Grupo Simétrico

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

22 de outubro de 2020

Seja A um conjunto não vazio.

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f : A \to A$, sabemos que f possui inversa

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f : A \to A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f\colon A \to A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f\colon A \to A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

$$\mathcal{S} = \{f\colon A \to A$$

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f\colon A \to A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

$$\mathcal{S} = \{f\colon A \to A \mid f \text{ é bijetora}\}.$$

$f, g : A \to A$

$\to f \circ g ; g \circ f$

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f\colon A \to A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

$$\mathcal{S} = \{f\colon A \to A \mid f \text{ é bijetora}\}.$$

Em $\mathcal{S}$ vamos considerar a composição de funções $\circ$.

$f : A \to B$ e $g : B \to C$

$g \circ f :$

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f: A \to A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

$$\mathcal{S} = \{f: A \to A \mid f \text{ é bijetora}\}.$$

Em $\mathcal{S}$ vamos considerar a composição de funções $\circ$.

Como $id : A \to A$ tal que $id(x) = x$ para todo $x \in A$

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f\colon A \to A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

$$\emptyset \neq \mathcal{S} = \{f\colon A \to A \mid f \text{ é bijetora}\}.$$

Em $\mathcal{S}$ vamos considerar a composição de funções $\circ$.

Como $id\colon A \to A$ tal que $id(x) = x$ para todo $x \in A$ é uma função bijetora

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f: A \to A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

Assim considere o conjunto

$$\mathcal{S} = \{f: A \to A \mid f \text{ é bijetora}\}.$$

Em $\mathcal{S}$ vamos considerar a composição de funções $\circ$.

Como $id: A \to A$ tal que $id(x) = x$ para todo $x \in A$ é uma função bijetora então $id \in \mathcal{S}$

Seja A um conjunto não vazio.

Dada uma função $f\colon A \to A$, sabemos que f possui inversa se, e somente se, f é bijetora.

INJETORA

SOBREJETORA

Assim considere o conjunto

$$\mathcal{S} = \{f\colon A \to A \mid f \text{ é bijetora}\}.$$

Em $\mathcal{S}$ vamos considerar a composição de funções $\boxed{\circ.}$

Como $id\colon A \to A$ tal que $id(x) = x$ para todo $x \in A$ é uma função bijetora então $id \in \mathcal{S}$ e com isso $\mathcal{S} \neq \emptyset$.

$f, g \in S \Rightarrow f \circ g \in S$

Dadas $f,\ g \in \mathcal{S}$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$.

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções

Dadas f, $g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$.

$(G, *)$ É GRUPO SE

i) PARA TODOS $x, y, z \in G$,
$\rightarrow (x * y) * z = x * (y * z)$

ii) EXISTE $e \in G$ T.Q $x * e = x = e * x$, $\forall x \in G$

iii) PARA CADA $x \in G$, EXISTE $y \in G$ T.Q $x * y = e = y * x$.

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$\underbrace{(f \circ g)}\circ h(x) = \underbrace{f \circ (g \circ h)}(x)$$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g)$$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h$$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x)$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Dadas f, $g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)$$

Dadas f, $g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x))$$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$

Dadas f, $g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ$$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)$$

Dadas $f,\, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x)$$

Dadas f, $g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f($$

Dadas f, $g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x))$$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Logo $(f \circ g)$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$\begin{aligned}[(f \circ g) \circ h](x) &= (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))\\ [f \circ (g \circ h)](x) &= f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))\end{aligned}$$

Logo $(f \circ g) \circ h$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$\begin{aligned}
[(f \circ g) \circ h](x) &= (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x))) \\
[f \circ (g \circ h)](x) &= f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))
\end{aligned}$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$\begin{aligned}[(f \circ g) \circ h](x) &= (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x))) \\ [f \circ (g \circ h)](x) &= f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))\end{aligned}$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

$f \circ \boxed{e} = f = e \circ f$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora, para toda $f \in \mathcal{S}$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora, para toda $f \in \mathcal{S}$

$$f \circ id$$

Dadas f, $g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora, para toda $f \in \mathcal{S}$

$$f \circ id = f$$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora, para toda $f \in \mathcal{S}$

$$f \circ id = f = id \circ f,$$

Dadas f, $g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora, para toda $f \in \mathcal{S}$

$$f \circ id = f = id \circ f,$$

onde $id : A \to A$

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora, para toda $f \in \mathcal{S}$

$$f \circ id = f = id \circ f,$$

onde $id : A \to A$ é tal que $id(x) = x$,

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$[(f \circ g) \circ h](x) = (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))$$
$$[f \circ (g \circ h)](x) = f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora, para toda $f \in \mathcal{S}$

$$f \circ id = f = id \circ f,$$

onde $id : A \to A$ é tal que $id(x) = x$, para todo $x \in A$.

Dadas $f, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam f, g e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$\begin{aligned}[(f \circ g) \circ h](x) &= (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))\\ [f \circ (g \circ h)](x) &= f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))\end{aligned}$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora, para toda $f \in \mathcal{S}$

$$f \circ id = f = id \circ f,$$

onde $id : A \to A$ é tal que $id(x) = x$, para todo $x \in A$. Logo id é o elemento neutro da composição.

$$\underbrace{f \circ g} = Id = \underbrace{g \circ f}$$

Dadas $f,\, g \in \mathcal{S}$ como f e g são bijetoras, então $f \circ g$ é bijetora e daí $f \circ g \in \mathcal{S}$. Isto é, a composição de funções é uma operação binária em $\mathcal{S}$.

Agora, sejam $f,\, g$ e $h \in \mathcal{S}$. Para todo $x \in A$ temos

$$\begin{aligned}[(f \circ g) \circ h](x) &= (f \circ g)(h(x)) = f(g(h(x)))\\ [f \circ (g \circ h)](x) &= f((g \circ h)(x)) = f(g(h(x)))\end{aligned}$$

Logo $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

Agora, para toda $f \in \mathcal{S}$

$$f \circ id = f = id \circ f,$$

onde $id : A \to A$ é tal que $id(x) = x$, para todo $x \in A$. Logo id é o elemento neutro da composição.

Finalmente,

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $\underline{g \in \mathcal{S}}$

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g$$

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id$$

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Portanto $(\mathcal{S}, \circ)$

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Portanto $(\mathcal{S}, \circ)$ é um grupo.

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Portanto $(\mathcal{S}, \circ)$ é um grupo. Além disso, em geral, esse grupo não é comutativo.

σ $\qquad$ $A \subseteq \mathbb{N}$

$A = \{a, b, c\}$ $\qquad$ a_1

$\{\alpha, \beta, \gamma\}$, $\boxed{\{1, 2, 3\}}$, $\{-1, -2, -3\}$

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Portanto $(\mathcal{S}, \circ)$ é um grupo. Além disso, em geral, esse grupo não é comutativo.

Vamos considerar agora o caso particular

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Portanto $(\mathcal{S}, \circ)$ é um grupo. Além disso, em geral, esse grupo não é comutativo.

Vamos considerar agora o caso particular em que A é um conjunto finito.

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Portanto $(\mathcal{S}, \circ)$ é um grupo. Além disso, em geral, esse grupo não é comutativo.

Vamos considerar agora o caso particular em que A é um conjunto finito.

Nessa situação podemos supor que $A \subseteq \mathbb{N}$

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Portanto $(\mathcal{S}, \circ)$ é um grupo. Além disso, em geral, esse grupo não é comutativo.

Vamos considerar agora o caso particular em que A é um conjunto finito.

Nessa situação podemos supor que $A \subseteq \mathbb{N}$ para simplificar a notação.

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Portanto $(\mathcal{S}, \circ)$ é um grupo. Além disso, em geral, esse grupo não é comutativo.

Vamos considerar agora o caso particular em que A é um conjunto finito.

Nessa situação podemos supor que $\boxed{A \subset \mathbb{N}}$ para simplificar a notação.

Vamos ver como é o conjunto $\mathcal{S}$ com essa hipótese.

Finalmente, para toda $f \in \mathcal{S}$, como f é bijetora existe $g \in \mathcal{S}$ tal que

$$f \circ g = id = g \circ f.$$

Logo todo elemento de $\mathcal{S}$ possui inverso.

Portanto $(\mathcal{S}, \circ)$ é um grupo. Além disso, em geral, esse grupo não é comutativo.

Vamos considerar agora o caso particular em que A é um conjunto finito.

Nessa situação podemos supor que $A \subseteq \mathbb{N}$ para simplificar a notação.

Vamos ver como é o conjunto $\mathcal{S}$ com essa hipótese.

Se $A = \{1\}$,

$Id : A \to A$

$Id(1) = 1$

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f: A \to A$

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f : A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f\colon A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$f\colon \{1\} \to \{1\}$$

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f\colon A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$\begin{gathered} f\colon \{1\} \to \{1\} \\ f(1) = 1. \end{gathered}$$

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f\colon A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$\begin{gathered} f\colon \{1\} \to \{1\} \\ f(1) = 1. \end{gathered}$$

Ou seja, f é a função a identidade *id*.

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f: A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$f: \{1\} \to \{1\}$$
$$f(1) = 1.$$

Ou seja, f é a função a identidade *id*. Nesse caso $\mathcal{S}$

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f : A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$\begin{gathered} f : \{1\} \to \{1\} \\ f(1) = 1. \end{gathered}$$

Ou seja, f é a função a identidade *id*. Nesse caso $\mathcal{S} = \mathcal{S}_1$

$A = \{1\}$

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f : A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$\begin{aligned} f : \{1\} &\to \{1\} \\ f(1) &= 1. \end{aligned}$$

Ou seja, f é a função a identidade id. Nesse caso $\mathcal{S} = S_1 = \{id\}$

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f : A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$f : \{1\} \to \{1\}$$
$$f(1) = 1.$$

Ou seja, f é a função a identidade id. Nesse caso $\mathcal{S} = S_1 = \{id\}$ e $(S_1, \circ)$ é um grupo,

$A = \{1, 2\}$

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f\colon A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$\begin{gathered} f\colon \{1\} \to \{1\} \\ f(1) = 1. \end{gathered}$$

Ou seja, f é a função a identidade id. Nesse caso $\mathcal{S} = S_1 = \{id\}$ e $(S_1, \circ)$ é um grupo, e nesse caso comutativo.

Se $A = \{1\}$, então só existe uma função $f\colon A \to A$ que é bijetora e essa função é tal que

$$\begin{gathered} f\colon \{1\} \to \{1\} \\ f(1) = 1. \end{gathered}$$

Ou seja, f é a função a identidade id. Nesse caso $\mathcal{S} = S_1 = \{id\}$ e $(S_1, \circ)$ é um grupo, e nesse caso comutativo.

Se $A = \{1, 2\}$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$f: A \to A$

INJETORA

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$id : A \to A$$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$id : A \to A$$
$$id(\underline{1}) = \underline{1}$$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$
\begin{aligned}
id : A &\to A \\
id(1) &= 1 \\
id(2) &= 2
\end{aligned}
$$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$id : A \to A \qquad\qquad f : A \to A$$
$$id(1) = 1$$
$$id(2) = 2$$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$id : A \to A$$
$$id(1) = 1$$
$$id(2) = 2$$

$$f : A \to A$$
$$f(1) = 2$$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f : A &\to A \\ f(1) &= 2 \\ f(2) &= 1 \end{aligned}$$

Se $A = \{1,2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} f : A &\to A \\ f(1) &= 2 \\ f(2) &= 1 \end{aligned}$$

Assim $\mathcal{S}$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} f : A &\to A \\ f(1) &= 2 \\ f(2) &= 1 \end{aligned}$$

Assim $\mathcal{S} = S_2$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} f : A &\to A \\ f(1) &= 2 \\ f(2) &= 1 \end{aligned}$$

Assim $\mathcal{S} = S_2 = \{id,$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} f : A &\to A \\ f(1) &= 2 \\ f(2) &= 1 \end{aligned}$$

Assim $\mathcal{S} = S_2 = \{id, f\}$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{array}{c} id : A \to A \\ id(1) = 1 \\ id(2) = 2 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} f : A \to A \\ f(1) = 2 \\ f(2) = 1 \end{array}$$

Assim $\mathcal{S} = S_2 = \{id, f\}$ e $(S_2, \circ)$ é um grupo.

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{array}{ll} id : A \to A & f : A \to A \\ id(1) = 1 & f(1) = 2 \\ id(2) = 2 & f(2) = 1 \end{array}$$

Assim $\mathcal{S} = S_2 = \{id, f\}$ e $(S_2, \circ)$ é um grupo.

$(f \circ f)(1) = f(f(1))$

$= f(2) = 1$

$\circ$	id	f
id	Id	f
f	Id	Id

$(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(1) = 2$

Se $A = \{1, 2\}$ então podemos definir as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{array}{c} id : A \to A \\ id(1) = 1 \\ id(2) = 2 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} f : A \to A \\ f(1) = 2 \\ f(2) = 1 \end{array}$$

Assim $\mathcal{S} = S_2 = \{id, f\}$ e $(S_2, \circ)$ é um grupo.

$\circ$	id	f
id		
f		

Além disso, da tabela acima vemos que esse grupo é comutativo.

$A = \{1\}$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$.

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$id : A \to A$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$
\begin{aligned}
id : A &\to A \\
id(1) &= 1 \\
id(2) &= 2 \\
id(3) &= 3
\end{aligned}
$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$
\begin{aligned}
id : A &\to A \\
id(1) &= 1 \\
id(2) &= 2 \\
id(3) &= 3
\end{aligned}
$$

$$f_1 : A \to A$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned}$$

$$f_2 : A \to A$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 : A &\to A \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 : A &\to A \\ f_3(1) &= 1 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 : A &\to A \\ f_3(1) &= 1 \\ f_3(2) &= 3 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 : A &\to A \\ f_3(1) &= 1 \\ f_3(2) &= 3 \\ f_3(3) &= 2 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{array}{c} id : A \to A \\ id(1) = 1 \\ id(2) = 2 \\ id(3) = 3 \end{array} \qquad \begin{array}{c} f_2 : A \to A \\ f_2(1) = 3 \\ f_2(2) = 2 \\ f_2(3) = 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c} f_4 : A \to A \end{array}$$

$$\begin{array}{c} f_1 : A \to A \\ f_1(1) = 2 \\ f_1(2) = 1 \\ f_1(3) = 3 \end{array} \qquad \begin{array}{c} f_3 : A \to A \\ f_3(1) = 1 \\ f_3(2) = 3 \\ f_3(3) = 2 \end{array}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id &: A \to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 &: A \to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_4 &: A \to A \\ f_4(\underline{1}) &= \underline{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 &: A \to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 &: A \to A \\ f_3(1) &= 1 \\ f_3(2) &= 3 \\ f_3(3) &= 2 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id &: A \to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 &: A \to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_4 &: A \to A \\ f_4(1) &= 2 \\ f_4(2) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 &: A \to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 &: A \to A \\ f_3(1) &= 1 \\ f_3(2) &= 3 \\ f_3(3) &= 2 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_4 : A &\to A \\ f_4(1) &= 2 \\ f_4(2) &= 3 \\ f_4(3) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 : A &\to A \\ f_3(1) &= 1 \\ f_3(2) &= 3 \\ f_3(3) &= 2 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_4 : A &\to A \\ f_4(1) &= 2 \\ f_4(2) &= 3 \\ f_4(3) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 : A &\to A \\ f_3(1) &= 1 \\ f_3(2) &= 3 \\ f_3(3) &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_5 : A &\to A \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_4 : A &\to A \\ f_4(1) &= 2 \\ f_4(2) &= 3 \\ f_4(3) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 : A &\to A \\ f_3(1) &= 1 \\ f_3(2) &= 3 \\ f_3(3) &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_5 : A &\to A \\ f_5(1) &= 3 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{1, 2, 3\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{aligned} id : A &\to A \\ id(1) &= 1 \\ id(2) &= 2 \\ id(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_2 : A &\to A \\ f_2(1) &= 3 \\ f_2(2) &= 2 \\ f_2(3) &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_4 : A &\to A \\ f_4(1) &= 2 \\ f_4(2) &= 3 \\ f_4(3) &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1 : A &\to A \\ f_1(1) &= 2 \\ f_1(2) &= 1 \\ f_1(3) &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_3 : A &\to A \\ f_3(1) &= 1 \\ f_3(2) &= 3 \\ f_3(3) &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f_5 : A &\to A \\ f_5(1) &= 3 \\ f_5(2) &= 1 \end{aligned}$$

Agora, seja $A = \{\boxed{1, 2, 3}\}$. Podemos definir então as seguintes funções bijetoras em A:

$$\begin{array}{lll}
id : A \to A & f_2 : A \to A & f_4 : A \to A \\
id(1) = 1 & f_2(1) = 3 & f_4(1) = 2 \\
id(2) = 2 & f_2(2) = 2 & f_4(2) = 3 \\
id(3) = 3 & f_2(3) = 1 & f_4(3) = 1 \\
\\
f_1 : A \to A & f_3 : A \to A & f_5 : A \to A \\
f_1(1) = 2 & f_3(1) = 1 & f_5(1) = 3 \\
f_1(2) = 1 & f_3(2) = 3 & f_5(2) = 1 \\
f_1(3) = 3 & f_3(3) = 2 & f_5(3) = 2
\end{array}$$

S_n

$$f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

$$f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1))$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2)$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1)$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1))$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2)$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1)$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é,

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$.

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo $(S_3, \circ)$

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo $(S_3, \circ)$ não é comutativo.

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo $(S_3, \circ)$ não é comutativo.

Note que em S_2

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo $(S_3, \circ)$ não é comutativo.

Note que em S_2 temos $2 = 2!$ elementos

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo $(S_3, \circ)$ não é comutativo.

Note que em S_2 temos $2 = 2!$ elementos e em S_3

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo $(S_3, \circ)$ não é comutativo.

Note que em S_2 temos $2 = 2!$ elementos e em S_3 temos $6 = 3!$ elementos.

Logo $\mathcal{S} = S_3 = \{id, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ e $(S_3, \circ)$ é um grupo.

Nesse caso temos

$$(f_1 \circ f_4)(1) = f_1(f_4(1)) = f_1(2) = 1$$

$$(f_4 \circ f_1)(1) = f_4(f_1(1)) = f_4(2) = 3$$

daí $(f_1 \circ f_4)(1) \neq (f_4 \circ f_1)(1)$, isto é, $f_1 \circ f_4 \neq f_4 \circ f_1$. Portanto o grupo $(S_3, \circ)$ não é comutativo.

Note que em S_2 temos $2 = 2!$ elementos e em S_3 temos $6 = 3!$ elementos.

De modo geral,

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f : A \to A$ bijetoras.

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f: A \to A$ bijetoras.

Assim o grupo $(S_n, \circ)$

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f : A \to A$ bijetoras.

Assim o grupo $(S_n, \circ)$ possui $n!$ elementos.

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f : A \to A$ bijetoras.

Assim o grupo $(S_n, \circ)$ possui $n!$ elementos.

Se $n \geqslant 3$, então

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f : A \to A$ bijetoras.

Assim o grupo $(S_n, \circ)$ possui $n!$ elementos.

Se $n \geqslant 3$, então S_n é um grupo não comutativo.

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f : A \to A$ bijetoras.

Assim o grupo $(S_n, \circ)$ possui $n!$ elementos.

Se $n \geqslant 3$, então S_n é um grupo não comutativo.

Definição

O grupo S_n é chamado de

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f : A \to A$ bijetoras.

Assim o grupo $(S_n, \circ)$ possui $n!$ elementos.

Se $n \geqslant 3$, então S_n é um grupo não comutativo.

Definição

O grupo S_n é chamado de ***grupo simétrico***

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f : A \to A$ bijetoras.

Assim o grupo $(S_n, \circ)$ possui $n!$ elementos.

Se $n \geqslant 3$, então S_n é um grupo não comutativo.

Definição

O grupo S_n é chamado de ***grupo simétrico*** *ou* ***grupo de permutações***

De modo geral, se $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ então existem exatamente $n!$ funções $f : A \to A$ bijetoras.

Assim o grupo $(S_n, \circ)$ possui $n!$ elementos.

Se $n \geqslant 3$, então S_n é um grupo não comutativo.

Definição

O grupo S_n é chamado de ***grupo simétrico*** *ou* ***grupo de permutações*** *em $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$.*

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte:

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e $\boxed{n}$ colunas.

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função

$$1 \quad 2 \quad \cdots \quad n$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens.

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f =$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \Big(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{matrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & & & & \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & & & \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & f(3) & & \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & f(3) & \dots & \end{matrix} \right.$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & f(3) & \dots & f(n) \end{pmatrix}$$

Um modo de representar os elementos de S_n é o seguinte: vamos representar as funções $f \in S_n$ na forma de uma matriz contendo 2 linhas e n colunas. A primeira linha é o domínio da função e a segunda contém suas imagens. Assim se $f \in S_n$ escreveremos

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ f(1) & f(2) & f(3) & \dots & f(n) \end{pmatrix}.$$

No caso de S_3 vamos escrever

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & & \end{array}\right.$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{matrix} \right.$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & & \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & \end{matrix}\right.$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \Bigg(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{matrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & & \end{matrix}\right.$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & \end{matrix} \right.$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & & \end{matrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & \end{matrix} \right.$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad f_5 = \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{matrix} \right.$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & & \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad f_5 = \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & \end{matrix} \right.$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad f_5 = \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{matrix}\right.$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

No caso de S_3 vamos escrever

$$id = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Assim a composição $f_3 \circ f_4$ pode ser determinada da seguinte forma:

$$f_3 \circ f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$

Assim a composição $f_3 \circ f_4$ pode ser determinada da seguinte forma:

$$S_3 \ni \boxed{f_3} \circ f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$f_3(f_4(1))$

$f_3(2) = 3$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = f_2$$

A composição $f_4 \circ f_5$ é:

$$f_4 \circ f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_4^{-1} = f_5 \; ; \; f_5^{-1} = f_4 .$$

A composição $f_4 \circ f_5$ é:

$$f_4 \circ f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = Id$$

$$f_4 \circ f_5 = Id = f_5 \circ f$$