

Imię i nazwisko:_____ Numer albumu:_____

Kolejność rozwiązywania dowolna. Każde zadanie jest za 6 punktów. Odpowiedzi proszę podkreślić. Czas: **60 minut**

1. Oblicz granice:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n+1)^2}{2+2n+n^2} \right)^{-2n^2}$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 - 2^{2n+1} + \sin^n n}{\pi^{n+1} + 4^n - 2018}$$

2. Dana jest funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-1)}{x-1} & \text{dla } x > 1 \\ \frac{x+1}{2x^2} & \text{dla } x \leq 1 \end{cases}$$

- (a) Określ dziedzinę funkcji i przedziały ciągłości.
- (b) Wyznacz asymptoty funkcji.

3. Dana jest funkcja

$$f(x) = 2 \sin(\pi \sqrt{x})$$

- (a) Wyznacz w przybliżeniu $f(1.02)$ (do dwóch miejsc po przecinku)
- (b) Ile wynosi $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$?

4. Dana jest funkcja

$$f(x) = \frac{1 + \ln(x) + 3x}{x}$$

- (a) Określ, gdzie funkcja jest rosnąca/malejąca.
- (b) Określ gdzie funkcja jest wypukła/wkłęśła

5. Wyznacz (graficznie lub analitycznie) minimum i maksimum funkcji:

$$f(x, y) = x + 3y \text{ na zbiorze } \{(x-1)^2 + y^2 = 10/9\}$$