

Função Inversa

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

19 de setembro de 2020

Dado $f: A \rightarrow B$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função,

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$.

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$.

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B$$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,}$$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Com essa definição

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função?

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo:

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definida $f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definida $f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definida $f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 5$$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definida $f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 5$$

$$f(2) = 6$$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definida $f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 5$$

$$f(2) = 6$$

$$f(3) = 7.$$

Dado $f: A \rightarrow B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \rightarrow A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definida $f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 5$$

$$f(2) = 6$$

$$f(3) = 7.$$

A partir da definição acima temos

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores:

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1.

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora.

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 4$$

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 4$$

$$f(2) = 6$$

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 4$$

$$f(2) = 6$$

$$f(3) = 7.$$

A partir da definição acima temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 4$$

$$f(2) = 6$$

$$f(3) = 7.$$

Agora g torna-se:

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A . Isso ocorre pois

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A . Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A . Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A . Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada defina uma função

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A . Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada defina uma função é necessário que f seja bijetora.

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A . Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada defina uma função é necessário que f seja bijetora. Temos então o seguinte teorema:

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A . Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada defina uma função é necessário que f seja bijetora. Temos então o seguinte teorema:

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B$$

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,}$$

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g é uma função

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se,

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

- i) Se g definida como acima é uma função,

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

- i) Se g definida como acima é uma função, então f é bijetora.

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

- i) Se g definida como acima é uma função, então f é bijetora.
- ii) Se f é bijetora,

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

- i) Se g definida como acima é uma função, então f é bijetora.
- ii) Se f é bijetora, então g definida como acima é uma função.

Teorema

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função. Defina $g: B \rightarrow A$ por

$$g(y) = x, \quad y \in B \quad \text{se, e somente se,} \quad f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

- i) Se g definida como acima é uma função, então f é bijetora.
- ii) Se f é bijetora, então g definida como acima é uma função.

Provemos a primeira afirmação:

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam x_1 ,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y$

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$, logo $f(x) = y$

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$, logo $f(x) = y$ e assim f é sobrejetora.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$, logo $f(x) = y$ e assim f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$, logo $f(x) = y$ e assim f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora.

Agora vamos provar a segunda afirmação.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente,

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$,

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora,

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora,

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) =$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$. Assim g associa cada elemento de B

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$. Assim g associa cada elemento de B com somente um elemento em A .

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$. Assim g associa cada elemento de B com somente um elemento em A .

Portanto g é função.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A .

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$. Assim g associa cada elemento de B com somente um elemento em A .

Portanto g é função.

Definição

A função $g: B \rightarrow A$

Definição

A função $g: B \rightarrow A$ do teorema anterior

Definição

A função $g: B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa**

Definição

A função $g: B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f: A \rightarrow B$

Definição

A função $g: B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f: A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

A função $g: B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f: A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f: A \rightarrow B$

Definição

A função $g: B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f: A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f: A \rightarrow B$ e $g: A \rightarrow B$ funções.

Definição

A função $g: B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f: A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f: A \rightarrow B$ e $g: A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$

Definição

A função $g: B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f: A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f: A \rightarrow B$ e $g: A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$ quando $f(x) = g(x)$

Definição

A função $g: B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f: A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f: A \rightarrow B$ e $g: A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$ quando $f(x) = g(x)$ para todo $x \in A$.

Definição

A função $g : B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f : A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$ quando $f(x) = g(x)$ para todo $x \in A$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$,

Definição

A função $g : B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f : A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$ quando $f(x) = g(x)$ para todo $x \in A$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, a função $i_A : A \rightarrow A$

Definição

A função $g : B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f : A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$ quando $f(x) = g(x)$ para todo $x \in A$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, a função $i_A : A \rightarrow A$ dada por $i_A(x)$

Definição

A função $g : B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f : A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$ quando $f(x) = g(x)$ para todo $x \in A$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, a função $i_A : A \rightarrow A$ dada por $i_A(x) = x$

Definição

A função $g : B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f : A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$ quando $f(x) = g(x)$ para todo $x \in A$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, a função $i_A : A \rightarrow A$ dada por $i_A(x) = x$ é chamada de

Definição

A função $g : B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f : A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$ quando $f(x) = g(x)$ para todo $x \in A$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, a função $i_A : A \rightarrow A$ dada por $i_A(x) = x$ é chamada de **função identidade**.

Definição

A função $g : B \rightarrow A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f : A \rightarrow B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.

Definição

Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : A \rightarrow B$ funções. Então $f = g$ quando $f(x) = g(x)$ para todo $x \in A$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, a função $i_A : A \rightarrow A$ dada por $i_A(x) = x$ é chamada de **função identidade**.

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora,

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1}$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova:

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos i_B :

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A:$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$.

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso,

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}:$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f:$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$,

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1})$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) =$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$,

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y)$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y))$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$.

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$,

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$,
 $(f^{-1} \circ f)(x) =$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x))$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$,
 $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} =$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} = i_B$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$ como queríamos.

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B: B \rightarrow B$ e $i_A: A \rightarrow A$. Além disso, $f \circ f^{-1}: B \rightarrow B$ e $f^{-1} \circ f: A \rightarrow A$, daí $\text{dom}(f \circ f^{-1}) = \text{dom}(i_B)$ e $\text{dom}(f^{-1} \circ f) = \text{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$ como queríamos. ■

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções,

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

$$i) f \circ i_A = f$$

$$ii) i_B \circ f = f$$

$$iii) g \circ i_B = g$$

$$iv) i_A \circ g = g$$

$$v) \text{ Se } g \circ f = i_A$$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

$$i) f \circ i_A = f$$

$$ii) i_B \circ f = f$$

$$iii) g \circ i_B = g$$

$$iv) i_A \circ g = g$$

$$v) \text{ Se } g \circ f = i_A \text{ e } f \circ g = i_B,$$

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) Se $g \circ f = i_A$ e $f \circ g = i_B$, então

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) Se $g \circ f = i_A$ e $f \circ g = i_B$, então f e g são bijetoras

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) Se $g \circ f = i_A$ e $f \circ g = i_B$, então f e g são bijetoras e $g = f^{-1}$.

Proposição

Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) Se $g \circ f = i_A$ e $f \circ g = i_B$, então f e g são bijetoras e $g = f^{-1}$.

Prova:

i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$

Prova:

i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$

Prova:

i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$.

Prova:

i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$. Assim

Prova:

- i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$. Assim
 $\text{dom}(f \circ i_A) =$

Prova:

- i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$. Assim $\text{dom}(f \circ i_A) = \text{dom}(f)$.

Prova:

- i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$. Assim $\text{dom}(f \circ i_A) = \text{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$,

Prova:

- i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$. Assim $\text{dom}(f \circ i_A) = \text{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) =$

Prova:

- i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$. Assim
 $\text{dom}(f \circ i_A) = \text{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$, temos
 $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) =$

Prova:

- i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$. Assim $\text{dom}(f \circ i_A) = \text{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) = f(x)$. Portanto,

Prova:

- i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$. Assim $\text{dom}(f \circ i_A) = \text{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) = f(x)$. Portanto, $f \circ i_A = f$.

Prova:

i) Primeiro temos $f: A \rightarrow B$, $i_A: A \rightarrow A$ e $f \circ i_A: A \rightarrow B$. Assim $\text{dom}(f \circ i_A) = \text{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) = f(x)$. Portanto, $f \circ i_A = f$.

ii)

iii)

iv)

v) Provemos que f é bijetora:

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1 ,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
Como $f: A \rightarrow B$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
 Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja,
 $(g \circ f)(x_1)$

- v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja,
 $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
 Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja,
 $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) =$

- v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
 Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja,
 $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
 Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja,
 $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.
 Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja,
 $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$
 e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí,
 $y =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y)$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y)$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$ para todo $x \in B$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$ para todo $x \in B$. Logo $g = f^{-1}$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$ para todo $x \in B$. Logo $g = f^{-1}$ como queríamos.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \rightarrow A$ e então $\text{dom}(g) = B = \text{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$ para todo $x \in B$. Logo $g = f^{-1}$ como queríamos. ■

Exemplo

Verifique se a função $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = (\sqrt[3]{x}, y^5)$ é bijetora. Caso afirmativo, encontre f^{-1} .

Exemplo

Exemplo