

Funções

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

Definição

Uma **função**

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$,

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B ,

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

i) Para todo $x \in A$,

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com y_1 ,

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$,

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem**

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio**

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$.

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio**

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f .

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f . O conjunto

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f . O conjunto

$$\text{Im}(f) =$$

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f . O conjunto

$$\text{Im}(f) = \{f(x)\}$$

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f . O conjunto

$$\text{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in A\}$$

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f . O conjunto

$$\text{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in A\} \subseteq B$$

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f . O conjunto

$$\text{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in A\} \subseteq B$$

é chamado **imagem** de f .

Definição

Uma **função** $f: A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B , é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:

- i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.
- ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f .

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\text{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f . O conjunto

$$\text{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in A\} \subseteq B$$

é chamado **imagem** de f .

Exemplos

1) *Sejam* $A = \{0, 1, 2, 3\}$

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.

Exemplos

1) *Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$. Quais das seguintes relações são funções?*

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$. Quais das seguintes relações são funções?

a) $R_1 = \{(0, 5), (1, 6), (2, 7)\}$

b) $R_2 = \{(0, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 7), (3, 8)\}$

c) $R_3 = \{(0, 4), (1, 5), (2, 7), (3, 8)\}$

d) $R_4 = \{(0, 5), (1, 5), (2, 6), (3, 7)\}$

Exemplos

$$2) R_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x^2\}$$

$$3) R_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

$$4) R_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2\}$$

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

i) Dizemos que f é **injetora**

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

i) Dizemos que f é **injetora** se dados x_1 ,

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) =$

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$,

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$.

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente,

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora**

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados x_1 ,

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$,

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- ii) Dizemos que f é **sobrejetora**

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$,

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.
- iii) Dizemos que f é **bijetora**

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.
- iii) Dizemos que f é **bijetora** se f for **injetora**

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.
- iii) Dizemos que f é **bijetora** se f for **injetora** e **sobrejetora**

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.
- iii) Dizemos que f é **bijetora** se f for **injetora** e **sobrejetora** simultaneamente.

Definição

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.
- iii) Dizemos que f é **bijetora** se f for **injetora** e **sobrejetora** simultaneamente.

Exemplos

Verifique se as seguintes funções são injetoras

Exemplos

Verifique se as seguintes funções são injetoras ou sobrejetoras:

Exemplos

Verifique se as seguintes funções são injetoras ou sobrejetoras:

1) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = 3x + 1$

Exemplos

2) $g: \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_9 \rightarrow \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_9$ tal que $f(\bar{x}, \bar{y}) = (\bar{2}\bar{x} + \bar{3}, \bar{4}\bar{y} + \bar{5})$

Exemplos

3) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $h(x) = x^2$