Subgrupos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

31 de outubro de 2020

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo.*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Se* G *é um conjunto com uma quantidade finita de elementos,*

Definição

Seja $(G, *)$ um grupo. Se G é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que G é um ***grupo finito****.*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Se* G *é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que* G *é um* ***grupo finito****. Denotamos por* $|G|$

Definição

Seja $(G, *)$ um grupo. Se G é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que G é um ***grupo finito****. Denotamos por $|G|$ o número de elementos de G*

Definição

Seja $(G, *)$ um grupo. Se G é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que G é um ***grupo finito****. Denotamos por $|G|$ o número de elementos de G e que será chamado de* ***ordem*** *de G*

Definição

Seja $(G,*)$ *um grupo. Se* G *é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que* G *é um* ***grupo finito****. Denotamos por* $|G|$ *o número de elementos de* G *e que será chamado de* ***ordem*** *de* G *ou* ***cardinalidade*** *de* G*.*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Se* G *é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que* G *é um* ***grupo finito****. Denotamos por* $|G|$ *o número de elementos de* G *e que será chamado de* ***ordem*** *de* G *ou* ***cardinalidade*** *de* G*. Quando o conjunto* G *não é finito,*

Definição

Seja $(G, *)$ um grupo. Se G é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que G é um ***grupo finito****. Denotamos por $|G|$ o número de elementos de G e que será chamado de* ***ordem*** *de G ou* ***cardinalidade*** *de G. Quando o conjunto G não é finito, dizemos que G é um* ***grupo infinito****.*

Definição

Seja $(G, *)$ um grupo. Se G é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que G é um ***grupo finito****. Denotamos por $|G|$ o número de elementos de G e que será chamado de* ***ordem*** *de G ou* ***cardinalidade*** *de G. Quando o conjunto G não é finito, dizemos que G é um* ***grupo infinito****.*

Exemplos

i) $(\mathbb{Z}_m, +)$ *é um grupo finito para todo* $m > 1$

Definição

Seja $(G, *)$ um grupo. Se G é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que G é um ***grupo finito****. Denotamos por $|G|$ o número de elementos de G e que será chamado de* ***ordem*** *de G ou* ***cardinalidade*** *de G. Quando o conjunto G não é finito, dizemos que G é um* ***grupo infinito****.*

Exemplos

i) $(\mathbb{Z}_m, +)$ *é um grupo finito para todo $m > 1$ e $|G| = m$.*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Se* G *é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que* G *é um* ***grupo finito****. Denotamos por* $|G|$ *o número de elementos de* G *e que será chamado de* ***ordem*** *de* G *ou* ***cardinalidade*** *de* G*. Quando o conjunto* G *não é finito, dizemos que* G *é um* ***grupo infinito****.*

Exemplos

i) $(\mathbb{Z}_m, +)$ *é um grupo finito para todo* $m > 1$ *e* $|G| = m$*.*

ii) $(S_n, \circ)$ *é um grupo finito*

Definição

Seja $(G,*)$ *um grupo. Se* G *é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que* G *é um* ***grupo finito****. Denotamos por* $|G|$ *o número de elementos de* G *e que será chamado de* ***ordem*** *de* G *ou* ***cardinalidade*** *de* G*. Quando o conjunto* G *não é finito, dizemos que* G *é um* ***grupo infinito****.*

Exemplos

i) $(\mathbb{Z}_m,+)$ *é um grupo finito para todo* $m>1$ *e* $|G|=m$*.*

ii) $(S_n,\circ)$ *é um grupo finito e* $|G|=n!$ *elementos.*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Se* G *é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que* G *é um* ***grupo finito****. Denotamos por* $|G|$ *o número de elementos de* G *e que será chamado de* ***ordem*** *de* G *ou* ***cardinalidade*** *de* G*. Quando o conjunto* G *não é finito, dizemos que* G *é um* ***grupo infinito****.*

Exemplos

i) $(\mathbb{Z}_m, +)$ *é um grupo finito para todo* $m > 1$ *e* $|G| = m$*.*

ii) $(S_n, \circ)$ *é um grupo finito e* $|G| = n!$ *elementos.*

iii) $(\mathbb{Z}, +)$ *é um grupo infinito.*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo.*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é chamado de* ***subgrupo*** *de* G

Definição

Seja $(G, *)$ um grupo. Um subconjunto não vazio $H \subseteq G$ é chamado de ***subgrupo*** *de G se, e somente se, $(H, *)$*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é chamado de* ***subgrupo*** *de* G *se, e somente se,* $(H, *)$ *é um grupo.*

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é chamado de* ***subgrupo*** *de* G *se, e somente se,* $(H, *)$ *é um grupo.*

Proposição

Seja $(G, *)$ *um grupo.*

Definição

*Seja $(G, *)$ um grupo. Um subconjunto não vazio $H \subseteq G$ é chamado de **subgrupo** de G se, e somente se, $(H, *)$ é um grupo.*

Proposição

Seja $(G, *)$ um grupo. Um subconjunto não vazio

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é chamado de* ***subgrupo*** *de* G *se, e somente se,* $(H, *)$ *é um grupo.*

Proposição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é um subgrupo de* G

Definição

Seja $(G, *)$ um grupo. Um subconjunto não vazio $H \subseteq G$ é chamado de ***subgrupo*** *de G se, e somente se, $(H, *)$ é um grupo.*

Proposição

Seja $(G, *)$ um grupo. Um subconjunto não vazio $H \subseteq G$ é um subgrupo de G se, e somente se

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é chamado de* ***subgrupo*** *de* G *se, e somente se,* $(H, *)$ *é um grupo.*

Proposição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é um subgrupo de* G *se, e somente se*

i) $x^{-1} \in H$,

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é chamado de* ***subgrupo*** *de* G *se, e somente se,* $(H, *)$ *é um grupo.*

Proposição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é um subgrupo de* G *se, e somente se*

i) $x^{-1} \in H$, *para todo* $x \in H$;

ii) $x * y \in H$,

Definição

Seja $(G, *)$ um grupo. Um subconjunto não vazio $H \subseteq G$ é chamado de ***subgrupo*** *de G se, e somente se, $(H, *)$ é um grupo.*

Proposição

Seja $(G, *)$ um grupo. Um subconjunto não vazio $H \subseteq G$ é um subgrupo de G se, e somente se

i) $x^{-1} \in H$, *para todo* $x \in H$;

ii) $x * y \in H$, *para todos* x, $y \in H$.

Definição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é chamado de* ***subgrupo*** *de* G *se, e somente se,* $(H, *)$ *é um grupo.*

Proposição

Seja $(G, *)$ *um grupo. Um subconjunto não vazio* $H \subseteq G$ *é um subgrupo de* G *se, e somente se*

i) $x^{-1} \in H$, *para todo* $x \in H$;

ii) $x * y \in H$, *para todos* $x, y \in H$.

Exemplos

i) Dado $(G, *)$ *grupo,*

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$

Exemplos

i) Dado $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$

Exemplos

i) Dado $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*,*

Exemplos

i) Dado $(G, *)$ grupo, $H = \{e\}$ e $H = G$ são subgrupos de G, chamados de ***subgrupos triviais****.*

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais****.*

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo.*

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais****.*

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo. Tomando* $H = m\mathbb{Z}$*,*

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais****.*

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo. Tomando* $H = m\mathbb{Z}$*, onde* $m > 1$*, então* H *é subgrupo de* $\mathbb{Z}$*.*

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais****.*

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo. Tomando* $H = m\mathbb{Z}$*, onde* $m > 1$*, então* H *é subgrupo de* $\mathbb{Z}$*.*

iii) $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{7}\}$.

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais***.

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo. Tomando* $H = m\mathbb{Z}$*, onde* $m > 1$*, então* H *é subgrupo de* $\mathbb{Z}$.

iii) $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{7}\}$. *Então* $(G, \odot)$ *é um grupo*

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais****.*

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo. Tomando* $H = m\mathbb{Z}$*, onde* $m > 1$*, então* H *é subgrupo de* $\mathbb{Z}$*.*

iii) $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{7}\}$*. Então* $(G, \odot)$ *é um grupo com* $|G| = 4$*.*

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais****.*

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo. Tomando* $H = m\mathbb{Z}$*, onde* $m > 1$*, então* H *é subgrupo de* $\mathbb{Z}$*.*

iii) $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{7}\}$*. Então* $(G, \odot)$ *é um grupo com* $|G| = 4$*. Além disso,*

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais****.*

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo. Tomando* $H = m\mathbb{Z}$*, onde* $m > 1$*, então* H *é subgrupo de* $\mathbb{Z}$*.*

iii) $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{7}\}$*. Então* $(G, \odot)$ *é um grupo com* $|G| = 4$*. Além disso,*

$$H_1 = \{\overline{1}, \overline{3}\}$$

Exemplos

i) Dado $(G, *)$ grupo, $H = \{e\}$ e $H = G$ são subgrupos de G, chamados de ***subgrupos triviais***.

ii) Seja $(\mathbb{Z}, +)$ um grupo. Tomando $H = m\mathbb{Z}$, onde $m > 1$, então H é subgrupo de $\mathbb{Z}$.

iii) $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{7}\}$. Então $(G, \odot)$ é um grupo com $|G| = 4$. Além disso,

$$H_1 = \{\overline{1}, \overline{3}\}$$
$$H_2 = \{\overline{1}, \overline{5}\}$$

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais****.*

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo. Tomando* $H = m\mathbb{Z}$*, onde* $m > 1$*, então* H *é subgrupo de* $\mathbb{Z}$*.*

iii) $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{7}\}$*. Então* $(G, \odot)$ *é um grupo com* $|G| = 4$*. Além disso,*

$$\begin{aligned} H_1 &= \{\overline{1}, \overline{3}\} \\ H_2 &= \{\overline{1}, \overline{5}\} \\ H_3 &= \{\overline{1}, \overline{7}\} \end{aligned}$$

Exemplos

i) *Dado* $(G, *)$ *grupo,* $H = \{e\}$ *e* $H = G$ *são subgrupos de* G*, chamados de* ***subgrupos triviais****.*

ii) *Seja* $(\mathbb{Z}, +)$ *um grupo. Tomando* $H = m\mathbb{Z}$*, onde* $m > 1$*, então* H *é subgrupo de* $\mathbb{Z}$*.*

iii) $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{7}\}$*. Então* $(G, \odot)$ *é um grupo com* $|G| = 4$*. Além disso,*

$$\begin{aligned} H_1 &= \{\overline{1}, \overline{3}\} \\ H_2 &= \{\overline{1}, \overline{5}\} \\ H_3 &= \{\overline{1}, \overline{7}\} \end{aligned}$$

São subgrupos de G*.*

Exemplos

iv) Considere o grupo aditivo $M_2(\mathbb{R})$.

Exemplos

iv) Considere o grupo aditivo $M_2(\mathbb{R})$*. Mostre que o conjunto*

Exemplos

iv) Considere o grupo aditivo $M_2(\mathbb{R})$*. Mostre que o conjunto*

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid a + d = 0 \right\}$$

Exemplos

iv) Considere o grupo aditivo $M_2(\mathbb{R})$. Mostre que o conjunto

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid a + d = 0 \right\}$$

é um subgrupo de $M_2(\mathbb{R})$.

Seja $(G, *)$ um grupo.

Seja $(G, *)$ um grupo. Para simplificar a notação

Seja $(G, *)$ um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa

Seja $(G, *)$ um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever $(G, *) =$

Seja $(G, *)$ um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever $(G, *) = (G, \cdot)$.

Seja $(G, *)$ um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

Seja $(G, *)$ um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y =$$

Seja $(G, *)$ um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y =$$

Seja $(G, *)$ um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Seja $(G, *)$ um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Nesse caso vamos dizer simplesmente que G é um grupo.

Proposição

Seja G um grupo.

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y$$

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se,}$$

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos $x, y \in G$.

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos $x, y \in G$.

i) A relação $\sim$

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos $x, y \in G$.

i) A relação $\sim$ sobre G definida acima é uma relação de equivalência.

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos $x, y \in G$.

i) *A relação $\sim$ sobre G definida acima é uma relação de equivalência.*

ii) *Se $a \in G$,*

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos $x, y \in G$.

i) *A relação $\sim$ sobre G definida acima é uma relação de equivalência.*

ii) *Se $a \in G$, então a classe de equivalência determinada por a*

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos x, $y \in G$.

i) *A relação $\sim$ sobre G definida acima é uma relação de equivalência.*
ii) *Se $a \in G$, então a classe de equivalência determinada por a é o conjunto*

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos $x, y \in G$.

i) *A relação $\sim$ sobre G definida acima é uma relação de equivalência.*

ii) *Se $a \in G$, então a classe de equivalência determinada por a é o conjunto*

$$aH =$$

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos $x, y \in G$.

i) *A relação $\sim$ sobre G definida acima é uma relação de equivalência.*

ii) *Se $a \in G$, então a classe de equivalência determinada por a é o conjunto*

$$aH = \{ah$$

Proposição

Seja G um grupo. Dado $H \subset G$ um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos $x, y \in G$.

i) *A relação $\sim$ sobre G definida acima é uma relação de equivalência.*
ii) *Se $a \in G$, então a classe de equivalência determinada por a é o conjunto*

$$aH = \{ah \mid h \in H\}.$$

Proposição

Seja H um subgrupo de um grupo G.

Proposição

Seja H um subgrupo de um grupo G. Então duas classes laterais quaisquer

Proposição

Seja H um subgrupo de um grupo G. Então duas classes laterais quaisquer módulo H

Proposição

Seja H um subgrupo de um grupo G. Então duas classes laterais quaisquer módulo H são subconjuntos de G que possuem a mesma cardinalidade,

Proposição

Seja H um subgrupo de um grupo G. Então duas classes laterais quaisquer módulo H são subconjuntos de G que possuem a mesma cardinalidade, isto é, a mesma quantidade de elementos.

Proposição

Seja H um subgrupo de um grupo G. Então duas classes laterais quaisquer módulo H são subconjuntos de G que possuem a mesma cardinalidade, isto é, a mesma quantidade de elementos.

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $G = \{1, -1, i, -i\}$,

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $G = \{1, -1, i, -i\}$, *onde* $i^2 = -1$.

Exemplos

i) *No grupo multiplicativo* $G = \{1, -1, i, -i\}$, *onde* $i^2 = -1$. *Considere o conjunto* $H = \{1, -1\}$.

Exemplos

i) *No grupo multiplicativo* $G = \{1, -1, i, -i\}$, *onde* $i^2 = -1$. *Considere o conjunto* $H = \{1, -1\}$. *Então* H *é um sugbrupo de* G

Exemplos

i) *No grupo multiplicativo* $G = \{1, -1, i, -i\}$*, onde* $i^2 = -1$*. Considere o conjunto* $H = \{1, -1\}$*. Então* H *é um sugbrupo de* G *e as classes laterais serão:*

Exemplos

ii) Considere o grupo multiplicativo $\mathbb{R}^*$

Exemplos

ii) Considere o grupo multiplicativo $\mathbb{R}^*$ *e* $H = \{x \in \mathbb{R}^* \mid x > 0\}$

Exemplos

ii) Considere o grupo multiplicativo $\mathbb{R}^*$ *e* $H = \{x \in \mathbb{R}^* \mid x > 0\} \subset \mathbb{R}^*$.

Exemplos

ii) Considere o grupo multiplicativo $\mathbb{R}^*$ *e* $H = \{x \in \mathbb{R}^* \mid x > 0\} \subset \mathbb{R}^*$. *Então* H *é subgrupo de* $\mathbb{R}^*$

Exemplos

ii) Considere o grupo multiplicativo $\mathbb{R}^*$ *e* $H = \{x \in \mathbb{R}^* \mid x > 0\} \subset \mathbb{R}^*$. *Então* H *é subgrupo de* $\mathbb{R}^*$ *e as classes laterais serão:*

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$.

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. *Denote por*

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. *Denote por*

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. *Denote por*

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. *Denote por*

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} =$

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$.

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$. Aqui e é a função identidade,

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$*. Denote por*

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$*. Aqui e é a função identidade,* $a^2 = a \circ a$*,*

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. *Denote por*

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$. *Aqui* e *é a função identidade,* $a^2 = a \circ a$, $ba = b \circ a$ *e*

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$. Aqui e é a função identidade, $a^2 = a \circ a$, $ba = b \circ a$ e $ba^2 = b \circ (a \circ a)$.

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$. Aqui e é a função identidade, $a^2 = a \circ a$, $ba = b \circ a$ e $ba^2 = b \circ (a \circ a)$. Seja $H = \{e, a, a^2\}$.

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. *Denote por*

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$. *Aqui* e *é a função identidade,* $a^2 = a \circ a$, $ba = b \circ a$ *e* $ba^2 = b \circ (a \circ a)$. *Seja* $H = \{e, a, a^2\}$. *Então* H *é subgrupo de* S_3

Exemplos

iii) Considere agora o grupo simétrico $G = S_3$. *Denote por*

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$. *Aqui* e *é a função identidade,* $a^2 = a \circ a$, $ba = b \circ a$ *e* $ba^2 = b \circ (a \circ a)$. *Seja* $H = \{e, a, a^2\}$. *Então* H *é subgrupo de* S_3 *e as classes laterais serão:*