

Grupo Simétrico

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

19 de outubro de 2020

Seja A um conjunto não vazio.

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f: A \rightarrow A$, sabemos que f possui inversa

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f: A \rightarrow A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f: A \rightarrow A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f: A \rightarrow A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

$$\mathcal{S} = \{f: A \rightarrow A\}$$

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f: A \rightarrow A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

$$\mathcal{S} = \{f: A \rightarrow A \mid f \text{ é bijetora}\}.$$

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f: A \rightarrow A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

$$\mathcal{S} = \{f: A \rightarrow A \mid f \text{ é bijetora}\}.$$

Em \mathcal{S} vamos considerar a composição de funções \circ .

Como $Id: A \rightarrow A$ tal que $Id(x) = x$ para todo $x \in A$ é uma função bijetora então $Id \in \mathcal{S}$ e com isso $\mathcal{S} \neq \emptyset$.

Dados $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em \mathcal{S} .

Agora sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$

$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora sabemos que para toda $f \in \mathcal{S}$

$$f \circ id = f = id \circ f,$$

onde $id : A \rightarrow A$ é tal que $id(x) = x$, para todo $x \in A$. Logo id é o elemento neutro da composição.

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de \mathcal{S} possui inverso.

Portanto (\mathcal{S}, \circ) é um grupo. Além disso, em geral, esse grupo não é comutativo.

Vamos considerar agora o caso particular em que A é um conjunto finito. Nessa situação podemos supor que $A \subseteq \mathbb{N}$ para simplificar a notação. Vamos ver como é o conjunto \mathcal{S} com essa hipótese.

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f: A \rightarrow A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$\begin{aligned} f: \{1\} &\rightarrow \{1\} \\ f(1) &= 1. \end{aligned}$$

Ou seja, f é a função a identidade id . Nesse caso $\mathcal{S} = S_1 = \{id\}$ e (S_1, \circ) é um grupo, e nesse caso comutativo.

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A :

$$id: A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A :

$$id: A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$f: A \rightarrow A$$

$$f(1) = 2$$

$$f(2) = 1$$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A :

$$id: A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$f: A \rightarrow A$$

$$f(1) = 2$$

$$f(2) = 1$$

Assim $\mathcal{S} = S_2 = \{id, f\}$ e (S_2, \circ) é um grupo.

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A :

$$id: A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$f: A \rightarrow A$$

$$f(1) = 2$$

$$f(2) = 1$$

Assim $\mathcal{S} = S_2 = \{id, f\}$ e (S_2, \circ) é um grupo.

| \circ | id | f |
|---------|------|-----|
| id | | |
| f | | |

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A :

$$id: A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$f: A \rightarrow A$$

$$f(1) = 2$$

$$f(2) = 1$$

Assim $\mathcal{S} = S_2 = \{id, f\}$ e (S_2, \circ) é um grupo.

| \circ | id | f |
|---------|------|-----|
| id | | |
| f | | |

Além disso, da tabela acima vemos que esse grupo é comutativo.

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

$$f_3(3) = 2$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_4 : A \rightarrow A$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

$$f_3(3) = 2$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_4 : A \rightarrow A$$

$$f_4(1) = 2$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

$$f_3(3) = 2$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_4 : A \rightarrow A$$

$$f_4(1) = 2$$

$$f_4(2) = 3$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

$$f_3(3) = 2$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_4 : A \rightarrow A$$

$$f_4(1) = 2$$

$$f_4(2) = 3$$

$$f_4(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

$$f_3(3) = 2$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_4 : A \rightarrow A$$

$$f_4(1) = 2$$

$$f_4(2) = 3$$

$$f_4(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

$$f_3(3) = 2$$

$$f_5 : A \rightarrow A$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_4 : A \rightarrow A$$

$$f_4(1) = 2$$

$$f_4(2) = 3$$

$$f_4(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

$$f_3(3) = 2$$

$$f_5 : A \rightarrow A$$

$$f_5(1) = 3$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_4 : A \rightarrow A$$

$$f_4(1) = 2$$

$$f_4(2) = 3$$

$$f_4(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

$$f_3(3) = 2$$

$$f_5 : A \rightarrow A$$

$$f_5(1) = 3$$

$$f_5(2) = 1$$

Agora seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A :

$$id : A \rightarrow A$$

$$id(1) = 1$$

$$id(2) = 2$$

$$id(3) = 3$$

$$f_2 : A \rightarrow A$$

$$f_2(1) = 3$$

$$f_2(2) = 2$$

$$f_2(3) = 1$$

$$f_4 : A \rightarrow A$$

$$f_4(1) = 2$$

$$f_4(2) = 3$$

$$f_4(3) = 1$$

$$f_1 : A \rightarrow A$$

$$f_1(1) = 2$$

$$f_1(2) = 1$$

$$f_1(3) = 3$$

$$f_3 : A \rightarrow A$$

$$f_3(1) = 1$$

$$f_3(2) = 3$$

$$f_3(3) = 2$$

$$f_5 : A \rightarrow A$$

$$f_5(1) = 3$$

$$f_5(2) = 1$$

$$f_5(3) = 2$$

$$\text{Logo } \mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1)$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1))$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2)$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1)$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1))$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2)$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1)$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é,

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$.

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo (S_3, \circ)

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo (S_3, \circ) não é comutativo.

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo (S_3, \circ) não é comutativo.

Note que em S_2

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo (S_3, \circ) não é comutativo.

Note que em S_2 temos $2 = 2!$ elementos

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo (S_3, \circ) não é comutativo.

Note que em S_2 temos $2 = 2!$ elementos e em S_3

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo (S_3, \circ) não é comutativo.

Note que em S_2 temos $2 = 2!$ elementos e em S_3 temos $6 = 3!$ elementos.

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e (S_3, \circ) é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo (S_3, \circ) não é comutativo.

Note que em S_2 temos $2 = 2!$ elementos e em S_3 temos $6 = 3!$ elementos.

De modo geral,

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \rightarrow A$ bijetoras.

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \rightarrow A$ bijetoras.

Assim o grupo (S_n, \circ)

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \rightarrow A$ bijetoras.

Assim o grupo (S_n, \circ) possui $n!$ elementos.

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \rightarrow A$ bijetoras.

Assim o grupo (S_n, \circ) possui $n!$ elementos.

Se $n \geq 3$

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \rightarrow A$ bijetoras.

Assim o grupo (S_n, \circ) possui $n!$ elementos.

Se $n \geq 3$ S_n é um grupo não comutativo.

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \rightarrow A$ bijetoras.

Assim o grupo (S_n, \circ) possui $n!$ elementos.

Se $n \geq 3$ S_n é um grupo não comutativo.

Definição

O grupo S_n é chamado de

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \rightarrow A$ bijetoras.

Assim o grupo (S_n, \circ) possui $n!$ elementos.

Se $n \geq 3$ S_n é um grupo não comutativo.

Definição

O grupo S_n é chamado de **grupo simétrico**

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \rightarrow A$ bijetoras.

Assim o grupo (S_n, \circ) possui $n!$ elementos.

Se $n \geq 3$ S_n é um grupo não comutativo.

Definição

O grupo S_n é chamado de **grupo simétrico** ou **grupo de permutações**

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \rightarrow A$ bijetoras.

Assim o grupo (S_n, \circ) possui $n!$ elementos.

Se $n \geq 3$ S_n é um grupo não comutativo.

Definição

O grupo S_n é chamado de **grupo simétrico** ou **grupo de permutações** em $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$.

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte:

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas.

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens.

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f =$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ & & & & \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & & & & \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & & & \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & f(3) & & \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & f(3) & \dots & \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & f(3) & \dots & f(n) \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & f(3) & \dots & f(n) \end{pmatrix}.$$

No caso de S_3 vamos escrever

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & & \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & & \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Assim a composição $f_3 \circ f_4$ pode ser determinada da seguinte forma:

$$f_3 \circ f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Assim a composição $f_3 \circ f_4$ pode ser determinada da seguinte forma:

$$f_3 \circ f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Assim a composição $f_3 \circ f_4$ pode ser determinada da seguinte forma:

$$f_3 \circ f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

A composição $f_4 \circ f_5$ é:

$$f_4 \circ f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

A composição $f_4 \circ f_5$ é:

$$f_4 \circ f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A composição $f_4 \circ f_5$ é:

$$f_4 \circ f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$