

**1 – Dada la fórmula de generación de número aleatorio  $x_n = ax_{n-1} \text{ modulo } m$  explique cuales son las condiciones deseables para a y m**

A y m son positivas

Las constantes a y m deben satisfacer 3 criterios:

- 1) Para cualquier semilla inicial, la sucesión resultante tiene la apariencia de ser una sucesión de v. aleatorias independiente y uniforme en (0,1)
- 2) Para cualquier semilla inicial, el n° de variables que se pueden generar antes de que comience la repetición es grande
- 3) Los valores se pueden calcular de manera eficiente en una computadora digital.

Según un criterio, m debe ser un número primo grande.

**2- cual es la diferencia entre un modelo determinístico y uno estocástico**

**Opcion1**

Si un modelo de simulación NO contiene ningún componente probabilístico es decir, aleatorios es DETERMINÍSTICO de lo contrario es ESTOCÁSTICO.

Estos modelos producen resultados aleatorios por lo que deben ser tratados como estimaciones de las verdaderas características del modelo.

---

**Opcion2**

Si un modelo de simulación no contiene ningún componente probabilístico (es decir, aleatorio), se llama determinístico. Ej.: Un sistema complicado de ecuaciones diferenciales

En los modelos determinísticos, la salida se determina una vez que se ha especificado el conjunto de cantidades de entrada y las relaciones en el modelo.

Sistemas que deben modelarse con al menos algunos componentes de entrada aleatorios, son modelos de simulación estocástico. Ej.: Sistemas de colas e inventario se modelan estocásticamente. Estos producen resultados que son en sí mismos aleatorios.

**3- Como debe ser la relación entre los parámetros lambda y mu para que un sistema de colas funciones**

**opcion 1**

Si lambda representa el tiempo entre llegadas y mu el tiempo promedio de servicio. mu debe ser mayor a lambda ya que sino llegarían las personas a una razón mas rápida que la de servicio, provocando una cola muy grande

## opcion 2

landa = número promedio de arribos por unidad de tiempo

mu = número promedio de servicios realizados por unidad de tiempo

La relación para que un sistema de cola funciones es:

mu mayor que landa.

Es decir que se debe realizar más servicios por unidad de tiempo que los arribos que ocurren por unidad de tiempo.

### 4- Bajo qué condiciones $P(A/B)$ es igual a $P(A)$ . Que consecuencias tiene esto para la probabilidad conjunta de dos eventos A y B.

$P(A/B)$  probabilidad condicional de A dado que B ha ocurrido.

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \left(\frac{|A \cap B|}{|B|}\right) = \frac{\left(\frac{|A \cap B|}{|S|}\right)}{\left(\frac{|B|}{|S|}\right)} = \frac{P(A \cdot B)}{P(B)}$$

Siendo A y B dos eventos y S el conjunto de todos los resultados posibles.

$P(A/B) = P(A)$  ocurre cuando los eventos de A y B son independientes, es decir la ocurrencia de alguno de estos eventos no depende de la ocurrencia del otro.

$$P(A) = P(A \cdot B) / P(B) \quad A \text{ es independiente de } B$$

Por simetría A Y B siempre que A sea ind. De B / B es ind. De A

Respecto a la probabilidad conjunta de ambos esta sera igual a la multiplicación de sus probabilidades, es decir  $P(A) \cdot P(B) = P(A \cdot B)$

### 5-Cuál es la diferencia entre un modelo del sistema y un experimento con el sistema real

Todos juntas la correcta es la dos.. pero todas juntas puede ir bien la 1 la escribí en el examen y faltaba

Si es posible (y rentable), alterar el sistema físicamente y luego dejarlo operar bajo las nuevas condiciones. Sin embargo raramente se hace esto, porque tal experimento costaría demasiado o perjudicaría al sistema.

Usualmente es necesario construir un modelo como representación cuando usamos un modelo, siempre esta la pregunta de si refleja con precisión al sistema para los propósitos de las decisiones a ser tomadas.

-----

Con respecto al modelo podemos decir que es una buena herramienta conocer el impacto de cambios sin llevarlos a cambio en el sistema real.

Es más económico de realizar que aplicar cambios reales al sistema.

Permite probar varios escenarios de los procesos que se simulan

Sin embargo, se requiere bastante tiempo para realizar un buen estudio de simulación, y puede ser demasiado costosa en problemas relativamente sencillos de resolver

-----  
Un modelo de sistema puede ser modelo físico y matemático . El modelo matemático puede ser Sol. Analítica o simulacion.

## **6- Explique brevemente el funcionamiento del análisis de sensibilidad para un modelo de simulación.**

### **opcion1**

Son pruebas estáticas que permiten comparar los resultados finales de una simulación con los distintos escenarios planteados.

si dos de ellos tienen resultados similares se comparan sus intervalos de confianza respecto de la respuesta final.

Si no hay intersección de intervalos podemos decir que los resultados no son iguales.

Si los intervalos se solapan, no podemos determinar si una solución es mejor que la otra por lo que deberemos correr nuevamente la simulación, realizando más corridas o incrementando los tiempos de cada una de ellas.

### **opcion2 vos tb cambiemos algunas palabras o el orden**

Una vez que se obtiene los resultados de los escenarios es importante realizar pruebas estadísticas que permitan comparar los escenarios con los mejores resultados finales.

Si dos de ellos tienen resultados similares será necesario comparar sus intervalos de confianza respecto de la variable de respuesta final.

Si no hay intersección de intervalos podremos decir con certeza estadística que los resultados no son iguales, sin embargo, si los intervalos se solapan será imposible determinar estadísticamente hablando que una solución es mejor que la otra.

Si se desea obtener un escenario ganador será necesario realizar más replicas de cada modelo y lo incrementará el tiempo de simulación de cada corrida.

Se busca acotar los intervalos de confianza de las soluciones finales e incrementa la probabilidad de diferentes soluciones.

---

### opcion3

Una vez que se obtienen los resultados de los escenarios es importante realizar pruebas estadísticas que permitan comparar los escenarios con los mejores resultados finales. Si dos intervalos de confianza de la misma variable se solapan, es estadísticamente incorrecto suponer que uno es mejor que el otro, por lo que habría que aumentar la cantidad de corridas y/o el tiempo de simulación de cada una.

### 7 – Explique el procesamiento para determinar cuando detener las corridas de simulación con el objetivo de obtener un desvío estándar determinado (pre-definido)

Para determinar que las medidas obtenidas por las simulaciones son correctas ante la selección de un desvío estándar predefinido se deben seguir los siguientes pasos:

- 1- Pre-definir el desvío estándar que se determinara aceptable para la simulación “d”
- 2- Realizar 100 iteraciones de simulación a fin de obtener una muestra de datos considerables “n”
- 3- Obtener de las simulaciones la media muestral y la varianza muestral ( $S^2$ )

- 4- Corroborar que la desigualdad  $\frac{S}{\sqrt{n}} < d$

Si no se cumple la condición realizar 1 iteración más y evaluar nuevamente hasta que se cumpla

- 5- Obteniendo valores que satisfagan la inecuación 4, la media muestral será

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n}$$

equiparable a la media poblacional y estará dada por

### 8 – Explique las 5 condiciones que hacen que la ocurrencia de ciertos eventos constituya un proceso de Poisson con razón $\lambda > 0$ y explicarlos brevemente.

#### opción 1 vos tb

- a-  $N(0) = 0$  o bien  $t_1 > 0$  (número de momento en el tiempo inicial)
- b- Hipótesis de incremento independiente (nro de evento que ocurren en intervalos de tiempo distintos son independiente)
- c- Hipótesis de incremento estacionarios ( nro de evento que ocurre en un intervalo dado depende solamente de la longitud del intervalo y no de suposición )

$$d- \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(N(h)=1)}{h} = \lambda$$

$$e- \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(N(h) \geq 2)}{h} = 0$$

O bien  $P(N(h) = 1) \approx \lambda \cdot h$  si  $h \rightarrow 0$   
 $P(N(h) \geq 2) \approx 0$  si  $h \rightarrow 0$

**Otra respuesta**

Sea  $N(t)$  el número de eventos que ocurren en el intervalo de tiempo  $[0, t]$ , estos eventos constituyen un proceso de Poisson con razón  $\lambda$ ,  $\lambda > 0$ , si cumplen las 5 condiciones:

- 1-  $N(0) = 0$ , establece que el proceso comienza en el instante 0
  - 2- Hipótesis de incrementos independientes: El n° de eventos que ocurren en intervalos de tiempos distintos son independientes. Establece que el número de eventos hasta el instante  $t$  es independiente del número de eventos ocurridos entre  $t$  y  $t+s$
  - 3- Hipótesis de incrementos estacionarios: La distribución de eventos que ocurren en un intervalo dado depende solamente de la longitud del intervalo y no de su posición. Establece que la distribución de probabilidad de  $N(t+s) - N(t)$  es la misma para todos los valores de  $t$ .
  - 4-  $\lim_{h \rightarrow 0} P\{N(h) = 1\}/h = \lambda$
  - 5-  $\lim_{h \rightarrow 0} P\{N(h) \geq 2\}/h = 0$
- Establece que para un pequeño intervalo de longitud  $h$ , la probabilidad de que ocurra un evento es aproximadamente  $\lambda \cdot h$
- Establece que para un pequeño intervalo de longitud  $h$ , la probabilidad de que ocurran dos o más eventos es 0

## 9- Desarrollar el método de la transformada inversa para la generación de variables aleatorias discretas (max 15 renglones)

Para la obtención de variables aleatorias discretas mediante el método de la transformada inversa debemos proceder de la siguiente manera:

- 1- Generar un número pseudoaleatorio  $U$  con distribución uniforme  $(0, 1)$
- 2- Comprobar si  $U \leq p_0$ . Si se cumple se genera una variable con valor igual a  $x_0$  y volver al paso 1
- 3- Si no se cumplió comprobar si  $U \leq p_0 + p_1$ . Si se cumple se genera una variable igual a  $x_1$  y volver al paso 1.
- 4- Repetir el paso 3 adicionando el siguiente  $p_i$  hasta obtener el valor  $x_j$  repetido.

Se garantiza la obtención de un valor que  $\sum_{i=0}^n P(X_i) = 1$ .

**10-Enunciar y demostrar el Algoritmo de la Transformada Inversa para la generación de variables aleatorias continuas y aplicarlo para generar una variable aleatoria con distribución uniforme.**

### opción 1

Sea  $U$  una variable aleatoria uniforme en  $(0, 1)$ . Para cualquier función de distribución continua  $F$ , invertible, la variable aleatoria  $X$  definida como

$$X = F^{-1}(U)$$

tiene distribución  $F$ . *[ $F^{-1}$  se define como el valor de  $x$  tal que  $F(x) = u$ .]*

### Demostración:

Sea  $F_X$  la función de distribución de  $X = F^{-1}(U)$ . Entonces

$$\begin{aligned} F_X(x) &= P\{X \leq x\} \\ &= P\{F^{-1}(U) \leq x\} \end{aligned}$$

Ahora, como  $F$  es una función de distribución, se tiene que  $F(x)$  es una función monótona creciente de  $x$  y por lo tanto la desigualdad  $a \leq b$  es equivalente a la desigualdad  $F(a) \leq F(b)$ , venemos que

$$\begin{aligned} F_X(x) &= P\{F(F^{-1}(U)) \leq F(x)\} \\ &= P\{U \leq F(x)\} \quad \text{pues } F(F^{-1}(U)) = U \\ &= F(x) \quad \text{pues } U \text{ es uniforme en } (0,1). \end{aligned}$$

Como la función de probabilidad de una variable aleatoria con distribución uniforme es  $F(x) = \frac{x-a}{b-a}$

entonces dado un  $u$  se procede al pasaje de términos para despejar  $x$ :

$$\frac{x-a}{b-a} = u$$

$$x = u(b-a) + a$$

**Respuesta Ger**

Sea  $U$  una variable aleatoria con distribución uniforme  $(0,1)$  y  $x$  una variable aleatoria con función de probabilidad  $F(x)$  continua entonces:

$$X = F^{-1}(U)$$

sabiendo que:

$$F(F^{-1}(X)) = X$$

aplicamos la función en ambos miembros

$$F(X) = F(F^{-1}(U))$$

$$F(X) = U$$

Como la función de probabilidad de una variable aleatoria con distribución uniforme es:  $F(x) = \frac{x-a}{b-a}$

entonces dado un  $u$  se procede al pasaje de términos para despejar  $x$ :

$$\frac{x-a}{b-a} = u$$

$$x = u(b-a) + a$$


---

**Sea  $U$  una VA Uniforme  $(0,1)$ . Para cualquier función de distribución continua  $F$ , la variable aleatoria  $x$  define como:**

$$x = F^{-1}(U)$$

sea  $F_x$  la función de distribución  $x = F^{-1}(U)$

$$F_x(x) = P\{F^{-1}(U) \leq x\}$$

$$= P\{U \leq f(x)\} \text{ pues } F^{-1}(U) = U$$

$$= f(x) \text{ pues } u \text{ es uniforme } (0,1)$$

**Exponencial**

$$f(x) = 1 - e^{-x}$$

$$U = f(x) = 1 - e^{-x}$$

$$1 - U = e^{-x}$$

$$x = -\ln(1 - U) = F^{-1}(U)$$

**Uniforme**

$$f(x) = (x-a) / (b-a)$$

$$u = f(x) = (x-a) / (b-a)$$

$$u(b-a) = x-a$$

$$u(b-a) + a = x$$

## 11- Que diferencia hay entre los enfoques de avance en el tiempo de próximo evento (next-event) y de incremento fijo (fixed-increment)

Avance de **tiempo al próximo evento (next-event)**, el reloj de simulación es inicializado en cero y los tiempos de ocurrencia de eventos futuro son determinísticos. El reloj de simulación avanza al tiempo de ocurrencia del evento futuro más inminente, a tal punto, el estado del sistema se actualiza por el hecho de que tal evento ha ocurrido, y nuestro conocimiento de los tiempos de ocurrencia de eventos futuros es actualizado. Luego el reloj de simulación avanza al tiempo de evento más inminente, el estado del sistema es actualizado y el tiempo de eventos futuros son determinado.

Avance de **tiempo a incremento fijo (fixed-increment)**, el tiempo de simulación avanza en intervalos regulares y determina en cada intervalo si deben ocurrir eventos, y de ser así se los ejecuta. Como todos los eventos que ocurren en un intervalo recién se ejecutan al final de dicho intervalo, se comete un error por la diferencia que puede haber entre el tiempo en el cual deberían ocurrir y el tiempo en el cual se ejecutan.

---

### Avance de tiempo al próximo evento(next-event)

- El reloj de simulación es inicializado en cero
- Los tiempos de ocurrencia de eventos futuro son determinísticos.
- El reloj de simulación avanza al tiempo de ocurrencia del evento futuro más inminente
- El estado del sistema se actualiza por el hecho de que ocurrió el evento
- Los tiempos de ocurrencia de eventos futuro son actualizado.

### Avance de tiempo a incremento fijo (fixed-increment)

- El tiempo de simulación avanza en intervalos regulares
- Se determina en cada intervalo si deben ocurrir eventos y si es así se los ejecuta.



- Como todos los eventos que ocurren en un intervalo recién se ejecutan al final de dicho intervalo, se comete un error por la diferencia que puede haber entre el tiempo en el cual deberían ocurrir y el tiempo en el que se ejecutan.

## 12- Enuncie la formula y explique bajo que condiciones hablamos de una variable aleatoria de Poisson. Cite algún ejemplo

### Opción 1

La función de masa de probabilidad de una variable con distribución de Poisson

está dada por la fórmula:

$$P_i = P\{X = i\} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!}, i = 0, 1, \dots$$

Tanto su esperanza matemática como su varianza son:

$$E[X] = \text{Var}(X) = \lambda$$

Condiciones:

Una variable aleatoria  $x$  toma uno de los valores de  $i$  con parámetro  $\lambda > 0$  si su función de masa de probabilidad está dada por la expresión anterior. Son de utilidad cuando tratamos de analizar un número de aciertos en muchos ensayos aproximadamente independiente y con una probabilidad muy chica de ser un caso de éxito cada uno.

Ej: La distribución de intervalos de tiempo entre arribos de un modelo de colas del supermercado.

### otra respuesta

Enunciado: Enunciado con 1,000

Enuncie la fórmula y explique bajo qué condiciones hablamos de una variable aleatoria de Poisson. Cite algún ejemplo

Las variables aleatorias de Poisson, son variables que se utilizan cuando se quiere saber el número de éxitos que ocurren en varios experimentos independientes. Por ejemplo, si se tiene un proceso de fabricación de tornillos, y se desea saber la probabilidad de que un tornillo fabricado elegido al azar tenga una falla, entonces se utilizará una distribución de Poisson.

Su fórmula es

$$P\{X = k\} = e^{-\lambda} \left( \frac{\lambda^k}{k!} \right)$$

### **13- Explique la diferencia entre la validación y la verificación de un modelo.**

#### **opcion1**

##### **Verificación del modelo**

Una vez que se han identificado las distribuciones de probabilidad de las variables del modelo y se han implantado los supuestos acordados, es necesario realizar un proceso de verificación de datos para comprobar la propiedad de la programación del modelo y comprobar que todos los parámetros usados en la simulación funcionen correctamente.

Una vez que se ha completado la verificación, el modelo esta listo para su comparación con la realidad del problema que se esta modelando.

##### **Validación del modelo**

El proceso de validación del modelo consiste en realizar una serie de pruebas al mismo, utilizando información de entrada real para observar su comportamiento y analizar sus resultados.

Si el problema bajo simulación involucra un proceso que se desea mejorar el modelo debe someterse a prueba con las condiciones actuales de operación o que nos dará como resultado un comportamiento similar al que se presenta realmente en nuestro proceso. Por otro lado, si se esta diseñando un nuevo proceso la validación resulta mas complicada. Una manera de validar el modelo en este caso consiste en introducir algunos escenarios sugeridos por el cliente y validar que el comportamiento sea congruente con las expectativas que se tienen de acuerdo con la experiencia., cualquiera que sea la situación, es importante que el analista conozca bien el modelo, de manera que pueda justificar aquellos comportamientos que sean contrarios a las experiencias de los especialista en el proceso que participan de su validación.

---

#### **opcion2**

La diferencia entre la validación y la verificación de un modelo radica en que la validación se somete al modelo a una simulación con datos reales (del pasado) esperando que los resultados se relacionan con los resultados que se observaron en al realidad, mientras que en la verificación se somete el modelo a datos aleatorios con el fin de corroborar que las distribuciones seleccionadas para las variables den resultados acordes a los esperados para la selección que se realizo durante el modelado aunque estos carezcan de significado para el sistema real.

La verificación se realiza antes de la validación cuando se termina con el modelado del sistema, en esta etapa se corrobora que el modelo posee demostrar que el modelo es acorde al sistema al utilizar datos de entrada reales del pasado compararlos los resultados con los resultados reales de esos datos.

#### 14- Describa los tipos de disciplina de colas.

**LIFO:** El cliente que ha llegado más recientemente es el primero en ser atendido

**FIFO:** los clientes son atendidos en el orden en que van llegando a la fila (el primero en llegar primero en salir)

**POR PRIORIDAD:** a cada cliente que llega se le da una prioridad y se elige según esta para brindarle el servicio.

**ROUND ROBIN:** es un orden racional, normalmente comenzando por el primer elemento de la lista hasta llegar al último y empezando de nuevo desde el primer elemento.

#### 15- Describa los costos asociados a un modelo de simulación de inventarios.

**Costo de mantenimiento (h):** costo promedio de mantener un artículo en stock

$$CM = I \cdot h$$

**Costo por faltante (PI):** costo promedio de tener un faltante de un artículo

$$CF = I \cdot PI$$

**Costo por pedido:**

$$CP = K + i \cdot Z$$

K = costo fijo

I = costo pedido de 1 artículo

Z = política de pedido

$$Z = \begin{cases} S - I & \text{si } I < s \\ 0 & \text{si } I \geq s \end{cases}$$

**16- Explique y desarrolle por que la media muestral de un conjunto de variables aleatorias provenientes de la misma distribución es un buen estimador de la esperanza de dicha distribución.**

**Esta**

Explique y desarrolle por qué la media muestral de un conjunto de variables aleatorias provenientes de la misma distribución es un buen estimador de la esperanza de dicha distribución

Media muestral:

$$E[X] = E\left[\sum_{i=1}^n X_i/n\right] = n \cdot \text{tita} / n = \text{tita}$$

Para determinar la "bondad" de  $X$  como estimador de la media poblacional (tita), tomamos su error cuadrático medio, el valor esperado del cuadrado de la diferencia entre  $X$  y tita.

Es poco probable que una variable aleatoria esté a una distancia de varias desviaciones estándar de su media, así que se tiene que  $X$  es un buen estimador de (tita) cuando  $\sigma/\sqrt{n}$  es muy pequeño.

Aclaración:  $X$  debería llevar un guion arriba.

**Segun la desigualdad de Chebyshev,**

**es poco probable que una variable aleatoria este a una distancia de varias desviaciones estandar de su media, asi se tiene que  $X$  es un buen estimador de tita cuando  $\sigma/\sqrt{n}$  es muy pequeño**

-----

La media muestral es un buen estimador de la esperanza debido a que ésta es una variable aleatoria.

Por lo tanto, según lo enunciado en la desigualdad de Chebyshev, las desviaciones estándar de una variable aleatoria, no

pueden diferir en un número grande de su media. Esto hace que la media muestral  $X$  sea un buen estimador de  $\theta$ .

Suponga que  $X_1, \dots, X_n$ , son variables aleatorias independientes con la misma función de

distribución. Sean su media y varianza las cuales son desconocidas.

Cuando no se conoce su media poblacional se utiliza una media muestral para estimarla.

Explique y desarrolle por qué la media muestral de un conjunto de variables aleatorias provenientes de la misma distribución es un buen estimador de la esperanza de dicha distribución

Tenemos  $X_n$  VA independientes con la misma distribución (osea  $n$  datos). Sea  $\theta = E[X_i]$  su media y  $\sigma^2 = \text{Var}(X_i)$  su varianza.

Si realizamos  $X = \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{n}\right)$  estamos realizando el promedio aritmético de nuestros  $n$  datos mencionados. Esto es la media muestral entonces. Para demostrar que es un buen estimador de  $\theta$ :

$$E[X] = E\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{n}\right)\right]$$

$$E[X] = \sum_{i=1}^n \left(\frac{E[X_i]}{n}\right)$$

$$E[X] = \frac{n\theta}{n}$$

$$E[X] = \theta$$

Como es poco probable que una variable aleatoria esté a una distancia de muchas desviaciones estándar (la desviación estándar es la raíz cuadrada de su varianza) de su media, se tiene que  $X$  es un buen estimador de  $\theta$  cuando  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  es pequeño.

## 17- Enuncie la formula y explique bajo que condiciones hablamos de una variables aleatoria hipergeométrica.

### opcion 1

Una variable hipergeométrica se utiliza cuando se debe elegir un valor aleatorio dentro de distintas categorías. Por ejemplo, si se tiene una bolsa con fichas negras y blancas, la distribución hipergeométrica da la probabilidad de que si se saca aleatoriamente una ficha de la bolsa sea de color blanco.

Su fórmula es:

$$P\{X = i\} = \frac{\binom{N}{i} \binom{M}{n-i}}{\binom{N-M}{n}}$$

Donde  $N$  es el número de elementos de una categoría,  $M$  es el número de elementos de otra categoría distinta,  $n$  es el tamaño de la muestra e  $i$  es el número de elementos de la categoría que se elige.

otra respuesta

Una VA  $X$  cuya función de masa de probabilidad está dada por la siguiente 'ecuación' decimos que es hipergeométrica:

$$P\{X=i\} = \frac{\binom{N}{i} \binom{M}{n-i}}{\binom{N+M}{n}}$$

Donde  $n$  es el tamaño de nuestra muestra extraída de  $N+M$  elementos (que poseen, digamos, 2 "categorías"),  $N$  es la cantidad de elementos la población de una categoría diferente a los  $M$  elementos de otra categoría.

Con una esperanza matemática:  $E[X] = \frac{nN}{N+M}$  y una varianza:  $Var(X) = (1 - \frac{n-1}{N+M-1})$

Condiciones:

Debemos tener una población de elementos con 2 categorías diferentes en donde se quiere estudiar cual es la probabilidad de que suceda el número de eventos en una muestra de tamaño fijo  $n$  (que puede ser cualquiera pues cualquier muestra  $n$  debería poseer la misma probabilidad de salir, osea entonces los  $N+M$  conjuntos agarrados de  $n$  son equiprobables), siendo más fácil de ejemplificar con categorías (salieron  $k$  elementos de categoría 1 en la muestra  $n$ ).

## 18- cuál es la diferencia entre un modelo analítico y una simulación

### opcion 1 Asi esta en el resumen

Una vez que construimos el modelo matemático, debe examinarse para ver como se puede utilizar para responder a las cuestiones de interés sobre el sistema que representa. Si el sistema es suficientemente simple, es posible trabajar con sus relaciones y cantidades para obtener una solución analítica exacta, pero las soluciones analíticas pueden volverse muy complejas. En este caso, debe estudiarse el modelo mediante simulación, es decir, ejercitando numéricamente el modelo para las entradas en cuestión para ver cómo afectan las medidas de rendimiento. --

Tenemos un modelo matemático para ser estudiado mediante simulación, entonces debemos buscar herramientas particulares para hacer esta. Es útil para este propósito clasificar modelos de simulación en tres dimensiones diferentes.

---

### opcion 2 ger

La diferencia entre el modelo analítico y uno de simulación es que en el analítico se obtiene una solución exacta lo que da mayor confiabilidad en la misma, mientras que en la simulación se obtienen valores aproximados y se deben realizar muchas iteraciones del mismo sistema para lograr una respuesta más aproximada a la realidad.

La contraparte del modelo analítico es que mientras más complejo sea el sistema más difícil será obtener ecuaciones que permitan obtener el resultado.

---

### Opcion 3

Una vez que construimos el modelo matemático, luego debe ser examinado para ver cómo puede ser usado para responder las preguntas de interés sobre

el sistema que se supone representa. Si el modelo es simple, podría ser posible trabajar con sus relaciones y cantidades para obtener una solución exacta, analítica. Sin embargo, muchos sistemas son altamente complejos, por lo que modelos matemáticos válidos de ellos son también complejos, descartando toda posibilidad de una solución analítica. En éste caso, el modelo debe ser estudiado por medio de la simulación, trabajando numéricamente el modelo para las entradas en cuestión para ver cómo afectan las medidas de desempeño de salida.

Un modelo analítico representa la realidad con ecuaciones, si el sistema es muy complejo puede ser altamente difícil analizarlo analíticamente. La ventaja del modelo matemático es que se llegan a soluciones exactas y confiables de lo modelado.

La ventaja de la simulación es que se pueden probar escenarios distintos, y comprobarlos entre sí. También se simplifica mucho la complejidad al poder utilizar softwares de simulación.

-----

#### **Opción 4**

En un modelo analítico, la realidad está representada con ecuaciones estáticas que se obtuvieron mediante la observación del proceso. En este caso los valores que se obtengan estarán dados para un solo escenario, y si se desea probar otro, se deberá comenzar de nuevo para poder modificar las ecuaciones.

Además si el sistema es complejo, puede ser muy difícil o incluso imposible resolver el modelo matemáticamente. La ventaja del modelo matemático es que se llegan a valores exactos y confiables de lo que se está modelando.

Si se realiza una simulación, aunque los resultados no sean exactos, tiene la ventaja de poder probar distintos escenarios y compararlos entre ellos para poder analizar el sistema desde distintas perspectivas. Además la complejidad del problema puede simplificarse utilizando softwares de simulación, que puedan generar valores aleatorios que hagan que el modelo se ajuste a la realidad.

**19- Cual será igual a la multiplicación de sus probabilidades, es decir  $P(AB) = P(A) P(B)$**

Contestada en la 4

**20- Defina modelo de simulación a eventos discretos**

**Opcion1 esa o la de ger... podria ser una mezcla**

· Sistema en los cuales la variable de estado cambian en puntos separados en el tiempo. Estos puntos son aquellos en lo que ocurre lo que llamamos Sucesos. Un suceso es una ocurrencia que puede modifica el estado del sistema.

-----

Un modelo de simulación a eventos discretos es el conjunto de relaciones matemáticas, probabilísticas y lógicas que forman como se comporta el sistema que estudiamos en presencia de un evento.

Tiene como objetivo la mejora, comprensión y el análisis de las operaciones que componen al sistema.

Además, tiene variables de estado que cambian de forma instantánea en momentos, en cada momento ocurre algún evento, éste es algo que sucede que podría cambiar el estado del sistema.

-----

### **Opcion2 (GER)**

Un modelo de simulación a eventos discretos es un modelo que depende de una rutina de avance en el tiempo. Se determina la ocurrencia de los eventos en momentos  $t_x$  cuando corresponda y el reloj de simulación es el encargado de avanzar del momento  $t_i$  al  $t_{i+1}$  cuando se lo requiere. Lo ocurrido entre este lapso de tiempo no es relevante para el sistema lo que lo diferencia de un modelo de simulación continuo, sino que lo importante es el estado de las variables en tiempos específicos. Los componentes de un modelo discreto son:

Estado de sistema, rutina de avance del tiempo, reloj del sistema, contadores estadísticos, rutina de eventos , lista de eventos, programa principal y biblioteca de rutina

## **21- Escriba la formula y explique como se calcula la probabilidad de que un cliente tenga que esperar en un sistema M/M/1**

### **opcion 1**

La probabilidad de que un cliente tenga que esperar en M/M/1 está dada por

$$P_w = 1 - P_0$$

$P_0$  es la probabilidad de que no haya clientes en el sistema.

A su vez,  $P_w = U$ ,  $p_w$  es igual a la utilización del sistema  $U$ . La utilización del sistema también puede calcular como la intensidad de tráfico  $\rho$ , que es el cociente entre el  $n^\circ$  promedio de llegadas por unidad de tiempo y el  $n^\circ$  promedio de clientes atendidos por unidad de tiempo ( $\lambda/\mu$ ).



La situación en la que un cliente debe esperar ocurre cuando se produce el arribo de un cliente y el servidor está ocupado, por lo que el cliente debe esperar en la cola.

En un sistema M/M/1, la probabilidad de que un cliente tenga que esperar se establece como:

$$p_w = 1 - p_0 = \rho$$

donde  $p_0$  es la probabilidad de que no se encuentren clientes en espera, entonces el valor de  $\rho$  a su vez es número promedio de llegadas por unidad de tiempo sobre el tiempo promedio de clientes atendidos por unidad de tiempo

Foto : En un sistema de M/M/1 la probabilidad de que un cliente tenga que esperar se establece como  $p_w = 1 - p_0 = \rho$  donde  $p_0$  es la probabilidad de que no se encuentren clientes en espera, entonces el valor de  $\rho$  a su vez es número promedio de llegadas por unidad de tiempo sobre promedio de clientes atendidos por unidad de tiempo.

## 22- Explique la diferencia entre un modelo de Poisson homogéneo y uno no homogéneo

Esta puede ser la opción dos o toda para hacerla mas completa

Proceso Poisson, eventos que ocurren en el intervalo de tiempo  $[0, t]$ , con razón  $\Lambda$ .

- El número de eventos que ocurren en intervalos de tiempo distintos son independientes.

- depende solamente de la longitud del intervalo.

Si los eventos ocurren de manera aleatoria en el transcurso del tiempo, y  $N(t)$  denota el número de ellos que ocurre en el instante  $t$ , entonces decimos que  $\{N(t), t \geq 0\}$  constituye un proceso Poisson no homogéneo.

- Los números de eventos que ocurren en intervalos de tiempo ajenos son independientes.

### opción dos

Un proceso de Poisson No Homogéneo, a diferencia de uno homogéneo, es que posee una RELAJACIÓN en una de sus hipótesis, con ello permite que la tasa de llegada no sea una constante si no que varíe en el tiempo.

En Homogéneo teníamos, entre otras hipótesis: "La distribución del número de eventos que ocurren en un intervalo dado depende solamente de la longitud del intervalo y no de su posición." En cambio en No-Homogéneo esta desaparece y generalizamos a procesos que no necesariamente tienen esta condición

(esto hace que un proceso homogéneo sea un caso especial de un no-homogéneo realmente). En no homogéneo decimos entonces que no necesariamente los eventos tienen la misma probabilidad de ocurrir en todos los intervalos de tiempo que poseen el mismo tamaño. Ahora los eventos ocurren de manera totalmente aleatoria en el transcurso del tiempo, eliminando la debilidad que ocurre con los homogéneos

### 23- Describa la formula y explique como se modela el arribo de clientes a una simulación de un sistema de colas.

Describa las fórmulas y explique cómo se modela el arribo de clientes a una simulación de un sistema de colas

Inicialización

Mientras reloj < fin de simulación

Tiempos

Sí evento seleccionado = "A" ir a Arribo

Sino ir a Partida

Fin Si

Fin Mientras

Reporte

esta

Describa las fórmulas y explique cómo se modela el arribo de clientes a una simulación de un sistema de colas

Para la realización de un sistema de colas se tiene en cuenta lo siguiente:

- el tiempo de arribo  $A_i$
- el tiempo de servicio  $S_i$
- al inicio el servidor esta inactivo

$$d(n) = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n}, \quad q(n) = \sum_{i=1}^{\infty} n p_i,$$

- un cliente cuando llega puede encontrarse con el servidor ocupado entonces debe ponerse en la cola, esto hace que se aumente en una unidad el valor de clientes en cola ( $q(n)$  nro de clientes en cola) y se guarda el tiempo del cliente en la cola ( $d(n)$ :demora del cliente en cola)
- cuando el cliente llega y el servidor no esta ocupado entonces el cliente es atendido por lo que se prosigue con la realización de los calculos estadísticos para guardarlos, luego se suma una unidad al numero de clientes que han completado la demora y se coloca el estado del servidor en ocupado y se determina el tiempo de partida de ese cliente

### 24- Como se calcula el costo de negación de servicio en un sistema de colas

Es el costo por unidad de tiempo por cliente en espera

### otra respuesta

Costo total de negación de servicio por cada cliente. Es el costo por negación de un cliente

(compuesto por el costo del valor que aporta darle servicio al cliente, por la probabilidad de

que el cliente no ingrese al sistema (en el ejemplo, probabilidad de perder una llamada del

cliente)), por el número de llegadas de clientes al sistema, por la probabilidad de negación

de servicio.

Costo total por negación = Costo por negación \* numero de llegadas \* probabilidad de

negación de servicio =  $C_d * \lambda * P_d$

**25 – Explique la fórmula de una variable aleatoria uniformemente distribuida. A que equivale la media de esa variable ?**

**opción 1 para mí es la correcta.. aparte esta sacada del libro**

$X \sim U(a,b)$  ,  $a < b$

si su función de densidad de probabilidad es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{sea } a < x < b \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

X está distribuida uniformemente en (a,b) es decir que tiene toda su masa en ese intervalo

$$E(X) = \frac{b+a}{2}$$

$$V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

La función de distribución de X para  $a < x < b$  está dada por

$$F(x) = P\{X \leq x\} = \int_a^x (b-a)^{-1} dx = \frac{x-a}{b-a}$$

Otra respuesta

Para que una variable  $X$  sea una variable aleatoria uniformemente distribuida se debe tener en cuenta un intervalo  $(a, b)$  donde  $a < b$  y su función de densidad de probabilidad está dada por  $f(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$   
 el valor de la media va a ser igual a  $b+a/2$

### lo puse así como para ver que anda la fórmula

Para que una variable  $X$  sea una variable aleatoria uniforme distribuida se debe tener en cuenta un intervalo  $(a, b)$  donde  $a < b$  y su función densidad de probabilidad es

$$f(x) = 1/(b-a) \quad \text{sea } a < x < b$$

0 en caso contrario

$X$  está distribuida uniformemente en  $(a, b)$  es decir que tiene toda su masa en ese intervalo

$$E(X) = b+a/2$$

$$V(X) = (b-a)^2/12$$

La función de distribución de  $X$  para  $a < x < b$  está dada por

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_a^x (b-a)^{-1} dx = (x-a) / (b-a)$$

### 26- Que es la esperanza(expectación). Desarrolle a que equivale la esperanza de una variable aleatoria multiplicada por una constante y sumada con un termino independiente.

Esperanza es un concepto de probabilidad.

Si  $X$  es una variable aleatoria discreta que toma algunos valores como  $x_1, x_2, \dots$  entonces la esperanza o valor esperado de  $X$ , o la media de  $X$  y que se determina por  $E[X]$ , se define como:

$$E[X] = \sum_i x_i P\{X = x_i\}$$

### 27- Explique el Teorema central del limite. Como se relaciona este teorema con los experimentos de simulación

El teorema central del limite, afirma que la suma de un gran número de variables aleatorias independientes tiene aproximadamente una distribución normal.

Teorema central del limite:

Sea  $x_1, x_2, \dots$  Una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media finita  $\mu$  y varianza finita  $\sigma^2$

$$E(X_i) = \mu \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{Varianza}(X_i) = \sigma^2$$

$$P\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\right) = \phi(x)$$

$$\text{Cuando } n \rightarrow \infty \rightarrow \sum_{i=1}^n x_i \sim N(0, 1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{X_1 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} < x\right\} = \phi(x)$$

TE dejo como esta en el libro

**El teorema central del límite** Sea  $X_1, X_2, \dots$  una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media finita  $\mu$  y varianza finita  $\sigma^2$ . Entonces

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{X_1 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} < x\right\} = \phi(x)$$

**28- Considerando  $P(A/B)$ . Escriba a que equivale matematicamente este simbolo y desarrolle su significado.**

$$P(A/B) = \frac{|A \cap B|}{|B|} = \frac{\frac{|A \cap B|}{|S|}}{\frac{|B|}{|S|}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

siendo A y B dos eventos y S el conjunto de todos los resultados posibles.

$P(A/B)$  significa la relacion condicional entre los eventos A y B, determina la posibilidad de que ocurra A sabiendo que ocurrio B. Cuando estos eventos son independientes la ocurrencia de uno de ellos no depende de la ocurrencia del otro por lo que en ese caso  $P(A/B) = P(A)$

**29- Escriba las formulas y explique los 3 indicadores principales que se evaluan en un modelo de simulacion de colas**

- 1- Tiempo demora promedio de cada cliente
- 2- Cantidad promedio de clientes en cola
- 3- Probabilidad que un cliente tenga que hacer cola(formula arriba)

Ver formulas

puede ser otra respuesta!!

### 3.5. Medidas de eficiencia de un sistema de colas M/M/1

A continuación se presenta el enfoque de análisis que se debe dar al sistema de línea de espera típico con llegadas de tipo Poisson, tiempos de servicio de tipo Exponencial con un sólo servidor. Se supone que en este sistema, la entidad está dispuesta a esperar el tiempo que sea para ser atendido, es decir no hay rechazo. Donde:

$\lambda$  = número promedio de llegadas al sistema/ unidad de tiempo (velocidad de llegadas)  
 $\mu$  = número promedio de entidades que se atienden en el sistema / unidad de tiempo (velocidad de atención del servidor).

Las medidas de eficiencia que utilizaremos a lo largo del trabajo para comparar los diferentes resultados de nuestras dos fuentes de simulación serán las que se detallarán a continuación:

- N: Número real de clientes en el sistema.
- Nq: Número real de clientes en la cola.
- Ns: Numero de clientes que están recibiendo servicios.

### 30- Enuncie la formula y explique bajo que condiciones hablamos de una variable aleatoria geometrica.

Consideremos varios ensayos independientes, de los que cada uno es un éxito con probabilidad p. Si X representa el número del primer ensayo que es un éxito, entonces

$$P\{X = n\} = p(1 - p)^{n-1}, \quad n \geq 1$$

Lo cual se obtiene observando que para que ocurra el primer éxito en el n-ésimo ensayo, los primero n-1 deben ser fracasos y el n-ésimo un éxito.

Se deduce que los ensayos son independientes.

$$E(x) (\text{esperanza}) = \frac{1}{p}$$

$$V(x) (\text{varianza}) = \frac{1-p}{p^2}$$

otra respuesta

Hablamos de una variable aleatoria geométrica  $X$  cuando su función de masa de probabilidad es igual  $P\{X=n\} = p(1-p)^{n-1}$ ,  $n \geq 1$

y la  $X$  representa el nro del primer ensayo que es un éxito. los primeros  $n-1$  son de fracaso y el  $n$ -ésimo es un éxito

$$E[X] = \sum_{n=1}^{\infty} np(1-p)^{n-1} = 1/p$$

$$\text{Var}(X) = (1-p)/p^2$$

### 31- Cuales son las condiciones para un modelo M/M/1

#### opcion 1

Las llegadas y los intervalos de tiempo de servicio VAID.

Que siguen la ley de Poisson y exponencial. u

Un único servidor atendiendo.

### 32 - Cuales son las condiciones para un modelo M/M/C

Este modelo estudia los tipos de cola en donde la distribución de los tiempos entre llegadas son exponenciales con un parámetro  $\lambda$  y además los tiempos de servicios se distribuyen exponencialmente con un parámetro  $\mu$  y en este caso existen  $c$  servidores, bajo la suposición de que cada servidor realiza la misma función o actividad con el mismo nivel de eficacia que los demás servidores. Con respecto a los demás parámetros del modelo tenemos la población potencial y capacidad de la cola es infinita, la forma de elegir a los clientes en cola que para  $q$  sean servidos es fifo. Este modelo se considera una generalización del modelo M/M/1.

*En un modelo M/M/c se cumplen las siguientes condiciones:*

1. Los tiempos entre llegadas son probabilísticos y siguen una distribución exponencial.
2. El tiempo de servicio es probabilístico y sigue una distribución exponencial.
3. El valor  $c$  indica que hay una cantidad  $c$  de servidores y líneas paralelas a la que los clientes pueden ir a recibir el servicio.
4. La población de clientes es infinita.

5. La cantidad de personas que pueden estar en el sistema simultáneamente es infinita

Otra respuesta

Según la notación de Kendall (M/M/c), se necesita:

M: Que el proceso de llegada esté distribuido en el tiempo de forma estocástica, específicamente Exponencial.

M: Que los tiempos de servicio también, exponenciales.

c: cuantos servidores en paralelo existen en el modelo, serán c servidores.

También necesitaremos una cola (Que puede ser finita, pero preferentemente infinita) con cierta disciplina (como FIFO o LIFO), y que al final de esta se brinde servicio desde los c servidores.

**33- Explique la fórmula y el concepto de variable aleatoria exponencial. ¿Para qué usamos esta fórmula en un modelo de colas?**

La variable aleatoria exponencial tiene la siguiente función de densidad

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x} \quad 0 < x < \infty$$

Tiene una esperanza  $E[X] = 1/\lambda$

$$\text{Varianza } V[X] = 1 / \lambda^2$$

Esta distribución corresponde al tiempo de espera entre sucesos de un proceso de Poisson.

En el modelo de colas, la utilizamos para estimar un tiempo de servicio aleatorio

-----

Explique la fórmula y el concepto de variable aleatoria exponencial. Para qué usamos esta fórmula en un modelo de colas?

La Variable Aleatoria exponencial tiene la siguiente función de densidad:  $f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x} \quad 0 < x < \infty$

$$\text{Tiene una Esperanza} = E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{Varianza} = V[X] = \frac{1}{\lambda^2}$$

Esta distribución corresponde al tiempo de espera entre sucesos de un proceso de Poisson

En el modelo de colas, la utilizamos para estimar un tiempo de servicio aleatorio. (Tasa de servicio)



### 34- Desarrolle la ley débil (weak law) de los grandes números. Escriba la ley fuerte (strong law) de los grandes números y explique su significado.

Finalizado Puntúa como 1,00

Desarrolle la ley débil (weak law) de los grandes números. Escriba la ley fuerte (strong law) de los grandes números y explique su significado

La ley débil de los grandes números: Sea  $X_1, X_2, \dots$  una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media  $\mu$ . Entonces, para cada  $\epsilon > 0$ :

ese límite quiere decir que a largo plazo el promedio de una sucesión de variables IID convergerá a su media.

Ley fuerte: Sea  $g$  una función y queremos calcular  $\theta = \int_{(0,1)} g(x) dx$

Si  $U_1, \dots, U_k$  son VA independientes y uniformes en  $(0, 1)$ ,  $g(U_1), \dots, g(U_k)$  son V.A. IID con media  $\theta$

Por lo que podemos aproximar  $\theta$  generando un gran número de números aleatorios  $u$ , y considerando como nuestra aproximación a  $\theta$  el valor promedio de  $g(u_i)$ .

*La ley débil de los grandes números:* Sea  $X_1, X_2, \dots$  una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media  $\mu$ . entonces, para cada  $\epsilon > 0$ ,

#### Ley débil de los grandes números

Establece que la probabilidad de que el promedio de los primeros  $n$  términos de una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas difiera de su media por más de  $\epsilon$  tiende a 0 cuando  $n$  tiende a infinito.

**Teorema:** Sea  $X_1, X_2, \dots$  una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media  $\mu$ . Entonces, para cada  $\epsilon > 0$ ,

$$P \left\{ \left| \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} - \mu \right| > \epsilon \right\} \rightarrow 0 \text{ cuando } n \rightarrow \infty$$

Una generalización de la ley débil es la ley fuerte de los grandes números, la cual establece que, con probabilidad 1,

$$\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} = \mu$$

Es decir, con toda certeza, a largo plazo el promedio de una sucesión de variables independientes e idénticamente distribuidas convergerá a su media.

### Teorema: La ley débil de los grandes números

Sea  $X_1, X_2, \dots$  una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media  $\mu$ . Entonces, para cada  $\epsilon > 0$

$$P\left\{\left|\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} - \mu\right| > \epsilon\right\} \rightarrow 0 \text{ cuando } n \rightarrow \infty$$

### Ley fuerte de los grandes números

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \mu.$$

### 35- Enunciar y demostrar el Algoritmo de la Transformada Inversa para la generación de variables aleatorias continuas y aplicarlo para generar una variable aleatoria con distribución exponencial.

Sea  $U$  una variable aleatoria uniforme en  $(0, 1)$ . Para cualquier función de distribución continua  $F$ , invertible, la variable aleatoria  $X$  definida como

$$X = F^{-1}(U)$$

tiene distribución  $F$ . [ $F^{-1}$  se define como el valor de  $x$  tal que  $F(x) = u$ .]

#### **Demostración:**

Sea  $F_X$  la función de distribución de  $X = F^{-1}(U)$ . Entonces

$$\begin{aligned} F_X(x) &= P\{X \leq x\} \\ &= P\{F^{-1}(U) \leq x\} \end{aligned}$$

Ahora, como  $F$  es una función de distribución, se tiene que  $F(x)$  es una función monótona creciente de  $x$  y por lo tanto la desigualdad  $a \leq b$  es equivalente a la desigualdad  $F(a) \leq F(b)$ , venemos que

$$\begin{aligned} F_X(x) &= P\{F(F^{-1}(U)) \leq F(x)\} \\ &= P\{U \leq F(x)\} \quad \text{pues } F(F^{-1}(U)) = U \\ &= F(x) \quad \text{pues } U \text{ es uniforme en } (0,1). \end{aligned}$$

Si  $x$  es una variable aleatoria exponencial con razón 1 entonces la función de

distribución esta dada por  $F(x) = 1 - e^{-x}$

Si hacemos  $x = F^{-1}(u)$ , entonces  $u = F(x) = 1 - e^{-x}$

o bien  $1 - u = e^{-x}$

$$x = -\log(1 - u)$$

Por lo tanto al generar una exponencial con parámetro 1 generamos un número aleatorio U y hacemos

$$X = F^{-1}(U) = -\log(1 - U)$$

### 36- Enuncie la fórmula y explique bajo que condiciones hablamos de una variable aleatoria binomial

Se realizan n ensayos independientes, cada uno de los cuales produce un éxito con probabilidad p. Si X representa el número de éxitos que ocurren en n ensayos.

X es una variable aleatoria binomial con parámetros (n,p)

$$p_i \equiv P\{X = i\} = \binom{n}{i} p^i (1 - p)^{n-i}, \quad i = 0, 1, \dots, n$$

Entonces X se puede escribir como la sumatoria de n variables aleatorias de Bernoulli

$$X = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$E(X) = np$$

$$V(X) = npq$$

$$q = 1 - p \text{ (probabilidad de fracaso)}$$

### 37- Defina varianza de una variable aleatoria. Desarrolle a que equivale la varianza de una variable aleatoria multiplicada por una constante y sumada con un término independiente

Defina varianza de una variable aleatoria. Desarrolle a qué equivale la varianza de una variable aleatoria multiplicada por una constante y sumada con un término independiente

Es valor promedio del cuadrado de la diferencia entre  $X$  y  $E[X]$ .

Si la media es  $\mu$ , entonces

$$\text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2]$$

La varianza de una V.A. multiplicada por una constante y sumada a un T.I. equivale a la varianza de la V.A. multiplicada por el cuadrado de la variable.

$$\text{Var}(aX+b) = a^2\text{Var}(X)$$

Demo:

$$\text{var}(aX+b) = E[(aX+\mu) - (aE[X]+\mu)]^2]$$

$$= E[(X-E[X])^2]$$

$$= a^2E[(X-E[X])^2]$$

$$= a^2\text{Var}(x)$$

## Respuesta del libro

El valor promedio del cuadrado de la diferencia entre  $X$  y  $E[X]$

Si  $X$  es una variable aleatoria con media  $\mu$ , entonces la varianza de  $X$ , denotada por  $\text{Var}(x)$ . Se define como

$$\text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2]$$

La varianza de una V.A. multiplicada por una constante y sumada a un T.I. equivale a la varianza de la V.A. multiplicada por el cuadrado de la variable.

$$\text{Var}(aX+b) = a^2\text{Var}(X)$$

Demo:

$$\text{var}(aX+b) = E[(aX+\mu) - (aE[X]+\mu)]^2]$$

$$= E[(X-E[X])^2]$$

$$= a^2E[(X-E[X])^2]$$

$$= a^2\text{Var}(x)$$



## 38- Cuál es la diferencia entre un modelo físico y un modelo matemático de un sistema?

### Respuesta del resumen y de exámenes

Muchas veces armar un modelo físico (o icónico) que intente replicar lo más cercanamente posible el sistema real puede ser útil, pero no es típicamente el tipo de modelo que se utilice en análisis de sistemas. La mayoría de los modelos son matemáticos, representando al sistema con relaciones lógicas y cuantitativas que se manipulan y cambian para entender cómo reacciona el modelo (y cómo reaccionaría el sistema, si está bien hecho el modelo).

### **Respuesta del apunte**

Físico: no son del típico tipo de modelo que son de interés en búsqueda de operaciones y análisis de sistemas

Matemático: Representan a un sistema en términos de relaciones lógicas y cuantitativas que luego son manipuladas y combinadas para ver como el modelo reacciona y por consiguiente, como reacciona si el modelo matemático es válido.

### **39- Enuncie la fórmula y explique bajo que condiciones hablamos de una variable binomial negativa**

Si  $X$  se denota el número de ensayos necesarios para acumular un total de  $r$  éxitos cuando cada ensayo es, de manera independiente, un éxito con probabilidad  $p$ , entonces  $X$  es una variable aleatoria binomial negativa, también llamada Pascal, con parámetros  $p$  y  $r$ .

La función de masa de probabilidad es:

$$P\{X = n\} = \binom{n-1}{r-1} p^r (1-p)^{n-r}, \quad n \geq r$$

-----

$$P\{X=n\} = \binom{n-1}{r-1} p^r (1-p)^{n-r} \quad n \geq r$$

### **40- Describa los tipos de proceso de servicio de colas**

Los diferentes tipos de proceso de servicio de colas son:

1. D, para describir un tiempo de servicio determinístico.
2. M, para describir tiempos de servicio probabilísticos que tienen distribución exponencial.
3. G, para describir un tiempos de servicio probabilísticos pero que siguen una distribución que no es exponencial.

La Distribución de Llegadas puede ser:

- **M** = distribución de llegadas de tipo Poisson
- **D** = distribución de llegadas es constante
- **G** = distribución de llegadas general con varianza y media conocidas

La Distribución de tiempos de Servicio puede ser:

- **M** = distribución de tiempos de servicio de tipo exponencial
- **D** = distribución de tiempos de servicio es constante
- **G** = distribución de tiempos de servicio general con varianza y media conocidas

#### **41-Describa y explique la fórmula de número promedio de clientes en el sistema**

La fórmula para el número promedio de clientes en el sistema en un momento dado está

dada por:

$$L = \lambda \cdot W$$

La fórmula está compuesta por  $\lambda$ , que es el número promedio de llegadas de clientes al sistema por unidad de tiempo, y el tiempo promedio de dichos clientes en el sistema, que abarca desde el momento en el que entran al sistema hasta que cumplen su servicio y abandonan el sistema.

$$\{\text{N}^\circ \text{ promedio clientes en sistema}\} = \{\text{N}^\circ \text{ promedio de llegadas por unidad de tiempo}\} * \{\text{Tiempo promedio en el sistema}\}$$