



Álgebra - Curso de Verão - UFV

2ª Lista de Exercícios – 2015

Prof. José Antônio O. Freitas

Exercício 1: Seja G um grupo tal que $x^1 = 1$ para todo $x \in G$. Mostre que G abeliano.

Exercício 2: Seja G um grupo. Defina $G' = \langle \{xyx^{-1}y^{-1} \mid x, y \in G\} \rangle$. Mostre que

- (a) G' um subgrupo normal de G .
- (b) G/G' é abeliano.
- (c) G' é o menor subgrupo normal de G com esta propriedade, isto é, se $H \trianglelefteq G$ é tal que G/H é abeliano, então $G' \subseteq H$.

O subgrupo G' chamado de **subgrupo de comutadores**.

Exercício 3: Seja G um grupo finito e sejam $K < H < G$. Mostre que

$$[G : K] = [G : H][H : K].$$

Exercício 4: Sejam G um grupo e $a, b \in G$. Mostre que $(a^{-1}ba)^n = a^{-1}b^na$ para todo $n \in \mathbb{Z}$.