Teoria de Conjuntos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

21 de julho de 2020

Definição

Dados dois conjuntos A e B,

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença***

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B =$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$,

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$,

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, então

$$A - B =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, então

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, então

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$,

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por* $A - B$ *ou* $A \backslash B$ *como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, \ldots\}$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$, *então*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por* $A - B$ *ou* $A \backslash B$ *como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$, *então*

$$A - B =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$, *então*

$$A - B = \{2, 4, 8, 10, 14, 16, ...\}$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos a **diferença** dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, *então*

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, \ldots\}$, *então*

$$A - B = \{2, 4, 8, 10, 14, 16, \ldots\}$$
$$B - A =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos a ***diferença*** *dos conjuntos A e B, denotada por $A - B$ ou $A \backslash B$ como sendo o conjunto*

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Exemplos

1) Se $A = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $B = \{2, 3, 6, 8\}$, então

$$A - B = \{1, 4, 5\}$$
$$B - A = \{6, 8\}.$$

2) Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\}$, então

$$A - B = \{2, 4, 8, 10, 14, 16, ...\}$$
$$B - A = \{3, 9, 15, 21, ...\}$$

Proposição

Sejam A, B e C

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova:

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição,

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$,

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$,

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$,

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$, como $x \notin C$

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$, como $x \notin C$ segue então que $x \in B - C$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$, como $x \notin C$ segue então que $x \in B - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.

Proposição

Sejam A, B e C conjuntos não vazios. Então

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C).$$

Prova: Precisamos mostrar que

1) $(A \cup B) - C \subseteq (A - C) \cup (B - C)$
2) $(B - C) \subseteq (A \cup B) - C = (A - C)$

Para a primeira inclusão seja $x \in (A \cup B) - C$. Assim por definição, $x \in A \cup B$ e $x \notin C$. De $x \in A \cup B$, então $x \in A$ ou $x \in B$.
Se $x \in A$, como $x \notin C$ segue então que $x \in A - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.
Se $x \in B$, como $x \notin C$ segue então que $x \in B - C$. Logo $x \in (A - C) \cup (B - C)$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Assim $(A - B) \cup (B - C) \subseteq (A \cup B) - C$.

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$.
Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Assim $(A - B) \cup (B - C) \subseteq (A \cup B) - C$.
Portanto,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Assim $(A - B) \cup (B - C) \subseteq (A \cup B) - C$.
Portanto, $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$,

Assim $(A \cup B) - C = (A - C) \subseteq (B - C)$.
Agora, para a segunda inclusão, seja $y \in (A - C) \cup (B - C)$. Por definição, $x \in A - C$ ou $x \in B - C$.
Se $x \in A - C$, então $x \in A$ e $x \notin C$. Como $x \in A$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Se $x \in B - C$, então $x \in B$ e $x \notin C$. Como $x \in B$, segue que $x \in A \cup B$. Mas $x \notin C$, com isso, $x \in (A \cup B) - C$.
Assim $(A - B) \cup (B - C) \subseteq (A \cup B) - C$.
Portanto, $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$, como queríamos.$\blacksquare$

Definição

Dados dois conjuntos A e E

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$,

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar***

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E$$

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Observações:

1) Se $A = E$,

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Observações:

1) Se $A = E$, então $C_A(A) = \{x \in A$

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Observações:

1) Se $A = E$, então $C_A(A) = \{x \in A \mid x \notin A\}$

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Observações:

1) Se $A = E$, então $C_A(A) = \{x \in A \mid x \notin A\} = \emptyset$.

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Observações:

1) Se $A = E$, então $C_A(A) = \{x \in A \mid x \notin A\} = \emptyset$.

2) $(A^C)^C =$

Definição

*Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o **complementar** de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Observações:

1) Se $A = E$, então $C_A(A) = \{x \in A \mid x \notin A\} = \emptyset$.

2) $(A^C)^C = \{x \in E$

Definição

Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o ***complementar*** *de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Observações:

1) *Se $A = E$, então $C_A(A) = \{x \in A \mid x \notin A\} = \emptyset$.*

2) $(A^C)^C = \{x \in E \mid x \notin A^C\}$

Definição

*Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o **complementar** de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Observações:

1) Se $A = E$, então $C_A(A) = \{x \in A \mid x \notin A\} = \emptyset$.

2) $(A^C)^C = \{x \in E \mid x \notin A^C\} = \{x \in E \mid x \in A\} = A$

Definição

*Dados dois conjuntos A e E tais que $A \subseteq E$, definimos o **complementar** de A em E, denotado A^C ou $C_E(A)$, como*

$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$

Observações:

1) Se $A = E$, então $C_A(A) = \{x \in A \mid x \notin A\} = \emptyset$.

2) $(A^C)^C = \{x \in E \mid x \notin A^C\} = \{x \in E \mid x \in A\} = A$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$.

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$,

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$, *daí*

$$A^C = C_E(A)$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$*. Primeiro note que* $A \subseteq E$*, daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Exemplo

Sejam $A = \{1,2,3,4\}$ *e* $E = \{1,2,3,5,4,0,8,9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$, *daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0,5,8,9\}.$$

Proposição

Sejam A, B e E *conjuntos.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$, *daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Proposição

Sejam A, B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$,

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$, *daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Proposição

Sejam A, B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$, *então* $C_E(B) \subseteq C_E(A)$.

Exemplo

Sejam $A = \{1,2,3,4\}$ *e* $E = \{1,2,3,5,4,0,8,9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$, *daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0,5,8,9\}.$$

Proposição

Sejam A, B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$, *então* $C_E(B) \subseteq C_E(A)$.

Prova:

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$*. Primeiro note que* $A \subseteq E$*, daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Proposição

Sejam A*,* B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$*, então* $C_E(B) \subseteq C_E(A)$*.*

Prova: Seja $x \in C_E(B)$.

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$, *daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Proposição

Sejam A, B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$, *então* $C_E(B) \subseteq C_E(A)$.

Prova: Seja $x \in C_E(B)$. Assim $x \notin B$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$*, daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Proposição

Sejam A*,* B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$*, então* $C_E(B) \subseteq C_E(A)$.

Prova: Seja $x \in C_E(B)$. Assim $x \notin B$ e como $A \subseteq B$,

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$*, daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Proposição

Sejam A, B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$*, então* $C_E(B) \subseteq C_E(A)$.

Prova: Seja $x \in C_E(B)$. Assim $x \notin B$ e como $A \subseteq B$, então $x \notin A$.

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$*. Primeiro note que* $A \subseteq E$*, daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Proposição

Sejam A*,* B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$*, então* $C_E(B) \subseteq C_E(A)$*.*

Prova: Seja $x \in C_E(B)$. Assim $x \notin B$ e como $A \subseteq B$, então $x \notin A$. Daí por definição $x \in C_E(A)$,

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$*. Primeiro note que* $A \subseteq E$*, daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Proposição

Sejam A*,* B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$*, então* $C_E(B) \subseteq C_E(A)$*.*

Prova: Seja $x \in C_E(B)$. Assim $x \notin B$ e como $A \subseteq B$, então $x \notin A$. Daí por definição $x \in C_E(A)$, ou seja, $C_E(B) \subseteq C_E(A)$.$\blacksquare$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $E = \{1, 2, 3, 5, 4, 0, 8, 9\}$. *Primeiro note que* $A \subseteq E$*, daí*

$$A^C = C_E(A) = \{0, 5, 8, 9\}.$$

Proposição

Sejam A*,* B e E *conjuntos. Se* $A \subseteq B \subseteq E$*, então* $C_E(B) \subseteq C_E(A)$*.*

Prova: Seja $x \in C_E(B)$. Assim $x \notin B$ e como $A \subseteq B$, então $x \notin A$. Daí por definição $x \in C_E(A)$, ou seja, $C_E(B) \subseteq C_E(A)$.$\blacksquare$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$.

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova:

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$.

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$,

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$.

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$,

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$.

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C.$$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado,

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cap B^C$,

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cap B^C$, então $y \in A^C$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cap B^C$, então $y \in A^C$ e $y \in B^C$.

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cap B^C$, então $y \in A^C$ e $y \in B^C$. Com isso, $y \notin A$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cap B^C$, então $y \in A^C$ e $y \in B^C$. Com isso, $y \notin A$ e $y \notin B$,

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cap B^C$, então $y \in A^C$ e $y \in B^C$. Com isso, $y \notin A$ e $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cup B$,

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cap B^C$, então $y \in A^C$ e $y \in B^C$. Com isso, $y \notin A$ e $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cup B$, logo $y \in (A \cup B)^C$.

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cap B^C$, então $y \in A^C$ e $y \in B^C$. Com isso, $y \notin A$ e $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cup B$, logo $y \in (A \cup B)^C$. Desse modo

$$A^C \cap B^C \subseteq (A \cup B)^C.$$

Proposição

Sejam A, B e E três conjunto tais que $A \subseteq E$ e $B \subseteq E$. Então:

i) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

ii) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Prova: Seja $x \in (A \cup B)^C$. Logo $x \notin A \cup B$, assim $x \notin A$ e $x \notin B$. Daí, $x \in A^C$ e $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cap B^C$. Desse modo,

$$(A \cup B)^C \subseteq A^C \cap B^C. \tag{1}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cap B^C$, então $y \in A^C$ e $y \in B^C$. Com isso, $y \notin A$ e $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cup B$, logo $y \in (A \cup B)^C$. Desse modo

$$A^C \cap B^C \subseteq (A \cup B)^C. \tag{2}$$

Portanto,

Portanto, de (1) e (2) temos

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$.

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$,

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$.

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$,

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$.

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C.$$

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \qquad (3)$$

Por outro lado,

Portanto, de (1) e (2) temos
$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,
$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$,

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$.

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$. Daí, $y \notin A$

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$. Daí, $y \notin A$ ou $y \notin B$,

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$. Daí, $y \notin A$ ou $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cap B$,

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$. Daí, $y \notin A$ ou $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cap B$, logo $y \in (A \cap B)^C$.

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$. Daí, $y \notin A$ ou $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cap B$, logo $y \in (A \cap B)^C$. Desse modo

$$A^C \cup B^C \subseteq (A \cap B)^C.$$

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$. Daí, $y \notin A$ ou $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cap B$, logo $y \in (A \cap B)^C$. Desse modo

$$A^C \cup B^C \subseteq (A \cap B)^C. \tag{4}$$

Portanto,

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$. Daí, $y \notin A$ ou $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cap B$, logo $y \in (A \cap B)^C$. Desse modo

$$A^C \cup B^C \subseteq (A \cap B)^C. \tag{4}$$

Portanto, de (3) e (4) temos

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$. Daí, $y \notin A$ ou $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cap B$, logo $y \in (A \cap B)^C$. Desse modo

$$A^C \cup B^C \subseteq (A \cap B)^C. \tag{4}$$

Portanto, de (3) e (4) temos

$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C,$$

Portanto, de (1) e (2) temos

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C.$$

Seja $x \in (A \cap B)^C$. Logo $x \notin A \cap B$, assim $x \notin A$ ou $x \notin B$. Então $x \in A^C$ ou $x \in B^C$, isto é, $x \in A^C \cup B^C$. Desse modo,

$$(A \cap B)^C \subseteq A^C \cup B^C. \tag{3}$$

Por outro lado, se $y \in A^C \cup B^C$, então $y \in A^C$ ou $y \in B^C$. Daí, $y \notin A$ ou $y \notin B$, ou seja, $y \notin A \cap B$, logo $y \in (A \cap B)^C$. Desse modo

$$A^C \cup B^C \subseteq (A \cap B)^C. \tag{4}$$

Portanto, de (3) e (4) temos

$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C,$$

como queríamos.$\blacksquare$