

# Wstęp do teorii gier

---

Joanna Franaszek

semestr zimowy 2019/20

Szkoła Główna Handlowa

# Warunki zaliczenia

Sylabus:

- egzamin tradycyjny-pisemny 80%
- ćwiczenia 20%

Powszechna praktyka na WTG:

- możliwość zaliczenia bez egzaminu

Moja propozycja

- dwie "duże" prace domowe (pod koniec października i listopada)
- kolokwium/zerówka 'pod koniec' zajęć (styczeń 2019)
- z powyższych wystawiam ocenę...
- ...komu się nie podoba, przystępuje do egzaminu

## Wprowadzenie do teorii gier

---

# Plan na dziś

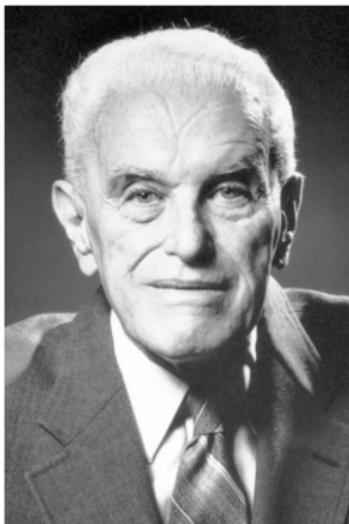
- co to jest teoria gier...
- ...i dlaczego jest fajna
- definicja gry
- definicja równowagi Nasha
- przegląd klasycznych gier

# Teoria gier

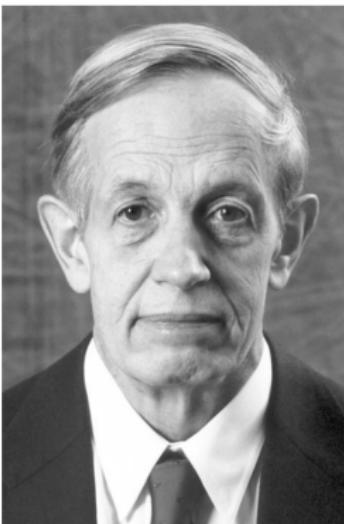
- nauka o strategicznym działaniu w warunkach konfliktu (i kooperacji)
- matematyczne modele sytuacji strategicznych i analiza wyborów osób, firm, graczy
- formalny język opisu zjawisk i rozważań ekonomicznych, społecznych, politycznych
- narzędzia do analizy strategicznych sytuacji

# Ekonomiczne Nobleź TG

1994: John Nash, Reinhard Selten, John Harsanyi "for their pioneering analysis of equilibria in the theory of non-cooperative



games." John C. Harsanyi



John F. Nash Jr.



Reinhard Selten

# Ekonomiczne Nobleź TG

2005: Aumann, Schelling "for having enhanced our understanding of conflict and cooperation through game-theory analysis"



Photo: D. Porges

Robert J. Aumann

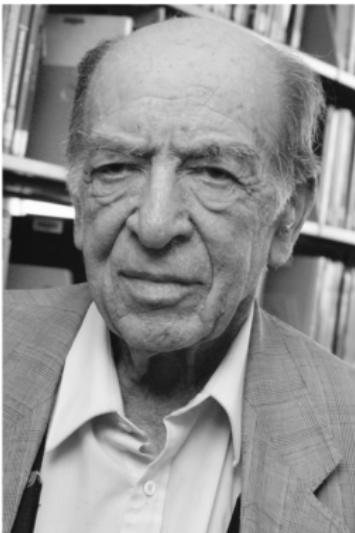


Photo: T. Zadig

Thomas C. Schelling

# Ekonomiczne Nobleź TG

2007: Hurwicz, Maskin, Myerson "for having laid the foundations of mechanism design"



theory" Leonid Hurwicz

© University of Minnesota Photo:  
E. Ayoubzadeh



Eric S. Maskin

© The Nobel Foundation Photo: U.  
Montan

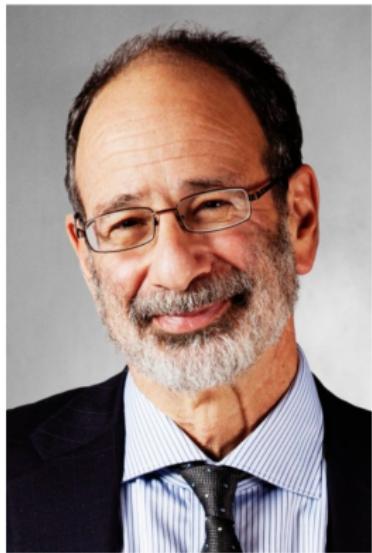


Roger B. Myerson

© The Nobel Foundation Photo: U.  
Montan

# Ekonomiczne Nobleź TG

2012: Roth, Shapley "for the theory of stable allocations and the practice of market design"



© The Nobel Foundation. Photo: U. Montan

Alvin E. Roth



© The Nobel Foundation. Photo: U. Montan

Lloyd S. Shapley

- teoria alokacji: alokacja rezydentur medycznych w USA, nabór do liceum, matching nerek do transplantacji (Shapley, Shubik, potem Roth, Yaari)
- predykcje polityczne (Mesquita & Roundell)
- aukcje:
  - częstotliwości radiowe (Milgrom)
  - uprawnień do emisji CO<sub>2</sub>
  - reklam Google
- decyzje biznesowe/strategiczne, zwłaszcza w warunkach niedoskonałej konkurencji (oligopole, fuzje, przejęcia)

## Proste przykłady gier

---

# Gra - definicja

Gra (w ujęciu formalnym) to:

1. gracze: strategiczni lub niestategiczny gracz losowy tzw. Natura
2. strategie: zbiór możliwych dróg postępowania w *całej grze*
3. informacje dostępne graczom: (ważne zwłaszcza w grach sekwencyjnych)
4. wypłaty: monetarny lub 'użytecznościowy' wynik wyboru określonych strategii

# Gra w postaci normalnej

Grą  $\Gamma$  (w postaci normalnej) nazwiemy zbiór:

1.  $\mathcal{N} = \{1, 2, \dots, N\}$  zbiór graczy

2.  $a_i \in A_i \neq \emptyset$  strategie gracza  $i$

$a = (a_1, \dots, a_N)$  - profil strategii wszystkich graczy

$A = A_1 \times \dots \times A_N$  - zbiór strategii wszystkich graczy

notacja:  $a_{-i} = (a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_N)$  - profil strategii wszystkich graczy poza  $i$

3.  $u_i : A \rightarrow \mathbb{R}$  - funkcja wypłat

4. tradycyjnie wypłaty gry w postaci normalnej zapisujemy w macierzy (przykład zaraz)

## Matching pennies

- Prosta gra o sumie zerowej
- Dwaj gracze wykładają jednocześnie monety
- jeśli monety "pasują" (dwa orły, dwie reszki), wygrywa gracz 1, jeśli "nie pasują" wygrywa gracz 2. Przegrywający płaci wygrywającemu 1 zł.
- *jak możemy opisać formalnie tę grę?*

# Matching pennies

- Prosta gra o sumie zerowej
- Dwaj gracze wykładają jednocześnie monety
- jeśli monety "pasują" (dwa orły, dwie reszki), wygrywa gracz 1, jeśli "nie pasują" wygrywa gracz 2. Przegrywający płaci wygrywającemu 1 zł.

		Gracz 2	
		O	R
Gracz 1	O	(1, -1)	(-1, 1)
	R	(-1, 1)	(1, -1)

# Matching pennies

- Prosta gra o sumie zerowej
- Dwaj gracze wykładają jednocześnie monety
- jeśli monety "pasują" (dwa orły, dwie reszki), wygrywa gracz 1, jeśli "nie pasują" wygrywa gracz 2. Przegrywający płaci wygrywającemu 1 zł.

		Gracz 2	
		O	R
Gracz 1	O	(1, -1)	(-1, 1)
	R	(-1, 1)	(1, -1)

- uwaga: w grze o sumie zerowej wystarczy podać wypłaty gracza 1:

		Gracz 2	
		O	R
Gracz 1	O	1	-1
	R	-1	1

# Dylemat więźnia

- Dwaj wspólnicy w przestępstwie są oddzielnie przesłuchiwani
- Jeśli żaden nie sypnie, obaj: niski wyroki
- Jeśli jeden sypnie: program ochrony świadków; drugi: wysoka kara
- jeśli obaj sypią: obaj wysokie kary

	Więzień 2	
	Milczeć	Sypać
Więzień 1	Milczeć	(-1, -1)      (-8, 0)

	Milczeć	(-1, -1)      (-8, 0)
	Sypać	(0, -8)      (-5, -5)

- czy potrafimy przewidzieć co się tu stanie?

# Strategie zdominowane

	Więzień 2	
	Milczeć	Sypać
Więzień 1	Milczeć	(-1, -1)
	Sypać	(-8, 0)
		(0, -8)
		(-5, -5)

- Strategia 'Sypać' jest lepsza niż 'Milczeć' dla każdego wyboru przeciwnika!
- formalnie: (dla gracza  $i$ )  $a'_i$  jest **ściśle zdominowana** przez  $a_i$  jeśli:
$$u_i(a_i, a_{-i}) > u_i(a'_i, a_{-i}) \forall a_{-i}$$
- intuicyjnie: strategie zdominowane nie są wybierane

# Wojna płci/Bach i Strawinski

- Mąż i żona chcą razem wyjść
- mąż woli iść do (O)pery, żona na (M)ecz
- ...ale przede wszystkim: chcą iść razem

		Mąż	
		Opera	Mecz
Żona	Opera	(1, 2)	(0, 0)
	Mecz	(0, 0)	(2, 1)

- brak strategii zdominowanych... co się stanie?

# Równowaga Nasha

- John "Piękny umysł Nash, 1951
- równowagą Nasha (NE) jest **profil strategii** taki, że żadnemu graczowi nie opłaca się indywidualnie zmienić swojej strategii *pod warunkiem, że inni nie zmieniają swoich*
- 'punkt stały', warunek stabilności
- najbardziej wpływowa koncepcja w teorii gier – będziemy wracać wielokrotnie!

## Definicja (NE)

$(a_1^*, a_2^*, \dots, a_N^*)$  jest równowagą Nasha (w strategiach czystych)  
jeśli:

$$u_i(a_i^*, a_{-i}^*) \geq u_i(a_i, a_{-i}^*) \quad \forall a_i \in A_i$$

# Wojna płci recap

	Mąż	
	Opera	Mecz
Żona	Opera	(1, 2)

    Mecz

	Opera	(1, 2)	(0, 0)
	Mecz	(0, 0)	(2, 1)

- jakie są tu równowagi Nasha (w strategiach czystych)?

# Polowanie na jelenia

- Artemis i Kalliope idą na polowanie
- każda z nich może polować na zajęca (łatwa zdobycz) albo na jelenia (wymaga współpracy)
- jeśli obie wybiorą jelenia, dostają dużą wypłatę
- jeśli tylko jedna z nich, nie uda jej się upolować (wypłata 0).
- zajęc jest bezpieczną opcją

		Kalliope	
		Jeleń	Zając
Artemis	Jeleń	(9, 9)	(0, 7)
	Zając	(7, 0)	(6, 6)

# Polowanie na jelenia

- jakie są równowagi Nasha tej gry?
- pomyśl o przykładach gier koorydnicji:
  - wspólne wiosłowanie (albo współpraca dwóch firm)
  - wspólne podanie do dziekana o zmianę wykładowcy z WTG
  - kto przyjdzie pierwszy na przyjęcie

# Dylemat więźnia - powracamy!

- projekt z WTG robiony w parach
- student może podjąć Duży lub Mały wysiłek

		Bartosz	
		Duży	Mały
Anna	Duży	(3, 3)	(0, 4)
	Mały	(4, 0)	(1, 1)

- jakie są równowagi Nasha?

# Dylemat więźnia

- prawdopodobnie najważniejsza gra dzisiejszego wykładu
- ważne własności: **dominacja**, jedyna (i 'mocna') równowaga
- ważne wyjaśnienie obserwowanych fenomenów:
  - zanieczyszczenie powietrza
  - katastrofa klimatyczna
  - 'tragedia wspólnego pastwiska' – wróćmy do tego!

## Dominacja a NE

- ścisłe zdominowane strategie *nigdy nie wchodzą* do równowag Nasha
- dlaczego?
  - strategia  $a_i^*$  w NE są *optimalna* (przy zadanym profilu  $a_{-i}$  tj. jest nie gorsza od *każdej* innej)
  - jeśli  $a_i^*$  by była ścisłe zdominowana przez pewne  $a_i$ , to dominacja zachodziłaby dla dowolnego profilu  $a_{-i}$ , w szczególności  $a_{-i}^*$
  - to przeczy optimalności w NE
- uwaga: to dotyczy wyłącznie *ścisłej* dominacji. Istnieje też słaba dominacja - te strategie mogą być częścią NE!

## Gra w cykora

- dwaj kierowcy jadą 'na siebie' prostą drogą
- jeśli żaden nie ustąpi – zderzą się; jeśli ustąpi jeden – zostanie on ochrzczony 'cykorem' (strata wizerunku); jeśli ustąpią obaj – żaden nie okaże się gorszy

		Kierowca 2	
		Skręcić	Jechać prosto
Kierowca 1	Skręcić	(0, 0)	(-4, 4)
	Jechać prosto	(4, -4)	(-10, -10)

- gra antykoordynacyjna
- jakie są równowagi Nasha?

## Gołąb–jastrząb (wariacja cykora)

- dwa zwierzęta rywalizują o ograniczone zasoby
- zwierzę może walczyć ('jastrząb') albo ustąpić ('gołąb')
- dwa gołębie dzielą się zasobem, dwa jastrzębie walczą (koszt walki  $C \geq V$ )

		2	
		Gołąb	Jastrząb
2	Gołąb	$(\frac{V}{2}, \frac{V}{2})$	$(0, V)$
	Jastrząb	$(V, 0)$	$(\frac{V-C}{2}, \frac{V-C}{2})$

- jakie są równowagi Nasha?
- założymy, że  $C < V$ . Jaka to gra?

## Gołąb–jastrząb (wariacja cykora)

- dwa zwierzęta rywalizują o ograniczone zasoby
- zwierzę może walczyć ('jastrząb') albo ustąpić ('gołąb')
- dwa gołębie dzielą się zasobem, dwa jastrzębie walczą (koszt walki  $C \geq V$ )

		2	
		Gołąb	Jastrząb
2	Gołąb	$(\frac{V}{2}, \frac{V}{2})$	$(0, V)$
	Jastrząb	$(V, 0)$	$(\frac{V-C}{2}, \frac{V-C}{2})$

- jakie są równowagi Nasha?
- założymy, że  $C < V$ . Jaka to gra?

# Duopole

---

## Duopol Cournota

- dwie firmy wybierają jednocześnie ilość produktu wprowadzanego na rynek  $q_i$  dla  $i = 1, 2$ ; produkcja jednej jednostki produktu kosztuje  $c$
- odwrócona funkcja popytu:  $p(Q)$  malejąca
- przyjmiemy  $p(Q) = a - bQ$ , gdzie  $Q$  to całkowita ilość produktu na rynku
- zysk firmy  $i$ :

$$\pi(q_i) = p(Q) \cdot q_i - cq_i$$

- firmy biorą pod uwagę swój wpływ na cenę
- jaka jest NE?

## Duopol Cournota

- optymalna produkcja:

$$q_i = \frac{a - c}{3b} \Rightarrow Q = \frac{2(a - c)}{3b}$$

- a ile wynosiłaby produkcja monopolisty?

## Duopol Cournota

- optymalna produkcja:

$$q_i = \frac{a - c}{3b} \Rightarrow Q = \frac{2(a - c)}{3b}$$

- a ile wynosiłaby produkcja monopolisty?
- produkcja monopolisty:

$$Q = \frac{a - c}{2b}$$

## Duopol Cournota

- optymalna produkcja:

$$q_i = \frac{a - c}{3b} \Rightarrow Q = \frac{2(a - c)}{3b}$$

- a ile wynosiłaby produkcja monopolisty?
- produkcja monopolisty:

$$Q = \frac{a - c}{2b}$$

- w modelu Cournota firmy produkują więcej niż monopolista, ale mają mniejszy zysk

# Duopol Stackelberga

- dwie firmy wybierają wielkość produkcji...
- ...ale tym razem sekwencyjnie!
- pierwsza to przywódcza, druga to naśladowca
- weźmy identyczne oznaczenia:  $c$  to koszt produkcji jednostki,  $p(Q) = a - bQ$  to (liniowa) odwrócona funkcja popytu
- czym się różni ta sytuacja od poprzedniej?
- jakie są teraz **strategie** gracza nr 2?

## Duopol Stackelberga: NE

- optymalny wybór lidera:

$$q_1 = \frac{a - c}{2b}$$

- optymalny wybór naśladowcy:

$$q_2 = \frac{a - c}{4b}$$

- lider produkuje tyle, co monopolista, ale ze względu na naśladowcę zarabia mniej niż monopolista (cena i zysk są niższe)
- naśladowca produkuje mniej niż lider (w modelu liniowym dwukrotnie mniej) i mniej niż w równowadze Cournota

## Trochę drobiazgów formalnych

- czy znaleziona NE w modelu Cournota jest jedyna?

## Trochę drobiazgów formalnych

- czy znaleziona NE w modelu Cournota jest jedyna? *tak*
- czy znaleziona NE w modelu Stackelberga jest jedyna?

## Trochę drobiazgów formalnych

- czy znaleziona NE w modelu Cournota jest jedyna? *tak*
- czy znaleziona NE w modelu Stackelberga jest jedyna? *nie*  
ale jest jedyną o "dobrych własnościach" (SPNE)
  - inna NE (ale nie SPNE): firma 1 produkuje wielkość Cournota, firma 2 produkuje wielkość Cournota *bez względu na produkcję firmy 1*

## Postać strategiczna i rozwinięta gry

---

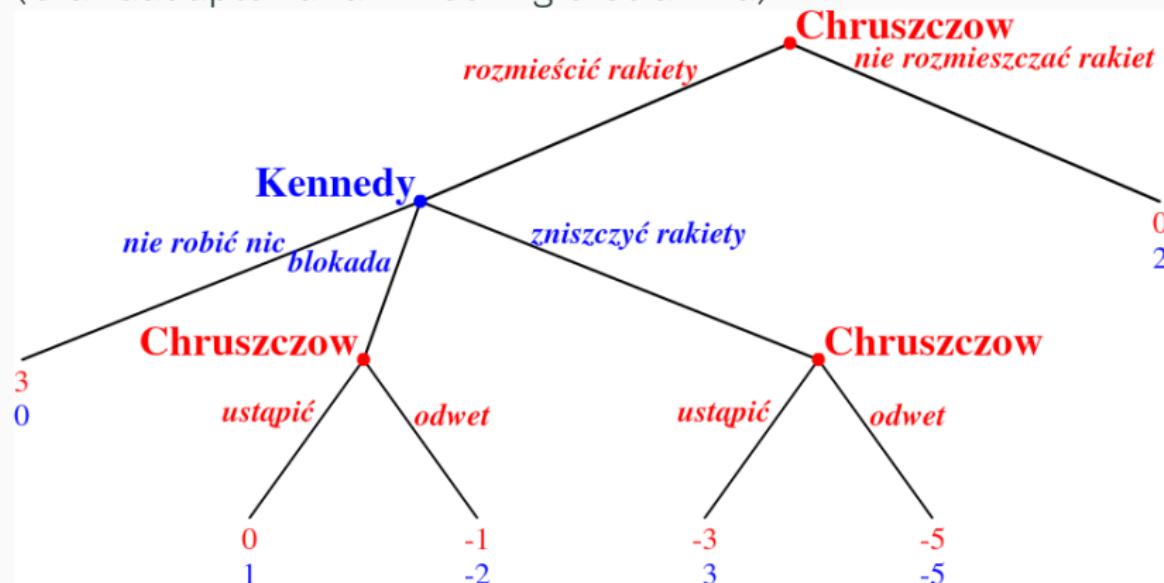
## Gry sekwencyjne

Uproszczony Kubański kryzys rakietowy z 1963 r. (przykład zaadaptowany z "Teorii gier Straffina")

- gracze: USA pod prezydenturą Kennedy'ego vs. ZSRR w reprezentacji Chruszczowa
- Chruszczow decyduje, czy zamieścić na Kubie pociski rakietowe
- Jeśli to się stanie, Kennedy może (1) nie robić nic, (2) ogłosić blokadę Kuby, (3) zniszczyć rakiety
- Chruszczow może następnie (1) ustąpić albo (2) przeprowadzić odwet

# Gry sekwencyjne

(Gra zaadaptowana z "Teorii gier Straffina")



## Rozwiążanie - indukcja wsteczna

- rozwiązuje się grę "od tyłu", wybierając optymalnie
- ostateczny wynik: *jednoznaczny*
- ..."zupełnie przypadkiem" jest to NE
- a konkretniej: **doskonała równowaga Nasha** w podgrach

# Doskonała równowaga Nasha w podgrach (SPNE)

## Definicja (SPNE)

*Doskonałą równowagą Nasha w podgrach nazwiemy profil, który wyznacza równowagę Nasha w każdej podgrze pierwotnej gry.*

# Doskonała równowaga Nasha w podgrach (SPNE)

## Definicja (SPNE)

*Doskonałą równowagą Nasha w podgrach nazwiemy profil, który wyznacza równowagę Nasha w każdej podgrze pierwotnej gry.*

A co to jest podgra?

- wycinek drzewa, którego wierzchołek w jednopunktowym zbiorze informacyjnym
- wszyscy 'potomkowie' danego wierzchołka z podgry należą do podgry
- podgra nie 'przecina' zbiorów informacyjnych

## Metoda zapisu

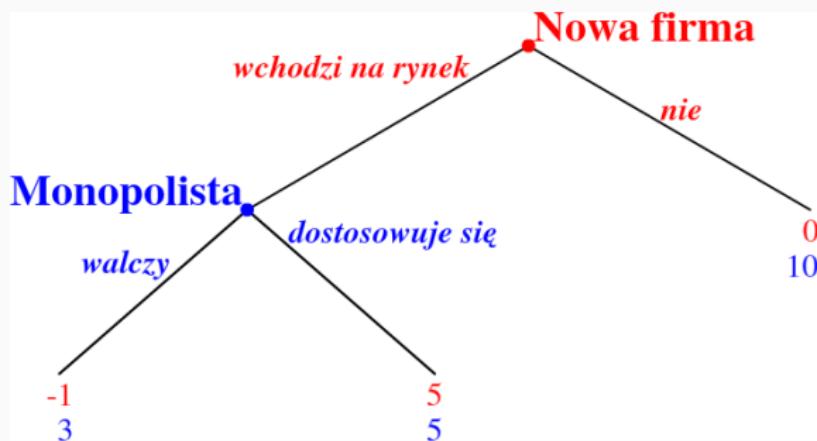
- tzw. postać rozwinięta (drzewko) gry
- służy nie tylko do gier sekwencyjnych! (trzeba tylko oznaczać *zbiory informacyjne*)

## Metoda zapisu

- tzw. postać rozwinięta (drzewko) gry
- służy nie tylko do gier sekwencyjnych! (trzeba tylko poznaczać *zbiory informacyjne*)
- można (i trzeba umieć!) przekształcać z macierzy na "drzewka" i odwrotnie
- ...więc dla sportu to zrobimy

## Prostszy przykład

Wejście nowej firmy na dotychczas zmonopolizowany rynek



- jaka jest macierz gry?
- jakie są wszystkie NE?
- jaka jest SPNE?

## Strategie mieszane

---

Wróćmy do podstaw...

---

# Strzelanie karnych (wersja uproszczona)

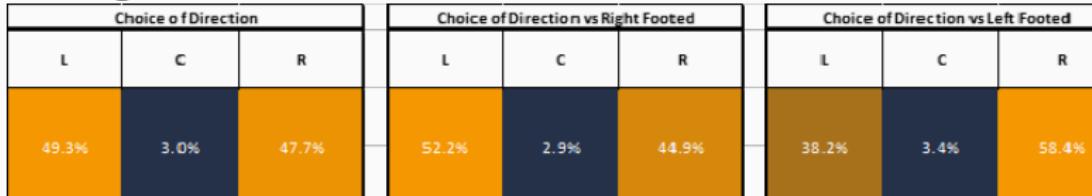
- Strzelec celuje w prawą stronę bramki lub lewą.
- Bramkarz rzuca się na prawą stronę lub lewą. Dla uproszczenia przyjmiemy, że jeśli rzuci się 'we właściwą', zawsze złapie piłkę.

		Bramkarz	
		P	L
Strzelec	P	(-1, 1)	(1, -1)
	L	(1, -1)	(-1, 1)

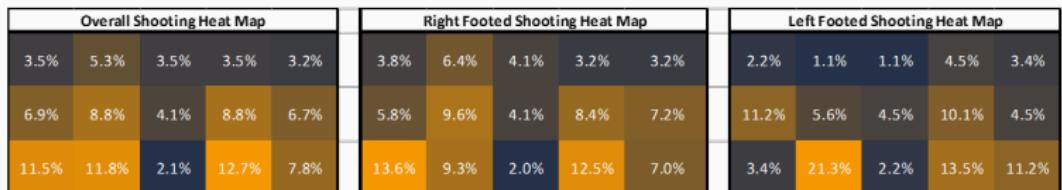
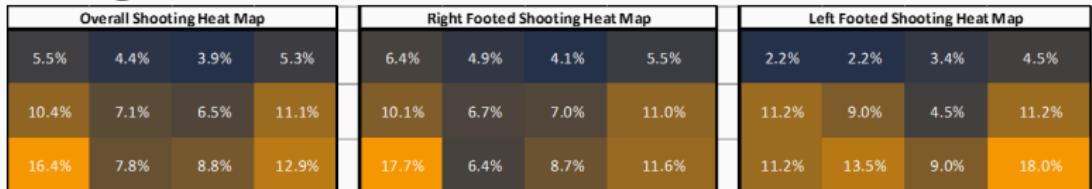
- jaka to gra? (już była na tym wykładzie...)
- jaką strategię tu grać?

# Zapytajmy piłkarzy!

- [thestatszone.com](http://thestatszone.com) kliknij tu do oryginalnego artykułu
- strategia bramkarza:



- strategia strzelca:



## Matching pennies c.d.

	Bramkarz	
	P	L
Strzelec	P	(-1, 1) (1, -1)
	L	(1, -1) (-1, 1)

- strategia 'rzuć monetą, a potem zagraj L jeśli O i P jeśli R' jest całkiem niezła przeciwko racjonalnemu przeciwnikowi  
– daje średnią wypłatę 0.
- jak taką strategię zapisać?

## Strategia mieszana

- Strategia mieszana to rozkład prawdopodobienstwa na zbiorze strategii czystych.
- jeśli  $a_1, a_2, \dots, a_k \in A$  to strategie czyste, to strategię mieszana możemy zapisać jako  $(p_1, p_2, \dots, p_n) \in [0, 1]^k$ , gdzie  $p_i = P(\text{gracz wybiera strategię } a_i)$  (oczywiście  $\sum_i p_i = 1$ )
- w szczególności, każda strategia czysta może być zapisana jako mieszana, np.  $a_1$  może być zapisana jako  $(1, 0, \dots, 0)$ .
- zbiór strategii mieszanych oznacza się (najczęściej)  $\Delta(A)$

## Uwaga – silne założenia!

- w analizie strategii mieszanych przyjmujemy "średnią" wypłatę z danej strategii
- ...formalniej: wartość oczekiwana
- to "nie wprost" zakłada pewną formę neutralności względem ryzyka
- ...chociaż nie jest aż tak silne, jak się wydaje – przy założeniu racjonalności przeciwnika

## Uwaga – silne założenia!

- w analizie strategii mieszanych przyjmujemy "średnią" wypłatę z danej strategii
- ...formalniej: wartość oczekiwana
- innymi słowy, przyjmujemy tu (znaną z mikroekonomii) teorię oczekiwanej użyteczności

## Formalna definicja

### Definicja

Niech  $(N, (A_i), (u_i))$  będzie grą. Rozszerzeniem tej gry o mieszane strategie będzie  $(N, \Delta(A_i), (U_i))$ , gdzie dla zadanego profilu strategii mieszanych  $\alpha \in \times_j \Delta(A_j)$  funkcja  $U_i$  wyznacza wartość oczekiwana z  $u_i$  indukowaną przez  $\alpha$

### Definicja

Równowagą Nasha w strategiach mieszanych gry w postaci strategicznej jest jest równowaga Nasha rozszerzenia tej gry.

# Ważne twierdzenie

## Twierdzenie

Każda skończona gra strategiczna ma (co najmniej jedną) równowagę Nasha (być może w strategiach mieszanych).

## Matching pennies - MSNE

	Bramkarz	
	P	L
Strzelec	P	(-1, 1) (1, -1)
	L	(1, -1) (-1, 1)

Profil  $(1/2, 1/2), (1/2, 1/2)$  jest (jedyną) równowagą Nasha tej gry.

# Strategie mieszane w innych klasycznych grach

- Wojna płci

		Mąż	
		Opera	Mecz
Żona	Opera	(1, 2)	(0, 0)
	Mecz	(0, 0)	(2, 1)

- jakie były NE w czystych?
- czy jest jakaś mieszana?

# Strategie mieszane w innych klasycznych grach

		Mąż	
		Opera	Mecz
Żona	Opera	(1, 2)	(0, 0)
	Mecz	(0, 0)	(2, 1)

Efektywność: załóżmy, że gracze grają strategię mieszana:

- jak często się spotykają?
- jaka jest ich oczekiwana wypłata?

## Strategie mieszane c.s.

- Polowanie na jelenia

		Kalliope	
		Jeleń	Zając
Artemis	Jeleń	(9, 9)	(0, 7)
	Zając	(7, 0)	(6, 6)

- jaka jest równowaga w strategiach mieszanych?

## Równowagi mieszane c.d.

- Dylemat więźnia (wersja z projektem w parach)

		Bartosz	
		Duży	Mały
Anna	Duży	(3, 3)	(0, 4)
	Mały	(4, 0)	(1, 1)

- jaka jest równowaga w strategiach mieszanych?

## Równowagi mieszane c.d.

- Gra w cykora

		Kierowca 2	
		Skręcić	Jechać prosto
Kierowca 1	Skręcić	(0, 0)	(-4, 4)
	Jechać prosto	(4, -4)	(-10, -10)

- jakie są równowagi w strategiach mieszanych?

## Równowagi – ogólny algorytm (dla gier 2x2)

- w grze 2-osobowej o 2 strategich arbitralną strategię gracza 1 da się zapisać z użyciem  $p \in [0, 1]$  (prawdopodobieństwo wyboru pierwszej strategii); dla gracza 2  $q$
- w układzie współrzędnych  $p, q$  rysujemy funkcje najlepszych odpowiedzi obu graczy
  - na ogół są to 'schodki'
  - ważne: kierunek rysowania!
- punkty przecięcia  $BR_1(q)$  i  $BR_2(p)$  to – z definicji – równowaga Nasha
  - Równowaga Nasha - profil strategii, które są najlepszymi odpowiedziami na siebie

# Mieszana dominacja

- rozważmy poniższą grę

		2	
1	A	A	B
	B	3, 0	0, 3
	C	0, 1	4, 1

- co możemy powiedzieć o strategii A?

# Mieszana dominacja

- rozważmy poniższą grę

		2
	A	B
1	A	1, 1    1, 0
	B	3, 0    0, 3
	C	0, 1    4, 1

- co możemy powiedzieć o strategii A?
- jak to sformalizować?

# Mieszana dominacja

- rozważmy poniższą grę

		2
	A	B
1	A	1, 1    1, 0
	B	3, 0    0, 3
	C	0, 1    4, 1

- co możemy powiedzieć o strategii A?
- jak to sformalizować? przypomnienie: ścisłe zdominowane strategie nie wchodzą w skład NE.

## Gry z niepewnością

---

# Niepewność w grze

- gry jednoczesne (gry z niedoskonałą, ale pełną informacją) np. poker, bitwa płci
- posunięcia losowe (gry "przeciwko Naturze")
- ... potem: gry z niepełną informacją

# Najprostsza gra przeciwko naturze

## Rybacy na Jamajce (Straffin)

- załogi rybaków na Jamajce muszą zdecydować o ustawieniu koszy do łowienia
- na łowiskach zewnętrznych można złowić więcej ryb...
- ...ale bywają tam silne prądy, które niszczą sieci (nieobserwowlane z poziomu wody)
- ...dodatkowo, na łowiska zewnętrzne potrzebne są lepsze łodzie
- są trzy strategie: ustawić wszystkie kosze na łowiskach wewnętrznych, wszystkie na zewnętrznych albo część na wewnętrznych, część na zewnętrznych

# Rybacy - analiza teoriogrowa

- Wypłaty (wynikające z analizy ekonomicznej)

		Natura	
		aktywne	nieaktywne
Rybacy	wewnętrzna	17.3	11.5
	pośrednia	5.2	17
	zewnętrzna	-4.4	20.6

- jaką strategię powinni zastosować rybacy?

## Rybacy - analiza c.d.

- obserwacje Davenporta: prądy morskie są aktywne przez 1/4 roku
- Rybacy *nigdy* nie stosowali strategii zewnętrznej: w 69% stosowali strategię wewnętrzną, w 31% pośrednią
- czy jest to zgodne z podejściem maksymalizacji oczekiwanej tj. (średniej) wypłaty?
- jak to wytłumaczyć?

## Rybacy - analiza c.d.

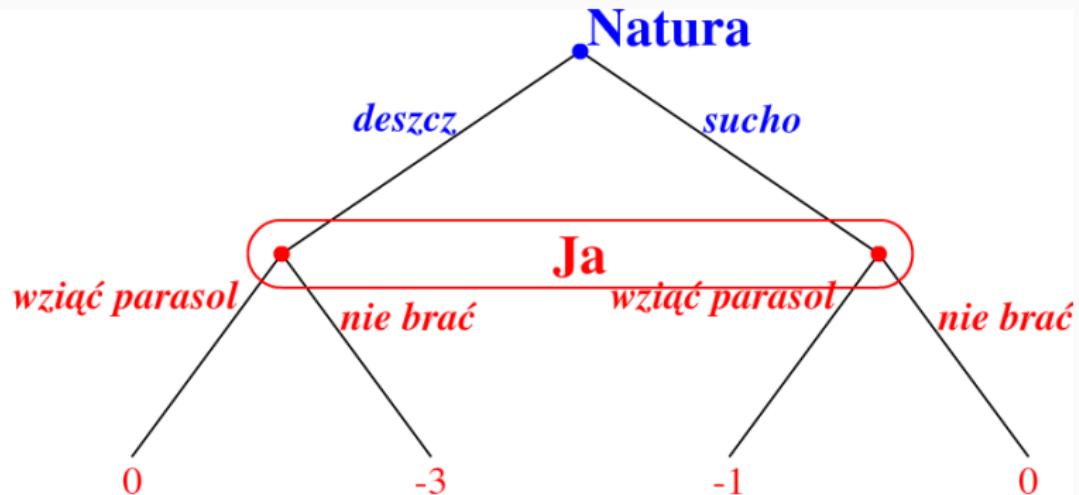
- obserwacje Davenporta: prądy morskie są aktywne przez 1/4 roku
- Rybacy *nigdy* nie stosowali strategii zewnętrznej: w 69% stosowali strategię wewnętrzną, w 31% pośrednią
- czy jest to zgodne z podejściem maksymalizacji oczekiwanej tj. (średniej) wypłaty?
- jak to wytłumaczyć?
- ogólnie: duży dział teorii gier zajmujący się *tylko tym zagadnieniem* (strategie minimaksowe, maksimaksowe, SEU)
- ...ale my (na WTG) zostaniemy przy EU!

# Gry z posunięciem losowym

Rozszerzenie gry o *niestrategicznego "gracza"* zwanego Naturą

- Natura nie wybiera strategii...
- ... ale zadaje rozkład prawdopodobieństwa na wypłatach
- ... w analizie - średnia wypłata

# Czy wziąć parasol?



# Biznesowa gra z niepewnością

## Rynek muzyczny

- Zeus Music jest liderem rynku w produkcji sprzętu audio
- Athena Acoustics jest firmą mniejszą, ale cenioną za jakość produktów
- Firmy opracowały nowy "heksafoniczny" dźwiękowy; czynnikiem niepewności jest wielkość rynku na nowy system
  - rynek mały (24 mln zysku)
  - rynek duży (40 mln zysku)
- Firmy muszą zdecydować, czy wypuścić produkt najwyższej jakości dla audiofilów (lepszy na mały rynek), czy też wyprodukować produkt tańszy, dla szerokiego odbiorcy

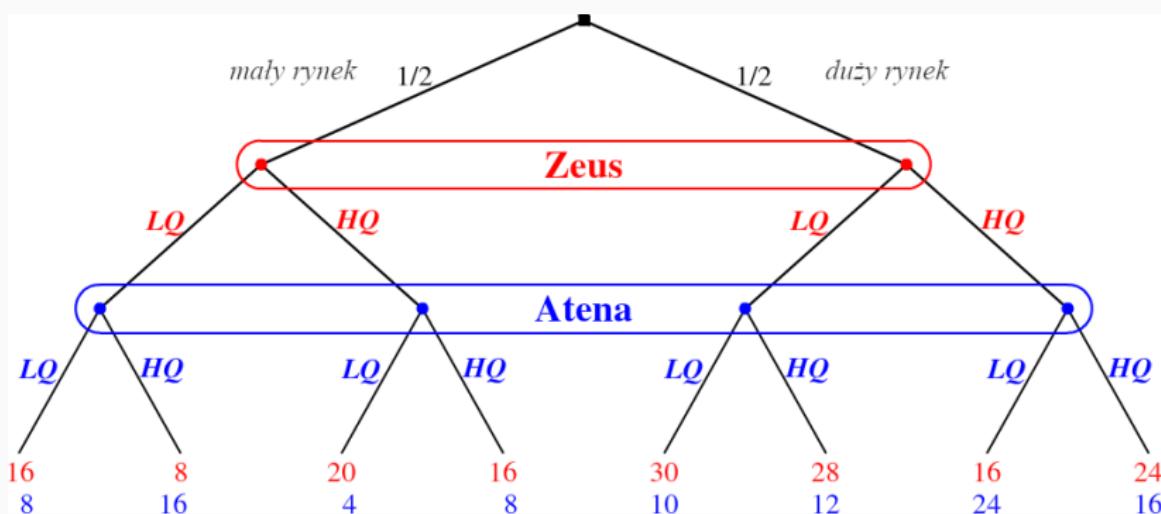
# Biznesowa gra z niepewnością

## Rynek muzyczny

- Zeus Music jest liderem rynku w produkcji sprzętu audio
- Atena Acoustics jest firmą mniejszą, ale cenioną za jakość produktów
- Firmy opracowały nowy "heksafoniczny" dźwiękowy; czynnikiem niepewności jest wielkość rynku na nowy system
  - rynek mały (24 mln zysku)
  - rynek duży (40 mln zysku)
- Firmy muszą zdecydować, czy wypuścić produkt najwyższej jakości dla audiofilów (na mały rynek), czy też wyprodukować produkt tańszy, dla szerokiego odbiorcy

# Informacja - wersja 1

- Zeus Music i Atena Acoustics podejmują decyzje równocześnie (lub: ukrywają swoje decyzje)



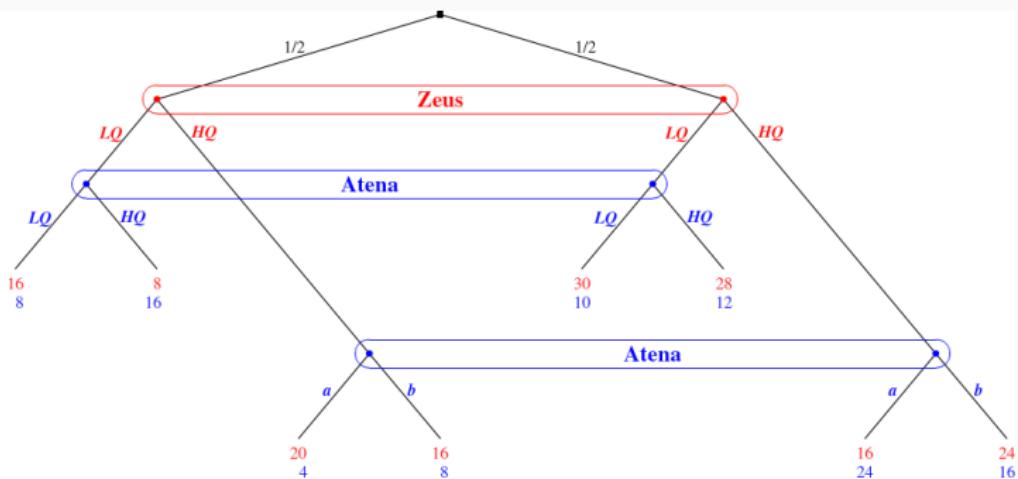
## Postać macierzowa

	Atena	
Zeus	<i>LQ</i>	<i>HQ</i>
<i>LQ</i>	9 23	14 18
<i>HQ</i>	14 18	12 20

- jakie są NE tej gry?

# Informacja - wersja 2

- Zeus Music jako lider podejmuje decyzję pierwszy; Atena się dostosowuje



## Postać macierzowa

Atena

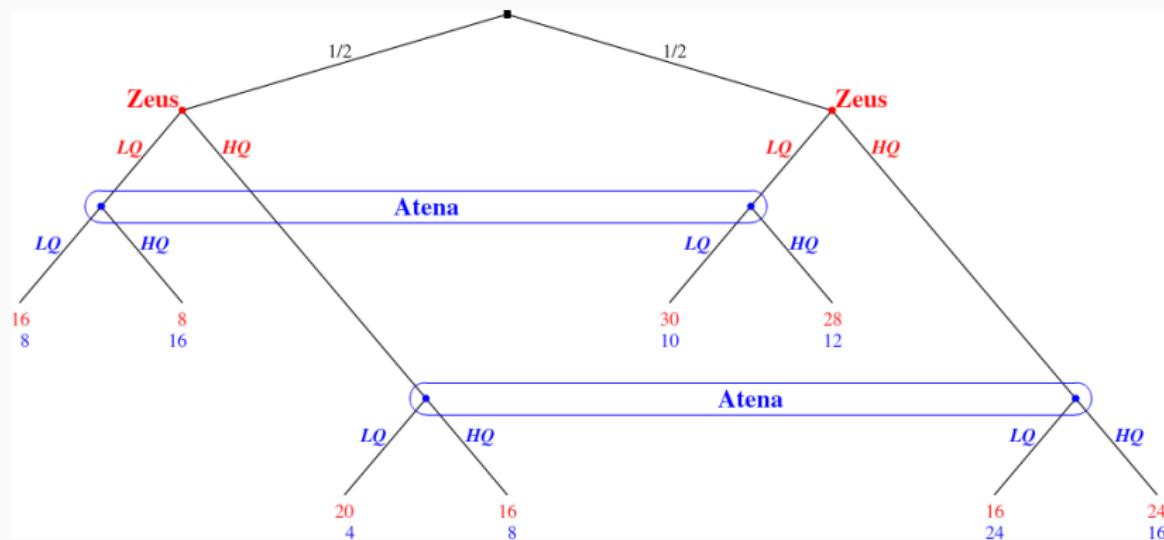
Zeus

		LQ, LQ, HQ, HQ, HQ			
		9	9	14	14
LQ		23	23	18	18
HQ	9	14	12	14	12
	HQ	18	20	18	20

- jakie są NE tej gry?

# Informacja - wersja 3

- Zeus Music przeprowadza badanie rynku



## Postać macierzowa

**Atena**

		<b>LQ,LQ,HQHQ,LHQHQ,HQ</b>			
		9	9	14	14
<b>Zeus</b>	<b>LQ,LQ</b>	23	23	18	18
	<b>LQ,HQ</b>	16	12	20	16
<b>HQ,LQ</b>	<b>HQ,LQ</b>	16	20	12	16
	<b>HQ,HQ</b>	7	9	8	10
<b>HQ,HQ</b>	<b>LQ,LQ</b>	25	23	24	22
	<b>LQ,HQ</b>	14	12	14	12
<b>LQ,HQ</b>	<b>HQ,LQ</b>	18	20	18	20
	<b>HQ,HQ</b>				

## Postać macierzowa

		Athena			
		<u>LQ,LQ</u> , <u>LQ,HQ</u> , <u>LQHQ</u> , <u>HQHQ</u>			
		9	9	14	14
Zeus		23	23	18	18
<u>LQ,LQ</u>		16	12	20	16
<u>LQ,HQ</u>		16	20	12	16
<u>HQ,LQ</u>		7	9	8	10
<u>HQHQ</u>		25	23	24	22
		14	12	14	12
		18	20	18	20

- jaką jest optymalna strategia Ateny?
- czemu się zmieniła?