

Czas: 70 minut. Wszystkie zadania po 8 punktów.

1. Wybierz prawidłową odpowiedź:

Rozważ dylemat więźnia:

		2	A	B
1	A	3, 3	0, 4	
	B	4, 0	1, 1	

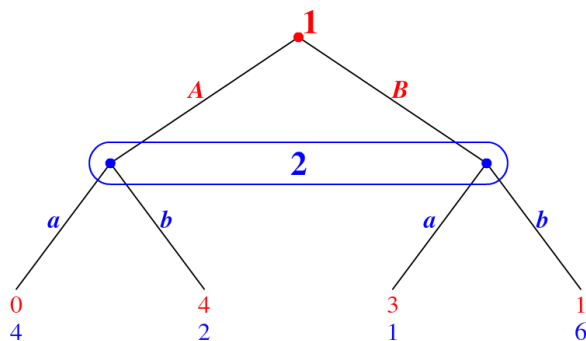
- Profil (B,B) w tej grze:
  - jest jedyną równowagą Nasha
  - jest jedną z trzech równowag Nasha
  - nie jest równowagą Nasha
- Załóżmy, że gra jest powtarzana, a gracz 1 wybrał strategię wet-za-wet. Po sekwencji (A, A), (A, B), (B, A) gracz 1 wybierze:
  - akcję A
  - akcję B
  - nie da się powiedzieć

Rozważ prostą grę kooperacyjną:

koalicja	wartość f. char.
{A,B}	15
A	10
B	5
$\emptyset$	0

- Rdzeń tej gry:
  - jest jednopunktowy
  - jest odcinkiem
  - jest zbiorem pustym
- Wartość Shapleya:
  - nie istnieje
  - istnieje i należy do rdzenia
  - istnieje i nie należy do rdzenia

2. Rozważ grę:



- (2 pkt) Zapisz grę w postaci macierzowej
- (4 pkt) Narysuj funkcje najlepszych odpowiedzi graczy.
- (2 pkt) Znajdź wszystkie równowagi Nasha tej gry.

3. Rozważ grę w postaci macierzowej:

		Gracz 2		
		<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Gracz 1	<i>X</i>	2, 6	8, 0	4, 1
	<i>Y</i>	0, 2	6, 4	2, -2
	<i>Z</i>	6, 0	-2, 1	5, 2
	<i>W</i>	8, 1	9, 2	3, 3

- (a) (6 pkty) Znajdź wszystkie równowagi Nasha w strategiach czystych i mieszanych. Jeśli znajdziesz jakieś, uzasadnij, że to już wszystkie.
- (b) (2 pkty) Która z równowag (jeśli którakolwiek) jest Pareto-optymalna?
4. Rozpatrz duopol Cournota. Cena dobra wynosi  $14 - Q$ , gdzie  $Q = q_1 + q_2$ , czyli łączna ilość dobra na rynku. Firmy charakteryzują się kosztem produkcji równym  $2q_i$  dla  $i \in \{1, 2\}$ .
- (a) (2 pkty) Załóżmy, że firma 2 produkuje pewne  $q_2$ . Jaka jest optymalna produkcja firmy 1 w odpowiedzi na  $q_2$ ? Zapisz to jako funkcję  $q_1^*(q_2)$ .
- (b) (3 pkty) Wyznacz równowagę Nasha tej gry.
- (c) (3 pkty) Przyjmij, że firmy łączą się w jedną (a zysk dzielą na pół). Wyznacz optymalną produkcję (*może być łączna*).
5. Rozważ następującą grę dwuosobową: z prawdopodobieństwem  $1/2$  gracz 1 jest typu L (i ma wypłaty jak w lewej macierzy), z prawdopodobieństwem  $1/2$  jest typu P (i ma wypłaty jak w prawej macierzy). *Na wszelki wypadek zaznaczę, że gracz 1 obserwuje swój typ, a więc wybiera strategię (ex-ante) pod warunkiem typu. Gracz 2 nie obserwuje typu ani wyboru gracza 1.*

		Gracz 2	
		<i>A</i>	<i>B</i>
Gracz 1	<i>X</i>	(3, 1)	(1, 0)
	<i>Y</i>	(1, 0)	(2, 2)

		Gracz 2	
		<i>A</i>	<i>B</i>
Gracz 1	<i>X</i>	(1, 1)	(3, 0)
	<i>Y</i>	(2, 0)	(1, 2)

- (a) (4 pkty) Zapisz tę grę w jednej macierzy z uwzględnieniem strategii obu graczy.
- (b) (2 pkty) Znajdź wszystkie równowagi Nasha tej gry.
- (c) (2 pkty) Rozpatrz teraz tylko macierz lewą i grę, w której gracze poruszają się sekwencyjnie: najpierw 1, potem 2. Znajdź doskonałą równowagę Nasha (SPNE) tej gry. *Drzewko może pomóc, ale nie jest wymagane do uzyskania punktów.*