Diferença de Conjuntos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

22 de julho de 2020

Definição

Dados dois conjuntos A e B,

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença***

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$,

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) *Se* $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$,

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, então

$$A - B =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, então

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A =$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por* $A - B$ *ou* $A \backslash B$ *como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$,

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$, *então*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, \ldots\}$, *então*

$$A - B =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, então

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, \ldots\}$, então

$$A - B = \{2, 4, 8, 10, 14, 16, \ldots\}$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) *Se* $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) *Se* $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, \ldots\}$, *então*

$$A - B = \{2, 4, 8, 10, 14, 16, \ldots\}$$
$$B - A =$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$, *então*

$$A - B = \{2, 4, 8, 10, 14, 16, ...\}$$
$$B - A = \{3, 9, 15, 21, ...\}$$

Proposição

Sejam A, B e C

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova:

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição,

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$,

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$,

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$. Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$. Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$,

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$, como $x \notin C$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$, como $x \notin C$ segue então que $x \in B - C$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$, como $x \notin C$ segue então que $x \in B - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$, como $x \notin C$ segue então que $x \in B - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Assim $(A - B) \cup (B - C) \subseteq (A \cup B) - C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Assim $(A - B) \cup (B - C) \subseteq (A \cup B) - C$.
Portanto,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Assim $(A - B) \cup (B - C) \subseteq (A \cup B) - C$.
Portanto, $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Assim $(A - B) \cup (B - C) \subseteq (A \cup B) - C$.
Portanto, $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$, como queríamos.$\blacksquare$