

# Produto cartesiano e Conjuntos das partes

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

22 de julho de 2020

## Definição

*Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ ,*

## Definição

*Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano***

## Definição

*Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto*

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B =$$

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y)\}$$

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y)$ ,



## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ ,

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$$(x, y) = (z, t)$$

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$$(x, y) = (z, t) \text{ se, e somente se, } x = z$$

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$(x, y) = (z, t)$  **se, e somente se**,  $x = z$  e  $y = t$ .

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$$(x, y) = (z, t) \text{ se, e somente se, } x = z \text{ e } y = t.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2\}$

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$$(x, y) = (z, t) \text{ se, e somente se, } x = z \text{ e } y = t.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{3, 4\}$ .

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$$(x, y) = (z, t) \text{ se, e somente se, } x = z \text{ e } y = t.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{3, 4\}$ . Então

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$(x, y) = (z, t)$  **se, e somente se**,  $x = z$  e  $y = t$ .

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{3, 4\}$ . Então

$$A \times B =$$



## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$$(x, y) = (z, t) \text{ se, e somente se, } x = z \text{ e } y = t.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{3, 4\}$ . Então

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$$

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$$(x, y) = (z, t) \text{ se, e somente se, } x = z \text{ e } y = t.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{3, 4\}$ . Então

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$$

$$B \times A =$$

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$$(x, y) = (z, t) \text{ se, e somente se, } x = z \text{ e } y = t.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{3, 4\}$ . Então

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$$

$$B \times A = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$$

## Definição

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , definimos o **produto cartesiano** de  $A$  por  $B$  como sendo o conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados  $(x, y), (z, t) \in A \times B$ , temos

$$(x, y) = (z, t) \text{ se, e somente se, } x = z \text{ e } y = t.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{3, 4\}$ . Então

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$$

$$B \times A = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$$

## Observações:

1) *Do Exemplo (0.1)*

## Observações:

1) *Do Exemplo (0.1) vemos que em geral  $A \times B \neq B \times A$ .*

## Observações:

- 1) *Do Exemplo (0.1) vemos que em geral  $A \times B \neq B \times A$ .*
- 2) *No caso em que  $A = B$*

## Observações:

- 1) *Do Exemplo (0.1) vemos que em geral  $A \times B \neq B \times A$ .*
- 2) *No caso em que  $A = B$  vamos escrever*



## Observações:

- 1) *Do Exemplo (0.1) vemos que em geral  $A \times B \neq B \times A$ .*
- 2) *No caso em que  $A = B$  vamos escrever*

$$A \times A = A^2 =$$

## Observações:

- 1) *Do Exemplo (0.1) vemos que em geral  $A \times B \neq B \times A$ .*
- 2) *No caso em que  $A = B$  vamos escrever*

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

## Observações:

- 1) *Do Exemplo (0.1) vemos que em geral  $A \times B \neq B \times A$ .*
- 2) *No caso em que  $A = B$  vamos escrever*

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

*De modo geral:*

## Observações:

- 1) Do Exemplo (0.1) vemos que em geral  $A \times B \neq B \times A$ .
- 2) No caso em que  $A = B$  vamos escrever

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

*De modo geral:*

$$\underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{n \text{ vezes}} = A^n =$$

## Observações:

- 1) Do Exemplo (0.1) vemos que em geral  $A \times B \neq B \times A$ .
- 2) No caso em que  $A = B$  vamos escrever

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

*De modo geral:*

$$\underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{n \text{ vezes}} = A^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1, x_2, \dots, x_n \in A\}$$

## Observações:

- 1) Do Exemplo (0.1) vemos que em geral  $A \times B \neq B \times A$ .
- 2) No caso em que  $A = B$  vamos escrever

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

De modo geral:

$$\underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{n \text{ vezes}} = A^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1, x_2, \dots, x_n \in A\}$$

para  $n \geq 2$ .

## Definição

*Para qualquer conjunto  $A$ ,*

## Definição

*Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$*



## Definição

*Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto*

## Definição

*Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto*

$$\mathcal{P}(A) =$$

## Definição

*Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto*

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

1)  $A = \emptyset$ ,

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$

2)  $B = \{x\},$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$

2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) =$



## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$

2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset,$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\},$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\}, \mathcal{P}(C) =$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\}, \mathcal{P}(C) = \{\emptyset,$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\}, \mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\},$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset$ ,  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$ ;
- 2)  $B = \{x\}$ ,  $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$ ;
- 3)  $C = \{a, b, c\}$ ,  $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\},$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\}, \mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\},$



## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\}, \mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\},$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset$ ,  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$ ;
- 2)  $B = \{x\}$ ,  $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$ ;
- 3)  $C = \{a, b, c\}$ ,  $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\},$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\}, \mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\},$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\}, \mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\};$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\}, \mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\};$
- 4)  $D = \mathbb{R},$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset, \mathcal{P}(A) = \{\emptyset\};$
- 2)  $B = \{x\}, \mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\};$
- 3)  $C = \{a, b, c\}, \mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\};$
- 4)  $D = \mathbb{R}, \mathcal{P}(D) = \{X \mid X \subseteq \mathbb{R}\},$

## Definição

Para qualquer conjunto  $A$ , indicamos por  $\mathcal{P}(A)$  o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de **conjunto das partes** de  $A$ .

## Exemplos

- 1)  $A = \emptyset$ ,  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$ ;
- 2)  $B = \{x\}$ ,  $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$ ;
- 3)  $C = \{a, b, c\}$ ,  $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\}$ ;
- 4)  $D = \mathbb{R}$ ,  $\mathcal{P}(D) = \{X \mid X \subseteq \mathbb{R}\}$ , por exemplo  $\mathbb{Q} \in \mathcal{P}(D)$ .