

Homomorfismo de Grupos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

4 de novembro de 2020

Definição

*Dados dois grupos $(G, *)$*

Definição

*Dados dois grupos $(G, *)$ e (H, \triangle)*

Definição

*Dados dois grupos $(G, *)$ e (H, \triangle) dizemos que uma função $f: G \rightarrow H$*

Definição

Dados dois grupos $(G, *)$ e (H, \triangle) dizemos que uma função $f: G \rightarrow H$ é um **homomorfismo de grupos** se

Definição

Dados dois grupos $(G, *)$ e (H, \triangle) dizemos que uma função $f: G \rightarrow H$ é um **homomorfismo de grupos** se

$$f(x * y) =$$

Definição

Dados dois grupos $(G, *)$ e (H, \triangle) dizemos que uma função $f: G \rightarrow H$ é um **homomorfismo de grupos** se

$$f(x * y) = f(x) \triangle f(y)$$

Definição

Dados dois grupos $(G, *)$ e (H, \triangle) dizemos que uma função $f: G \rightarrow H$ é um **homomorfismo de grupos** se

$$f(x * y) = f(x) \triangle f(y)$$

para todos $x, y \in G$.

Observação:

Sejam $(G, *)$

Observação:

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos*

Observação:

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo.*

Observação:

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo.*

1) Se $G = H$,

Observação:

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo.*

1) Se $G = H$, neste caso $f: G \rightarrow G$

Observação:

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo.

- 1) Se $G = H$, neste caso $f: G \rightarrow G$ é chamado de um **endomorfismos** de grupos.

Observação:

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo.

- 1) Se $G = H$, neste caso $f: G \rightarrow G$ é chamado de um **endomorfismos** de grupos.
- 2) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função injetora,

Observação:

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo.

- 1) Se $G = H$, neste caso $f: G \rightarrow G$ é chamado de um **endomorfismo** de grupos.
- 2) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função injetora, então dizemos que f é um **monomorfismo** de grupos.

Observação:

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo.

- 1) Se $G = H$, neste caso $f: G \rightarrow G$ é chamado de um **endomorfismo** de grupos.
- 2) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função injetora, então dizemos que f é um **monomorfismo** de grupos.

Observação:

3) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função sobrejetora,

Observação:

3) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função sobrejetora, então dizemos que f é um **epimorfismo** de grupos.

Observação:

- 3) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função sobrejetora, então dizemos que f é um **epimorfismo** de grupos.
- 4) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função bijetora,

Observação:

- 3) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função sobrejetora, então dizemos que f é um **epimorfismo** de grupos.
- 4) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função bijetora, então dizemos que f é um **isomorfismo** de grupos.

Observação:

- 3) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função sobrejetora, então dizemos que f é um **epimorfismo** de grupos.
- 4) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função bijetora, então dizemos que f é um **isomorfismo** de grupos.
- 5) Se $f: G \rightarrow G$ é uma função bijetora,

Observação:

- 3) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função sobrejetora, então dizemos que f é um **epimorfismo** de grupos.
- 4) Se $f: G \rightarrow H$ é uma função bijetora, então dizemos que f é um **isomorfismo** de grupos.
- 5) Se $f: G \rightarrow G$ é uma função bijetora, então dizemos que f é um **automorfismo** de grupos.

Exemplos

1) A função $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*$

Exemplos

1) A função $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*$ dada por $f(x) = i^x$

Exemplos

1) A função $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*$ dada por $f(x) = i^x$ é um homomorfismo de $(\mathbb{Z}, +)$

Exemplos

1) A função $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*$ dada por $f(x) = i^x$ é um homomorfismo de $(\mathbb{Z}, +)$ em (\mathbb{C}^*, \cdot) .

Exemplos

2) A função $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$

Exemplos

2) A função $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \ln(x)$

Exemplos

2) A função $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \ln(x)$ é um homomorfismo de (\mathbb{R}_+^*, \cdot)

Exemplos

2) A função $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \ln(x)$ é um homomorfismo de (\mathbb{R}_+^*, \cdot) em $(\mathbb{R}, +)$.

Exemplos

3) *Sejam m um inteiro positivo fixo.*

Exemplos

3) *Sejam m um inteiro positivo fixo. A função $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_m$*

Exemplos

3) *Sejam m um inteiro positivo fixo. A função $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_m$ definida por $f(x) = \bar{x}$*

Exemplos

3) *Sejam m um inteiro positivo fixo. A função $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_m$ definida por $f(x) = \bar{x}$ é um homomorfismo de $(\mathbb{Z}, +)$*

Exemplos

3) *Sejam m um inteiro positivo fixo. A função $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_m$ definida por $f(x) = \bar{x}$ é um homomorfismo de $(\mathbb{Z}, +)$ em (\mathbb{Z}_m, \oplus) .*

Exemplos

4) *Sejam $(G, *)$ um grupo,*

Exemplos

4) *Sejam $(G, *)$ um grupo, $z \in G$ um elemento fixado*

Exemplos

4) *Sejam $(G, *)$ um grupo, $z \in G$ um elemento fixado e z^{-1} seu inverso.*

Exemplos

4) *Sejam $(G, *)$ um grupo, $z \in G$ um elemento fixado e z^{-1} seu inverso. Então a aplicação*

Exemplos

4) *Sejam $(G, *)$ um grupo, $z \in G$ um elemento fixado e z^{-1} seu inverso. Então a aplicação*

$$f_z : G \rightarrow G$$

Exemplos

4) *Sejam $(G, *)$ um grupo, $z \in G$ um elemento fixado e z^{-1} seu inverso. Então a aplicação*

$$f_z : G \rightarrow G$$

$$f_z(x) = z^{-1} * x * z,$$

Exemplos

4) *Sejam $(G, *)$ um grupo, $z \in G$ um elemento fixado e z^{-1} seu inverso. Então a aplicação*

$$f_z : G \rightarrow G$$

$$f_z(x) = z^{-1} * x * z,$$

para todo $x \in G$, é um isomorfismo de grupos.

Proposição

*Sejam $(G, *)$,*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo.*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo. Denote por 1_G*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo. Denote por 1_G e 1_H*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo. Denote por 1_G e 1_H os elementos neutros de G e H ,*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo. Denote por 1_G e 1_H os elementos neutros de G e H , respectivamente.*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo. Denote por 1_G e 1_H os elementos neutros de G e H , respectivamente.*

$$i) f(1_G) = 1_H$$

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo. Denote por 1_G e 1_H os elementos neutros de G e H , respectivamente.*

$$i) f(1_G) = 1_H$$

$$ii) [f(x)]^{-1} = f(x^{-1})$$

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo. Denote por 1_G e 1_H os elementos neutros de G e H , respectivamente.*

$$i) f(1_G) = 1_H$$

$$ii) [f(x)]^{-1} = f(x^{-1}) \text{ para todo } x \in G.$$

Proposição

Sejam I é um subgrupo de H

Proposição

Sejam I é um subgrupo de H e $f: G \rightarrow H$

Proposição

Sejam I é um subgrupo de H e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos.

Proposição

*Sejam I é um subgrupo de H e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos.
Então $f^{-1}(I)$*

Proposição

Sejam I é um subgrupo de H e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Então $f^{-1}(I)$ é um subgrupo de G .