

Grupos Cíclicos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

29 de outubro de 2020

Seja $(G, *)$ um grupo.

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever

$(G, *) =$

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever

$$(G, *) = (G, \cdot).$$

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y =$$

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y =$$

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) =$

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$.

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y =$$

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$ será denotado por x^{-1}

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$ será denotado por x^{-1} e no caso da notação aditiva

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$ será denotado por x^{-1} e no caso da notação aditiva o oposto de $x \in G$

Seja $(G, *)$ um grupo.

Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x, y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$ será denotado por x^{-1} e no caso da notação aditiva o oposto de $x \in G$ será denotado por $-x$.

Seja G um grupo multiplicativo

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G .

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$,

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x ,

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** ,

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** , é o elemento de G denotado por

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** , é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** , é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** , é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m =$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** , é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \end{cases}$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** , é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \\ x^{m-1}x, & \end{cases}$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** , é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \\ x^{m-1}x, & \text{se } m \geq 1 \end{cases}$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** , é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \\ x^{m-1}x, & \text{se } m \geq 1 \\ (x^{-m})^{-1}, & \end{cases}$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m -ésima** de x , ou **potência de x de expoente m** , é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \\ x^{m-1}x, & \text{se } m \geq 1 \\ (x^{-m})^{-1}, & \text{se } m < 0. \end{cases}$$

Exemplos

i) *No grupo multiplicativo $GL_2(\mathbb{R})$*

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $GL_2(\mathbb{R})$ seja

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $GL_2(\mathbb{R})$ seja

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $GL_2(\mathbb{R})$ seja

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Então:

Exemplos

ii) *No grupo multiplicativo \mathbb{Z}_5^**

Exemplos

ii) No grupo multiplicativo \mathbb{Z}_5^* seja $a = \bar{2}$.

Exemplos

ii) No grupo multiplicativo \mathbb{Z}_5^* seja $a = \bar{2}$. Então:

Exemplos

iii) *No grupo multiplicativo S_3*

Exemplos

iii) No grupo multiplicativo S_3 seja

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exemplos

iii) No grupo multiplicativo S_3 seja

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Então:

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo.

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$,

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n =$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n = x^{m+n}$

ii) $x^{-m} =$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

$$ii) \ x^{-m} = (x^m)^{-1}$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

$$ii) \ x^{-m} = (x^m)^{-1}$$

$$iii) \ (x^m)^n =$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

$$ii) \ x^{-m} = (x^m)^{-1}$$

$$iii) \ (x^m)^n = x^{mn}$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

$$ii) \ x^{-m} = (x^m)^{-1}$$

$$iii) \ (x^m)^n = x^{mn}$$

$$iv) \ x^m x^n =$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

$$ii) \ x^{-m} = (x^m)^{-1}$$

$$iii) \ (x^m)^n = x^{mn}$$

$$iv) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

$$ii) \ x^{-m} = (x^m)^{-1}$$

$$iii) \ (x^m)^n = x^{mn}$$

$$iv) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

$$v) \ x^m x^n =$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

$$ii) \ x^{-m} = (x^m)^{-1}$$

$$iii) \ (x^m)^n = x^{mn}$$

$$iv) \ x^m x^n = x^{m+n}$$

$$v) \ x^m x^n = x^n x^m$$

Seja G um grupo aditivo

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G .

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$,

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m -ésimo** de x

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m -ésimo** de x é o elemento de G denotado por

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m -ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m -ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x =$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m -ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \\ \end{cases}$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m -ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \\ (m - 1) \cdot x + x, & \end{cases}$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m -ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \\ (m - 1) \cdot x + x, & \text{se } m \geq 1 \end{cases}$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m -ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \\ (m - 1) \cdot x + x, & \text{se } m \geq 1 \\ -[(-m) \cdot x], & \text{se } m < 0 \end{cases}$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G . Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m -ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se } m = 0, \\ (m - 1) \cdot x + x, & \text{se } m \geq 1 \\ -[(-m) \cdot x], & \text{se } m < 0. \end{cases}$$

Proposição

Seja G um grupo aditivo.

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \ m \cdot x + n \cdot x =$$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \quad m \cdot x + n \cdot x = (m + n) \cdot x$$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \quad m \cdot x + n \cdot x = (m + n) \cdot x$$

$$ii) \quad (-m) \cdot x =$$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \quad m \cdot x + n \cdot x = (m + n) \cdot x$$

$$ii) \quad (-m) \cdot x = -(m \cdot x)$$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

$$i) \quad m \cdot x + n \cdot x = (m + n) \cdot x$$

$$ii) \quad (-m) \cdot x = -(m \cdot x)$$

$$iii) \quad n \cdot (m \cdot x) =$$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

- i) $m \cdot x + n \cdot x = (m + n) \cdot x$*
- ii) $(-m) \cdot x = -(m \cdot x)$*
- iii) $n \cdot (m \cdot x) = (nm) \cdot x$*

Seja G um grupo multiplicativo

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] =$$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m$$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\}$$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

i) O subconjunto $[a]$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

i) O subconjunto $[a]$ é um subgrupo de G .

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

- i) O subconjunto $[a]$ é um subgrupo de G .*
- ii) Se H é um subgrupo de G*

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

- i) O subconjunto $[a]$ é um subgrupo de G .*
- ii) Se H é um subgrupo de G tal que $a \in H$,*

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

- i) O subconjunto $[a]$ é um subgrupo de G .*
- ii) Se H é um subgrupo de G tal que $a \in H$, então $[a] \subset H$.*

Definição

Um grupo multiplicativo G

Definição

*Um grupo multiplicativo G será chamado de **grupo cíclico***

Definição

Um grupo multiplicativo G será chamado de **grupo cíclico** se, para algum $x \in G$,

Definição

*Um grupo multiplicativo G será chamado de **grupo cíclico** se, para algum $x \in G$, vale*

Definição

Um grupo multiplicativo G será chamado de **grupo cíclico** se, para algum $x \in G$, vale

$$G = [x].$$

Definição

Um grupo multiplicativo G será chamado de **grupo cíclico** se, para algum $x \in G$, vale

$$G = [x].$$

Nessas condições, o elemento x

Definição

Um grupo multiplicativo G será chamado de **grupo cíclico** se, para algum $x \in G$, vale

$$G = [x].$$

Nessas condições, o elemento x é chamado de **gerador** do grupo G .

Exemplos

i) No grupo multiplicativo \mathbb{C}^ ,*

Exemplos

i) No grupo multiplicativo \mathbb{C}^ , encontre o subgrupo gerado por i .*

Exemplos

ii) No grupo S_3 ,

Exemplos

ii) No grupo S_3 , encontre o subgrupo gerado por

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Proposição

Todo subgrupo de um grupo cíclico é também cíclico.

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e .

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

$$i) \ x^h = e$$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

- i) $x^h = e$*
- ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r*

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

diremos que a **ordem**

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

diremos que a **ordem** ou **período**

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

diremos que a **ordem** ou **período** de x é h .

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

diremos que a **ordem** ou **período** de x é h . Nesse caso escreveremos $|x| =$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

diremos que a **ordem** ou **período** de x é h . Nesse caso escreveremos $|x| = o(x) = h$.

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

diremos que a **ordem** ou **período** de x é h . Nesse caso escreveremos $|x| = o(x) = h$.

Se para qualquer inteiro

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

diremos que a **ordem** ou **período** de x é h . Nesse caso escreveremos $|x| = o(x) = h$.

Se para qualquer inteiro $r \neq 0$,

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

diremos que a **ordem** ou **período** de x é h . Nesse caso escreveremos $|x| = o(x) = h$.

Se para qualquer inteiro $r \neq 0$, $x^r \neq e$,

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e . Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ qualquer que seja o inteiro r tal que $0 < r < h$

diremos que a **ordem** ou **período** de x é h . Nesse caso escreveremos $|x| = o(x) = h$.

Se para qualquer inteiro $r \neq 0$, $x^r \neq e$, diremos que a **ordem** de x é **zero**.

Exemplos

i) No grupo multiplicativo \mathbb{C}^ temos:*

Exemplos

ii) *Em S_3 temos:*

Exemplos

iii) Em \mathbb{Z}_5 temos:

Exemplos

iv) *Em* \mathbb{Z}

Exemplos

iv) *Em \mathbb{Z} o único elemento de ordem diferente de zero*

Exemplos

iv) *Em \mathbb{Z} o único elemento de ordem diferente de zero é o elemento neutro.*

Proposição

Seja x um elemento de ordem $h > 0$

Proposição

Seja x um elemento de ordem $h > 0$ de um grupo G .

Proposição

Seja x um elemento de ordem $h > 0$ de um grupo G . Então $a^m = e$

Proposição

Seja x um elemento de ordem $h > 0$ de um grupo G . Então $x^m = e$ se, e somente se, $h \mid m$.