Funções

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

15 de setembro de 2020

Definição

Uma ***função***

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$,*

Definição

Uma ***função*** $f: A \to B$, *de um conjunto* A

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*,*

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A*

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B*

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$,

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$*, existe* $y \in B$ *tal que* $f(x) = y$*.*

ii) Se $x \in A$ *é tal que* $f(x) = y_1$ *e* $f(x) = y_2$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com y_1,

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$,

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) *Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.*

ii) *Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.*

*Nesse caso y é chamado de **imagem***

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$*, existe* $y \in B$ *tal que* $f(x) = y$*.*

ii) Se $x \in A$ *é tal que* $f(x) = y_1$ *e* $f(x) = y_2$ *com* $y_1, y_2 \in B$*, então* $y_1 = y_2$*.*

Nesse caso y *é chamado de* ***imagem*** *de* x *segundo* f*.*

O conjunto A é chamado de **domínio**

Definição

*Uma **função** $f : A \rightarrow B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$.

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com y_1, $y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio**

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com y_1, $y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f.

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com y_1, $y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) *Para todo* $x \in A$*, existe* $y \in B$ *tal que* $f(x) = y$*.*

ii) *Se* $x \in A$ *é tal que* $f(x) = y_1$ *e* $f(x) = y_2$ *com* $y_1, y_2 \in B$*, então* $y_1 = y_2$*.*

Nesse caso y *é chamado de* ***imagem*** *de* x *segundo* f*.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) =$$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) *Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.*

ii) *Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com y_1, $y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.*

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) = \{f(x)$$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\operatorname{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\operatorname{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in A\}$$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\operatorname{dom}(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\operatorname{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in A\} \subseteq B$$

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) *Para todo* $x \in A$*, existe* $y \in B$ *tal que* $f(x) = y$*.*

ii) *Se* $x \in A$ *é tal que* $f(x) = y_1$ *e* $f(x) = y_2$ *com* $y_1, y_2 \in B$*, então* $y_1 = y_2$*.*

Nesse caso y *é chamado de* ***imagem*** *de* x *segundo* f*.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) = \{f(x) \mid x \in A\} \subseteq B$$

é chamado **imagem** de f.

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) = \{f(x) \mid x \in A\} \subseteq B$$

é chamado **imagem** de f.

Exemplos

1) *Sejam* $A = \{0, 1, 2, 3\}$

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$*. Quais das seguintes relações são funções?*

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$. *Quais das seguintes relações são funções?*

a) $R_1 = \{(0, 5), (1, 6), (2, 7)\}$

Exemplos

1) *Sejam* $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$. *Quais das seguintes relações são funções?*

   a) $R_1 = \{(0, 5), (1, 6), (2, 7)\}$

   b) $R_2 = \{(0, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 7), (3, 8)\}$

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$. *Quais das seguintes relações são funções?*

a) $R_1 = \{(0, 5), (1, 6), (2, 7)\}$

b) $R_2 = \{(0, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 7), (3, 8)\}$

c) $R_3 = \{(0, 4), (1, 5), (2, 7), (3, 8)\}$

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$*. Quais das seguintes relações são funções?*

a) $R_1 = \{(0, 5), (1, 6), (2, 7)\}$

b) $R_2 = \{(0, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 7), (3, 8)\}$

c) $R_3 = \{(0, 4), (1, 5), (2, 7), (3, 8)\}$

d) $R_4 = \{(0, 5), (1, 5), (2, 6), (3, 7)\}$

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$*. Quais das seguintes relações são funções?*

a) $R_1 = \{(0, 5), (1, 6), (2, 7)\}$

b) $R_2 = \{(0, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 7), (3, 8)\}$

c) $R_3 = \{(0, 4), (1, 5), (2, 7), (3, 8)\}$

d) $R_4 = \{(0, 5), (1, 5), (2, 6), (3, 7)\}$

Exemplos

2) $R_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x^2\}$

Exemplos

2) $R_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x^2\}$

3) $R_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$

Exemplos

2) $R_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x^2\}$

3) $R_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$

4) $R_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2\}$

Exemplos

2) $R_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x^2\}$

3) $R_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$

4) $R_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2\}$

Definição

Seja $f: A \to B$ *uma função.*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora***

Definição

Seja $f\colon A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados x_1,*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) =$*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$,*

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$.*

Definição

Seja $f\colon A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente,*

Definição

Seja $f: A \to B$ *uma função.*

i) Dizemos que f *é* ***injetora*** *se dados* $x_1, x_2 \in A$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$*, então* $x_1 = x_2$*. De modo equivalente, dizemos que* f *é* ***injetora***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados x_1,*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$,*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é* ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) Dizemos que f é ***sobrejetora***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora*** *se dados $x_1,\ x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é* ***injetora*** *se dados $x_1,\ x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) Dizemos que f é ***sobrejetora*** *se para todo $y \in B$,*

Definição

Seja $f : A \to B$ *uma função.*

i) Dizemos que f *é* ***injetora*** *se dados* $x_1, x_2 \in A$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$, *então* $x_1 = x_2$. *De modo equivalente, dizemos que* f *é* ***injetora*** *se dados* $x_1, x_2 \in A$ *tais que* $x_1 \neq x_2$, *então* $f(x_1) \neq f(x_2)$.

ii) Dizemos que f *é* ***sobrejetora*** *se para todo* $y \in B$, *existe* $x \in A$

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é* ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) Dizemos que f é ***sobrejetora*** *se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) *Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) *Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

iii) *Dizemos que f e **bijetora***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) *Dizemos que f é **injetora** se dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) *Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

iii) *Dizemos que f e **bijetora** se f for **injetora***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) *Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) *Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

iii) *Dizemos que f e **bijetora** se f for **injetora** e **sobrejetora***

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

i) *Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) *Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

iii) *Dizemos que f e **bijetora** se f for **injetora** e **sobrejetora** simultaneamente.*

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

*ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

*iii) Dizemos que f e **bijetora** se f for **injetora** e **sobrejetora** simultaneamente.*

Exemplos

Verifique se as seguintes funções são injetoras

Exemplos

Verifique se as seguintes funções são injetoras ou sobrejetoras:

Exemplos

Verifique se as seguintes funções são injetoras ou sobrejetoras:

1) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ *dada por* $f(x) = 3x + 1$

Exemplos

2) $g : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ *dada por* $f(x) = 3x + 1$

Exemplos

3) A função $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $h(x) = x^2$

Definição

Sejam $f : A \to B$

Definição

Sejam $f : A \to B$ *e* $g : B \to C$

Definição

Sejam $f : A \to B$ *e* $g : B \to C$ *funções.*

Definição

Sejam $f : A \to B$ e $g : B \to C$ funções. Definimos a ***função composta***

Definição

Sejam $f : A \to B$ e $g : B \to C$ funções. Definimos a ***função composta*** *de g com f*

Definição

Sejam $f : A \to B$ e $g : B \to C$ funções. Definimos a ***função composta*** *de g com f como sendo a função denotada por $g \circ f$*

Definição

*Sejam $f\colon A \to B$ e $g: B \to C$ funções. Definimos a **função composta** de g com f como sendo a função denotada por $g \circ f\colon A \to C$*

Definição

Sejam $f\colon A \to B$ *e* $g : B \to C$ *funções. Definimos a* ***função composta*** *de* g *com* f *como sendo a função denotada por* $g \circ f\colon A \to C$ *tal que*

Definição

Sejam $f : A \to B$ *e* $g : B \to C$ *funções. Definimos a* ***função composta*** *de* g *com* f *como sendo a função denotada por* $g \circ f : A \to C$ *tal que* $(g \circ f)(x)$

Definição

Sejam $f\colon A \to B$ *e* $g : B \to C$ *funções. Definimos a* ***função composta*** *de* g *com* f *como sendo a função denotada por* $g \circ f\colon A \to C$ *tal que* $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Definição

Sejam $f\colon A \to B$ *e* $g : B \to C$ *funções. Definimos a* ***função composta*** *de* g *com* f *como sendo a função denotada por* $g \circ f\colon A \to C$ *tal que* $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ *para todo* $x \in A$*.*

Definição

Sejam $f\colon A \to B$ *e* $g : B \to C$ *funções. Definimos a* ***função composta*** *de* g *com* f *como sendo a função denotada por* $g \circ f\colon A \to C$ *tal que* $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ *para todo* $x \in A$.

Exemplos

1) *Sejam* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Exemplos

1) Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *e* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Exemplos

1) *Sejam* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *e* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dadas por* $f(x) = x^2$

Exemplos

1) *Sejam* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *e* $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *dadas por* $f(x)=x^2$ *e* $g(x)=x+1$.

Exemplos

1) Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *e* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dadas por* $f(x) = x^2$ *e* $g(x) = x + 1$*.*
Assim podemos definir $g \circ f$

Exemplos

1) Sejam $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *e* $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *dadas por* $f(x)=x^2$ *e* $g(x)=x+1$.
Assim podemos definir $g\circ f$ *e* $f\circ g$ *e:*

Exemplos

1) Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *e* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dadas por* $f(x) = x^2$ *e* $g(x) = x + 1$*.*
Assim podemos definir $g \circ f$ *e* $f \circ g$ *e:*

Exemplos

2) $f : \mathbb{R}_{-} \to \mathbb{R}_{+}^{*}$

Exemplos

2) $f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}_+^*$ e $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$

Exemplos

2) $f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}_+^*$ *e* $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ *dadas por* $f(x) = x^2 + 1$

Exemplos

2) $f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}_+^*$ *e* $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ *dadas por* $f(x) = x^2 + 1$ *e* $g(x) = \ln x$.

Exemplos

2) $f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}_+^*$ *e* $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ *dadas por* $f(x) = x^2 + 1$ *e* $g(x) = \ln x$.
Nesse caso só podemos definir $g \circ f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}$ *e:*

Exemplos

2) $f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}_+^*$ e $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = \ln x$.
Nesse caso só podemos definir $g \circ f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}$ *e:*

Proposição

Se $f: A \to B$

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to C$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ *são funções injetoras,*

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f$:

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to C$ *são funções injetoras, então* $g \circ f : A \to C$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova:

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados x_1,

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1)$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$.

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f: A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f: A \to C$ é injetora.

Prova: Dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora,

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora, dessa última igualdade segue

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora, dessa última igualdade segue que $f(x_1)$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora, dessa última igualdade segue que $f(x_1) = f(x_2)$.

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f: A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora, dessa última igualdade segue que $f(x_1) = f(x_2)$. Mas f também é injetora,

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora, dessa última igualdade segue que $f(x_1) = f(x_2)$. Mas f também é injetora, por hipótese,

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora, dessa última igualdade segue que $f(x_1) = f(x_2)$. Mas f também é injetora, por hipótese, daí $x_1 =$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora, dessa última igualdade segue que $f(x_1) = f(x_2)$. Mas f também é injetora, por hipótese, daí $x_1 = x_2$, como queríamos.

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f: A \to C$ é injetora.

Prova: Dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora, dessa última igualdade segue que $f(x_1) = f(x_2)$. Mas f também é injetora, por hipótese, daí $x_1 = x_2$, como queríamos. Portanto $g \circ f$ é injetora.

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções injetoras, então $g \circ f : A \to C$ é injetora.

Prova: Dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ queremos mostrar que $x_1 = x_2$. Temos:

$$(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$$

$$g(f(x_1)) = g(f(x_2)).$$

Como por hipótese g é injetora, dessa última igualdade segue que $f(x_1) = f(x_2)$. Mas f também é injetora, por hipótese, daí $x_1 = x_2$, como queríamos. Portanto $g \circ f$ é injetora. $\blacksquare$

Proposição

Se $f: A \to B$

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to C$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras,

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova:

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora,

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$,

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$.

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g : B \to C$ é sobrejetora,

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g : B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g: B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$.

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g : B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g : B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f : A \to B$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g : B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f : A \to B$ é sobrejetora

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g : B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f : A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g: B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f: A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$ tal que $f(x) = z$.

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g: B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f: A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$ tal que $f(x) = z$. Logo

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g : B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f : A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$ tal que $f(x) = z$. Logo

$$(g \circ f)(x)$$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g : B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f : A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$ tal que $f(x) = z$. Logo

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g: B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f: A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$ tal que $f(x) = z$. Logo

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(z)$$

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g: B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f: A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$ tal que $f(x) = z$. Logo

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(z) = y.$$

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g: B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f: A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$ tal que $f(x) = z$. Logo

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(z) = y.$$

Portanto $g \circ f$

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f: A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g: B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f: A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$ tal que $f(x) = z$. Logo

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(z) = y.$$

Portanto $g \circ f$ é sobrejetora.

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são funções sobrejetoras, então $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora.

Prova: Para mostrar que $g \circ f : A \to C$ é sobrejetora, precisamos mostrar que para todo $y \in C$, existe $x \in A$ tal que $(g \circ f)(x) = y$.
Assim seja $y \in C$. Como $g : B \to C$ é sobrejetora, existe $z \in A$ tal que $g(z) = y$. Mas $z \in B$ e $f : A \to B$ é sobrejetora . Assim existe $x \in A$ tal que $f(x) = z$. Logo

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(z) = y.$$

Portanto $g \circ f$ é sobrejetora. ■