

# Subgrupos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

28 de outubro de 2020

## Definição

*Seja  $(G, *)$  um grupo.*

## Definição

*Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos,*

## Definição

*Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**.*

## Definição

*Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$*

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$  e que será chamado de **ordem** de  $G$

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$  e que será chamado de **ordem** de  $G$  ou **cardinalidade** de  $G$ .



## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$  e que será chamado de **ordem** de  $G$  ou **cardinalidade** de  $G$ . Quando o conjunto  $G$  não é finito,

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$  e que será chamado de **ordem** de  $G$  ou **cardinalidade** de  $G$ . Quando o conjunto  $G$  não é finito, dizemos que  $G$  é um **grupo infinito**.

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$  e que será chamado de **ordem** de  $G$  ou **cardinalidade** de  $G$ . Quando o conjunto  $G$  não é finito, dizemos que  $G$  é um **grupo infinito**.

## Exemplos

1)  $(\mathbb{Z}_m, +)$  é um grupo finito para todo  $m > 1$

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$  e que será chamado de **ordem** de  $G$  ou **cardinalidade** de  $G$ . Quando o conjunto  $G$  não é finito, dizemos que  $G$  é um **grupo infinito**.

## Exemplos

1)  $(\mathbb{Z}_m, +)$  é um grupo finito para todo  $m > 1$  e  $|G| = m$ .

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$  e que será chamado de **ordem** de  $G$  ou **cardinalidade** de  $G$ . Quando o conjunto  $G$  não é finito, dizemos que  $G$  é um **grupo infinito**.

## Exemplos

- 1)  $(\mathbb{Z}_m, +)$  é um grupo finito para todo  $m > 1$  e  $|G| = m$ .
- 2)  $(S_n, \circ)$  é um grupo finito

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$  e que será chamado de **ordem** de  $G$  ou **cardinalidade** de  $G$ . Quando o conjunto  $G$  não é finito, dizemos que  $G$  é um **grupo infinito**.

## Exemplos

- 1)  $(\mathbb{Z}_m, +)$  é um grupo finito para todo  $m > 1$  e  $|G| = m$ .
- 2)  $(S_n, \circ)$  é um grupo finito e  $|G| = n!$  elementos.

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Se  $G$  é um conjunto com uma quantidade finita de elementos, dizemos que  $G$  é um **grupo finito**. Denotamos por  $|G|$  o número de elementos de  $G$  e que será chamado de **ordem** de  $G$  ou **cardinalidade** de  $G$ . Quando o conjunto  $G$  não é finito, dizemos que  $G$  é um **grupo infinito**.

## Exemplos

- 1)  $(\mathbb{Z}_m, +)$  é um grupo finito para todo  $m > 1$  e  $|G| = m$ .
- 2)  $(S_n, \circ)$  é um grupo finito e  $|G| = n!$  elementos.
- 3)  $(\mathbb{Z}, +)$  é um grupo infinito.

## Definição

*Seja  $(G, *)$  um grupo.*



## Definição

*Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio*

## Definição

*Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$*

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$  é um grupo.

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$  é um grupo.

## Proposição

Seja  $(G, *)$  um grupo.

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$  é um grupo.

## Proposição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$  é um grupo.

## Proposição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é um subgrupo de  $G$



## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$  é um grupo.

## Proposição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é um subgrupo de  $G$  se, e somente se

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$  é um grupo.

## Proposição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é um subgrupo de  $G$  se, e somente se

$$i) \ x^{-1} \in H,$$

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$  é um grupo.

## Proposição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é um subgrupo de  $G$  se, e somente se

- i)  $x^{-1} \in H$ , para todo  $x \in H$ ;
- ii)  $x * y \in H$ ,

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$  é um grupo.

## Proposição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é um subgrupo de  $G$  se, e somente se

- i)  $x^{-1} \in H$ , para todo  $x \in H$ ;
- ii)  $x * y \in H$ , para todos  $x, y \in H$ .

## Definição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é chamado de **subgrupo** de  $G$  se, e somente se,  $(H, *)$  é um grupo.

## Proposição

Seja  $(G, *)$  um grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subseteq G$  é um subgrupo de  $G$  se, e somente se

- i)  $x^{-1} \in H$ , para todo  $x \in H$ ;
- ii)  $x * y \in H$ , para todos  $x, y \in H$ .

## Exemplos

1) *Dado  $(G, *)$  grupo,*

## Exemplos

1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$

## Exemplos

1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$



## Exemplos

1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ ,

## Exemplos

1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo.

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ ,

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ , onde  $m > 1$ , então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{Z}$ .

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ , onde  $m > 1$ , então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{Z}$ .
- 3)  $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}\}$ .

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ , onde  $m > 1$ , então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{Z}$ .
- 3)  $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}\}$ . Então  $(G, \odot)$  é um grupo

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ , onde  $m > 1$ , então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{Z}$ .
- 3)  $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}\}$ . Então  $(G, \odot)$  é um grupo com  $|G| = 4$ .



## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ , onde  $m > 1$ , então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{Z}$ .
- 3)  $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}\}$ . Então  $(G, \odot)$  é um grupo com  $|G| = 4$ . Além disso,

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ , onde  $m > 1$ , então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{Z}$ .
- 3)  $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}\}$ . Então  $(G, \odot)$  é um grupo com  $|G| = 4$ . Além disso,

$$H_1 = \{\bar{1}, \bar{3}\}$$

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ , onde  $m > 1$ , então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{Z}$ .
- 3)  $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}\}$ . Então  $(G, \odot)$  é um grupo com  $|G| = 4$ . Além disso,

$$H_1 = \{\bar{1}, \bar{3}\}$$

$$H_2 = \{\bar{1}, \bar{5}\}$$

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ , onde  $m > 1$ , então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{Z}$ .
- 3)  $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}\}$ . Então  $(G, \odot)$  é um grupo com  $|G| = 4$ . Além disso,

$$H_1 = \{\bar{1}, \bar{3}\}$$

$$H_2 = \{\bar{1}, \bar{5}\}$$

$$H_3 = \{\bar{1}, \bar{7}\}$$

## Exemplos

- 1) Dado  $(G, *)$  grupo,  $H = \{e\}$  e  $H = G$  são subgrupos de  $G$ , chamados de **subgrupos triviais**.
- 2) Seja  $(\mathbb{Z}, +)$  um grupo. Tomando  $H = m\mathbb{Z}$ , onde  $m > 1$ , então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{Z}$ .
- 3)  $G = U(\mathbb{Z}_8) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}\}$ . Então  $(G, \odot)$  é um grupo com  $|G| = 4$ . Além disso,

$$H_1 = \{\bar{1}, \bar{3}\}$$

$$H_2 = \{\bar{1}, \bar{5}\}$$

$$H_3 = \{\bar{1}, \bar{7}\}$$

São subgrupos de  $G$ .

## Exemplos

4) Considere o grupo aditivo  $M_2(\mathbb{R})$ .

## Exemplos

4) Considere o grupo aditivo  $M_2(\mathbb{R})$ . Mostre que o conjunto

## Exemplos

4) Considere o grupo aditivo  $M_2(\mathbb{R})$ . Mostre que o conjunto

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid a + d = 0 \right\}$$



## Exemplos

4) Considere o grupo aditivo  $M_2(\mathbb{R})$ . Mostre que o conjunto

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid a + d = 0 \right\}$$

é um subgrupo de  $M_2(\mathbb{R})$ .

Seja  $(G, *)$  um grupo.

Seja  $(G, *)$  um grupo. Para simplificar a notação

Seja  $(G, *)$  um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa

Seja  $(G, *)$  um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever  $(G, *) =$

Seja  $(G, *)$  um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever  $(G, *) = (G, \cdot)$ .

Seja  $(G, *)$  um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever  $(G, *) = (G, \cdot)$ . Assim, dados  $x, y \in G$  vamos denotar

Seja  $(G, *)$  um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever  $(G, *) = (G, \cdot)$ . Assim, dados  $x, y \in G$  vamos denotar

$$x * y =$$



Seja  $(G, *)$  um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever  $(G, *) = (G, \cdot)$ . Assim, dados  $x, y \in G$  vamos denotar

$$x * y = x \cdot y =$$

Seja  $(G, *)$  um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever  $(G, *) = (G, \cdot)$ . Assim, dados  $x, y \in G$  vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Seja  $(G, *)$  um grupo. Para simplificar a notação vamos adotar uma notação multiplicativa e escrever  $(G, *) = (G, \cdot)$ . Assim, dados  $x, y \in G$  vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Nesse caso vamos dizer simplesmente que  $G$  é um grupo.

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo.*

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo*

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y$$

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

*$x \sim y$  se, e somente se,*



## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

*para todos  $x, y \in G$ .*

## Proposição

Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

para todos  $x, y \in G$ .

1) A relação  $\sim$

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

*para todos  $x, y \in G$ .*

*1) A relação  $\sim$  sobre  $G$  definida acima é uma relação de equivalência.*

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

*para todos  $x, y \in G$ .*

- 1) A relação  $\sim$  sobre  $G$  definida acima é uma relação de equivalência.*
- 2) Se  $a \in G$ ,*

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

*para todos  $x, y \in G$ .*

- 1) A relação  $\sim$  sobre  $G$  definida acima é uma relação de equivalência.*
- 2) Se  $a \in G$ , então a classe de equivalência determinada por  $a$*

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

*para todos  $x, y \in G$ .*

- 1) A relação  $\sim$  sobre  $G$  definida acima é uma relação de equivalência.*
- 2) Se  $a \in G$ , então a classe de equivalência determinada por  $a$  é o conjunto*

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

*para todos  $x, y \in G$ .*

- 1) A relação  $\sim$  sobre  $G$  definida acima é uma relação de equivalência.*
- 2) Se  $a \in G$ , então a classe de equivalência determinada por  $a$  é o conjunto*

$$aH =$$



## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

*para todos  $x, y \in G$ .*

- 1) A relação  $\sim$  sobre  $G$  definida acima é uma relação de equivalência.*
- 2) Se  $a \in G$ , então a classe de equivalência determinada por  $a$  é o conjunto*

$$aH = \{ah$$

## Proposição

*Seja  $G$  um grupo. Dado  $H \subset G$  um subgrupo defina*

$$x \sim y \text{ se, e somente se, } x^{-1}y \in H$$

*para todos  $x, y \in G$ .*

- 1) A relação  $\sim$  sobre  $G$  definida acima é uma relação de equivalência.*
- 2) Se  $a \in G$ , então a classe de equivalência determinada por  $a$  é o conjunto*

$$aH = \{ah \mid h \in H\}.$$

## Proposição

*Seja  $H$  um subgrupo de um grupo  $G$ .*

## Proposição

*Seja  $H$  um subgrupo de um grupo  $G$ . Então duas classes laterais quaisquer*

## Proposição

*Seja  $H$  um subgrupo de um grupo  $G$ . Então duas classes laterais quaisquer módulo  $H$*

## Proposição

*Seja  $H$  um subgrupo de um grupo  $G$ . Então duas classes laterais quaisquer módulo  $H$  são subconjuntos de  $G$  que possuem a mesma cardinalidade,*

## Proposição

*Seja  $H$  um subgrupo de um grupo  $G$ . Então duas classes laterais quaisquer módulo  $H$  são subconjuntos de  $G$  que possuem a mesma cardinalidade, isto é, a mesma quantidade de elementos.*

## Proposição

*Seja  $H$  um subgrupo de um grupo  $G$ . Então duas classes laterais quaisquer módulo  $H$  são subconjuntos de  $G$  que possuem a mesma cardinalidade, isto é, a mesma quantidade de elementos.*



## Exemplos

1) *No grupo multiplicativo  $G = \{1, -1, i, -i\}$ ,*

## Exemplos

1) No grupo multiplicativo  $G = \{1, -1, i, -i\}$ , onde  $i^2 = -1$ .

## Exemplos

1) No grupo multiplicativo  $G = \{1, -1, i, -i\}$ , onde  $i^2 = -1$ . Considere o conjunto  $H = \{1, -1\}$ .

## Exemplos

1) No grupo multiplicativo  $G = \{1, -1, i, -i\}$ , onde  $i^2 = -1$ . Considere o conjunto  $H = \{1, -1\}$ . Então  $H$  é um subgrupo de  $G$

## Exemplos

- 1) No grupo multiplicativo  $G = \{1, -1, i, -i\}$ , onde  $i^2 = -1$ . Considere o conjunto  $H = \{1, -1\}$ . Então  $H$  é um subgrupo de  $G$  e as classes laterais serão:

## Exemplos

- 1) No grupo multiplicativo  $G = \{1, -1, i, -i\}$ , onde  $i^2 = -1$ . Considere o conjunto  $H = \{1, -1\}$ . Então  $H$  é um subgrupo de  $G$  e as classes laterais serão:

## Exemplos

2) Considere o grupo multiplicativo  $\mathbb{R}^*$

## Exemplos

2) Considere o grupo multiplicativo  $\mathbb{R}^*$  e  $H = \{x \in \mathbb{R}^* \mid x > 0\}$



## Exemplos

2) Considere o grupo multiplicativo  $\mathbb{R}^*$  e  $H = \{x \in \mathbb{R}^* \mid x > 0\} \subset \mathbb{R}^*$ .

## Exemplos

2) Considere o grupo multiplicativo  $\mathbb{R}^*$  e  $H = \{x \in \mathbb{R}^* \mid x > 0\} \subset \mathbb{R}^*$ .  
Então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{R}^*$

## Exemplos

2) Considere o grupo multiplicativo  $\mathbb{R}^*$  e  $H = \{x \in \mathbb{R}^* \mid x > 0\} \subset \mathbb{R}^*$ .  
Então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{R}^*$  e as classes laterais serão:

## Exemplos

2) Considere o grupo multiplicativo  $\mathbb{R}^*$  e  $H = \{x \in \mathbb{R}^* \mid x > 0\} \subset \mathbb{R}^*$ .  
Então  $H$  é subgrupo de  $\mathbb{R}^*$  e as classes laterais serão:

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ .

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$



## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que  $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} =$

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que  $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$ .

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que  $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$ . Aqui  $e$  é a função identidade,

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que  $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$ . Aqui  $e$  é a função identidade,  $a^2 = a \circ a$ ,

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que  $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$ . Aqui  $e$  é a função identidade,  $a^2 = a \circ a$ ,  $ba = b \circ a$  e

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que  $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$ . Aqui  $e$  é a função identidade,  $a^2 = a \circ a$ ,  $ba = b \circ a$  e  $ba^2 = b \circ (a \circ a)$ .

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que  $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$ . Aqui  $e$  é a função identidade,  $a^2 = a \circ a$ ,  $ba = b \circ a$  e  $ba^2 = b \circ (a \circ a)$ . Seja  $H = \{e, a, a^2\}$ .

## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que  $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$ . Aqui  $e$  é a função identidade,  $a^2 = a \circ a$ ,  $ba = b \circ a$  e  $ba^2 = b \circ (a \circ a)$ . Seja  $H = \{e, a, a^2\}$ . Então  $H$  é subgrupo de  $S_3$



## Exemplos

3) Considere agora o grupo simétrico  $G = S_3$ . Denote por

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fica como exercício verificar que  $\{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} = S_3$ . Aqui  $e$  é a função identidade,  $a^2 = a \circ a$ ,  $ba = b \circ a$  e  $ba^2 = b \circ (a \circ a)$ . Seja  $H = \{e, a, a^2\}$ . Então  $H$  é subgrupo de  $S_3$  e as classes laterais serão: