



# X Workshop de Verão em Matemática

De 19/fev a 23/fev de 2018

Livro de Resumos (Book of Abstracts)















XLVIII ESCOLA DE VERÃO EM MATEMÁTICA

XI Workshop de Verão em Matemática

Livro de Resumos

## Universidade de Brasília

Universidade de Brasília Instituto de Ciências Exatas Departamento de Matemática Campus Universitário Darcy Ribeiro 70910-900 Brasília - DF

XLVIII Escola de Verão em Matemática XI Workshop de Verão em Matemática

Reitor(a) da Universidade de Brasília: Márcia Abrahão Moura Diretor(a) do Instituto de Ciências Exatas: Gladston Luiz da Silva Chefe do Departamento de Matemática: Ricardo Ruviaro Coordenador(a) de Extensão: Regina da Silva Pina Neves Coordenador(a) de Pós-Graduação: Marcelo Fernandes Furtado

Coordenadores da XLVIII Escola de Verão em Matemática e do XI Workshop de Verão em Matemática: Giovany Figueiredo (UnB) Raimundo Bastos (UnB) Marcos Pimenta (Unesp)

Coordenadores de Áreas do XI Workshop de Verão em Matemática:

Álgebra e Teoria dos Números: Emerson de Melo

Análise: Jaqueline G. Mesquita

Educação Matemática: Regina da Silva Pina Neves

Geometria: Tarcísio Casto

Dinâmica de Fluidos: Yuri Dumaresq Sobral Probabilidade: Paulo Henrique P. da Costa

Sistemas Dinâmicos: André Caldas

Teoria da Computação: Daniele Nantes Sobrinho

Elaboração do Livro de Resumos: Antonio Marcos Duarte de França

Projeto Gráfico da Capa: Henrique Costa dos Reis

### Prefácio

Caros participantes,

É com enorme prazer que lhes damos as boas-vindas ao XI Workshop de Verão em Matemática, realizado entre os dias 18 e 22 de Fevereiro de 2019, paralelamente aos cursos da XLVIII Escola de Verão do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília.

A Escola de Verão do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília foi idealizada no início dos anos 70 e, nestes mais de quarenta anos de tradição, tem fomentado em diversos níveis o intercâmbio científico-cultural entre seus participantes. Estas interações acadêmicas são fundamentais para o progresso do conhecimento e para propiciar colaborações de pesquisa de valor inestimável. De fato, o Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade de Brasília, atualmente avaliado com nota 7 na CAPES, muito tem se beneficiado de um ambiente acadêmico ativo e produtivo e, de fato, eventos como o Workshop foram importantes para que nosso programa de pós-graduação atingisse este nível de excelência.

Neste evento serão promovidas palestras de divulgação científica e minicursos em diferentes áreas de interesse, fornecendo aos participantes da Escola de Verão uma visão diversificada sobre variados tópicos de pesquisa em Matemática, em especial nas áreas de interesse dos pesquisadores do MAT/UnB. O principal objetivo destas atividades consiste no intercâmbio e divulgação de trabalhos desenvolvidos pelos pesquisadores e estudantes de pós-graduação participantes do evento. Assim, gostaríamos de agradecer todo o suporte e empenho dos subcoordenadores de áreas do Workshop e das secretarias de graduação e de pós-graduação do Departamento de Matemática.

Agradecemos, em especial, o apoio substancial da Universidade de Brasília, da FAP-DF e da CAPES, que nos concederam recursos essenciais para a organização deste evento.

Finalmente, apenas nos resta desejá-los uma excelente estadia em Brasília e na Universidade de Brasília. Assistam a muitas palestras, interajam com várias pessoas, aprendam muita matemática e, acima de tudo, DIVIRTAM-SE!

Um grande abraço,

Giovany Figueiredo (UnB), Raimundo Bastos (UnB) e Marcos Pimenta (Unesp) Coordenadores do XI Workshop de Verão em Matemática e da XLVIII Escola de Verão do MAT-UnB

## Álgebra e Teoria dos Números

#### FC-grupo com poucas órbitas por automorfismos

Alex Carrazedo Dantas (alexcdan@gmail.com) Universidade de Brasília

Resumo. Seja G um grupo. As órbitas da ação de  $\operatorname{Aut}(G)$  sobre G são chamadas de órbitas por automorfismos de G e a quantidade de órbitas por automorfismo de G é denotada por  $\omega(G)$ . Nessa apresentação, vamos mostrar que se G é um FC-grupo com uma quantidade finita de órbitas por automorfismos, então o subgrupo derivado G' é finito e G admite uma decomposição  $G = \operatorname{Tor}(G) \times D$ , onde  $\operatorname{Tor}(G)$  é o subgrupo de torção de G e D é um subgrupo característico e divisível de  $\operatorname{Z}(G)$ . Também iremos mostrar que se G é um FC-grupo infinito com  $\omega(G) \leqslant 8$ , então G é solúvel ou  $G \cong A_5 \times \operatorname{Z}(G)$ . Além disso, iremos descrever a estrutura dos FC-grupos infinitos e não solúveis com no máximo 11 órbitas por automorfismos.

Trabalho em conjunto com Raimundo A. Bastos.

### Extensões de Hopf-Ore

Alveri Alves Sant'Ana (alveri@mat.ufrgs.br) Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Resumo. Extensões de Ore tem aparecido com frequência no contexto de álgebras de Hopf. Recentemente, Panov introduziu na literatura as extensões Hopf-Ore, caracterizando aquelas que são geradas por elementos skew-primitivos. Se R é uma algebra de Hopf e S é uma extensão de Ore de R, dizemos que S é uma extensão Hopf-Ore de R, se R é uma subálgebra de Hopf de S. Pretendemos nesta palestra apresentar o resultado de Panov, bem como uma generalização do mesmo para o contexto de álgebras de Hopf fracas.

Obtido em parceria com Christian Lomp e Ricardo Santos.

### Algebras with involution and bounded colength

Ana Cristina Vieira (acvufmg2011@gmail.com) Universidade Federal de Minas Gerais

**Resumo**. In the last years several authors have been studying the behavior of a special character associated to algebras endowed with involution, called \*-cocharacter. In this talk we exhibit the decomposition of the \*-cocharacter for some important algebras with involution and compute the number of irreducibles appearing in that decomposition to form the sequence of \*-colengths. As a

consequence we classify the algebras with involution such that the sequence of \*-colengths is bounded by three.

This is a joint work with D. La Mattina and T. Nascimento.

#### From PDEs to automata groups

Andrzej Zuk (andrzej.zuk@imj-prg.fr) Université Paris 7

**Resumo**. We present a construction with associates to the KdV equation a group generated by an automata. It is related to L2 Betti numbers which are homotopy invariants of closed manifolds.

### Sobre Anéis Graduados cuja Componente Neutra é Nil

Antonio Marcos Duarte de França (mardua13@gmail.com) Universidade de Brasília

Resumo. Sejam  $\mathfrak A$  uma álgebra associativa sobre um corpo  $\mathbb F$  graduada por um grupo  $\mathsf G$  e e o elemento neutro de  $\mathsf G$ . É bem conhecido que se  $\mathsf G$  é finito e  $\mathfrak A_e$  é uma PI-álgebra, então  $\mathfrak A$  é também uma PI-álgebra. Nós estudamos um caso específico deste resultado e respondemos a seguinte questão: o que podemos dizer sobre  $\mathfrak A$  quando  $\mathfrak A_e$  é nil/nilpotente, onde  $\mathfrak A$  é um anel associativo (ou uma  $\mathbb F$ -álgebra) com uma  $\mathsf G$ -graduação? Neste sentido, nós estudamos a classe de anéis (associativos)  $\mathsf G$ -graduados cuja componente neutra é nil. Sob certas condições, nós provamos todo anel  $\mathsf G$ -graduado com componente neutra nil é um anel nil. Entre outros resultados, aplicando o Teorema de Nagata-Higman, nós apresentamos uma importante aplicação de nossos resultados. Além disso, nós exibimos uma considerável relação entre anéis graduados e o Problema de Köthe.

Trabalho em conjunto com Irina Sviridova (UnB).

# Formas diagonais sobre a extensão quadrática não ramificada de $\mathbb{Q}_2$

Bruno de Paula Miranda (brunodpmiranda@gmail.com) Universidade de Brasília

Resumo. Em 1963, Davenport e Lewis provaram que se a forma aditiva  $f(x) = a_1 x_1^d + \cdots + a_N x_N^d$  com coeficientes em  $\mathbb{Q}_p$ , o corpo dos números p-ádicos, satisfizer  $N > d^2$ , então existe solução não trivial para f(x) = 0. Muito estudo tem sido realizado a fim de generalizar esse resultado para extensões finitas de  $\mathbb{Q}_p$ . Aqui, estudamos o caso  $f(x) \in K[x]$  com K sendo a extensão quadrática não ramificada de  $\mathbb{Q}_2$  e verificamos que se d não é potência de 2, então  $N > d^2$  garante a existência de solução não trivial para f(x) = 0.

### Grupos auto-similares

#### ${\bf Dessislava\ H.\ Kochloukova\ (desi@ime.unicamp.br)}$

Universidade Estadual de Campinas

**Resumo**. Vamos discutir algumas classes de grupos auto-similares que agem transitivamente no primeiro nível da árvore regular e que são de tipo homologico FPm incluindo grupos S-aritméticos e metabelianos.

Os resultados desta pesquisa foram obtidos junto com Said Sidki (UnB).

# Central polynomials with involution for $2 \times 2$ upper triangular matrices algebra.

 ${\bf Dimas\ José\ Gonçalves\ (\tt dimas@dm.ufscar.br)}$ 

Universidade Federal de São Carlos

**Resumo**. Let  $UT_2(F)$  be the  $2 \times 2$  upper triangular matrices algebra over a field F of characteristic different from 2. Consider an involution of the first kind on  $UT_2(F)$ . In this talk we will describe the set of all \*-central polynomials for this algebra.

This is a joint work with Ronald I. Q. Urure.

# Identities and Isomorphisms of Upper Block Triangular Matrix Algebras

Diogo Diniz Pereira da Silva e Silva (diogo@mat.ufcg.edu.br) Universidade Federal de Campina Grande

**Resumo**. Let  $(d_1, \ldots, d_n)$  be an *n*-tuple of positive integers and F a field. The corresponding algebra  $UT(d_1, \ldots, d_n)$  of upper block triangular matrices is the subalgebra of  $M_m(F)$ , where  $m = d_1 + \cdots + d_n$ , consisting of the matrices

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ 0 & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

where  $A_{ij}$  is a block of size  $d_i \times d_j$ . These algebras play an important role in the classification of minimal varieties of a given exponent ([3]).

The gradings, by a finite abelian group, on upper block triangular matrix algebras algebras (over an algebraically closed field of characteristic zero) were classified in [4]. This classification is in terms of gradings where the elementary matrices are homogeneous, called elementary gradings, and fine gradings on matrix algebras. In this talk we describe the (graded) isomorphism classes of these algebras. Moreover, we describe the graded identities for elementary gradings with commutative neutral component. These are the main results of [1] and [2].

#### References

- [1] A. R. Borges, C. Fidelis, D. Diniz, *Graded isomorphisms on upper block triangular matrix algebras*, Linear Algebra and its Applications, In Press.
- [2] D. Diniz, T. C. de Mello, *Graded identities of block-triangular matrices*, Journal of Algebra **464** (2016) 246–265.
- [3] A. Giambruno, M. Zaicev, Minimal varieties of algebras of exponential growth, Advances in Mathematics 174 (2003) 310–323.
- [4] A. Valenti, M. V. Zaicev, Abelian gradings on upper block triangular matrices Canadian Mathematical Bulletin **55** (2012) 208–213.

#### Around Specht problem

Elena Aladova (aladovael@mail.ru) Universidade Federal do Rio Grande do Norte

**Resumo**. The present talk is an overview of results concerning to the finite basis problem for associative algebras. This problem was formulated by W. Specht in 1950 for associative algebras over the field of rational numbers. Afterwards, it was considered for associative and non-associative algebras over an arbitrary fields and at present time it is known as *Specht problem*. We concentrate our attention on joint results with A.N. Krasilnikov, in particular, on the finite basis problem for associative algebras satisfying the identity  $x^n = 0$ .

# Grupos nos quais as classes de conjugação contendo comutadores são limitadas

Gláucia Lenita Dierings (glauciadierings@yahoo.com.br) Universidade de Brasília

**Resumo**. Dado um grupo G e um elemento  $x \in G$ , escrevemos  $x^G$  para a classe de conjugação contendo x. Um grupo é dito ser um BFC-grupo se suas classes de conjugação são finitas de tamanho limitado. B. H. Neumann demonstrou que se G é um BFC-grupo, então o grupo derivado G' é finito. O primeiro limitante para a ordem de G' foi encontrado por J. Wiegold em 1957. Nós estamos interessados em grupos nos quais as classes de conjugação contendo comutadores são finitas de tamanho limitado. Obtemos os seguintes resultados:

**Teorema 1**. Se  $|x^G| \le n$  para qualquer comutador  $x \in G$ , então o segundo grupo derivado G'' tem ordem finita n-limitada.

**Teorema 2**. Se  $|x^{G'}| \leq n$  para qualquer comutador  $x \in G$ , então  $\gamma_3(G')$  tem ordem finita n-limitada.

Este trabalho foi realizado em parceria com Pavel Shumyatsky (UnB).

### Virtually free groups and integral representations

Igor dos Santos Lima (igor.matematico@gmail.com) Universidade Federal de Goiás

**Abstract**. Let  $G = F \rtimes H$  be a semidirect product of a free group F and a finite group H. The H-module structure of the abelianization  $F^{ab}$  is described in terms of splitting of G as the fundamental graph of a graph of finite groups.

This is a joint work with Pavel Zalesskii (UnB) accepted for publication in the Journal of Algebra (2017).

#### Problema de especialidade para álgebras de Malcev

Ivan Shestakov (ivan.shestakov@gmail.com)
Universidade de São Paulo (IME-USP)

Resumo. Uma álgebra de Malcev chama-se especial se ela é isomorfa a uma subálgebra de álgebra comutador  $A^{(-)}$  para uma álgebra alternativa A. O problema do Malcev, planteada em 1955, se trata de verificar se cada álgebra de Malcev é especial, ou seja, se um análogo do famoso teorema de Poincare-Birkhoff-Witt é valido para as álgebras de Malcev. Nos construímos um exemplo de álgebra de Malcev que não é especial. Assim, o problema do Malcev, tem uma solução negativa.

É um trabalho conjunto com A.Buchnev, V.Filippov e S.Sverchkov.

### Sobre alguns problemas relacionados aos números de Liouville

Jean Carlos de Aguiar Lelis (jeanlelis.math@gmail.com) Universidade de Brasília

Resumo. O conjunto dos números de Liouville tem sido objeto de vários estudos devido sua importância para a Teoria dos Números Transcendentes. Os números de Liouville são os primeiros exemplos de números transcendentes, e são números cuja transcendência é mais facilmente demonstrada, e por isso nosso interesse nesse conjunto. Nessa palestra falaremos um pouco sobre alguns problemas relacionados a números de Liouville, e sobre alguns resultados que temos obtido estudando esse conjunto e alguma generalizações dele.

# Finite groups admitting automorphisms with nilpotent centralizers

Jhone Caldeira (jhone@ufg.br) Universidade Federal de Goiás

**Resumo**. Let A be a group which acts by automorphisms on a group G. We denote by  $C_G(A)$  the centralizer of A in G (the fixed-point subgroup). Very often the structure of  $C_G(A)$  has strong influence over the structure of G. In particular, some attention was given to the situation where a

Frobenius group FH acts by automorphisms on a finite group G (recently prompted by Mazurov's problem 17.72 in the Kourovka Notebook). We present some examples about this phenomenon.

### The path coalgebra as a right adjoint functor

John MacQuarrie (john@mat.ufmg.br)
Universidade Federal de Minas Gerais

**Resumo**. As Kostiantyn Iusenko (USP) will explain in his short course this week, a finite dimensional algebra A can be well understood via a finite directed graph (known as a quiver) by constructing an algebra from the quiver having A as a well-behaved quotient. Recently, Kostiantyn and I made the relationship between algebras and quivers functorial, obtaining an informative adjunction. This relationship passes to inverse limits, by considering "pseudocompact" quivers on one side and pseudocompact algebras on the other. Working with Kostiantyn and Samuel Quirino (USP), a similar adjunction is obtained for abstract quivers and arbitrary coalgebras. This construction yields a different generalization to the pseudocompact case. I'll explain all the main ideas involved.

### Cálculo do grupo $\nu(G)$ de grupos metacíclicos

Juliana Silva Canella (jscanella@gmail.com) Universidade de Brasília

**Resumo**. Seja G um grupo metacíclico (infinito e finito). Nesta palestra mostraremos as técnicas usadas para o cálculo de uma apresentação para o grupo  $\nu(G)$  e suas respectivas sessões como o  $G \otimes G$ ,  $G \wedge G$ ,  $\Delta(G)$ , M(G).

Este trabalho foi realizado em parceria com Noraí Romeu Rocco (UnB).

### Zeros p-ádicos de Formas Aditivas

Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues (paulo.mat.ufg@gmail.com) Universidade de Goiás

**Resumo**. Falaremos sobre condições suficientes para que polinômios diagonais tenham zeros não triviais sobre corpos p-ádicos e em alguns casos mostrar que as condições obtidas são as melhores possíveis.

### Gradings and graded identities for upper triangular matrices: Lie and Jordan algebras

Plamen Koshlukov (plamen@ime.unicamp.br) Universidade Estadual de Campinas **Resumo**. We describe the gradings by an arbitrary group, on the Lie and on the Jordan algebra of the upper triangular matrices of any order. In the Lie case one obtains a reasonably complete description of the corresponding graded identities while in the Jordan case such a description seems to be quite difficult.

It should be noted that in both the Lie and the Jordan cases, there appear some "strange" gradings. Let us recall that in the associative case it is known that every group grading is, up to isomorphism, elementary. Moreover, the graded identities of such gradings are also well known. Thus in the Lie and the Jordan cases there appear sharp differences from the associative one.

# Segundo peso mínimo de Hamming de códigos projetivos de Reed-Muller

Victor Gonzalo Lopez Neumann (glopezneumann@gmail.com) Universidade Federal de Uberlândia.

Resumo. Os códigos projetivos de Reed-Muller foram introduzidos por Lachaud em 1988. Sua dimensão e distância mínima foram calculados por Serre e Sorensen em 1991. A distribuição de pesos de Hamming permite estudar a performance de um código, é por isto que o conhecimento do segundo peso mínimo e os seguintes pesos é importante em teoria de códigos. No entanto, até 2017 pouco se sabia sobre os pesos de Hamming para os códigos projetivos de Reed-Muller, inclusive sobre o segundo peso mínimo de Hamming. Nesta palestra, apresentamos as ideias de geometria finita que nos permitiram calcular o segundo peso de Hamming dos códigos projetivos de Reed-Muller na maior parte dos casos. Trabalhamos no corpo finito com q elementos, onde q é maior ou igual a 2. Em particular, determinamos completamente o segundo peso para q=2 e q=3.

Este trabalho foi realizado em parceria com o prof. Cícero Carvalho.

## Análise

### On the blow-up phenomena for short an long waves interactions

Adán J. Corcho (adan@im.ufrj.br) Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Abstract**. We will show that for the Schrödinger-Korteweg-de Vries system the formation of singularities appears for "focusing" interactions of the nonlinearities. The results are surprising since that both nonlinearities are subcritical for classical nonlinear Schrödinger and KdV equations.

# Existência de solução para uma classe de problemas envolvendo o Laplaciano Fracionário em $\mathbb{R}^N$ via Teoria da Bifurcação.

Claudianor Alves (coalvesbr@yahoo.com.br) Universidade Federal de Campina Grande

**Resumo**. Nesta palestra iremos apresentar alguns resultados recentes envolvendo a existência de solução para uma classe de problemas envolvendo o Laplaciano fracionário em todo  $\mathbb{R}^N$ . As principais ferramentas usadas são: O grau de Leray-Schauder, O índice de Leray-Schauder, O Teorema de Crandal -Rabinowitz e o Teorema Global de Bifurcação devido a Rabinowitz.

Este é um trabalho em conjunto com os Professores Alânnio Nóbrega e Romildo de Lima da UFCG.

# Fixed points of multivalued maps under local Lipschitz conditions

Claudio A. Gallegos (claudio.gallegos@usach.cl) University of Santiago

**Resumo**. We are concerned with the existence of fixed points for multivalued maps defined on Banach spaces. Using the Banach spaces scale concept, we establish the existence of a fixed point of a multivalued map in a vector subspace where the map is locally Lipschitz continuous. We apply our results to the existence of mild solutions and asymptotically almost periodic solutions of an abstract Cauchy problem governed by a first order differential inclusion.

Joint work with Hernán R. Henríquez.

#### References

[1] Gallegos C. A., Henríquez H. R., Fixed points of multivalued maps under local Lipschitz conditions and applications. (Submitted)

#### Monotone impulsive dynamical systems

Everaldo de Mello Bonotto (ebonotto@icmc.usp.br) Universidade de São Paulo (ICMC - USP)

**Resumo**. This talk is concerned with the theory of impulsive dynamical systems. We exhibit sufficient conditions for a set to be Zhukovskij quasi stable in dissipative monotone impulsive systems. Also, some recursive properties as minimality and recurrence are related with monotone impulsive systems.

#### References

[1] E. M. Bonotto, Monotone impulsive dynamical systems. Collect. Math., (2018), 17-24.

#### On the Schrödinger-Bopp-Podolsky system

Gaetano Siciliano (gaetano.siciliano@gmail.com) Universidade de São Paulo (IME - USP)

Resumo. We consider a new model describing the interaction between matter and electromagnetic field: indeed the matter is described by the Schrödinger Lagrangian and the electromagnetic field by a Lagrangian introduced by B. Podolsky in 1942, which is more refined with respect to the classical Maxwell Lagrangian. In contrast to the quasilinear model studied by O. Kavian and in a previous work in collaboration with G. Figueiredo, this model still gives rise to a linear operator for the electric field whose fundamental solution is known. Nevertheless, also in this case truncation arguments have to be used to obtain solutions by Mountain Pass arguments.

## Existence of solutions for a NSE with discontinuous nonlinearity

Gelson Conceicao Goncalves dos Santos (cgelson@ymail.com) Universidade Federal do Pará

Resumo. Apresentaremos um estudo de existência de solução positiva para uma classe de equação não linear de Schrödinger com não linearidade descontinua e duas novas classes de potencias introduzida recentemente por Alves. Nossas principais ferramente para este estudo foram o método de penalização de Del Pino e Felmer e a teoria dos pontos críticos para funcionais localmente Lipschitz.

# Concave-convex structure for a nonlocal and nonhomogeneous problem

Gustavo Madeira (gfmadeira@dm.ufscar.br) Universidade Federal de São Carlos Resumo. We are concerned in this lecture with existence of multiple solutions for a class of nonlocal and nonhomogeneous elliptic problems. The nonlocal term is a Kirchhoff type term and the operator includes several examples like p-laplacian, p&q-laplacian, p-mean curvature, among others appearing in the applications. A particular important example of source term is a combination of convex and concave functions. The results to be discussed establish the existence of infinitely many solutions of negative energy (which converge to zero uniformly) and infinitely many solutions of positive energy. The existence of at least two positive solutions to the problem will be also proved. In the final part of the lecture some extentions will be also discussed.

# On a Kirchhoff-Schrödinger equation in $\mathbb{R}^2$ involving critical exponential growth

Henrique Rennó Zanata (henriquerz@hotmail.com) Universidade de Brasília

Abstract. We will present existence results of nonnegative ground state solution to the problem

(P) 
$$m \left( \int_{\mathbb{R}^2} (|\nabla u|^2 + b(x)u^2) dx \right) (-\Delta u + b(x)u) = A(x)f(u) \quad \text{in} \quad \mathbb{R}^2,$$

where  $m:[0,\infty)\to(0,\infty)$  and  $f:\mathbb{R}\to[0,\infty)$  are continuous functions and  $b,A\in L^\infty_{loc}(\mathbb{R}^2)$ . The potential b can be negative or vanish on sets with positive measure and the nonlinearity f has critical growth in the sense of Trudinger-Moser inequality. We consider suitable assumptions on b, A and f that allow us to treat this problem variationally in the space

$$H := \left\{ u \in W^{1,2}(\mathbb{R}^2) : \int_{\mathbb{R}^2} b(x)u^2 \, \mathrm{d}x < \infty \right\}.$$

The solution is obtained from the Mountain Pass Theorem.

Joint work with Marcelo F. Furtado (UnB).

# Generalized N-Laplacian equations involving critical exponential growth and concave terms in $\mathbb{R}^N$

Jefferson Abrantes dos Santos (jeffer.abrantes@gmail.com ) Universidade Federal de Campina Grande

**Resumo**. In this work we establish the existence and multiplicity of nonzero and nonnegative solutions for a class of quasilinear elliptic equations, known as Generalized N-Laplacian, whose nonlinearity is allowed to enjoy the critical exponential growth with respect to a version of the Trudinger-Moser inequality and it can also contain concave terms in  $\mathbb{R}^N$  ( $N \ge 2$ ). In order to obtain our results, we combine variational arguments in a suitable subspace of a Orlicz-Sobolev space with a version of the Trudinger-Moser inequality and Ekeland Variational Principle. In a particular case, we show that the solution is a positive ground state.

Joint work with Uberlandio B. Severo (DM/UFPB).

#### Unbounded attractors under perturbations

Juliana Pimentel (juliana.pimentel@ufabc.edu.br) Universidade Federal do ABC

**Resumo**. We put forward the recently introduced notion of unbounded attractors. These objects will be addressed in the context of a class of 1-D semilinear parabolic equations. The nonlinearities are assumed to be non-dissipative and, in addition, defined in such a way that the equation possesses unbounded solutions as time goes to infinity. Small autonomous and non-autonomous perturbations of these equations will be treated.

This is based on joint work with A. Carvalho and S. Bruschi.

# Existence and multiplicity of positive solutions for a class of singular and nonlocal quasilinear problems

Lais Moreira (matmslais@gmail.com) Universidade de Brasília

**Resumo**. In this talk, I am going to present branches of multiplicity and non-existence of positive  $W_{loc}^{1,p}(\Omega)$ -solutions for the strong singular  $\lambda$ -problem

$$-\Big(\int_{\Omega}g(u)dx\Big)^{r}\Delta_{p}u=\lambda\Big(a(x)u^{-\delta}+b(x)u^{\beta}\Big) \ \ \text{in} \ \ \Omega, \quad \ u>0 \quad \text{in }\Omega \quad \text{and} \ \ u=0 \ \ \text{on } \partial\Omega$$

and  $W_0^{1,p}(\Omega)$ -solutions for the strong singular Kirchhoff  $\lambda$ -problem

$$-M(\parallel \nabla u \parallel_p^p) \Delta_p u = \lambda \Big( a(x) u^{-\delta} + b(x) u^{\beta} \Big) \quad \text{in} \quad \Omega, \quad u > 0 \quad \text{in } \Omega \quad \text{and} \quad u = 0 \quad \text{on } \partial \Omega,$$

where  $\|\cdot\|_p$  denotes the norm of  $L^p(\Omega)$ ,  $\delta > 1$ ,  $0 < \beta < p-1$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ,  $0 \le a,b$  are measurable functions, 0 < g is a continuous function and  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  is a smooth bounded domain.

Besides this, we present some results to  $\lambda$ -problem

$$-\Big(\int_{\Omega}g(u)dx\Big)^{r}\Delta_{p}u=\lambda f(u) \ \text{ in } \ \Omega, \quad u>0 \quad \text{in } \Omega \quad \text{and} \ u=0 \ \text{ on } \partial\Omega$$

when no requirement about monotonicity under f is done.

Our approach is based on sub-supersolutions techniques, bifurcation theory and a Comparison Principle proved by us for sub-supersolutions in  $W_{loc}^{1,p}(\Omega)$  for a p-Laplacian problem perturbed by a singular term at zero and by a (p-1)-sublinear term at infinity.

This is a joint work with Carlos Santos (UnB).

#### References

[1] Alves, C. O, Covei, D., Existence of solution for a class of nonlocal elliptic problem via subsupersolution method, Nonlinear Analysis: Real World Applications 23 (2015) 1-8.

- [2] Arcoya, D., Leonori, T., Primo, A., Existence of solutions for semilinear nonlocal elliptic problems via a Bolzano theorem, Acta Appl Math 127 (2013), 87-104.
- [3] Crandall, M. G., Rabinowitz, P. H., Tartar, L., On a Dirichlet problem with a singular nonlinearity, Comm. Partial Differential Equations 2 (1977), 193-222.
- [4] Du, Y., Bifurcation from infinity in a class a nonlocal elliptic problems, Differential and Integral Equations 15 n 5 (2002), 587-606.
- [5] García-Melián, J., Lis, J. S., A boundary blow-up problem with a nonlocal reaction, Nonlinear Analysis 75 (2012), 2774-2792.

# A sub-supersolution method for a class of nonlocal problems involving the p(x)-Laplacian operator and applications

Leandro Tavares (leoibilce@hotmail.com)
Universidade Federal do Cariri

Resumo. In this work we are interested in the nonlocal problem

$$\begin{cases}
-\mathcal{A}(x, |u|_{L^{r(x)}}) \Delta_{p(x)} u = f(x, u) |u|_{L^{q(x)}}^{\alpha(x)} + g(x, u) |u|_{L^{s(x)}}^{\gamma(x)} & \text{in } \Omega, \\
u = 0 & \text{on } \partial\Omega,
\end{cases}$$
(P)

where  $\Omega$  is a bounded domain in  $\mathbb{R}^N(N>1)$  with  $C^2$  boundary,  $|.|_{L^m(x)}$  is the norm of the space  $L^{m(x)}(\Omega)$ ,  $-\Delta_{p(x)}u:=-div(|\nabla u|^{p(x)-2}\nabla u)$  is the p(x)-Laplacian operator,  $r,q,s,\alpha,\gamma:\Omega\to[0,\infty)$  are measurable functions and  $\mathcal{A},f,g:\overline{\Omega}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$  are continuous functions satisfying certain conditions.

This work was done in collaboration with Gelson C. G. dos Santos (UFPA) and Giovany M. Figueiredo (UnB)

# Multi-bump solutions for a class of quasilinear problems involving variable exponents

Marcelo Carvalho Ferreira (marcelo@mat.ufcg.edu.br) Universidade Federal de Campina Grande

**Resumo**. We establish the existence of multi-bump solutions for the following class of quasilinear problems

$$-\Delta_{p(x)}u + (\lambda V(x) + Z(x))u^{p(x)-1} = f(x, u), u \ge 0 \text{ in } \mathbb{R}^N,$$

where the nonlinearity  $f: \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  is a continuous function having a subcritical growth and the potentials  $V, Z: \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$  are continuos functions verifying some hypotheses. The main tool used is the variational method.

This work was done in collaboration with Claudianor O. Alves (UFCG)

### New trends of the theory of nonabsolute integration

Marcia Cristina A. B. Federson (federson@icmc.usp.br) Universidade de São Paulo (ICMC - USP)

**Resumo**. We present new results and applications of the theory of nonabsolute integration.

# A Brézis-Oswald problem to $\Phi$ -Laplacian operator with a gradient and singular term

Marcos Leandro Mendes Carvalho (marcos\_leandro\_carvalho@ufg.br) Universidade Federal de Goiás

**Resumo**. It is establish existence of solution and minimal solution in  $W_{loc}^{1,\Phi}(\Omega)$  to the quasilinear elliptic problem

 $\begin{cases} -\Delta_{\Phi} u = \lambda f(x, u) + \mu |\nabla u|^{\sigma} \text{in}\Omega, \\ u > 0 \text{ in}\Omega, \ u = 0 \text{on } \partial\Omega, \end{cases}$ 

where f has a sublinear growth,  $\sigma > 0$  is an appropriate power,  $\lambda > 0$ , and  $\mu \geq 0$  are real parameters. Our results are an improvement of the classical Brézis-Oswald result to Orlicz-Sobolev setting by including singular nonlinearity as well as a gradient term.

This is a joint word with: J. V. Goncalves, E. D. da Silva and C. A. Santos.

#### References

- [1] Carvalho, M.L., Goncalves, J.V., da Silva, E.D., C. A. A Brézis-Oswald problem to Φ-Laplacian operator in the presence of singular terms, preprint.
- [2] de Figueiredo, D. G., Gossez, J-P., Quoirin, H. R., Ubilla, P., Elliptic equations involving the p-Laplacian and a gradient term having natural growth Calc. Var. Partial Differential Equations 56(2), 56–32, (2017).

#### On Existence and concentration of solutions to a class of quasilinear problems involving the 1-Laplacian operator

Marcos Tadeu Oliveira Pimenta (mtopimenta@gmail.com) Universidade Estadual Paulista

**Resumo**. In this work we use variational methods to prove results on existence and concentration of solutions to a problem in  $\mathbb{R}^N$  involving the 1-Laplacian operator. A thorough analysis on the energy functional defined in the space of functions of bounded variation is necessary, where the lack of compactness is overcome by using the Concentration of Compactness Principle of Lions.

### A class of non resonant fractional critical elliptic problem

Olímpio Hiroshi Miyagaki (ohmiyagaki@gmail.com) Universidade Federal de Juiz de Fora

Resumo. In this talk we will discuss: the existence, non existence and multiplicity of solutions for

$$(-\Delta)^s u = au + g(x, u) \text{ in } \Omega \subset \mathbb{R}^N,$$

where a > 0,  $a \neq \lambda_{js}$  and g is  $C^1$ —function, and  $\lambda_{js}$  is the j—th eigenvalue of  $(-\Delta)^s$  The results extend or complement, mainly, that results in the papers [1], [2] and [3].

#### References

- [1] de Paiva, Francisco Odair; Presoto, Adilson E. Semilinear elliptic problems with asymmetric nonlinearities. J. Math. Anal. Appl. 409 (2014), no. 1, 254–262.
- [2] M. Calanchi, B. Ruf. Elliptic equations with one-sided critical growth Electron. J. Differential Equations, 89 (2002), p. 21.
- [3] F. Gazzola, B. Ruf, Lower-order perturbations of critical growth nonlinearities in semilinear elliptic equations, Adv. Differential Equations, 2 (1997), 555-572.

#### Existence of multiple solutions for the van der Waals-Allen-Cahn equation

Paolo Piccione (piccione.p@gmail.com) Universidade de São Paulo (IME-USP)

**Resumo**. I will discuss the existence of multiple solutions for the following nonlinear problem: for a fixed  $V \in \mathbb{R}^+ = ]0, +\infty[$  and  $\varepsilon > 0$  small, find  $u \in H_0^1(\Omega)$ , and  $\lambda \in \mathbb{R}$  such that

$$-\varepsilon^2 \Delta u + W'(u) = \lambda,$$

and

$$\int_{\Omega} u(x) \, \mathrm{d}x = V,$$

where  $\Omega$  is an open bounded set in  $\mathbb{R}^N$  and  $W: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  is a function of class  $C^2$  which satisfies the following assumptions:

- (a) W(0) = W'(0) = 0, W''(0) > 0;
- (b) there exists  $s_0 \in ]0, +\infty[$  such that

$$W(s_0) = \min \{W(s) : s \in \mathbb{R}\} < 0;$$

(c) suitable growth conditions.

The simplest example of this type of potentials is given by the non-symmetric Allen-Cahn potential:

$$W(s) = s^{2}(s - s_{1})(s - s_{2}),$$

where  $0 < s_1 < s_0 < s_2$ . In theoretical biology equations of this type model pattern formation related to solutions which are not absolute minima of the energy. From a purely mathematical viewpoint, the above equation is also interesting due to its relation with the theory of constant mean curvature hypersurfaces.

This is a joint work with V. Benci and S. Nardulli.

### Navier-Stokes equations with time fractional derivative

Paulo Mendes de Carvalho Neto (paulo.carvalho@ufsc.br) Universidade Federal de São Carlos

**Resumo**. The aim of this lecture is to analyse the generalized NavierStokes equations with time fractional dierential operator:

$$cD_t^{\alpha}u - v\Delta u + (u \cdot \nabla)u + \nabla p = f \quad \text{in } \mathbb{R}^N, t > 0,$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad \text{in } \mathbb{R}^N, t > 0,$$

$$u(x, 0) = u_0 \quad \text{in } \mathbb{R}^N,$$

$$(FNS)$$

where  $\alpha \in (0,1)$  is a fixed number and  $cD_t^{\alpha}$  is the Caputo fractional derivative. More specially, we address this matter using the theory of fractional abstract Cauchy problems, proving that it possesses an unique global mild solution with certain interesting decay properties. Then we discuss the integrability in time of this solution and show that it has a non expected regularity. Finally, we use all the obtained information to relate these fractional solutions with the classical one.

This is a joint work with Gabriela Planas.

# A global bifurcation theorem for critical values of $\mathbb{C}^1$ maps in Banach spaces

Pierluigi Benevieri (pluigi@ime.usp.br) Universidade de São Paulo (IME- USP)

**Resumo**. We prove the existence of a global bifurcation branch of critical values of a  $C^1$  map  $f: \mathbb{R} \times X \to \mathbb{R}$ , where X is a real Banach space, and some topological conditions are verified. This result includes the particular case when X is a separable Hilbert space and the spectral flows of suitable paths of the Hessian operators of f are well defined and nonzero.

This is a joint work with P. Amster e J. Haddad.

### Some aspects of the Born-Infeld equation

Pietro d'Avenia (pietro.davenia@poliba.it) Politecnico di Bari

#### Resumo.

We consider the equation

$$\begin{cases} -\operatorname{div}\left(\frac{\nabla\phi}{\sqrt{1-|\nabla\phi|^2}}\right) = \rho, \&x \in \mathbb{R}^N, \\ \lim_{|x| \to \infty} \phi(x) = 0. \end{cases}$$
 (BI)

that appears in the purely electrostatic case of the Born-Infeld nonlinear electromagnetic theory. In particular  $\phi$  is the electric potential,  $\rho$  is an assigned extended charge density, and  $(\mathcal{BI})$  corresponds to the Gauss law (or Poisson equation) in the classical Maxwell theory.

We discuss existence of solutions  $\phi_{\rho}$ , existence of equilibrium distributions  $\hat{\rho}$ , namely distributions that create least-energy potentials among all possible charge distributions, and properties of the corresponding equilibrium potentials  $\phi_{\hat{\rho}}$  for  $(\mathcal{BI})$ .

The results have been obtained in joint works with Denis Bonheure, Alessio Pomponio, and Wolfgang Reichel.

# Blow up type and existence results of solutions for an asymptotically linear nonlocal hyperbolic equation

Raquel Lehrer (rlehrer@gmail.com) Universidade Estadual do Oeste do Paraná

**Resumo**. In this talk we present a study of the behaviour of solutions for an asymptotically linear nonlocal hyperbolic equation. We used the Pohozaev manifold combined with a new technique to find a subspace of  $H^s(\mathbb{R}^n)$  where the solution blow up in an appropriate sense. We also proved the global existence of solution in another subspace of  $H^s(\mathbb{R}^n)$ .

# Existence of positive solutions for a class of p&q elliptic problem with critical exponent and discontinuous nonlinearity

Rúbia G. Nascimento (rubia\_ufpa@yahoo.com.br) Universidade Federal do Pará

**Resumo**. In this paper we study the existence of positive solutions to a class of p&q elliptic problems given by

$$-\operatorname{div}(a(|\nabla u|^p)|\nabla u|^{p-2}\nabla u) = f(u) + |u|^{q^*-2}u \text{ in }\Omega, \quad u = 0 \text{ on } \partial\Omega,$$

where  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  is bounded,  $2 \leq p \leq q < q^*$ ,  $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  is a function that can have an uncountable set of discontinuity points and the function a is a continuous function. This result to extend previous ones to a larger class of p&q type problems.

### Coexistence States in a Cross-Diffusion System of a Predador-Prey Model with Predator Satiation Term

Willian Cintra da Silva (willian\_matematica@hotmail.com) Universidade de Brasília

**Resumo**. We are going to talk about existence and non-existence of coexistence states for a cross-difusion system arising from a prey-predator model with a predator satiation term. We use mainly bifurcation methods and a priori bounds to obtain our results. This leads us to study the coexistence region and compare our results with the classical linear difusion predator-prey model. Our results suggest that when there is no abundance of prey, the predator needs to be a good hunter to survive.

Work developed with collaboration of C. Morales-Rodriogo and A. Suárez (Universidad de Sevilla - Spain).

## Educação Matemática

#### Tendências em educação matemática com enfoque na atualidade

Geraldo Eustáquio Moreira (geust2007@gmail.com) Universidade de Brasília (FE)

Resumo. O aprimoramento nas formas de ensinar e aprender Matemática tem ganhado destaque nas últimas décadas, principalmente a partir de 1980. A formação do professor que ensina Matemática tem acompanhado, em certa medida, essa evolução, assentada, sobretudo, nas Tendências em Educação Matemática, mediante a força que imprime determinada orientação para a atuação docente, cujos impactos oriundos das transformações sociais, pedagógicas e tecnológicas, ditam o fazer pedagógico. Assim, falar em Tendências em Educação Matemática significa falar nos mecanismos sociais e pedagógicos que regulam as escolhas dos professores que ensinam Matemática, da Educação Infantil à Educação Superior. Então, minha fala objetiva identificar, contextualizar e analisar as principais Tendências em Educação Matemática, considerando o período atual, mas partindo das contribuições do início da solidificação da Educação Matemática. Intenciono, ainda, caminhar pela História da Educação Matemática no Brasil, situando o leitor acerca dos principais marcos teóricos relacionados ao surgimento de cada tendência abordada.

#### References

- [1] BASSANEZI, Rodney C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.
- [2] BICUDO, Maria Aparecida V. (Org.). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999.
- [3] BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Filosofia da Educação Matemática. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- [4] BIEMBENGUT Maria Salett; HEIN, Nelson. Modelagem matemática no ensino. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2002.
- [5] D'AMBRÔSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria à prática. 4. ed. Campinas/SP: Papirus, 1998.
- [6] D'AMBRÔSIO, Ubiratan. Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- [7] FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Zetetiké, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.
- [8] MANRIQUE, Ana Lúcia; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. Desafios da Educação Matemática Inclusiva: Formação de Professores. Volume I. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

- [9] MANRIQUE, Ana Lúcia; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. Desafios da Educação Matemática Inclusiva: Práticas. Volume II. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.
- [10] MOREIRA, Geraldo Eustáquio. O ensino de Matemática para alunos surdos: dentro e fora do texto em contexto. Educação Matemática Pesquisa, v. 18, p. 741-757, 2016. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/23486
- [11] MOREIRA, Geraldo Eustáquio. A Educação Matemática Inclusiva contexto PNE: Reflexões âmbito da Pátria Educadora e do novo no do GD7.Educação Matemática Pesquisa (Online), v. 17, p. 508-519, 2015. Disponível https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/25667
- [12] MOREIRA, Geraldo Eustáquio. Resolvendo problemas com alunos com Transtornos Globais do Desenvolvimento: desafios e conquistas. Educação Matemática em Revista-RS, v. 01, p. 38-48, 2014. Disponível em: http://sbemrs.org/revista/index.php/2011 1/article/view/106
- [13] MOREIRA, Geraldo Eustáquio; MANRIQUE, A. L. Challenges in Inclusive Mathematics Education: Representations by Professionals Who Teach Mathematics to Students with Disabilities. Creative Education, v. 05, p. 470-483, 2014. Disponível em: http://file.scirp.org/Html/4-6302032\_45390.htm
- [14] ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999.
- [15] POLYA, George. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

# O laboratório de educação matemática do IME/UFG: percurso histórico e novos desafios

Janice Pereira Lopes (janice@ufg.br) Universidade Federal de Goiás

Resumo. Nas últimas décadas, o número de Laboratórios de Ensino vinculados aos cursos de Licenciatura em Matemática tem crescido. Na literatura, inclusive, é possível encontrar denominações distintas (Laboratório de Ensino; Laboratório de Educação Matemática, etc.) para espaços dessa natureza. Para Varizo (2007), "o que dá nome ao laboratório é a ciência objeto de seus estudos e experiências. No nosso caso [LEMAT], o objeto de estudos e experiências são as ciências da Educação voltadas para a Educação Matemática". O Laboratório de Educação Matemática (LEMAT) do IME/UFG iniciou suas atividades em 1994, tendo como idealizadora e primeira coordenadora a professora Zaíra da Cunha Melo Varizo, que hoje dá nome ao LEMAT. O laboratório iniciou suas atividades e através de projetos submetidos a editais de financiamento do MEC e da Pró-Reitoria de Extensão da UFG para constituir seu acervo de materiais e equipamentos. Em seus mais de 20 anos de existência, o LEMAT tem exercido um papel crucial na formação inicial e continuada de professores de matemática, da UFG e de outras IES da região, se estabelecendo num espaço de referência para o desenvolvimento da Educação Matemática no Estado de Goiás. Por meio de distintos projetos de ensino e de pesquisa, o laboratório contribui significativamente para a qualidade da formação inicial do professor de matemática; além de ser lócus de produção acadêmica na área de Educação Matemática, de socialização de pesquisas, experiências e recursos diversos.

#### References

- [1] LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2012.
- [2] RÊGO, R.M.; RÊGO, R.G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006, p. 39-56.
- [3] VARIZO, Z. C. M. O. Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: do sonho à realidade. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática ENEM -, Belo Horizonte MG, 18 a 21 de Julho, 2007, Anais.... Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ix enem/index.htm. Acesso em: 25 jan. 2018.
- [4] VARIZO, Z. da C. M.; CIVARDI, J. A.. (Org.). Olhares e reflexões acerca de concepções e práticas no Laboratório de Educação Matemática. Curitiba: Editora CRV, 2011.

#### Demonstrações matemáticas dinâmicas

Jorge Cássio C. Nóbriga (j.cassio@ufsc.br) Universidade Federal de Santa Catarina

Resumo. Nesta palestra, apresentarei um novo conceito que tenho chamado de Demonstrações Matemáticas Dinâmicas. Não se trata de uma nova forma de demonstração, mas, sim, de como apresentá-la. Mais do que validar, o objetivo é explicar para que o estudante compreenda de fato. A criação de um novo conceito era necessária porque as demonstrações dinâmicas têm características próprias que diferem das demonstrações convencionais. Esse tipo de demonstração só é possível em ambientes de Geometria Dinâmica. Os primeiros experimentos feitos com estudantes de licenciatura em Matemática indicam que o uso das Demonstrações Matemáticas Dinâmicas pode auxiliar a compreensão, desenvolver a aprendizagem com autonomia e potencializar o poder argumentativo. Durante a palestra, mostrarei exemplos de Demonstrações Matemáticas Dinâmicas produzidas nas plataformas GGBOOK e GeoGebra.

#### References

- [1] BICUDO, I. Demonstração em Matemática. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro: Editora Unesp. Ano 15, n.18, pp. 79-90, set. 2002.
- [2] DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, p. 11–33, 2008.
- [3] NÓBRIGA, J. C. C.; LACERDA SANTOS, G.; ARAÚJO, L. C. L.; FER-REIRA, B. S.; LIMA. GGBook: One interface wich integrates the text graphic environments in the Geogebra. In: 12 TH INTERNATIONAL CONGRESS MATHEMATICAL EDUCATION. Anais... Seul: 2012a<a href="http://www.academia.edu/6633172/GGBook">http://www.academia.edu/6633172/GGBook</a> One interface wich integrates the text \_and \_graphic \_environments \_in \_the \_Geogebra \_Anais \_do \_ICME \_2012 \_>. Acesso em: 26 janeiro. 2018

- [4] NÓBRIGA, J. C. C.; LACERDA SANTOS, G.; ARAÚJO, L. C. L.; FERREIRA, B. S.; LIMA. GGBOOK: uma interface que integrará os ambientes de texto e gráfico no GeoGebra. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, v. 1, n. 1, p. 03 12, 12 mar. 2012b.
- [5] NÓBRIGA, J. C. C. Aprendendo Geometria Plana com a Plataforma GeoGebra. Disponível em: < https://www.geogebra.org/m/hsXHDRX7> >. Acesso em: 26 jan. 2018

#### Resolvendo problemas com o Geogebra

Sérgio Carrazedo Dantas (sergio.dantas@unespar.edu.br) Universidade Estadual do Paraná

Resumo. Nessa palestra, apresento minha perspectiva pessoal de resolução de problemas utilizando o GeoGebra. Abordo problemas de aritmética, álgebra e geometria, explorando algumas formas de resolução a partir do que é proposto em seus enunciados. Além disso, proponho investigações suscitadas pela leitura dos enunciados que vão além de suas proposições iniciais, ou seja, proponho uma forma de utilização do GeoGebra para desdobramento de problemas em outros mais complexos e generalizadores, em um trabalho que se assemelha ao que é realizado com a metodologia de investigação matemática.

#### References

- [1] BARANAUSKAS, M. C. C.; MARTINS, M. C.; VALENTE, J. A. Codesign de redes digitais: tecnologias e educação a serviço da inclusão social. Porto Alegre: Penso, 2013.
- [2] BARRABÁSI, A.-L. Linked: A nova ciência dos networks. Tradução de Jonas Pereira dos Santos. São Paulo: Leopardo Editora, 2009.
- [3] DANTAS, S. C. Pressupostos para Formação de Professores de Matemática em um Curso via Web. Revista Perspectivas da Educação Matemática, Campo Grande, v. 8, n. 16, p. 308-331, 2015.
- [4] LEONTIEV, A. O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.
- [5] LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (ORG.). Persquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Cap. 4, p. 75-94.
- [6] PINTO, A. V. O conceito de tecnologia. Rio de Janeiro: Contraponto, v. I e II, 2005.

## Licenciatura em matemática: reflexões sobre o ontem, o hoje e o amanhã

Wellington Lima Cedro (wcedro@ufg.br)

#### Universidade Federal de Goiás

Resumo. A partir da promulgação de uma série de diretrizes legais pelo Conselho Nacional de Educação, a formação docente passa a ser compreendida como um processo permanente que envolve tanto a valorização da identidade do professor como da sua profissionalidade. No ano de 2015, com a publicação das "Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada" (Resolução CNE/CP nº 2/2015), surge a necessidade, mais uma vez, e a oportunidade de repensarmos os caminhos dos cursos de Matemática. Assim, este é mais um momento em que precisamos fazer uma análise aprofundada dessas diretrizes, para que se possa pensar em quais são os impactos desta resolução para os cursos de licenciatura. Com esse objetivo, faremos, nesta apresentação, uma breve análise histórica da licenciatura em nosso país e apontaremos os desafios que temos pela frente com o advindo desta nova diretriz.

### A Tecnologia Assistiva para Estudantes com Deficiência Visual

Wesley Pereira da Silva (wesleynh3@gmail.com) Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal

Resumo. A tecnologia assistiva é uma excelente ferramenta para o ensino do estudante com deficiência visual. O Código Braille, o soroban e o computador são exemplos de tecnologia assistiva que auxiliam o estudante com deficiência visual no processo de inclusão escolar. No cotidiano escolar do estudante com deficiência visual, é importante o uso de recursos lúdicos, para isso, contamos com diversos recursos disponíveis no Sistema Dosvox. Tal sistema foi criado pelo Núcleo de Computação Eletrônica da UFRJ e consiste em um sistema integrado com mais de noventa programas que apresenta, de forma diferenciada, as funções de um computador para a pessoa com deficiência visual. Na área educacional, o Sistema Dosvox proporciona o aprendizado de conceitos de forma lúdica por meio dos jogos digitais que estão disponíveis. O programa Jogavox permite a criação de jogos digitais adaptados para a pessoa com deficiência visual de forma simplificada. Tal ferramenta admite a inserção de uma gama de recursos audiovisuais nos jogos digitais adaptados. Os recursos audiovisuais permitem que os estudantes videntes também utilizem os jogos digitais adaptados, proporcionando à sala de aula um ambiente de inclusão.

#### References

- [1] BORGES, José Antonio dos Santos; PAIXÃO, Berta Regina; BORGES, Sônia. Alfabetização de crianças cegas com ajuda do computador. Disponível em: <intervox.nce.ufrj.br/dosvox/textos/dedinho.doc>. Acesso em: 10 fev. 2018.
- [2] BORGES, José Antonio dos Santos. Do Braille ao Dosvox diferenças nas vidas dos cegos brasileiros Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009. 2009. 327 f. Tese (doutorado) UFRJ/COPPE/ Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, 2009.
- [3] BUENO, Salvador Toro; MARTÍN, Manuel Bueno. Deficiência Visual: aspectos pisicoevolutivos e educacionais. Trad. Magali de Lourdes Pedro. São Paulo: Santos, 336 p. 2010.
- [4] DISTRITO FEDERAL. Secretaria Estado de de Educação. Orientação Pedagógica: Educação Especial. Brasília, 2010. Disponível em:

- http://www.cre.se.df.gov.br/ascom/documentos/subeb/ed\_especial/orient\_pedag\_ed\_especial2010.pdcesso em: 10 fev. 2018.
- [5] RAPOSO, Patrícia Neves; MÓL, Gerson de Souza. A Diversidade para Aprender Conceitos Científicos: a ressignificação do Ensino de Ciências a partir do trabalho pedagógico com alunos cegos. In: SANTOS, Wildson Luiz Pereira dos; MALDANER, Otavio Aloisio (Orgs.). Ensino de Química em foco, Ijuí: Ed. Unijuí, 2011.
- [6] SCHWARZ, A.; HARBER, População comdeficiência Brasil: no percepções. São Paulo: Febraban, 2006. 42p. Disponível em: <a href="http://www.febraban.org.br/Arquivo/Cartilha/Livro">http://www.febraban.org.br/Arquivo/Cartilha/Livro</a> Popula%E7ao Deficiencia Brasil.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2018.
- [7] VIGOTSKI, Liev Semionovitch. A brincadeira e o seu papel no desenvolvimento psíquico da criança. Revista Digital de Gestão de Iniciativas Sociais. Rio de Janeiro, v. 5, n. 11, p. 23-36, jun. 2008. ISSN 1808-6535
- [8] VIGOTSKI, Liev Semionovitch. A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Trad. José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 6ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

### Geometria

### Invariant Solutions for the Static Vacuum Equation

Benedito Lerandro Neto (bleandroneto@gmail.com) Universidade Federal de Goiás

**Resumo**. We consider the static vacuum Einstein space-time when the spatial factor (or, base) is conformal to a pseudo-Euclidean space, which is invariant under the action of a translation group. We characterize all such solitons. Moreover, we give examples of static vacuum Einstein solutions for the Einstein's field equation. Applications provide an explicit example of a complete static vacuum Einstein space-time.

### Uma relação entre as transformações de Bäcklund e Ribaucour

Claudiano Goulart (goulart.fsa@gmail.com) Universidade Estadual de Feira de Santana

Resumo. Dada uma superfície imersa em  $\mathbb{R}^3$ , com curvatura Gaussiana constante negativa, a composição de transformações de Bäcklund gera uma família a 4 parâmetros de superfícies com a mesma curvatura. Tendo em vista que a transformação de Ribaucour de tais superfícies também fornece uma família a 4 parâmetros do mesmo tipo então é natural questionar se os dois métodos são equivalentes. A resposta, em geral, é negativa. Apresentaremos condições necessárias e suficientes para que as supefícies dadas por estes dois métodos sejam congruentes. Além disto, partindo com a pseudo esfera, vamos obter um exemplo explicito em que a composição de uma transformação de Bäcklund não é uma transformação de Ribaucour.

# Imersões isométricas locais de superfícies descritas por equações de tipo pseudo-esférico

Diego Catalano Ferraioli (diego.catalanoferraioli@gmail.com) Universidade Federal da Bahia

Resumo. As equações diferenciais de tipo pseudo-esférico são encontradas em vários âmbitos, tanto na física quanto na matemática. Por definição uma equação que descreve superfícies pseudo-esféricas é equivalente às equações de estrutura de uma superfície com curvatura de Gauss K = -1. O interesse para este tipo de equações começou com a observação de Sasaki [7] de que até então todas as equações que tinham sido integradas com o método do espalhamento inverso, como por exemplo a KdV e a sine-Gordon, eram deste tipo especial. Mais em geral, as equações de tipo pseudo-esférico são exemplos de equações com a importante propriedade de possuir uma representação a curvatura nula, i.e., de ser condição de compatibilidade de um sistema linear de equações a derivadas parciais da primeira ordem (problema linear). De fato, todas as propriedades de integrabilidade dessas equações seguem da existência de um correspondente problema linear. O estudo geral das propriedades geométricas

das equações diferenciais de tipo pseudo-esférico foi começado em um trabalho pioneiro de Chern e Tenenblat [3], no qual foi também indicado um método útil para a classificação de algumas dessas equações. Nesta palestra, discutiremos o problema da existência de imersões isométricas locais para as superfícies pseudo-esféricas descritas por equações deste tipo. Este problema foi considerado pela primeira vez em [5], e ulteriormente investigado em outros trabalhos [1, 2, 4, 6]. Em particular, após de um apanho geral sobre os resultados encontrados até o momento sobre este problema, discutiremos nossos resultados mais recentes sobre o uso destas imersões para obter transformações de Bäcklund entre equações de tipo pseudo-esférico.

#### References

- [1] T. Castro Silva and N. Kamran. Third-order differential equations and local isometric immersions of pseudospherical surfaces. Commun. Contemp. Math. 18, 1650021 (2016)
- [2] D. Catalano Ferraioli and L. de Oliveira Silva. Local isometric immersions of pseudospherical surfaces described by evolution equations in conservation law form. Journal of Mathematical Analysis and Applications (Print), v. 446, p. 1606-1631 (2016)
- [3] S. S. Chern and K. Tenenblat. Pseudospherical surfaces and evolution equations. Stud. Appl. Math. 74, 55–83 (1986)
- [4] N. Kahouadji, N. Kamran, and K. Tenenblat. Local Isometric Immersions of Pseudo-spherical Surfaces and k-th Order Evolution Equations. Arxiv:1701.08004v1 [math.DG] 27 Jan 2017
- [5] N. Kahouadji, N. Kamran, and K. Tenenblat. Second-order equations and local isometric immersions of pseudo-spherical surfaces. Comm. Anal. Geom., 24, no. 3, pp. 605-643 (2016)
- [6] N. Kahouadji, N. Kamran, K. Tenenblat. Local Isometric Immersions of Pseudo-Spherical Surfaces and Evolution Equations. In: Guyenne P., Nicholls D., Sulem C. (eds) Hamiltonian Partial Differential Equations and Applications. Fields Institute Communications, vol 75. Springer, New York, NY (2015)
- [7] R. Sasaki. Soliton equations and pseudospherical surfaces. Nucl. Phys. B 154, 343-357 (1979)

#### Fundamentos de Geometria: Axioma da Régua infinita de Randers

Marcelo Souza (msouza\_2000@yahoo.com) Universidade Federal de Goiás

**Resumo**. In this work, we study concrete models of non euclidean Geometries where the Cartesian plane is endowed first with a special Randers metric and then with a Randers metric that solves the Zermelo Navigational Problem, under some wind W. Here the lines are geodesic then we use that fact to establish a bijection between the line and the Real set numbers, in a such way that the distance from A to B is given by the difference of the respective real numbers associated to this points. The distance is not reversible, but the navigation along the perimeter of any oriented triangle independent on the wind W.

Joint work with Newton Mayer Solórzano Chávez (UNILA).

### References

- [1] Colleen Robles-Geodesics in Randers spaces of constant curvature, Trans AMS 359 (2007), no. 4, 1633 1651.
- [2] David Bao, Colleen Robles and Zhongmin Shen-Zermelo navigation on Riemannian manifolds, J. Diff. Geom. 66 (2004), 391-449.
- [3] Paul Finsler- Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen, Dissertation, Gottingen, JFM 46.1131.02 (1918) (Reprinted by Birkhauser (1951))
- [4] Randers G. -On an asymmetric metric in the four-space of general relativity. Phys. Rev. 59 (1941) 195-199.
- [5] Zermelo E.- Uber das Navigationsproblem bei ruhender oder veranderlicher Windverteilung. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 11 (1931), 114 124.
- [6] M. A. Souza and K. Tenenblat Minimal surfaces of rotation in Finsler space with a Randers metric, Math. Ann. 325 (2003), no. 4, 625-642.

### On flag curvature of spherically symmetric Finsler metrics

Newton Mayer Solórzano Chávez (newton.chavez@unila.edu.br) Universidade Federal da Integração Lantino-Americana

**Resumo**. In this work, we classify the spherically symmetric Douglas metrics on a symmetric space  $\Omega$  with constant flag curvature and we characterize these metrics with some restrictions.

#### References

- [1] D. Bao, C. Robles and Z. Shen-Zermelo Navigation on Riemannian manifolds, J. Diff. Geom. 66(2004), 391-449.
- [2] X. Mo and L. Zhou, The curvatures of spherically symmetric finsler metrics in  $\mathbb{R}^n$ , arXiv: 1202.4543v3 (2012).
- [3] X. Mo, L. Zhou and H. Zhu, on spherically symmetric Finsler metrics of constant curvature, preprint, 18 Nov. 2013  $\mathbb{R}^n$ .

# Superfícies com curvatura constante em espaços conformemente planos $\,$

Romildo da Silva Pina (romildo@ufg.br) Universidade Federal de Goiás

**Resumo**. Nesta palestra, vamos introduzir uma família de variedades Riemannianas tridimensionais, que são conformes ao espaço euclidiano, e estudar uma classe de superfícies imersas nesses espaços.

### Probabilidade

# 2D Navier-Stokes equation with cylindrical fractional Brownian noise

Christian Olivera (colivera@ime.unicamp.br) Universidade Estadual de Campinas

**Resumo**. We consider the Navier-Stokes equation on the 2D torus, with a stochastic forcing term which is a cylindrical fractional Wiener noise of Hurst parameter H. We prove local existence and uniqueness when  $\frac{3}{8} < H < \frac{1}{2}$  and global existence and uniqueness when  $\frac{1}{2} < H < 1$ . The case  $H = \frac{1}{2}$  has already been considered in the literature.

## Brownian Motion and Martingales depending of Metrics and Connections

Eduardo de Amorim Neves (edunev@gmail.com) Universidade Estadual de Maringá

**Resumo**. In this work we will characterize the concept of Brownian motion and Martingale on manifolds that are provided by a family of metrics and connections which depends smoothly on time, after that we will show some Itô formulas for integrations this process. To finish we will show some examples this type of process into surface of revolution.

### References

- [1] Neves, E. A; Catuogno, J.P., Diffusion process on manifolds with time-dependent metrics and connections, preprint.
- [2] K.A, Coulibaly., Brownian motion with respect to time-changing riemannian metrics applications to Ricci flow, Ann. Inst. Henri Poincaré Probab. Stat. 47, 515-538, nž2, 2011.
- [3] Guo, H.; Philipowski, R.; Thalmaier, A., Martingales on manifolds with time-dependent connection. arxiv:1305.0454, 2013.
- [4] Catuogno, Pedro., Second order connections and stochastic horizontal lifts, Journal of Geometry and Physics, Vol.56, 1637-1653, 2006.
- [5] Catuogno, Pedro., A Geometric Itô Formula, Sociedade Brasileira de Matemática, Vol.33, 85-99, 2007.
- [6] Stelmastchuk, Simão. and Catuogno, Pedro, Martingale on Frame Bundle, Potential Analysis, 61-69, 2008.
- [7] Hsu, Elton P., Stochastic Analysis on Manifolds American Mathematical Society, Vol.38, Rhode Island, 2001.

### Princípio da Média em Variedades Diferenciáveis

Paulo Rufino (paulo.ruffino@gmail.com) Universidade Estadual de Campinas

Resumo. O termo genérico "princípio da média" se refere a qualquer aproximação assintótica que se faça a partir da média temporal. São portanto resultados ergódicos obtidos em diferentes estruturas geométricas e analíticas. No nosso contexto temos inicialmente um sistema cujas trajetórias permanecem em curvas de nível de uma função diferenciável F. Esse sistema é perturbado por um parâmetro  $\epsilon \geq 0$  pequeno na direção do gradiente  $\nabla F$  desta função. Mostra-se que em relação a uma determinada topologia, a média assintótica da função F ao longo das trajetórias normalizadas por  $1/\epsilon$  é solução de uma EDO na reta com derivada dada pela média da norma  $\|\nabla F\|$  em cada curva de nível, quando  $\epsilon$  tende a zero. Esse contexto se estende do ponto de vista probabilístico para sistemas guiados por movimento Browniano e processos de Levy.

### Sistemas Dinâmicos

### Optimal Transport in Dynamical Systems

Christian S. Rodrigues (rodrigues@ime.unicamp.br) Universidade Estadual de Campinas

**Resumo**. I shall introduce ideas from the flourishing area of Optimal Transport Theory in order to tackle problem of ergodic theory. In particular, we shall address the representation of measures and stochastic properties of dynamical systems.

### Cancellation of Singularities in the Circle-valued Morse Theory

Dahisy Valadão de Souza Lima (dahisylima@gmail.com) Universidade Estadual de Campinas

Resumo. We define a topological context fruitful in obtaining information on the behaviour of a wide range of dynamical systems. The overarching idea is to define an appropriate filtered chain complex which captures connections between the invariant sets of the system. With these tools, we consider as our major algebraic apparatus a spectral sequence associated to the given filtered chain complex. The unfolding of the spectral sequence exhibits a rich algebraic procedure and provides much insight into dynamical properties of a continuation of the dynamical systems being studied, such as bifurcation phenomena due the cancellation of singularities. Our goal is to present this algebraic-dynamical set-up at the context of circle-valued Morse functions f on a closed 2-manifold, where we consider the Novikov chain complex associated to f. We use the data of the spectral sequence to keep track of all dynamical information on the birth and death of connecting orbits between consecutive critical points, as well as periodic orbits that may arise within a family of circle-valued Morse functions. Furthermore, we show that this family corresponds to a continuation from the initial Morse-Novikov flow to a minimal Morse-Novikov flow.

#### Estabilização de pose de objetos rígidos usando quaternions duais unitários e sistemas dinâmicos híbridos

Hugo Tadashi Muniz Kussaba (kussaba@lara.unb.br) Universidade de Brasília

**Resumo**. Usando a teoria de sistemas dinâmicos híbridos proposta por Andrew R. Teel, Rafal Goebel e Ricardo G. Sanfelice. Em especial, será mostrado alguns resultados de um trabalho recente publicado em conjunto com Luis F. C. Figueredo, João Y. Ishihara e Bruno V. Adorno.

Motivado por aplicações em robótica e sistemas mecânicos de modo geral, vários trabalhos da literatura de teoria de controle consideram problemas de estabilização de sistemas dinâmicos definidos em grupos de Lie, em particular os grupos SO(3), SE(3), dos quaternions unitários e dos quaternions duais unitários. Nesta palestra revisaremos alguns problemas relacionados à estabilização nesses

grupos e como mitigar esses problemas usando a teoria de sistemas dinâmicos híbridos proposta por Andrew R. Teel, Rafal Goebel e Ricardo G. Sanfelice. Em especial, será mostrado alguns resultados de um trabalho recente publicado em conjunto com Luis F. C. Figueredo, João Y. Ishihara e Bruno V. Adorno.

# Aspectos variacionais de geodésicas homogêneas em variedades flag

Rafaela Prado (rafaelafprado@gmail.com) Instituto Federal de Brasília

**Resumo**. Estudaremos pontos conjugados ao longo de geodésicas homogêneas em variedades flag generalizadas a partir da análise da segunda variação da energia de tais geodésicas. Também daremos um exemplo de como o fluxo de Ricci pode evoluir de forma a produzir pontos conjugados no espaço projetivo complexo visto como uma Sp(n+1)-variedade Riemanniana homogênea.

Este trabalho é conjunto com Lino Grama (UNICAMP).

## Teoria da Computação

# Formalização de equivalência entre noções de terminação em PVS

Ariane Alves Almeida (arianealvesalmeida@gmail.com)

Universidade de Brasília (CIC)

Resumo. Terminação é uma propriedade essencial para provar a corretude de programas (e sistemas

de reescrita), já que inicialmente é necessário garantir que um programa produza resultados sempre que for executado. No entanto, a verificação da terminação é, em geral, um problema indecidível, diretamente relacionado com o problema da parada. Todavia, abordagens de semi-decisão podem ser utilizadas para essa análise. Apesar da indecidibilidade, boas técnicas utilizadas para analizar terminação deveriam completas, no sentido de que, sendo o programa analisado terminante, seja possível demonstrar a existência de parâmetros associados à técnica, como por exemplo, medidas de terminação que permitam a utilização de tal técnica (para esse programa).

Como abordagens distintas fornecem meios diversos para atestar terminação, a aplicação de uma ou outra abordagem se faz mais adequada (ou menos laboriosa) a determinado programa. Contudo, a completude das técnicas garante que elas devem também prover o mesmo resultado obtido com outra abordagem. Assim, é desejável relacionar as diferentes abordagens e atestar sua equivalência.

A corretude de programas é frequentemente formalizada com o auxílio de assistentes de prova, como o Prototype Verification System (PVS). Para tal, inicialmente é formalizada sua terminação, que deve ser atestada segundo uma técnica também formalizada para garantir um resultado correto. PVS garante terminação de funções recursivas ao requerer sua totalidade por meio de terminação segundo ranking functions, dadas como Condições de Correção de Tipo para terminação (Termination Type Correcteness Conditions - TCCs). Para isso, é necessário garantir um decrescimento segundo uma ordem bem fundada entre argumentos da função e cada um de seus chamados recursivos, dadas verdadeiras as condições para execução destes chamados. Deste modo, o usuário do assistente deve fornecer uma função de medida sobre os argumentos que ateste esse decrescimento.

A fim de analisar a completude de diversos critérios de terminação para incrementar o grau de automação da análise de terminação neste assistente, uma linguagem funcional de especificação simplificada, chamada PVS0, foi especificada. Sobre essa linguagem, abordagens de análise de terminação foram especificadas, como definições semânticas de terminação (existência de um número finito de chamados recursivos aninhados e existência de uma resposta para toda possível entrada); existência de funções de ranking; inexistência de ciclos de computação infinitos em Grafos de Contextos de Chamados (Calling Context Graphs - CCGs) e Grafos com Matrizes de Medidas (Matrix Weighted Graphs - MWG), que implementam a noção do Princípio de Mudança de Tamanho (Size Change Principle - SCP); e inexistência de cadeias infinitas de Pares Dependentes (Dependency Pairs - DP).

A formalização de provas de equivalência entre essas técnicas de análise de terminação para programas PVS0 será abordada nessa apresentação, bem como detalhes da especificação da técnica de DPs, que foi inicialmente desenvolvida para sistemas de reescrita, sendo necessária a sua adaptação para ser utilizada sobre os programas PVS0. Peculiaridades dessa formalização são o uso dos contextos de chamados utilizados para a definição dos CCGs como parte dos pares dependentes. Contextos de chamados são utilizados pois o processo de matching presente na aplicação de regras de reescrita implicitamente contém as condições necessárias para aplicação da redução via reescrita, que devem ser explícitas ao lidar com programas funcionais.

### References

- [1] Arts, T. and Giesl, J. (2000). Termination of Term Rewriting using Dependency Pairs. Theoretical Computer Science, Vol. 236, 133–178.
- [2] Avelar, A. B., 2014. Formalização da Automação da Terminação Através de Grafos com Matrizes de Medida. Ph.D. thesis, Universidade de Brasília.
- [3] Vroon, D. (2007). Automatically Proving The Termination of Functional Programs. PhD thesis, Georgia Institute of Technology.
- [4] nasalib (2017). Versão em Desenvolvimento de NASA PVS Library. https://github.com/nasa/pvslib . Disponível na página oficial da NASA PVS Library: http://shemesh.larc.nasa.gov/fm/ftp/larc/PVS-library/pvslib.html.

## Correspondência entre $\lambda$ -termos Lineares e Grafos Trivalentes Com Raíz

Bruno de Assis Delboni (bruno.delboni@gmail.com) Universidade de Brasília (Mat)

Resumo. Pela sua inflexibilidade sintática, cada  $\lambda$ -termo linear possui uma representação diagramática unívoca e bem intuitiva que leva cada  $\lambda$ -termo em um grafo trivalente, não necessariamente planar. Assim apresentaremos uma relação biunívoca entre as classes de  $\alpha$ -equivalência dos  $\lambda$ -termos lineares, considerando contextos das variáveis livres, com o conjunto dos grafos trivalentes, com raízes e orientados, sobre superfícies compactas e sem fronteira.

#### References

- [1] Barendregt, H. P. (1984) The Lambda Calculus: Its Syntax and Semantics PhD Thesis, 2012 Studies in Logic 103, second, revised edition, North-Holland, Amsterdam
- [2] Zeilberger, N. Linear lambda terms as invariants of rooted trivalent maps Journal of Functional Programming 26, Cambridge University Press, 2016
- [3] Zeilberger, N. A correspondence between rooted planar maps and normal planar lambda terms. Logical Methods in Computer Science, 11(3:22):1-39

# Towards reasoning about Petri nets: a Propositional Dynamic Logic based approach

Bruno Lopes Vieira (bruno@ic.uff.br) Universidade Federal Fluminense

**Resumo**. We present the last results over a Dynamic Logic approach with iteration to reason about Petri nets. This new operator allows for representing more general networks and thus enhancing the

former propositional logic for Petri nets. We discuss an axiomatization and a new semantics with soundness and completeness, some complexity results and a linear model checking algorithm.

# A Grammar Compression Algorithm Based on Induced Suffix Sorting

Daniel Saad (daniel.saad.nunes@gmail.com )
Universidade de Brasília (CIC)

Resumo. We introduce GCIS, a grammar compression algorithm based on the induced suffix sorting algorithm SAIS, presented by Nong et al. in 2009. Our solution builds on the factorization performed by SAIS during suffix sorting. We construct a context-free grammar on the input string which can be further reduced into a shorter string by substituting each substring by its correspondent factor. The resulting grammar is encoded by exploring some redundancies, such as common prefixes between suffix rules, which are sorted according to SAIS framework. When compared to well-known compression tools such as Re-Pair and 7-zip under repetitive sequences, our algorithm is faster at compressing, presents a close compression ratio to Re-Pair, at the cost of being the slowest at decompressing.

## O Problema de Unificação sobre $ACUN_p(h)$ e Grupos Abelianos

Deivid Vale (deividrodriguesvale@gmail.com) Universidade de Brasília (Mat)

Resumo. Neste trabalho uma extensão do algoritmo de unificação  $ACUN_2(h)$  para a teoria  $ACUN_p(h)$ , ACUN com um homomorfismo h, (p um primo qualquer) é estudada. Mostramos que um problema de  $ACUN_p(h)$ -unificação elementar com constantes é decidível em tempo polinomial e estudamos ainda a decidibilidade, correção e completude do Problema de Unificação para Grupos Abelianos com Homomorfismos (AGh) no caso geral.

#### References

- [1] Baader, Franz. Unification in Commutative Theories. Institut für Mathematische und Datenverarbeitung (Informatik), 1989 Academic Press.
- [2] D. Lankford; G. Butler and B. Brady . Abelian Group Unification Algorithms for Elementary Terms. American Mathematical Society, 1984.
- [3] Z. Liu. Dealing Efficiently with Exclusive OR, Abelian Groups and Homomorphism in Cryptographic Protocol Analysis. PhD Thesis, 2012.Department of Mathematics and Computer Science Clarkson University.

## Tamanho de Provas Lógicas e Complexidade Computacional

Edward Hermann Hausler (hermann@inf.puc-rio.br)

Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro

**Resumo**. Discutiremos a relação entre o tamanho de provas lógicas sob o ponto de vista da Complexidade Computacional. Métodos baseados em Teoria da Prova para a obtenção de provas curtas serão apresentados e discutidas as implicações de sua abrangência.

## Estudo em Variações do Cálculo-λ Substituições Explícitas Kaliana dos Santos Dias de Freitas (email@unb.br)

Universidade de Brasília (CIC)

Resumo. O Cálculo- $\lambda$  foi criado por Alonzo Church como um formalismo para resolver questões de decibilidade de problemas, na mesma época que outro formalismo em Teoria da Computação estava sendo implantado: as máquinas de Turing. A primeira versão do Cálculo- $\lambda$  mostrou-se paradoxal, porém extensões desse cálculo veio a ser eficiente nesta questão: As substituições explícitas constituem modelos mais próximos da computação. Além disso, o cálculo- $\lambda$  atua com um papel importante para a Matemática Construtiva, em que demonstrações aceitas são aquelas construídas por argumentos verificáveis, sendo forte sua contribuição a provas por computadores e em implementações em linguagens de programação. Apresentaremos algumas propriedades importante do Cálculo- $\lambda$  extensional que estuda propriedades da  $\beta\eta$ -redução e algumas ideias para o Cálculo- $\lambda\sigma$  onde substituições são abordadas explicitamente.

#### References

- [1] Alexandre Lyaletsky, Fundamental Theorems of Extensional Untyped  $\lambda$ -Calculus Revisited. Computer Science Journal of Moldova, vol.23,no.2(68), 2015.
- [2] Martin Abadi [et all], Explicit Substituitions. Systems Research Center, February 6, 1990.

## Sequential x Concurrent Processes

Luiz A. B. Martins (mario@cos.ufrj.br) Universidade de Brasília (Mat)

**Resumo**. A study about sequential process via Labelled Transition Systems (LTS) will be presented. In sequence, we show the Calculus of Communicating Systems (CCS) introduced by Milner in [2] as well as some properties and applications that can be related with Digital Systems like modelling snack vending machine (sequential process) and traffic signal (concurrent process).

## References

- [1] Milner, R. A Calculus of Communicating Systems. In Lecture Notes in Computer Science, volume 92, Springer, 1980.
- [2] Milner, R. Communicating and Mobile Systems: the  $\pi$ -Calculus. Computer Laboratory, Univerity of Cambridge.

[3] Aceto, L., Ingolfsdottir, A., Larsen, Kim G. and Srba, Jiri. Reactive Systems: Modelling, Specification and Verification.

## Quantitative Logic Reasoning

Marcelo Finger (mfinger@ime.usp.br) Universidade de São Paulo (IME-USP)

**Resumo**. We present a research program which investigates the intersection of deductive reasoning with explicit quantitative capabilities. These quantitative capabilities encompass probabilistic reasoning, counting and counting quantifiers, and similar systems.

The need to have a combined reasoning system that enables a unified way to reason with quantities has always been recognized in modern logic, as proposals of logic probabilistic reasoning are present in the work of Boole [1854]. Equally ubiquitous is the need to deal with cardinality restrictions on finite sets.

We show that there is a common way to deal with these several deductive quantitative capabilities, involving a framework based on Linear Algebras and Linear Programming, and the distinction between probabilistic and cardinality reasoning arising from the different family of algebras employed.

The quantitative logic systems are particularly amenable to the introduction of inconsistency measurements, which quantify the degree of inconsistency of a given quantitative logic theory, following some basic principles of inconsistency measurements.

## Some Extensions of Propositional Dynamic Logic

Mario Benevides (mario@cos.ufrj.br) Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Resumo**. In this talk we present some extension of Propositional Dynamic Logic. First we introduce a Dynamic Logic in which the programs are CCS (Calculus for Communicating Systems) and pi-Calculus specifications. We discuss how to match the notion of bisimulation between two processes in CCS with the notion of logically equivalent processes in PDL. Second, we introduce another Dynamic Logic for reasoning about Petri Nets. Finally, we briefly discuss other possibilities to extend PDL, for instance adding data structure to PDL.

# Formalization of the Undecidability of the Halting Problem for a Functional Language

Thiago M. Ferreira Ramos (thiagomendoncaferreiraramos@yahoo.com.br) Universidade de Brasília (CIC)

**Resumo**. A formalization of the proof of undecidability of the halting problem for a functional programming language is presented. The computational model consists of a minimal, but Turing complete, first-order functional language called PVSo whose operational semantics was specified in the proof assistant PVS. The formalization is developed over a PVS theory for termination in which

several notions of termination were specified and proved equivalent. The proof of undecidability required classical constructions such as adequate mappings between naturals and PVS0 programs and inputs, that are used to hypothesize the existence of a PVS0 program that decides termination of other programs, giving rise to a contradiction.

## Nominal matching modulo A, C and AC

Washington Carvalho Segundo (wtonribeiro@gmail.com) Universidade de Brasília (CIC)

Resumo. Nominal unification is first order unification with binders. Inside the class of first order equational problems, the case where no substitution is applied on the right-hand side (resp. both sides) of equations is denominated matching (resp. equational checking). Efficient algorithms for equational checking, matching and unification within the nominal approach were already developed. Nominal unification and nominal matching are both quadratically bounded, whereas equational checking is log-linearly bounded. In addition, reasoning modulo equational theories is a very basic and recurrent issue in algebraic and logic systems. For instance, appending lists and evaluating a sequence of disjuctions are, respectively, associative (A) and associative-commutative (AC) operations. For this reason, standard fist order unification and matching modulo A, C and AC where extensively investigated since the late 1970s. We have explored equivalence checking within the nominal approach, on signatures with A, C and AC function symbols, and nominal unification with C function symbols. Now, we are presenting a work in progress formalisation (in Coq) of a nominal matching algorithm with A, C and AC function symbols.

#### References

- [1] M. Ayala-Rincón, W. Carvalho-Segundo, M. Fernández, and D. Nantes-Sobrinho. Formalisation of Nominal Equivalence with Associative-Commutative Function Symbols. ENTCS, 332:21–38, 2017.
- [2] M.Ayala-Rincón, W. Carvalho-Segundo, M. Fernández, and D. Nantes-Sobrinho. On Solving Nominal Fixpoint Equations. In Proc. of the 11th Int. Symp. on Frontiers of Combining Systems (FroCoS), volume 10483 of LNCS, pages 209–226. Springer, 2017.
- [3] M.Ayala-Rincón, W. Carvalho-Segundo, M. Fernández, and D. Nantes-Sobrinho. Nominal C-Unification. In Pre-proc. of the 27th Int. Symp. Logic-based Program Synthesis and Transformation (LOPSTR), pages 1–15, 2017.
- [4] C.F. Calvès and M. Fernández. Matching and Alpha-Equivalence Check for Nominal Terms. J. of Computer and System Sciences, 76(5): 283–301, 2010.
- [5] E. Contejean. A Certified AC Matching Algorithm. In Proc. of the 15th Int. Conf. on Rewriting Techniques and Applications, (RTA), volume 3091 of LNCS, pages 70–84. Springer, 2004.
- [6] D.Kapur and P.Narendran. Matching, Unification and Complexity. SIGSAM Bulletin, 21(4):6–9, 1987.
- [7] C. Urban, A. M. Pitts, and M.J. Gabbay. Nominal Unification. Theoretical Computer Science, 323(1-3):473–497, 2004.

## **Mini-Cursos**

## Dinâmica, geometria e simetria

Andre Caldas de Souza (andrecaldas@unb.br) Universidade de Brasília

Lucas Seco Ferreira (1seco@unb.br) Universidade de Brasília

Mauro Patrão (m.m.a.patrao@mat.unb.br) Universidade de Brasília

**Resumo**. Nesse minicurso, vamos apresentar um panorama geral e acessível de assuntos relacionadas à pesquisa do grupo de Sistemas Dinâmicos da UnB. Vamos focar em exemplos interessantes e apresentar as partes mais simples das técnicas e demonstrações.

Nas primeiras três aulas, vamos falar sobre dois tipos de sistemas dinâmicos onde as simetrias aparecem de maneira natural. O primeiro tipo é a dinâmica de translações em variedades flag, bem exemplificado pela dinâmica de uma matriz agindo em direções no espaço projetivo. Conseguimos dar uma caracterização completa dos comportamentos transiente e recorrente. Isso era conhecido apenas no caso de uma matriz diagonal ou conforme. O segundo tipo é a dinâmica de um endomorfismo de um grupo de Lie, bem exemplificado pela aplicação elevar ao quadrado nos complexos menos a origem. Conseguimos dar uma caracterização completa da entropia topológica, dada pelo princípio variacional. Isso era conhecido apenas no caso de grupos compactos. Para isso, apresentaremos na aula anterior a entropia topológica e seu princípio variacional, o que era conhecido apenas para espaços compactos. Nas duas últimas aulas, vamos falar sobre a geometria de espaços com bastante simetria. Na quarta aula, após relembrarmos a noção de métrica invariante pela ação de um grupo de Lie, descrevemos todas as métricas invariantes em variedades flag de formas reais normais, o que era conhecido apenas para variedades flags complexas. Na última aula, vamos mostrar como contar as geodésicas ligando dois pontos de um grupo de Lie compacto com uma métrica biinvariante, o que era conhecido apenas para as geodésicas minimizantes de grupos simplismente conexos.

## Flexible thinking in the mathematics classroom

Brigitte Lutz-Westphal (email@unb.br) Freie Universität Berlin

Resumo. Flexible thinking is an important element in mathematics education. It allows to grasp mathematical phenomena more clearly (cf. Wittmann (1985)) and trains the questioning of given facts. For a research-based approach to mathematics (cf. Ludwig, Lutz-Westphal, Ulm, 2017), flexible thinking is essential. It's also fun to think "around the corner" this way. This workshop introduces flexible thinking tasks (Lutz-Westphal (2018)) that can be applied to all levels of education. Subsequently, such tasks are jointly developed and tested in the group, so that the participants take home specific ideas for mathematics classroom activities.

#### References

- [1] Ludwig, Matthias; Lutz-Westphal, Brigitte; Ulm, Volker (2017): Forschendes Lernen im Mathematikunterricht. Mathematische Phänomene aktiv hinterfragen und erforschen. In: Praxis der Mathematik, 73/59, p. 2-9.
- [2] Linke, Pauline; Lutz-Westphal, Brigitte (2018): Das "Spot-Modell" im Mathematikunterricht forschendes und entdeckendes Lernen fundiert anwenden, to appear.
- [3] Wittman, Erich Ch. (1985): Objekte Operationen Wirkungen: Das operative Prinzip in der Mathematikdidaktik. In: Mathematik lehren 11, p. 7-11

## Introdução à teoria de controle de sistemas dinâmicos

Hugo Tadashi Muniz Kussaba (kussaba@lara.unb.br) Universidade de Brasília

Resumo. A teoria de controle é uma área da matemática aplicada cujo foco é a análise e o projeto dos chamados sistemas de controle, isto é, sistemas que permitem a atuação de uma entrada no sistema que pode influenciar o comportamento do mesmo. A pergunta básica da teoria de controle é como projetar esta entrada de modo a se obter um comportamento desejado. Devido à sua versatilidade, a teoria de controle encontra aplicações desde em problemas de engenharia, como robótica, até problemas de economia e ecologia.

Neste mini-curso abordaremos uma introdução à teoria de controle de sistemas dinâmicos lineares, tanto de sistemas em tempo contínuo quanto de sistemas em tempo discreto, com maior enfoque no caso de tempo contínuo. Serão tratados os conceitos de controlabilidade e observabilidade de sistemas dinâmicos lineares, critérios para analisar a estabilidade desses sistemas e como realizar a estabilização desses sistemas, assim como estimar o estado desses sistemas a partir de medições.

## O fluxo redutor de curvas e superfícies

Hiuri Reis (hiurifellipe@gmail.com) Instituto Federal de Goiás

Resumo. Neste minicurso, vamos discutir alguns aspectos da evolução de curvas pelo fluxo redutor de curvas. Vamos começar apresentando a definição de fluxo redutor de curvas no plano Euclidiano e discutiremos algumas de suas propriedades. Em seguida, vamos estudar o fluxo redutor de curvas em superfícies, discutindo suas principais propriedades. Vamos apresentar as soluções autossimilares do fluxo redutor de curvas no plano Euclidiano, dando a classificação e descrição destas curvas. Para finalizar, vamos definir as soluções sólitons do fluxo redutor de curvas em superfícies e apresentar alguns propriedades e exemplos destas curvas.

# O laboratório de educação matemática do IME/UFG: percurso histórico e novos desafios

Janice Pereira Lopes (janice@ufg.br) Universidade Federal de Goiás

Resumo. O crescente número de Laboratórios de Ensino que têm se constituído junto aos cursos de Licenciatura em Matemática sugere a importância que tais laboratórios representam no processo de formação inicial de professores de Matemática. Tal crescimento impulsiona reflexões e pesquisas em torno das características, objetivos e fundamentos destes laboratórios, resultando, inclusive, no surgimento de diferentes nomenclaturas e concepções. Laboratório de Ensino; Laboratório de Ensino e Aprendizagem, Laboratório de Educação Matemática, entre outros, são algumas das denominações utilizadas para espaços dessa natureza. Mais do que modos diferentes de denominação, ao avaliar mais cuidadosamente cada uma destas nomenclaturas, é possível perceber que, em alguns casos, elas carregam concepções distintas não só do papel do laboratório, mas, também, acerca da formação priorizada. No cenário nacional, desde a promulgação da LNDBE, em 1996, e posteriormente da Resolução CNE/CP nº2, de 2002, que determina 400 horas de estágio curricular supervisionado, a importância dos LEM para a formação do professor de matemática tem sido destacada. Na UFG, a resolução 332 do CCEP (UFG), de 1992, estabeleceu um novo currículo para o Curso de Matemática – Bacharelado e Licenciatura, e também determinou a criação de um Laboratório de Ensino de Matemática destinado, entre outras coisas, à análise e elaboração de materiais didáticos de Matemática a serem utilizados no Estágio Curricular Supervisionado. Esse minicurso pretende resgatar vestígios históricos do surgimento dos LEM, bem como algumas concepções e desafios que cercam a constituição e manutenção destes espaços.

#### References

- [1] LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2012.
- [2] RÊGO, R.M.; RÊGO, R.G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006, p. 39-56.
- [3] VARIZO, Z. C. M. O. Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: do sonho à realidade. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática ENEM -, Belo Horizonte MG, 18 a 21 de Julho, 2007, Anais.... Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ix\_enem/index.htm. Acesso em: 25 jan. 2018.
- [4] VARIZO, Z. da C. M.; CIVARDI, J. A.. (Org.). Olhares e reflexões acerca de concepções e práticas no Laboratório de Educação Matemática. Curitiba: Editora CRV, 2011.

## Algebras, quivers and adjoint functors

Kostiantyn Iusenko (iusenko@ime.usp.br) Universidade de São Paulo (IME-USP)

**Resumo**. The aim of this course is a primer with basic notions of category theory and representation theory of finite dimensional algebras. We will study the concept of adjoint functors and show that the correspondence "quiver"  $\rightleftharpoons$  "algebra" can be interpreted as a pair of adjoint functors between

certain categories. Mostly the lectures do not contain the proofs and the theory is accompanied by examples (sometimes introduced as the exercises).

## Problemas quasilineares elípticos modelados no espaço BV

Marcos Tadeu Oliveira Pimenta (mtopimenta@gmail.com) Universidade Estadual Paulista

**Resumo**. Nesse minicurso definiremos e exploraremos as propriedades básicas do espaço das funções de variação limitada. Especial atenção será dada às aplicações a problemas elípticos que se modelam naturalmente nesse espaço.

## A short introduction to Calculus with Lévy processes

Michael Anton Hoegele (ma.hoegele@uniandes.edu.co) Universidad de los Andes

**Resumo**. In this introductory talk we will introduce the Lévy processes and their representations and solutions of stochastic differential equations with Lévy noise and and their basic properties.

## Random and No-Slip Billiard Dynamical Systems

Scott Cook (scook@tarleton.edu)
Tarleton State University

Resumo. This workshop will explore two variants of billiard dynamical systems - no-slip billiards and random billiards. We will emphasize both the important mathematical definitions/results and modern computer-based simulation techniques using Python and its scientific stack. A no-slip billiard systems (introduced by Broomhead & Gutkin [93]) uses a deterministic collision law for hard spheres with a single point of contact which allows transfer of momentum between translational and angular modes while conserving total kinetic energy. It act like a frictional force without complex deformations of the colliding spheres. Students will simulate these no-slip system to explore how they contrast to standard specular systems. In a random billiard systems, the standard specular reflection law is given a random component via surface "microstructure". These systems exhibit many of the properties of standard billiards system, but allow for scattering seen in real gas-surface interactions. We can define a notion of temperature for the surface, allowing a theory of stochastic thermodynamics (heat flow, entropy, work, etc) rooted in billiard dynamics. If time allows, we may discuss many particle systems which combine both of the collisions laws.

## Sequências no Geogebra

Sérgio Carrazedo Dantas (sergio.dantas@unespar.edu.br) Universidade Estadual do Paraná Resumo. O presente minicurso tem por objetivo promover a integração de conhecimentos técnicos relativos ao software GeoGebra e conhecimentos matemáticos sobre sequências algébricas e numéricas. Nas atividades desenvolvidas, exploramos ferramentas e comandos do GeoGebra que permitem construir sequências e arranjos geométricos por meio de interações numéricas, isometrias dinâmicas e combinações de comandos internos do software GeoGebra. A participação nesse minicurso exige conhecimentos básicos sobre o GeoGebra.

#### References

- [1] BARANAUSKAS, M. C. C.; MARTINS, M. C.; VALENTE, J. A. Codesign de redes digitais: tecnologias e educação a serviço da inclusão social. Porto Alegre: Penso, 2013.
- [2] BARRABÁSI, A.-L. Linked: A nova ciência dos networks. Tradução de Jonas Pereira dos Santos. São Paulo: Leopardo Editora, 2009.
- [3] DANTAS, S. C. Pressupostos para Formação de Professores de Matemática em um Curso via Web. Revista Perspectivas da Educação Matemática, Campo Grande, v. 8, n. 16, p. 308-331, 2015.
- [4] LEONTIEV, A. O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.
- [5] LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (ORG.). Persquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Cap. 4, p. 75-94.
- [6] PINTO, Á. V. O conceito de tecnologia. Rio de Janeiro: Contraponto, v. I e II, 2005.

#### Index

Washington C. Segundo, 40

Adán J. Corcho, 12 Alex C. Dantas, 5 Alveri A. Sant'Ana, 5 Ana C. Vieira, 5 Andre C. Souza, 41 Andrzej Zuk, 6 Antonio M. D. França, 6 Ariane A. Almeida, 35 Autor, 43

Benedito L. Neto, 28 Brigitte Lutz-Westphal, 41 Bruno A. Delboni, 36 Bruno L. Vieira, 36 Bruno P. Miranda, 6

Christian Olivera, 31 Christian S. Rodrigues, 33 Claudiano Goulart, 28 Claudianor Alves, 12 Claudio A. Gallegos, 12

Dahisy V. S. Lima, 33
Daniel Saad, 37
Deivid Vale, 37
Dessislava H. Kochloukova, 7
Diego C. Ferraioli, 28
Dimas J. Gonçalves, 7
Diogo D. P. S. Silva, 7

Eduardo A. Neves, 31 Edward H. Hausler, 38 Elena Aladova, 8 Everaldo M. Bonotto, 13

Gaetano Siciliano, 13 Gelson C. G. Santos, 13 Geraldo E. Moreira, 22 Gláucia L. Dierings, 8 Gustavo Madeira, 14

Henrique R. Zanata, 14 Hiuri Reis, 42 Hugo T. M. Kussaba, 33, 42

Igor S. Lima, 9 Ivan Shestakov, 9 Janice P. Lopes, 23, 43 Jean C. A. Lelis, 9 Jefferson A. Santos, 14 Jhone Caldeira, 9 John MacQuarrie, 10 Jorge C. C. Nóbriga, 24 Juliana Pimentel, 15 Juliana S. Canella, 10

Kaliana S. D. Freitas, 38

Lais Moreira, 15 Leandro Tavares, 16 Lucas S. Ferreira, 41 Luiz A. B. Martins, 38

Marcelo C. Ferreira, 16 Marcelo Finger, 39 Marcelo Souza, 29 Marcia C. A. B. Federson, 17 Marcos L. M. Carvalho, 17 Marcos T. O. Pimenta, 18, 44 Mario Benevides, 39 Mauro Patrão, 41 Michael A. Hoegele, 44

Newton M. S. Chávez, 30

Olímpio H. Miyagaki, 18

Paolo Piccione, 18
Paulo H. A. Rodrigues, 10
Paulo M. C. Neto, 19
Paulo Rufino, 32
Pierluigi Benevieri, 19
Pietro d'Avenia, 20
Plamen Koshlukov, 11

Rúbia G. Nascimento, 20 Rafaela Prado, 34 Raquel Lehrer, 20 Romildo S. Pina, 30

Scott CooK, 44 Sérgio C. Dantas, 25, 45

Thiago M. F. Ramos, 39

Victor G. L. Neumann, 11

Wellington L. Cedro, 26 Wesley P. Silva, 26 Willian C. Silva, 21



## Departamento de Matemática

Campus Universitário Darcy Ribeiro 70910-900 Brasília DF - Brasil http://www.mat.unb.br secretaria@mat.unb.br Telefone:

- + 55 (61) 3107-7236 (Secretaria)
- + 55 (61) 3107-6481 (Graduação)
- + 55 (61) 3107-6482 (Pós-Graduação)

Graduação em Matemática Mestrado Profissional em Matemática Mestrado e Doutorado em Matemática

#### Sobre a Fundação Athos Bulcão

A Fundação Athos Bulcão é uma instituição sem fins lucrativos, de direito privado e de utilidade pública distrital, que conserva, pesquisa, comunica, documenta, investiga e expõe o acervo de Athos Bulcão para fins de estudo, apreciação e educação. Investir e preservar o patrimônio cultural é trabalho permanente da instituição, que a partir disso, desenvolve projetos e ações que utilizam os bens culturais deixados por Athos Bulcão como recursos educacionais, turísticos e de entretenimento, estimulando em seu público uma percepção crítica da realidade, valorização da arte brasileira e seu patrimônio e do conhecimento.

valorização da arte brasileira e seu patrimonio e do connecimento.

Possui um acervo de obras, estudos e projetos do artista, que exibe em sua galeria. Em sua loja, comercializa múltiplos de arte que tomam emprestadas as formas e as cores das obras de Athos Bulcão, além de publicações, gravuras e molduras com os famosos azulejos. Visite www.fundathos.org.br para conhecer mais sobre a obra de Athos e a Fundação.

