

# Agrégation de Sciences Physique, option Chimie - Sujet B 2018

Alexis Bres<sup>\*</sup>      Aurélien Bailly<sup>†</sup>      Jean-François Olivieri<sup>‡</sup>

Version - Février 2019

## Notation de la correction

Moyenne temporelle : La moyenne temporelle d'une fonction  $f$  périodique, de période  $T$  sera notée :

$$\langle f \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

Notation complexe : À une fonction sinusoïdale de la forme  $g(t) = G \cos(\omega t + \Phi)$ , on pourra associer une grandeur complexe de la forme  $\underline{g}(t) = G e^{j(\omega t + \Phi)} = \underline{G} e^{j\omega t}$ .

Moyenne en complexe : Lorsque l'on a deux grandeurs sinusoïdales en temps  $\vec{A}(t)$  et  $\vec{B}(t)$ , leur moyenne temporelle est donnée en notation complexe par :

$$\begin{aligned} \langle \vec{A} \cdot \vec{B} \rangle_T &= \frac{1}{2} \underline{\vec{A}} \cdot \underline{\vec{B}}^* \\ \langle \vec{A} \wedge \vec{B} \rangle_T &= \frac{1}{2} \underline{\vec{A}} \wedge \underline{\vec{B}}^* \end{aligned}$$

Analyse dimensionnelle : En dehors des dimensions usuelles du S.I., on considérera que  $[V]$  est de la dimension d'une tension,  $[E]$  d'une énergie,  $[Q]$  d'une charge,  $[R]$  d'une résistance.

## 1 Évaluation de quelques ressources en énergie dans l'environnement humain

**Q 1.** On va chercher à évaluer et comparer les puissances surfaciques associés aux différentes ressources énergétiques présentées dans le document.

**Humain adulte :** On peut modéliser le mouvement d'un humain pour mouvoir une masse de 3 kg sur 1000 m de dénivelé par un point matériel de 3 kg dans un champ de pesanteur constant :

$$\boxed{P = \frac{mgh}{S \Delta t}} \quad (1)$$

On peut alors estimer que

$$P \sim \frac{3 \cdot 10 \cdot 1000}{3 \cdot (3 \cdot 3600)} \sim 1 \text{ W m}^{-2}$$

---

<sup>\*</sup>coauteur, alexis.bres@ens.fr

<sup>†</sup>coauteur, aurelien.bailly@ens.fr

<sup>‡</sup>auteur, jfolivie@clipper.ens.fr

**Bruit acoustique :** En se basant sur le modèle des ondes sonores, on a peut relier directement le volume sonore  $L_{dB}$  à la puissance surfacique  $I$  :

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{L_{dB}}{10}} \quad (2)$$

On estime alors que :

$$I \sim 10^{-12} \cdot 10^{\frac{100}{10}} \sim 10^{-2} \text{W m}^{-2}$$

**Chaleur humaine :** On va considérer que le transfert thermique entre le corps humain et l'extérieur se fait de manière *convecto-conductif* en se basant sur la *loi de Newton* :

$$P = h(T_H - T_a) \quad (3)$$

On estime alors pour une température extérieure de 15 °C (température moyenne sur Terre) :

$$P_S \sim 8 \cdot (36 - 15) \sim 170 \text{W m}^{-2}$$

**Rayonnement Solaire :** On va considérer le Soleil selon le modèle du *corps noir* en utilisant la *loi de Stefan-Boltzmann*. On va prendre en compte seulement le *rayonnement d'incidence directe* (pas d'effet de serre, etc) perçu sur Terre.

$$P_s = \sigma T^4 \cdot \frac{4\pi R_s^2}{4\pi d_{TS}^2} \quad (4)$$

On estime alors que :

$$P_s \sim 5.6780 \cdot 10^{-8} \cdot \left( \frac{695700}{149.6 \cdot 10^6} \right)^2 \sim 1360 \text{W m}^{-2}$$

**Rayonnements hyperfréquences :** On va considérer le champ électromagnétique comme étant une *onde plane progressive et harmonique* (O.P.P.H.), dont la puissance surfacique est donnée par le vecteur de Poynting associé

$$\Pi = \frac{1}{2} c \epsilon_0 |E|^2 \quad (5)$$

$$\Pi \sim 0.5 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 60^2 \sim 5 \text{W m}^{-2}$$

Au bilan, on a :

Système	Humain adulte	Acoustique	Chaleur humaine	Rayonnement Solaire	Rayonnement hyperfréquence
ODG $\text{W m}^{-2}$	1	0.01	100	1000	5

## 2 Récupération de l'énergie de la marche

**Q 2.** Il existe une résonance dans un système physique si et seulement si l'amplitude de la réponse sinusoïdale d'un système à une excitation sinusoïdale passe par un maximum d'amplitude pour une ou plusieurs fréquences notées  $\{f_{r,i}\}$  appelées *fréquences de résonance*.

Il existe plusieurs types de résonances :

Système mécanique : Dans le cas d'un *oscillateur mécanique forcé*, il existe une résonance en vitesse et il peut exister une résonance en position.

Système électrique : Dans le cas d'un *système RLC*, il existe une résonance en courant et il peut exister une résonance en tension.

Système optique : Dans le cas des *systèmes interférométriques* type *Fabry-Pérot*, il existe un ensemble d'harmoniques pour lesquelles la transmittance du système est maximale.

Système mécanique - acoustique : Cas des instruments de musiques (corde, vent, ...).

Autres exemples possibles : instruments de musiques (corde, vent symétrique, vent non symétrique, ...), piézoélectriques, systèmes paramétriques (balançoire, ...), résonateur de Helmholtz, ....

**Q 3.** En notant la composante verticale ( $Oy$ ), on peut écrire

$$\boxed{y(t) = Y \cos(\omega \cdot t + \phi)} \quad (6)$$

où  $\omega$  est la pulsation associé au mouvement de la hanche et  $\phi$  la phase à l'origine. On notera  $T$  la période associé au mouvement de la hanche.

On peut estimer quelques ordres de grandeur à partir de la figure 1 :

$$Yc - c \approx 39.3\text{cm} \implies Y \approx 19.7\text{cm}$$

$$14 \cdot T \approx 7.4\text{s} \implies T \approx 0.53\text{s} \implies \omega \approx 12\text{rad/s}$$

**Q 4.** Le référentiel du boîtier est un référentiel non galiléen car le mouvement de l'objet mobile  $M$  n'est pas rectiligne uniforme par rapport au référentiel terrestre (qui lui est supposé galiléen).

Le mouvement se décompose en :

- une translation rectiligne uniforme dans la direction de la marche
- mouvement vertical et sinusoïdal, orthogonal à celui de la marche, dû au déplacement de la hanche.

Il existe des forces d'inertie d'entraînement dans le référentiel du boîtier.

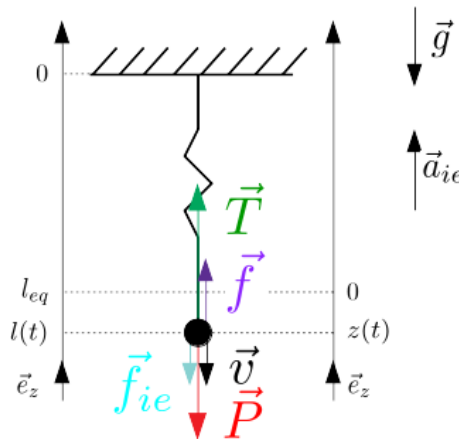


FIGURE 1 – Représentation du système de récupération d'énergie dans le référentiel (R) du boîtier

**Q 5.** On va appliquer le *principe fondamental de la dynamique* (PFD) au point matériel  $M$  dans le référentiel noté ( $R$ ) de repère simplifié ( $O, \vec{u}_z$ ). On peut écrire :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} + \vec{f} + \vec{f}_{ie} \quad (7)$$

- $\vec{P} = m\vec{g}$  est le poids,  $\vec{g}$  le champ de pesanteur terrestre supposé constant
- $\vec{T} = k(l - l_0)\vec{e}_z$  est la tension associé au ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$
- $\vec{f} = -d\vec{v}$  est la force de frottement due à l'amortissement mécanique ( $d_m$ ) et aux pertes du à la conversion mécano-électrique ( $d_e$ )

—  $\vec{f}_{ie} = -m \frac{d^2 y}{dt^2}$  est la force d'inertie d'entraînement due au changement de repère.

On peut donc écrire en projetant sur  $\vec{e}_z$  :

$$m \frac{d^2 l}{dt^2} = -mg + k(l - l_0) - m \frac{d^2 y}{dt^2} - d \frac{dl}{dt} \quad (8)$$

On va chercher la position d'équilibre afin de lier  $l(t)$  à l'allongement  $z(t)$ . À l'équilibre,  $M$  est immobile donc :

$$0 = -mg + k(l_{eq} - l_0) + 0 \quad (9)$$

$$l_{eq} = l_0 + \frac{mg}{k} \quad (10)$$

$$(11)$$

En posant  $z(t) = l(t) - l_{eq}$ , on obtient directement :

$$\boxed{\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{d}{m} \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = \omega^2 y} \quad (12)$$

où  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  est la pulsation propre du système

**Q 6.** En posant en notation complexe  $\underline{z}(t) = Z \cdot e^{j(\omega t + \phi)} = \underline{Z} \cdot e^{j\omega t}$  et  $\underline{Y}(t) = Y \cdot e^{j\omega t}$ , on obtient :

$$\underline{Z}(\omega) = \frac{\omega^2 Y}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{d}{m} \omega} \quad (13)$$

On peut donc directement en tirer :  
le module  $Z$

$$\boxed{Z(\omega) = \frac{\omega^2 Y}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{d\omega}{m}\right)^2}}} \quad (14)$$

la phase à l'origine  $\phi$

$$\boxed{\phi(\omega) = \begin{cases} -\arctan \frac{\frac{d}{m}\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} & \omega_0 \geq \omega \\ -\pi - \arctan \frac{\frac{d}{m}\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} & \omega_0 < \omega \end{cases}} \quad (15)$$

**Q 7.**  $\omega_0$  représente la pulsation propre de l'oscillateur, c'est-à-dire la pulsation du système en l'absence de forces de frottement et d'inertie d'entraînement. Dans ce cas là, le système est *harmonique*.

**Q 8.** En repassant en notations réelles, on peut exprimer la *puissance électrique moyenne* notée  $P_e$  reçue par  $M$  :

$$P'_e = \langle \vec{f}_e \cdot \vec{v} \rangle_T \quad (16)$$

$$= -d_e \langle \dot{z} \cdot \dot{z} \rangle_T \quad (17)$$

$$= -d_e Z^2 \omega^2 \langle \sin^2(\omega t + \phi) \rangle_T \quad (18)$$

$$(19)$$

où  $\vec{f}_e = -d_e \vec{v}$  est la partie de la force de frottement modélisant le couplage mécanique-électrique. Soit au final :

$$P'_e = -\frac{d_e Z^2 \omega^2}{2} \quad (20)$$

$\vec{f}_e$  agit comme une *force résistance* sur le point matériel  $M$ , on obtient bien  $P_e < 0$ . Par le *principe des actions réciproque*, on a immédiatement que la *puissance électrique reçue* par le convertisseur est  $P_e = -P'_e$  :

$$P_e(\omega) = \frac{d_e Z^2(\omega) \omega^2}{2} \quad (21)$$

**Q 9.** En admettant que la puissance évaluée pulsation propre du système soit la puissance maximale dégagée par la système (c'est ce qui est attendu pour une résonnance en vitesse) , on obtient :

$$P_{max} = P(\omega_0) \quad (22)$$

$$= \frac{d_e \omega^2}{2} \cdot \underbrace{\frac{\omega^2 Y^2 m^2}{d^2}}_{Z^2(\omega_0)} \quad (23)$$

$$(24)$$

Soit au final :

$$P_{max} = \frac{m^2 d_e \omega^4 Y^2}{2d^2} \quad (25)$$

**Q 10.** Pour réaliser le calcul, on va considérer qu'il y a équipartition de l'énergie dispersée entre les frottements et la conversion mécanique-électrique :

$$d_e = d_m = \frac{d}{2} \implies P_{max} = \frac{mY\omega^3 Z_{max}}{4} \quad (26)$$

En réutilisant la pulsation et l'amplitude de l'excitation trouvée en Q.3, soit  $\omega_0 = 12\text{rad/s}$  et  $Y = 20\text{cm}$  et les données de l'énoncé  $m = 25\text{g}$  et  $Z_{max} = 3\text{cm}$ , on trouve finalement :

$$P_{max} \approx 32\text{mW}$$

**Q 11.** On peut expliquer le processus en explicitant les différentes étapes conduisant à l'apparition d'une f.e.m. et d'un courant, donc d'une puissance électrique résultant de la conversion mécanique-électrique.

- 1 Une bobine mobile est placée dans un champ magnétique  $\vec{B}$  inhomogène généré par un aimant permanent.
- 2 Le mouvement de cette bobine induit des variations temporelles du flux magnétique  $\phi(t) = \vec{B} \cdot \vec{S}$  où  $S$  est la section de la bobine de vecteur normal  $\vec{n}$  tel que  $\vec{S} = S\vec{n}$ .
- 3 La variation du champ magnétique induit selon **la loi de Lenz**, l'apparition d'une f.e.m. :

$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt}(t) \quad (27)$$

- 4 L'apparition de la f.e.m induite par le champ met en mouvement les charges dans la bobine et donc engendre l'apparition d'un courant  $i(t)$ .

**Q 12.**

$$\eta = \frac{P_f}{P_{moy}} \approx \frac{0.2}{32} \approx 0.6\%$$

Les origines des pertes peuvent être :

- Conversion imparfaite
- Effet Joule
- Frottements
- ...

## Principe de fonctionnement d'un générateur électrostatique

**Q 13.** On peut décrire les 4 étapes comme suit :

$E_1$  est l'étape de charge du condensateur

$E_2$  est l'étape où le condensateur est déconnecté de la source et reste chargé

$E_3$  est l'étape d'allongement du condensateur sous l'action du mouvement de la hanche. La représentation linéaire dans la fig. 11 est une représentation simplifiée. Ici on augmente la tension (en effet,  $U \propto C^{-1} \propto e$  où  $e$  est la distance entre les deux plaques)

$E_4$  est l'étape de décharge plus rapide du fait de la diminution de la capacité du condensateur.

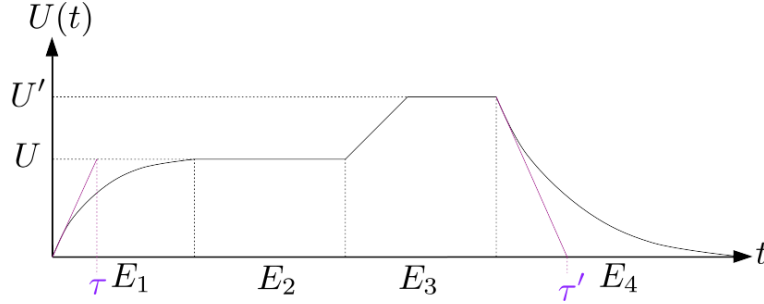


FIGURE 2 – Évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur au cours d'un cycle. Les grandeurs  $\tau$  indiquent les temps caractéristiques de charge et de décharge par rapport au début de l'étape 1 et 4 respectivement.

**Q 14.** Le gain en énergie dans le condensateur se fait entre l'état 2 et 3. On peut considérer que le condensateur reste avec la même charge sur les deux plaques, la grandeur de charge  $Q = C \cdot U$  est donc *conservée*. Les caractéristiques du condensateur se transforment comme suit :

$$\underbrace{(C, U)}_{E_2} \rightarrow \underbrace{(C', U')}_{E_3} \quad (28)$$

L'énergie *cédée par le condensateur* est donc :

$$\Delta E = \frac{1}{2} C' U'^2 - \frac{1}{2} C U^2 \quad (29)$$

On aboutit à l'expression :

$$\boxed{\Delta E = \frac{1}{2} C U^2 \left( \frac{C}{C'} - 1 \right)} \quad (30)$$

A.N. :

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2} \cdot 4.1 \cdot 10^{-9} \cdot 170^2 \left( \frac{4.1}{1.9} - 1 \right) \\ &= 69 \mu\text{J} \end{aligned}$$

**Q 15.** Pour récupérer le maximum d'énergie, il faut que le temps  $\tau$  caractéristique associé au passage de l'étape 1 à 4 (une *décharge d'un condensateur*) soit petit devant une demi-période  $T$  d'un mouvement de hanche, ce qui correspond au temps du mouvement retour de la hanche (cf Q.10).

$$\boxed{\tau = RC \ll \frac{T}{2}} \quad (31)$$

A.N. :

$$R \ll \frac{0.26}{4.1} \cdot 10^9 \sim 50 \text{ M}\Omega$$

**Q 16.** La déformation d'un cristal piézoélectrique sous l'action de forces mécaniques permet d'engendrer une différence de potentiel dans le cristal. On a donc de nouveau une *conversion d'énergie mécanique en énergie électrique*.

### 3 Récupération de la puissance thermique émise par le corps humain

#### Modèle électrique et thermique d'un module de Seebeck - Étude de l'effet Seebeck

**Q 17.** Les métaux sont d'*excellents conducteurs électriques* (ex :  $\sigma_{Cu} \approx 6 \cdot 10^6 \text{ S m}^{-1}$ ), caractérisés par une grande densité de charge mobile par unité de volume  $n \sim 10^{29} \text{ e}^-/\text{m}^3$ . Une caractérisation possible de leur conductivité est d'observer la *variation de la conductivité en fonction de la température*. En effet, leur conductivité chute lors de l'augmentation de température du fait des "*collisions avec le réseau*" (parler des modes de phonons plutôt si vous êtes au point, sinon rester sur le modèle classique de Drude). En pratique, cela signifie que dans un métal la densité de porteur de charge  $n$  augmente "moins vite" avec la température que le temps  $\tau_c$  entre deux collisions ne chute.

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_c}{m} \quad (32)$$

**Q 18.** La vitesse des électrons sera plus grande dans les zones chaudes que les zones froides. Les électrons ont donc tendance à "fuir" vers les zones froides. On s'attend donc à avoir l'apparition d'un *excès de charge négative du côté froid* et d'un *excès de charge positive du côté chaud*. On a alors l'apparition d'un champ électrique orienté de chaud vers froid. On en déduit donc que le coefficient de Seebeck est négatif pour un métal.

$$\epsilon_{metal} < 0 \quad (33)$$

Rq : Cet argument est le plus naturel mais n'est formellement pas rigoureux. Un raisonne-

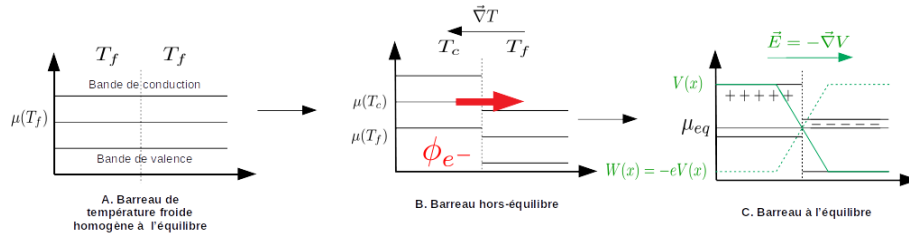


FIGURE 3 – Équilibration d'un barreau métallique soumis à un gradient de température

ment plus rigoureux peut être tenu et doit s'appuyer sur les potentiels. Si on prend un système simplifié constitué d'une jonction entre un milieu chaud et froid, on obtient :

Étape 1 : Le métal est de température uniforme et à l'équilibre thermodynamique. Le potentiel chimique associé aux électrons est donc entre la bande et la bande de conduction.

Étape 2 : On augmente brutalement la température du côté gauche de manière uniforme. Le potentiel chimique augmente, ce qui permet l'apparition d'un gradient de potentiel. Ce gradient de potentiel chimique va causer le mouvement de charge négative vers les  $x > 0$ .

Étape 3 : Le mouvement des charges causent l'accumulation de charges négatives du côté des  $x > 0$  et de charges positives du côté de  $x < 0$ . On a alors un potentiel électrique qui apparaît afin d'équilibrer le potentiel électrochimique du métal, c'est à dire que :

$$\mu_{eq} = \mu(x) - eV(x) = cste \quad (34)$$

Le champ est orienté dans le sens des potentiels décroissants soit du côté chaud vers le côté froid.

**Q 19.** Le même raisonnement peut être tenu sur le semi-conducteur, le gradient de température et le champ électrique seront donc dans la même direction et le même sens. On en déduit donc que le coefficient de Seebeck est négatif pour un semi-conducteur.

$$\boxed{\epsilon_{semi-cond} > 0} \quad (35)$$

**Q 20.** On a par analyse dimensionnelle :

$$\begin{aligned} [\nabla T] &= \Theta \cdot L^{-1} \\ [E] &= [V] \cdot L^{-1} \end{aligned}$$

On en déduit alors que :

$$\boxed{[\epsilon] = [V] \cdot \Theta^{-1}} \quad (36)$$

**Q 21.** On va considérer le barreau de *coefficient de Seebeck*  $\epsilon$  soumis à deux températures constantes en 0 et  $L$  (cf fig. 4). On peut écrire en *régime permanent* :

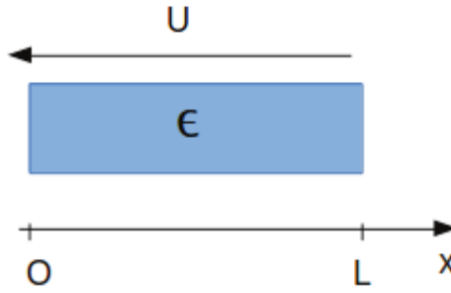


FIGURE 4 – Barreau de coefficient de Seebeck  $\epsilon$ .

$$U = V(0) - V(L) \quad (37)$$

$$= \int_0^L \vec{\nabla} V \cdot \vec{e}_x dx \quad (38)$$

$$= - \int_0^L \vec{E} \cdot \vec{e}_x dx \quad (39)$$

$$= -\epsilon \int_0^L \vec{\nabla} T \cdot \vec{e}_x dx \quad (40)$$

$$(41)$$

Soit au final :

$$\boxed{U = \epsilon (T(L) - T(0))} \quad (42)$$

**Q 22.** On s'intéresse au système de la figure 5.

d'où on tire immédiatement que :

$$U' = U_{AD} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} \quad (43)$$

$$= \epsilon_C(T_0 - T) + \epsilon(T - (T + \Delta T)) + \epsilon_C((T + \Delta T) - T_0) \quad (44)$$

$$(45)$$

soit au bilan :

$$\boxed{U' = (\epsilon_C - \epsilon)\Delta T} \quad (46)$$

Si on mesure avec deux matériaux identiques, on aurait inévitablement  $\epsilon_C = \epsilon$  d'où  $U' = 0$ . Pour mesurer une température, il faut donc employer des systèmes de mesure avec *deux matériaux différents* (ex : thermocouple chromel/alumel, ...).



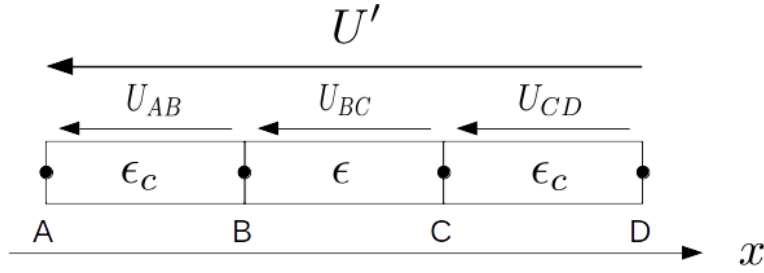


FIGURE 5 – Mesure de la tension  $U'$  aux bornes d'un barreau de coefficient de Seebeck  $\epsilon$ . On a  $T(A) = T(D) = T_0$ ,  $T(B) = T$  et  $T(C) = T + \Delta T$ .

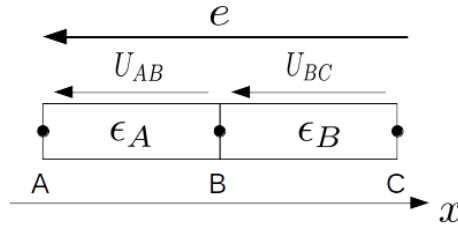


FIGURE 6 – Montage pour interpréter les expériences historiques de Seebeck. On a  $T(A) = T(C) = T$  et  $T(B) = T + \Delta T$ .

**Q 23.** a On a de la même façon sur le système de la fig. 6 :

$$e = U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} \quad (47)$$

$$= \epsilon_A(T - (T + \Delta T)) + \epsilon_B((T + \Delta T) - T) \quad (48)$$

$$(49)$$

d'où au final :

$$e = (\epsilon_B - \epsilon_A)\Delta T \quad (50)$$

b On considère le modèle précédent comme formant maintenant une boucle fermée (cf fig. 7). La tension engendrée par la différence de température engendre sur la boucle

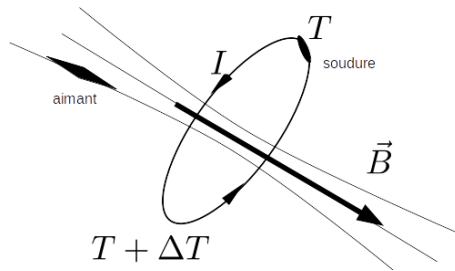


FIGURE 7 – Montage pour interpréter les expériences historiques de Seebeck. On prend la même convention que le schéma précédent.

fermée l'apparition. Ce courant engendre un champ magnétique d'après la loi de *Maxwell-Ampère* orienté selon la règle du « tir-bouchon ». L'*aiguille magnétique* tend donc à s'aligner sur les lignes de champs.

**Q 24.** a Les thermocouples présentent les avantages suivant :

- *fidélité* (« stabilité » dans le document, doit être entendu dans le sens stabilité de la mesure)
- *large étendue de mesure*

- variation du coefficient de Seebeck en général non linéaire pour un matériau donné. Ceci rend compliquée la calibration des fonctions de réponse (polynomiales) mais avec contribue à avoir une *sensibilité* de mesure plus grande
  - choix du matériau permet d'avoir des thermocouples relativement *peu coûteux* en comparaison aux thermistances (souvent des métaux noble comme le Pt, ...).
- b On connaît la température de référence grâce à une thermistance, ce qui permet alors de mesurer à partir de la différence de température entre la soudure chaude et la soudure froide par la mesure d'une différence de potentiel. On peut alors connaissant  $\Delta T$  et  $T_{ref}$  remonter à  $T_c$ .
- c On place l'instrument de mesure en dehors de la source de référence afin de pouvoir la thermostatier aisément. De cette manière, on s'assure que les deux extrémités sont à la même température.
- d On peut proposer différents ordres de grandeurs (on prendra  $\Delta T \sim 10K$ ) en fonction de la nature des matériaux.
- Métaux :  $\epsilon \sim 10^{-6} \text{ V K}^{-1} \implies U \sim 10 \text{ } \mu\text{V}$   
Semi-conducteur intrinsèques :  $\epsilon \sim 10^{-3} \text{ V K}^{-1} \implies U \sim 10 \text{ mV}$
- On peut comparer ça à la résolution usuelle des voltmètres de paillasse (un de chimie) en courant continu, qui est de l'ordre de 0.1 mV. Dans le cas des semiconducteurs, on est seulement à deux ordres de grandeur de la résolution. On peut augmenter la mesure en prenant des matériaux de *coefficient de Seebeck* très différent (métal + semi-conducteur).

## Présentation d'un thermogénérateur (TEG)

**Q 25. Rappel du modèle de Thévenin :** Il s'agit d'un modèle de générateur de tension

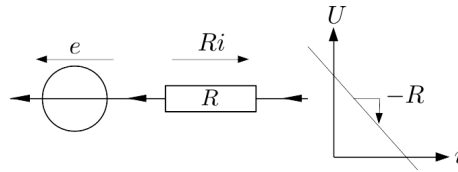


FIGURE 8 – Générateur de tension - modèle de Thévenin - Caractéristique U-i

combinant un *générateur de tension idéale*, de force électromotrice notée  $e$  (c-à-d dont la tension est indépendante du courant) avec une *résistance interne* notée  $R$ . La tension sortante du générateur possède une caractéristique affine de pente négative de la forme :

$$U_G = e - R \cdot I \quad (51)$$

**Réécriture du module élémentaire de Seebeck comme un Thévenin :** On peut

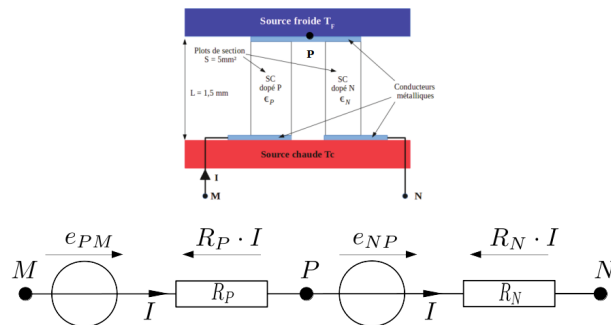


FIGURE 9 – Analogie entre le TEG et le modèle de Thévenin

écrire par combinaison de deux générateurs de tension idéaux et de deux résistances en série :

$$U_{NM} = e_{NP} + e_{PM} - (R_P + R_N) \cdot I \quad (52)$$

On a obtenu à partir de Q. 21 :

$$e_{PM} = \epsilon_P (T_c - T_f) \quad (53)$$

$$e_{NP} = \epsilon_N (T_c - T_f) \quad (54)$$

Dans le cas d'un conducteur de section constante  $S$ , de longueur  $L$  et de conductivité électrique  $\gamma$ , on peut écrire :

$$R = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{L}{S} \quad (55)$$

On peut alors écrire :

$$U_{NM} = \underbrace{(\epsilon_P - \epsilon_N)}_{\alpha} \cdot (T_c - T_f) - \left( \frac{1}{\gamma_P} + \frac{1}{\gamma_N} \right) \cdot \frac{L}{S} \cdot I \quad (56)$$

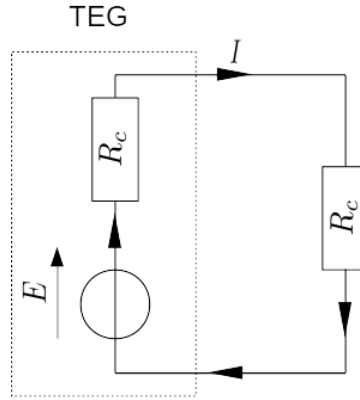


FIGURE 10 – Module de TEG - générateur de tension d'une charge C

**Q 26.** En ajoutant une charge de résistance interne  $R_C$  aux bornes de TEG, on peut écrire :

$$P = E \cdot I = \frac{E^2}{4R_C} \quad (57)$$

En remplaçant avec les paramètres de la question 25, on obtient :

$$P = \frac{\alpha^2 S}{4L} \cdot \left( \frac{\gamma_N \gamma_P}{\gamma_N + \gamma_P} \right) \cdot (T_c - T_f)^2 \quad (58)$$

**Q 27.** A.N. : pour  $\Delta T \sim 5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\alpha(\text{Bi}_2\text{Te}_3) \sim 10^{-4} \text{ V K}^{-1}$  et  $\gamma(\text{Te}) \approx \gamma(\text{Bi}) \sim 10^5 \text{ S m}^{-1}$  (cf doc. 1).

$$P \sim \frac{10^{-8} \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{4 \cdot (1.5 \cdot 10^{-3})} \cdot \frac{10^5}{2} \cdot 5^2 \sim 10.4 \mu\text{W}$$

**Q 28.** On notera  $P_1$ ,  $e_1$  et  $R_1$  la puissance, la f.e.m. et la résistance associé associé à *un* module. En mettant les *en série*, on somme les résistances et les tensions :

$$R = \sum_i R_i = N \cdot R_1 \quad (59)$$

$$E = \sum_i e_i = N \cdot e_1 \quad (60)$$

si les modules sont équivalents.

Au final, on en tire sur la puissance que :

$$P = \frac{E^2}{4R^2} = N \cdot \frac{e_1^2}{4R_1} = N \cdot P_1 \quad (61)$$

## Étude de l'effet Peltier

**Q 29.** Par analyse dimensionnelle, on a :

$$\begin{aligned}[j_{th,Peltier}] &= [E] \cdot L^2 \cdot T^{-1} \\ [\epsilon] &= [V] \cdot \Theta^{-1} \\ [T] &= \Theta \\ [j] &= [Q] \cdot L^{-2} \cdot T^{-1}\end{aligned}$$

On trouve donc que :

$$[\epsilon] \cdot [T] \cdot [j] = [Q] \cdot [V] \cdot L^{-2} \cdot T^{-1} = [E] \cdot L^{-2} \cdot T^{-1}$$

**Q 30.** Les électrons transportent des *quantas d'énergie thermique* lorsqu'ils se déplacent. La formule donnée ci-dessus affirme que ce quanta d'énergie par unité de charge vaut  $\epsilon \cdot T$ . De ce fait, si les électrons proviennent de zones de températures différentes, le mouvement des électrons engendrent des flux de chaleurs.

**Q 31.** Tous les raisonnements seront fait avec des puissances cédées par le système interface A/B. On peut faire le bilan d'énergie suivant en régime permanent :

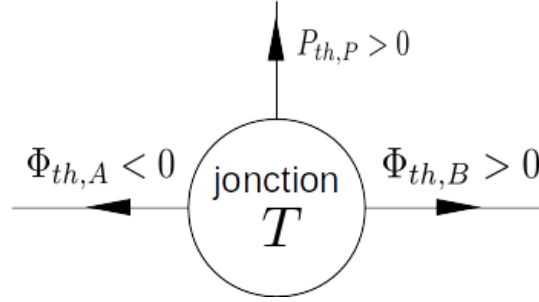


FIGURE 11 – Bilan thermique sur le système {jonction} à température  $T$  constante

$$P_{th,Peltier} + \Phi_{th,A} + \Phi_{th,B} = 0 \quad (62)$$

On peut alors écrire en prenant la convention que la normale à la surface est orientée selon  $\vec{e}_x$  :

$$\phi_{P,A} = - \iint_{(S)} \vec{j} \cdot d^2\vec{S} = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{e}_x \cdot d^2S = -\epsilon_A T I \quad (63)$$

$$\phi_{P,B} = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot d^2\vec{S} = \epsilon_B T I \quad (64)$$

On obtient au final :

$$\boxed{P_{th,P} = (\epsilon_A - \epsilon_B) T I} \quad (65)$$

**Q 32.** On obtient en mettant  $P_{th,P}$  sous la forme III, la valeur suivante pour  $P_i$  :

$$\boxed{\Pi = (\epsilon_A - \epsilon_B) T} \quad (66)$$

Cette grandeur correspond à une *tension* résultant de l'effet Peltier.

**Q 33.** Un réfrigérant par module de Peltier consiste à utiliser une jonction de deux matériaux de coefficients de Seebeck différents où circule un courant  $I$  constant. On a deux cas de figure :

$\epsilon_A < \epsilon_B \implies \Pi < 0 \implies P_{th,Peltier} < 0 \implies$  le système reçoit de l'énergie, l'extérieur se refroidit.  
 $\epsilon_A > \epsilon_B \implies \Pi > 0 \implies P_{th,Peltier} > 0 \implies$  le système cède de l'énergie, l'extérieur se réchauffe.  
 En se plaçant dans le 1<sup>er</sup> cas, on obtient un *réfrigérant par module Peltier*.

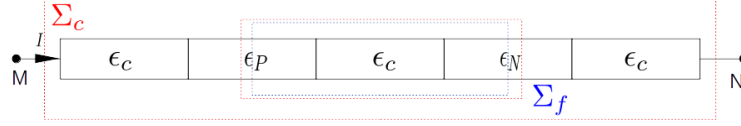


FIGURE 12 – Découpages des modules de Seebeck en fonction des systèmes  $\Sigma_c$  et  $\Sigma_f$

## Modèle thermique du thermogénérateur

**Q 34.** Si on regarde seulement la conduction thermique dans le système du barreau (13), on peut relier le flux thermique au gradient de température par la *loi de Fourier* :

$$\vec{j}_{th}(M) = -\lambda \vec{\nabla} T(M) \quad (67)$$

L'équation de conduction thermique est donnée par :

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_x = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)_t \quad (68)$$

avec  $\rho$  la densité du matériau,  $c$  la capacité massique du matériau et  $\lambda$  la conductivité thermique associée.

Pour ce système en régime permanent ( $\partial_t T = 0$ ), on a :

$$\frac{d^2 T}{dx^2}(x) = 0 \text{ et } \begin{cases} T(0) &= T_c \\ T(L) &= T_f \end{cases} \quad (69)$$

Cet ensemble admet pour solution :

$$T(x) = \frac{T_f - T_c}{L} x + T_c \quad (70)$$

Or si on considère le flux thermique comme unidimensionnelle (selon  $\vec{e}_x$ ) et homogène sur toute la section du barreau, on peut alors écrire la puissance thermique comme :

$$P_{th} = \iint_{(S)} \vec{j}_{th} \cdot d^2 \vec{S} = j_{th} S \quad (71)$$

d'où on tire au final des équations 71, 70 et 67 que :

$$P_{th} = \lambda \frac{(T_c - T_f) \cdot S}{L} = K(T_c - T_f) \quad (72)$$

où  $K$  est la *conductance thermique* du matériau, d'expression  $\frac{\lambda S}{L}$  en  $\text{J K}^{-1}$

**Q 35.** On tire immédiatement de la figure 13 et de la Q. 32 (si on remarque que la plaque de métal n'est au final qu'une grosse jonction, sinon décomposer en deux tensions) que :

$$P_{th,F} = \Pi_F \cdot I \quad (73)$$

où  $\Pi_F$  est le *coefficient de Peltier* associé à la source froide, d'expression  $(\epsilon_P - \epsilon_N)T_F = \alpha T_F$ .

**Q 36.** À partir de la figure 13 et de Q. 32, on voit que le système est constituée de deux jonctions distinctes, il faut donc sommer les tensions/puissances de Peltier :

$$P_{th,C} = (\epsilon_c - \epsilon_P)T_C I + (\epsilon_N - \epsilon_c)T_C I \quad (74)$$

On a aussi une puissance thermique associée à l'effet Peltier de manière indirecte, d'expression similaire :

$$P_{th,C} = -T_C \underbrace{(\epsilon_P - \epsilon_N)}_{\Pi_C} \cdot I \quad (75)$$

**Q 37.** On peut écrire de nouveau un bilan de puissance reçue pour le système  $\{\Sigma_C\}$  :

$$P_C + \underbrace{P_{th,cond}}_{<0} + \underbrace{P_{th,peltier,C}}_{<0} + \underbrace{\frac{P_{th,J}}{2}}_{>0} = 0 \quad (76)$$

où  $P_{th,cond}$  est la puissance thermique reçue par *conduction*,  $P_{th,peltier,C}$  est la puissance thermique reçue par *effet Peltier*,  $\frac{P_{th,J}}{2}$  est la puissance thermique reçue par *effet Joule*. On a alors :

$$P_C = K(T_C - T_F) + \alpha T_C I - \frac{R_{MN} I^2}{2} \quad (77)$$

**Q 38.** Si on considère que du *point de vue thermique*, les  $N$  TEG sont en *parallèle* et que du point de vue *électrique*, ils sont en *série*, on tire immédiatement les transformations suivantes :

$$\begin{aligned} K &\mapsto N \cdot K \\ R_{MN} &\mapsto N \cdot R_{MN} \\ \Pi_c &\mapsto N \cdot \Pi_c \end{aligned}$$

On retrouve alors en notant la puissance d'un module  $P_C^{(1)}$  :

$$\boxed{P_C^{(N)} = N \cdot P_C^{(1)}} \quad (78)$$

où  $(k)$  indique le nombre de module en série.

**Q 39.** On peut réduire le système électrique par le biais de la *loi des noeuds*, on en tire que :

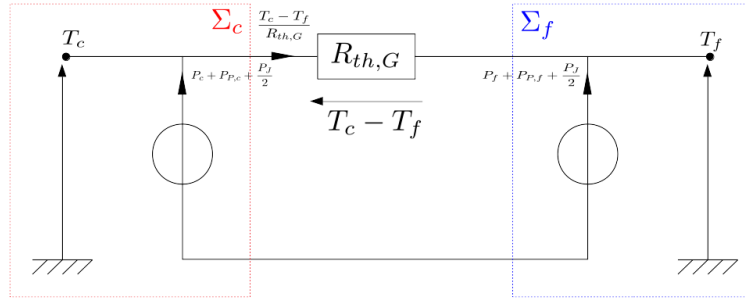


FIGURE 13 – Analogie TEG - Système électrique

Si on ne regarde que le système  $\{\Sigma_C\}$ , on a bien :

$$\boxed{P_C = -P_{th,Peltier} - \frac{P_{th,J}}{2} + K(T_C - T_f)} \quad (79)$$

## Rendement d'un TEG

**Q 40.** Le TEG est moteur thermique où la puissance utile est la *puissance électrique cédée* et la puissance consommée est la *puissance thermique reçue* par la source chaude. On peut dès lors définir le rendement par :

$$\boxed{\eta = \frac{P_e}{P_C} = \frac{R_{MN} I^2}{\alpha T_C I + K(T_C - T_F) - \frac{R_{MN}}{2} I^2}} \quad (80)$$

d'après Q.26 et Q.37.

**Q 41.** Par analyse dimensionnelle, on a :

$$\begin{aligned}[\alpha] &= [V] \cdot \Theta^{-1} \\ [\rho] &= [R] \cdot L \\ [\lambda] &= [E] \cdot L^{-1} \cdot \Theta^{-1} \cdot T^{-1} \\ [T] &= \Theta\end{aligned}$$

D'où

$$\frac{[\alpha]^2 [T]}{[\rho] [\lambda]} \sim \frac{[V]^2 \cdot \Theta^{-2} \cdot \Theta}{[R] \cdot L \cdot [E] \cdot L^{-1} \cdot \Theta^{-1} \cdot T^{-1}} \sim \frac{[V]^2}{[R] \cdot [E] \cdot T^{-1}} \sim \frac{[V] I}{[E] \cdot T^{-1}} \sim \emptyset$$

On obtient un nombre sans dimension.

**Q 42.** Pour maximiser le rendement, il faut que  $M$  soit grand devant 1, on aura alors :

$$\eta_{TE,max} \sim \frac{\Delta T}{T_C} \quad (81)$$

Pour atteindre ce rendement théorique, il faut :

- Minimiser la résistance électrique en diminuant la résistivité associée
- Minimiser la conductivité thermique
- Maximiser le pouvoir thermoélectrique

On voit en pratique avec le document 1 que la résistivité électrique et le pouvoir thermoélectrique ont des *tendances antagonistes*. Lors de la réalisation pratique de TEG, il y aura un compromis à prendre en compte entre les deux effets.

**Q 43.** Le rendement maximal pouvant être atteint est d'après Q 42 :

$$\boxed{\eta_{TE,max} \sim \frac{\Delta T}{T_C} \sim 1 - \frac{T_f}{T_c}} \quad (82)$$

Il s'agit du *rendement de Carnot* d'une machine thermique ditherme.

## Étude expérimentale d'un TEG

**Q 44.** On veut avoir une *mesure précise de la température*. Pour cela, les expérimentateurs ont placé un ventilateur qui permet d'avoir une température de référence froide fixée. La plaque d'aluminium permet de loger le thermocouple dans une *encoche* et de le *maintenir en contact* avec la face chaude.

**Q 45.** On avait tiré de notre modèle simplifié du module élémentaire de Seebeck (cf ??

$$U_{NM} = \alpha \Delta T \quad (83)$$

Après l'ajustement des données, on observe que l'on obtient :

- une dispersion aléatoire des résidus autour de la droite de régression
- un coefficient de corrélation linéaire  $R^2 \sim 0.992155$
- (facultatif mais conseillé) un coefficient  $\chi^2$  réduit de valeur  $1.6 \cdot 10^{-4}$ , ce qui est très petit devant le nombre de paramètre de l'ajustement qui est de 2.

Le modèle théorique est donc *validé*. On en tire un *pouvoir thermoélectrique* de valeur  $0.12 \text{ V K}^{-1}$

**Q 46.** On peut proposer le montage suivant : Connaissant la *différence de température à l'aide du thermocouple* et la *puissance fournie par le générateur*, on peut alors remonter à la résistance thermique global du TEG.

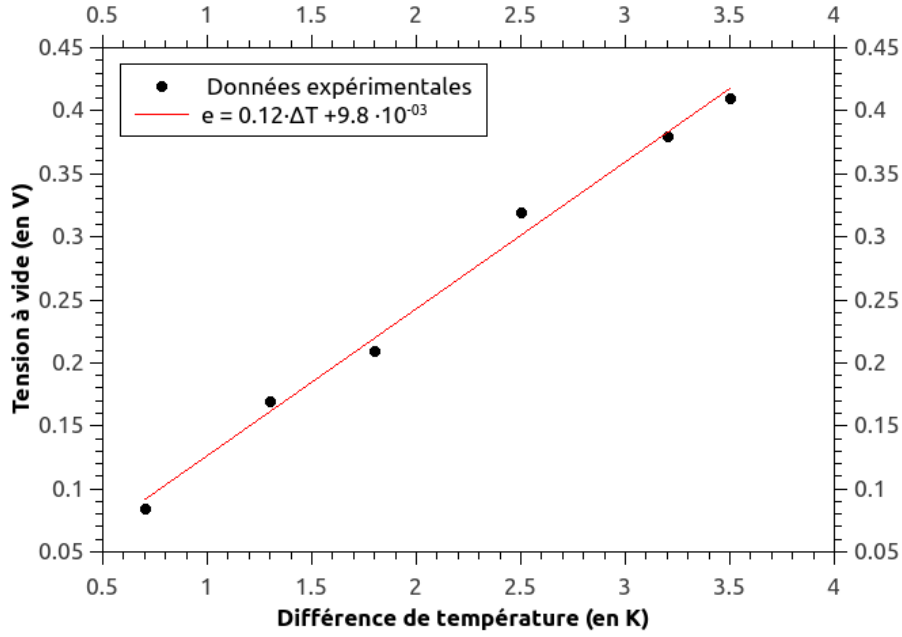


FIGURE 14 – Régression linéaire dans le cadre de la détermination du pouvoir thermoélectrique associé à un module TEG

**Q 47.** Le cadre de l'expérience consiste à utiliser *l'Homme comme source chaude* et *l'air comme source froide*. Or entre les sources et le module, il existe deux résistances thermiques due aux d'interfaces *Homme-TEG* et *TEG-air*. On doit alors prendre en compte la *résistance associé au mode de d'énergie* (loi de Newton, etc ...) et la *résistance thermique interne à la surface* (derme, ...).

**Q 48.** Il faut remplacer  $K$  dans l'expression du rendement de la Q. 40 par :

$$K' = \frac{1}{R_{th,A} + R_{th,G} + R_{th,B}} \quad (84)$$

Si l'on néglige l'effet Peltier et l'effet Joule, on obtient un rendement de la forme :

$$\eta \approx (R_{th,A} + R_{th,G} + R_{th,B}) \frac{R_{MN} I^2}{T_c - T_f} \quad (85)$$

L'augmentation de la *résistance thermique effective* permet d'augmenter le rendement final du TEG (ce qui est accord avec Q. 42).

**Q 49.**

## 4 Dispositif de communication RFID

**Q 50.** Le système RFID fonctionne avec une fréquence de 866 MHz, soit :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{860 \cdot 10^6} = 0.35\text{m} \quad (86)$$

On se situe dans le domaine des *ondes radios*.

**Q 51.** Le vecteur de Poynting est *le vecteur densité surfacique d'énergie* transportée par une onde électromagnétique au travers le contour fermé ( $\partial V$ ) d'un système de volume  $V$ .



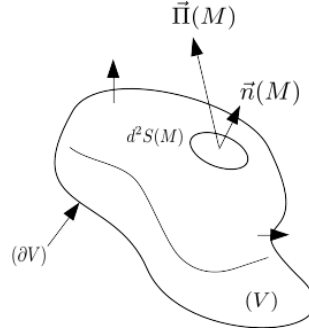


FIGURE 15 – Système de volume  $V$  et de contour  $\partial V$

Il est défini comme :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \quad (87)$$

où  $\mu_0$  est la *perméabilité magnétique* et vaut  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$

L'intégrale sur un contour fermé permet de connaître le flux d'énergie électromagnétique (*la puissance radiative*) cédé par le système :

$$\Phi = \oint_{\partial V} \vec{\Pi} \cdot \vec{n} d^2 S \quad (88)$$

Le vecteur de Poynting est en  $\text{W m}^{-2}$

**Q 52.** On va faire l'analyse en notation complexe afin de faciliter les calculs. On rappelle, tout d'abord, que pour deux signaux sinusoïdaux purs et phase, on a :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle_T = \left\langle \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right\rangle_T = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{2\mu_0} \quad (89)$$

On peut alors directement écrire :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle_T = \frac{\underline{E}(r, \theta, \phi) \vec{u}_\phi \wedge \underline{B}^*(r, \theta, \phi) \vec{u}_\theta}{2\mu_0} \quad (90)$$

$$\langle \vec{\Pi} \rangle_T = -\frac{\underline{E} \cdot \underline{B}^*}{2\mu_0} \vec{u}_r \quad (91)$$

$$\langle \vec{\Pi} \rangle_T = -\frac{\alpha^2 \beta \sin^2(\theta)}{2\omega r^2 \mu_0} \vec{u}_r \quad (92)$$

Cette antenne n'est pas isotrope car l'énergie radiative dépend de l'angle  $\theta$  de réception.

On posera par la suite  $\langle \Pi \rangle_T = \langle \vec{\Pi} \rangle_T \cdot \vec{u}_r$

**Q 53.** En intégrant en symétrie sphérique sur une surface ( $S$ ) de rayon  $r$  et de normale sortante  $\vec{u}_r$  :

$$P_{ray} = \iint_{(S)} \langle \vec{\Pi} \rangle_T \cdot d^2 \vec{S} \quad (93)$$

$$= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta \cdot r^2 \langle \Pi \rangle_T(r, \theta) \quad (94)$$

$$= \frac{2\pi \alpha^2 \beta}{2\omega \mu_0} \int_0^\pi \sin^3(\theta) \quad (95)$$

$$= \frac{4\pi \alpha^2 \beta}{3\omega \mu_0} \quad (96)$$

En remplaçant  $\alpha$  et  $\beta$ , on obtient :

$$P_{ray} = \frac{2}{3} \frac{(2\pi)^4}{4\pi} \mu_0 c \left( \frac{A}{\lambda^2} \right)^2 I_{eff}^2 \quad (97)$$

A.N. : On retrouve le préfacteur de l'énoncé 31171  $\Omega$

**Q 54.** En appliquant le diviseur de tension sur la ligne de courant, on a

$$\underline{U}_{em} = \frac{\underline{Z}_{em}}{\underline{Z}_G + \underline{Z}_{em}} \underline{e} \quad (98)$$

Or

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_{em}}{\underline{Z}_{em}} = \frac{\underline{e}}{\underline{Z}_G + \underline{Z}_{em}} \quad (99)$$

Donc on en déduit le courant efficace pour un signal sinusoïdal pur :

$$I_{eff} = \frac{|\underline{I}|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{E_G}{\sqrt{(R_G + R_{em})^2 + (X_G + X_{em})^2}} \quad (100)$$

D'où on tire la puissance moyenne à partir de l'expression donnée :

$$P = \frac{R_{em}}{2} \cdot \frac{E_G^2}{(R_G + R_{em})^2 + (X_G + X_{em})^2} \quad (101)$$

On peut alors en déduire pour  $P(R_{em}, X_{em})$  les valeurs extrêmes en cherchant :

$$\left( \frac{\partial P}{\partial R_{em}} \right)_{X_{em}} (R_{em,max}) = 0 \quad (102)$$

$$\left( \frac{\partial P}{\partial X_{em}} \right)_{R_{em}} (X_{em,max}) = 0 \quad (103)$$

On a alors respectivement :

$$\partial_{R_{em}} P = \frac{E_G^2}{2} \frac{R_G^2 - R_{em}^2 + (X_{em} + X_G)^2}{((R_{em} + R_G)^2 + (X_{em} + X_G)^2)^2} \quad (104)$$

$$\partial_{X_{em}} P = -R_{em} E_G^2 \frac{X_{em} + X_G}{((R_{em} + R_G)^2 + (X_{em} + X_G)^2)^2} \quad (105)$$

D'où on tire au final :

$$R_{em,max} = R_G \quad (106)$$

$$X_{em,max} = -X_G \quad (107)$$

Dans le cas de l'adaptation d'impédance (cadre des questions suivantes), la puissance de la charge vaudra :

$$P_{em} = \frac{E_G^2}{8R_{em}} \quad (108)$$

**Q 55.** La charge est maintenant l'antenne. On gardera les notations de la question précédente pour l'antenne/charge. En appliquant le *théorème de Kirchhoff* sur la maille, on a :

$$\underline{e}_G = \underline{Z}_G \cdot \underline{I} + \underline{Z}_{em} \cdot \underline{I} = (\underline{Z}_G + \underline{Z}_{em}) \cdot \underline{I} = 2 \cdot \underline{Z}_G \cdot \underline{I} \quad (109)$$

On sait que la puissance moyenne peut s'écrire, si  $\underline{e}$  et  $\underline{I}$  sont en phase :

$$P_G = \frac{\underline{e}_G \cdot \underline{I}^*}{2} \quad (110)$$

D'où on en tire directement :

$$P_G = 2Re(\underline{Z}_G) \frac{|\underline{I}|^2}{2} = 2Re(\underline{Z}_G) I_{eff}^2 \quad (111)$$

D'où au bilan :

$$\boxed{P_G = 2P_{moy}} \quad (112)$$

On vient de montrer que dans le cas de l'adaptation d'impédance, l'énergie fournie par le générateur est équitablement répartie entre la résistance interne du générateur et la charge. Le rendement maximale de la puissance reçue par votre dipôle ne peut être que de 50 %.

**Q 56.** A.N. :

$$\begin{aligned} P_{ray} &= 31171 \cdot \left( \frac{\pi b^2}{\lambda^2} \right) \cdot I_{eff}^2 \\ &= 31171 \cdot \left( \frac{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{0.35^2} \right) \cdot 0.18^2 \\ &= 64.75W \\ P_G &= 129.5W \end{aligned}$$

**Q 57.** On peut aboutir de la même manière que précédemment à un simple bilan de puissance sur notre circuit :

$$\underline{e}_G = \underline{Z}_G \cdot \underline{I} + \underline{Z}_{puce} \cdot \underline{I} \quad (113)$$

$$\underline{e}_G \cdot \underline{I}^* = \underline{Z}_G \cdot |\underline{I}|^2 + \underline{Z}_{puce} \cdot |\underline{I}|^2 \quad (114)$$

$$P_{ant} = P_{retro} + P_{puce} \quad (115)$$

On peut directement écrire :

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{P_{ant} - P_{puce}}{R_{ant}}} \quad (116)$$

On négligera dans la suite de la question tout phénomène de dissipation de l'onde lors de sa propagation. La perte d'énergie rayonnée sera seulement due aux paramètres d'échelle du problème (taille de l'antenne).

A.N. :

$$\begin{aligned} P_{puce} &= 10\mu W \\ P_{ant} &= P_{ray} \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^2 = \frac{P_{ray}}{25} = 2.59W \\ P_{retro} &= 2.59 - 10^{-5} \approx 2.59W \\ R_{ant} &= 31171 \cdot \left( \frac{\pi \cdot a^2}{\lambda^2} \right) \\ &= 31171 \cdot \frac{\pi \cdot (10^{-2})^2}{0.35^2} \\ &= 79.94\Omega \\ I_{eff} &= \sqrt{\frac{2.59 - 10^{-5}}{79.94}} \approx 0.18A \end{aligned}$$

Le fait de négliger les effets d'amortissement de l'onde électromagnétique et d'avoir une puissance de puce négligeable devant la puissance rayonnée permet d'avoir le même courant entre l'émetteur et le récepteur. Le RFID permet d'alimenter la puce à distance par le biais de l'onde radio.

	$\underline{Z}_{puce}$	$\Gamma$	$T$	$K$
Court-circuit	0	$-\frac{\underline{Z}_{ant}^*}{\underline{Z}_{ant}}$	1	$\frac{4}{1+\left(\frac{R_{ant}}{X_{ant}}\right)^2}$
Circuit ouvert	$\infty$	1	0	0
Adaptation d'impédance	$\underline{Z}_{ant}^*$	0	1	0

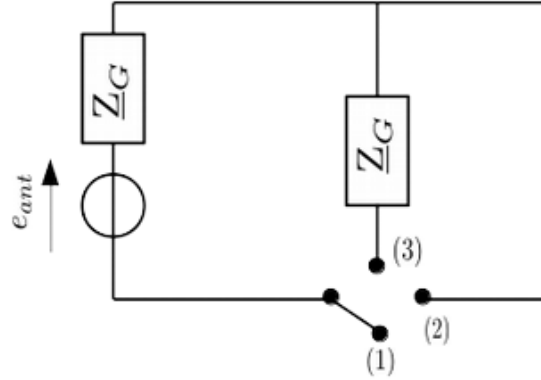


FIGURE 16 – Interrupteur commandable permettant de réaliser les 3 situations

**Q 58.** On peut dresser le tableau suivant :

**Q 59.** Il suffit d'ajouter un interrupteur qui permet de passer d'un système d'un cas à un autre (chaque système étant en parallèle).

- (1) circuit ouvert
- (2) court-circuit
- (3) adaptation d'impédance

**Q 60.** La puce délivre donc une information en changeant la puissance transmise au le lecteur. On en tire possiblement des séquences binaires de « 0 » et de « 1 ».

**Q 61.** On doit définir le « Path-Loss » comme le rapport de la puissance émise par la puissance reçue, ce qui conduit à :

$$d_{max} = \frac{\lambda}{\sqrt{4\pi}} 10^{\frac{P_e(dBm) - P_r(dBm)}{20}} \quad (117)$$

A.N. : Antenne passive :

$$d_{max} \sim \frac{0.35}{\sqrt{4\pi}} 10^{\frac{36-16}{20}} \sim 0.28\text{m}$$

Antenne semi-passive :

$$d_{max} \sim \frac{0.35}{\sqrt{4\pi}} 10^{\frac{36-(-4)}{20}} \sim 9.9\text{m}$$

On remarque que le signal subi la majorité de l'atténuation sur le premier mètre de propagation.

**Q 62.** Une étiquette RFID permet le transfert d'énergie et/ou d'information du lecteur vers l'étiquette. Cela pourrait être un moyen en le couplant au TEG, exploitant la chaleur corporelle, de *charger des batteries* ou autres *dispositifs mobiles* à distance et sans contact.