

Przykładowe zadania na kolokwium

Poniższe zadania są pomyślane na 30 minut. Proszę włączyć timer i przetestować.

1. Oblicz granice ciągów:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n^3 - 3n^2 + 4}{1 - 4n^3}$$

2. Wyznaczyć granice funkcji:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x + 1}{\sqrt{x} - 1}$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$$

3. Wyznaczyć maksimum i minimum

$$f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 - \frac{1}{4} \text{ w przedziale } x \in [-1, 2]$$

3. Oblicz pochodne:

$$f(x) = xe^{-x^2}$$
$$f(t) = \sin t \sqrt{1 + t^2}$$

4. Określ, gdzie funkcja $f(x) = x + e^{-x}$ jest rosnąca/malejąca. Jakie jest nachylenie stycznej do wykresu funkcji w $x = 0$?
5. Określ dziedzinę funkcji i wyznacz, gdzie funkcja jest wypukła/wklęsła (hint: funkcja jest malejąca)

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + x \ln x$$