

Homomorfismo de Grupos - Continuação

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

3 de novembro de 2020

Definição

*Sejam $(G, *)$,*

Definição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos*

Definição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos.*

Definição

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo**

Definição

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel**

Definição

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel** de f e denota-se por

Definição

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel** de f e denota-se por $N(f)$

Definição

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel** de f e denota-se por $N(f)$ ou $\ker(f)$

Definição

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel** de f e denota-se por $N(f)$ ou $\ker(f)$ o seguinte subconjunto de G :

Definição

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel** de f e denota-se por $N(f)$ ou $\ker(f)$ o seguinte subconjunto de G :

$$\ker(f) =$$

Definição

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel** de f e denota-se por $N(f)$ ou $\ker(f)$ o seguinte subconjunto de G :

$$\ker(f) = \{x \in G$$

Definição

Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel** de f e denota-se por $N(f)$ ou $\ker(f)$ o seguinte subconjunto de G :

$$\ker(f) = \{x \in G \mid f(x) = 1_H\}.$$

Exemplos

1) Considere o homomorfismo $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*$

Exemplos

1) Considere o homomorfismo $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*$ dado por $f(x) = i^x$.

Exemplos

1) Considere o homomorfismo $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*$ dado por $f(x) = i^x$. O kernel de f é:

Exemplos

2) Considere o homomorfismo $g : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$

Exemplos

2) Considere o homomorfismo $g : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ dado por $g(x) = \ln(x)$.

Exemplos

2) Considere o homomorfismo $g : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ dado por $g(x) = \ln(x)$. O núcleo de g é:

Exemplos

3) Considere o homomorfismo $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_m$

Exemplos

3) Considere o homomorfismo $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_m$ dado por $h(x) = \bar{x}$,

Exemplos

3) Considere o homomorfismo $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_m$ dado por $h(x) = \bar{x}$, $m > 0$ fixo.

Exemplos

3) Considere o homomorfismo $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_m$ dado por $h(x) = \bar{x}$, $m > 0$ fixo. O kernel de h é:

Proposição

*Sejam $(G, *)$,*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos.*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Então:*

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Então:*

i) $\ker(f)$ é um subgrupo de G .

Proposição

*Sejam $(G, *)$, (H, \triangle) grupos e $f: G \rightarrow H$ um homomorfismo de grupos. Então:*

- i) $\ker(f)$ é um subgrupo de G .*
- ii) f é um monomorfismo se, e somente se, $\ker(f) = \{1_G\}$.*

Proposição

Sejam H , J e L grupos.

Proposição

Sejam H , J e L grupos. Se $f: H \rightarrow J$

Proposição

Sejam H , J e L grupos. Se $f: H \rightarrow J$ e $g: J \rightarrow L$

Proposição

Sejam H , J e L grupos. Se $f: H \rightarrow J$ e $g: J \rightarrow L$ são homomorfismos de grupos,

Proposição

Sejam H , J e L grupos. Se $f: H \rightarrow J$ e $g: J \rightarrow L$ são homomorfismos de grupos, então $g \circ f: H \rightarrow L$

Proposição

Sejam H , J e L grupos. Se $f: H \rightarrow J$ e $g: J \rightarrow L$ são homomorfismos de grupos, então $g \circ f: H \rightarrow L$ também é um homomorfismo de grupos.

Corolário

Se f e g são homomorfismo

Corolário

Se f e g são homomorfismo injetores

Corolário

Se f e g são homomorfismo injetores (sobrejetores), então $g \circ f$

Corolário

Se f e g são homomorfismo injetores (sobrejetores), então $g \circ f$ também é um homomorfismo injetor

Corolário

Se f e g são homomorfismo injetores (sobrejetores), então $g \circ f$ também é um homomorfismo injetor (sobrejetor).

Proposição

Se $f: G \rightarrow H$ é um isomorfismo de grupos,

Proposição

Se $f: G \rightarrow H$ é um isomorfismo de grupos, então $f^{-1}: H \rightarrow G$

Proposição

Se $f: G \rightarrow H$ é um isomorfismo de grupos, então $f^{-1}: H \rightarrow G$ também é um isomorfismo de grupos.