

# Teoria de Conjuntos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

20 de julho de 2020

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente.

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ .



## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$A \cap B$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cap C$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cap C = \emptyset.$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **intersecção** de  $A$  e  $B$  como sendo o conjunto  $A \cap B$  cujos elementos pertencem aos conjuntos  $A$  e  $B$  simultaneamente. Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cap C = \emptyset.$$

## Definição

*Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos.*

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$



## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ ,

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ .

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ .

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então



## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$A \cup B$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A \cup C$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{1, 2, 3, 4\} \\ A \cup C &= \{1, 2, 3, r, s, t\}. \end{aligned}$$

## Definição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Definimos a **união** de  $A$  com  $B$  como sendo o conjunto  $A \cup B$ , cujos elementos pertencem ao conjunto  $A$  ou ao conjunto  $B$ . Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

## Exemplo

Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$  e  $C = \{r, s, t\}$ . Então

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{1, 2, 3, 4\} \\ A \cup C &= \{1, 2, 3, r, s, t\}. \end{aligned}$$

## Proposição

*Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos.*

## Proposição

*Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:*

## Proposição

*Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:*

$$i) (A \cap B) \subseteq A;$$



## Proposição

*Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:*

*i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;*

*ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;*

## Proposição

*Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:*

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;*
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;*
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;*

## Proposição

*Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:*

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;*
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;*
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;*
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .*

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer.

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ .

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ .

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ ,



## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ , ou seja,  $A \cap B \subseteq A$ .

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ , ou seja,  $A \cap B \subseteq A$ . De modo análogo prova-se a segunda afirmação sobre a interseção.

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ , ou seja,  $A \cap B \subseteq A$ . De modo análogo prova-se a segunda afirmação sobre a interseção.

Para a terceira afirmação, seja  $x \in A$ .

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ , ou seja,  $A \cap B \subseteq A$ . De modo análogo prova-se a segunda afirmação sobre a interseção.

Para a terceira afirmação, seja  $x \in A$ . Da definição de união de conjuntos

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ , ou seja,  $A \cap B \subseteq A$ . De modo análogo prova-se a segunda afirmação sobre a interseção.

Para a terceira afirmação, seja  $x \in A$ . Da definição de união de conjuntos segue que  $x \in A \cup B$ .

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ , ou seja,  $A \cap B \subseteq A$ . De modo análogo prova-se a segunda afirmação sobre a interseção.

Para a terceira afirmação, seja  $x \in A$ . Da definição de união de conjuntos segue que  $x \in A \cup B$ . Logo todo elemento de  $A$  também está em  $A \cup B$ ,

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ , ou seja,  $A \cap B \subseteq A$ . De modo análogo prova-se a segunda afirmação sobre a interseção.

Para a terceira afirmação, seja  $x \in A$ . Da definição de união de conjuntos segue que  $x \in A \cup B$ . Logo todo elemento de  $A$  também está em  $A \cup B$ , ou seja,  $A \subseteq (A \cup B)$ .

## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ , ou seja,  $A \cap B \subseteq A$ . De modo análogo prova-se a segunda afirmação sobre a interseção.

Para a terceira afirmação, seja  $x \in A$ . Da definição de união de conjuntos segue que  $x \in A \cup B$ . Logo todo elemento de  $A$  também está em  $A \cup B$ , ou seja,  $A \subseteq (A \cup B)$ . De modo análogo prova-se a quarta afirmação.



## Proposição

Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos. Então:

- i)  $(A \cap B) \subseteq A$ ;
- ii)  $(A \cap B) \subseteq B$ ;
- iii)  $A \subseteq A \cup B$ ;
- iv)  $B \subseteq A \cup B$ .

**Prova:** Para provar a primeira afirmação seja  $x \in A \cap B$  um elemento qualquer. Da definição de interseção de conjuntos temos  $x \in A$  e  $x \in B$ . Assim podemos afirmar com certeza que  $x \in A$ . Logo todo elemento de  $A \cap B$  também está em  $A$ , ou seja,  $A \cap B \subseteq A$ . De modo análogo prova-se a segunda afirmação sobre a interseção.

Para a terceira afirmação, seja  $x \in A$ . Da definição de união de conjuntos segue que  $x \in A \cup B$ . Logo todo elemento de  $A$  também está em  $A \cup B$ , ou seja,  $A \subseteq (A \cup B)$ . De modo análogo prova-se a quarta afirmação. ■