Conjuntos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

Exercício

Sejam A, B e C conjuntos tais que $A \cap B = \emptyset$ e $A \cup B = C$. Mostre que

$$A = C - B.$$

$$C - B = \{x \in C \ / \ x \notin B\}$$

i) $A \subseteq C - B$

ii) $C - B \subseteq A$

PROVA: PRECISAMOS MOSTRAR QUE

i) $A \subseteq C - B$ $\quad x \in C$ e $x \notin B$

ii) $C - B \subseteq A$

PARA MOSTRAR (i) SEJA $\boxed{x \in A.}$

COMO, POR HIPÓTESE, $A \cap B = \emptyset$, ENTÃO $\boxed{x \notin B.}$ AGORA COMO $x \in A$, ENTÃO $x \in \underline{A \cup B}$. MAS POR HIPÓTESE, $A \cup B = \underline{C}$, LOGO $\boxed{x \in C.}$ DAÍ $x \in C - B$.

ASSIM $A \subseteq C - B$.

AGORA PARA PROVAR (ii) SEJA

$y \in C - B$. DAÍ $y \in C$ E $y \notin B$.

MAS, POR HIPÓTESE, $C = A \cup B$

DAÍ $y \in A$. ASSIM $C - B \subseteq A$.

PORTANTO

$$A = C - B. \quad \#$$