Relação de Equivalência

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

Exercício

Defina a relação ֊ em 🕡 por

$$x \bigcirc y$$
 quando $\frac{x - y}{2} \in \mathbb{Z}$.

- (a) Mostre que ~ é um relação de equivalência em Q.
- b) Determine as classes de equivalências de $\overline{0}$, $\overline{1}$ e $\overline{1/2}$.

(ii) SE X~Y E Y~3, ENTADO (X~3).

$$\chi \sim \chi$$
 (=)

SOLU(AD: a) SETA X EQ. DAÍ

 $\frac{\chi - \chi}{2} = 0 \leq 0 \in \mathbb{Z}.$

AGOM SUPONIMA OLE XMY.

L060 X~ X.

$$y - x \in \mathcal{I}$$

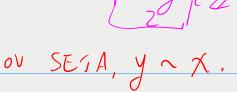
$$x - y = h$$

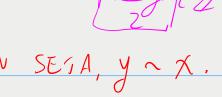
ASSIM

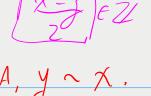
1) = - KeZL



$$\begin{bmatrix} x-j \\ 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{Z}$$









FINALMENTE, SUPONHA QUE









ONDE
$$h, l \in \mathbb{Z}$$
. ASSIM
$$\frac{\chi-3}{2} = \frac{\chi-y+y-3}{2} = n+l \in \mathbb{Z}$$

J570 E, X~3.

PONTANTO ~ É UMA RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA EM Q. SOBRE A, TOMANDO XE A

X = q y E A | y R X] E A.

b) TEMOS 5 = (yeQ) yvo) y~0 (=) y-0=h, h e]

y=121/ ne21.

ō=1 y e Q / y=2H, he Z)
ō=10, ±2, ±4, ±6, ... y

A 60 NA

7- (te & / t ~)

$$t \sim J = h, h \in \mathbb{Z}$$
 $t-J-2h = h, h \in \mathbb{Z}$

 $J = \{t \in Q \mid t = Ln + J, n \in Z\}$ $J = \{t \in Q \mid t = Ln + J, n \in Z\}$

FINALMENTE

3~1 (=) 3-1/2 = h, he 2/

I=) 3 E Q / 3 = 2 H + I, KEZ).

$$\frac{1}{2} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{7}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \dots \right\}$$