Teoria de Conjuntos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

21 de julho de 2020

Definição

Dados dois conjuntos A e B,

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano***

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano*** *de A por B como sendo o conjunto*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano*** *de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano*** *de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y)$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos o **produto cartesiano** de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos o **produto cartesiano** de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y),

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano*** *de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$,

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos o **produto cartesiano** de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t)$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano*** *de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \textbf{ se, e somente se, } x = z$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos o **produto cartesiano** de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \textbf{ se, e somente se, } x = z \textbf{ e } y = t.$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos o **produto cartesiano** de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \textbf{ se, e somente se, } x = z \textbf{ e } y = t.$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2\}$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos o **produto cartesiano** de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \textbf{ se, e somente se, } x = z \textbf{ e } y = t.$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2\}$ *e* $B = \{3, 4\}$.

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano*** *de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \textbf{ se, e somente se, } x = z \textbf{ e } y = t.$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2\}$ *e* $B = \{3, 4\}$*. Então*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano*** *de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \textbf{ se, e somente se, } x = z \textbf{ e } y = t.$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2\}$ *e* $B = \{3, 4\}$. *Então*

$$A \times B =$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano*** *de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \textbf{ se, e somente se, } x = z \textbf{ e } y = t.$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2\}$ *e* $B = \{3, 4\}$. *Então*

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos o **produto cartesiano** de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \textbf{ se, e somente se, } x = z \textbf{ e } y = t.$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 4\}$. Então

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\} \\ B \times A &= \end{aligned}$$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, definimos o ***produto cartesiano*** *de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \text{ **se, e somente se,** } x = z \text{ **e** } y = t.$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 4\}$. Então

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\} \\ B \times A &= \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\} \end{aligned}$$

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, definimos o **produto cartesiano** de A por B como sendo o conjunto*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

Dados (x, y), $(z, t) \in A \times B$, temos

$$(x, y) = (z, t) \textbf{ se, e somente se, } x = z \textbf{ e } y = t.$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 4\}$. Então

$$A \times B = \{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\}$$
$$B \times A = \{(3,1), (3,2), (4,1), (4,2)\}$$

Observações:

1) Do Exemplo (0.1)

Observações:

1) Do Exemplo (0.1) *vemos que em geral* $A \times B \neq B \times A$.

Observações:

1) *Do Exemplo* (0.1) *vemos que em geral* $A \times B \neq B \times A$.

2) *No caso em que* $A = B$

Observações:

1) Do Exemplo (0.1) *vemos que em geral* $A \times B \neq B \times A$.

2) No caso em que $A = B$ *vamos escrever*

Observações:

1) *Do Exemplo* (0.1) *vemos que em geral* $A \times B \neq B \times A$.

2) *No caso em que* $A = B$ *vamos escrever*

$$A \times A = A^2 =$$

Observações:

1) Do Exemplo (0.1) *vemos que em geral* $A \times B \neq B \times A$.

2) No caso em que $A = B$ *vamos escrever*

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

Observações:

1) Do Exemplo (0.1) *vemos que em geral* $A \times B \neq B \times A$.

2) No caso em que $A = B$ *vamos escrever*

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

De modo geral:

Observações:

1) *Do Exemplo* (0.1) *vemos que em geral* $A \times B \neq B \times A$.

2) *No caso em que* $A = B$ *vamos escrever*

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

De modo geral:

$$\underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{n \ \ vezes} = A^n =$$

Observações:

1) Do Exemplo (0.1) *vemos que em geral* $A \times B \neq B \times A$.

2) No caso em que $A = B$ *vamos escrever*

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

De modo geral:

$$\underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{n \text{ vezes}} = A^n = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \mid x_1, x_2, \ldots, x_n \in A\}$$

Observações:

1) Do Exemplo (0.1) *vemos que em geral* $A \times B \neq B \times A$.

2) No caso em que $A = B$ *vamos escrever*

$$A \times A = A^2 = \{(x, y) \mid x, y \in A\}.$$

De modo geral:

$$\underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{n \text{ vezes}} = A^n = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \mid x_1, x_2, \ldots, x_n \in A\}$$

para $n \geq 2$.

Definição

Para qualquer conjunto A,

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) =$$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

*que é chamado de **conjunto das partes** de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$,

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

*que é chamado de **conjunto das partes** de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

2) $B = \{x\}$,

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) =$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

*que é chamado de **conjunto das partes** de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset,$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

*que é chamado de **conjunto das partes** de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;
2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;
3) $C = \{a, b, c\}$,

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;
2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;
3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) =$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;

3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset,$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;
2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;
3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\},$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;
2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;
3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\},$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

*que é chamado de **conjunto das partes** de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;
2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;
3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\},$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;

3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\},$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;

3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\},$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

*que é chamado de **conjunto das partes** de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;

3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\},$

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;
2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;
3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\}$;

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;
2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;
3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\}$;
4) $D = \mathbb{R}$,

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

que é chamado de ***conjunto das partes*** *de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;

2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;

3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\}$;

4) $D = \mathbb{R}$, $\mathcal{P}(D) = \{X \mid X \subseteq \mathbb{R}\}$,

Definição

Para qualquer conjunto A, indicamos por $\mathcal{P}(A)$ o conjunto

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$$

*que é chamado de **conjunto das partes** de A.*

Exemplos

1) $A = \emptyset$, $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$;
2) $B = \{x\}$, $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}\}$;
3) $C = \{a, b, c\}$, $\mathcal{P}(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, C\}$;
4) $D = \mathbb{R}$, $\mathcal{P}(D) = \{X \mid X \subseteq \mathbb{R}\}$, *por exemplo* $\mathbb{Q} \in \mathcal{P}(D)$.