1. Definición de la función

La función es:

$$y=w_0+w_1x$$

2. Identificar las variables

Queremos calcular el gradiente de y con respecto a los parámetros w_0 y w_1. Es decir, necesitamos las derivadas parciales de y con respecto a w_0 y w_1.

---

3. Calcular las derivadas parciales

Derivada parcial con respecto a w_0:

Tratamos w_1 y x como constantes:

$$\frac{\partial y}{\partial w_0} = \frac{\partial}{\partial w_0}(w_0 + w_1x) = 1$$

Derivada parcial con respecto a w_1:

Tratamos w_0 y x como constantes:

$$\frac{\partial y}{\partial w_1} = \frac{\partial}{\partial w_1}(w_0 + w_1x) = x$$

4. Gradiente

El gradiente de y con respecto a w_0 y w_1 es el vector de derivadas parciales:

$$\nabla y = \left(\frac{\partial y}{\partial w_0}, \frac{\partial y}{\partial w_1}\right) = (1, x)$$

5. Interpretación

- El gradiente $\nabla y=(1,x)\nabla$ indica cómo cambia y cuando modificamos w_0 y w_1.
    - Si aumentamos w_0 en una unidad, y aumenta en 1.
    - Si aumentamos w_1 en una unidad, y aumenta en x.

6. Cuando tenemos más características

$y=w0+w1x1+w2x2+w3x3+w4x4$

Calculamos el gradiente:

Las derivadas parciales de esta función con respecto a cada wi serían:

$\partial(w0+w1x1+w2x2+w3x3+w4x4)/\partial wi$

Donde:

- $\partial(w0+w1x1+w2x2+w3x3+w4x4)/\partial w0=1$
- $\partial(w0+w1x1+w2x2+w3x3+w4x4)/\partial w1=x1$
- $\partial(w0+w1x1+w2x2+w3x3+w4x4)/\partial w2=x2$
- $\partial(w0+w1x1+w2x2+w3x3+w4x4)/\partial w3=x3$
- $\partial(w0+w1x1+w2x2+w3x3+w4x4)/\partial w4=x4$

Entonces, el gradiente es:

$\nabla f=(1,x1,x2,x3,x4)$