Funções

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

Definição

*Uma **função***

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*,*

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B,*

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$, *de um conjunto* A *em um conjunto* B, *é uma relação que associa os elementos de* A

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$, *de um conjunto* A *em um conjunto* B, *é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$,

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$, *de um conjunto* A *em um conjunto* B, *é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, *existe* $y \in B$

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$*, existe* $y \in B$ *tal que* $f(x) = y$*.*

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com y_1,

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$,

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) *Para todo* $x \in A$*, existe* $y \in B$ *tal que* $f(x) = y$*.*

ii) *Se* $x \in A$ *é tal que* $f(x) = y_1$ *e* $f(x) = y_2$ *com* $y_1, y_2 \in B$*, então* $y_1 = y_2$*.*

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem***

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio**

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$*, existe* $y \in B$ *tal que* $f(x) = y$*.*

ii) Se $x \in A$ *é tal que* $f(x) = y_1$ *e* $f(x) = y_2$ *com* $y_1, y_2 \in B$*, então* $y_1 = y_2$*.*

Nesse caso y *é chamado de* ***imagem*** *de* x *segundo* f*.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$.

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio**

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f.

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

Definição

Uma ***função*** $f : A \to B$*, de um conjunto* A *em um conjunto* B*, é uma relação que associa os elementos de* A *com os elementos em* B *satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$*, existe* $y \in B$ *tal que* $f(x) = y$*.*

ii) Se $x \in A$ *é tal que* $f(x) = y_1$ *e* $f(x) = y_2$ *com* $y_1, y_2 \in B$*, então* $y_1 = y_2$*.*

Nesse caso y *é chamado de* ***imagem*** *de* x *segundo* f*.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) =$$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) = \{f(x)$$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) *Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.*

ii) *Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.*

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) = \{f(x) \mid x \in A\}$$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) = \{f(x) \mid x \in A\} \subseteq B$$

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com y_1, $y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) = \{f(x) \mid x \in A\} \subseteq B$$

é chamado **imagem** de f.

Definição

*Uma **função** $f : A \to B$, de um conjunto A em um conjunto B, é uma relação que associa os elementos de A com os elementos em B satisfazendo as seguintes condições:*

i) Para todo $x \in A$, existe $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

ii) Se $x \in A$ é tal que $f(x) = y_1$ e $f(x) = y_2$ com $y_1, y_2 \in B$, então $y_1 = y_2$.

*Nesse caso y é chamado de **imagem** de x segundo f.*

O conjunto A é chamado de **domínio** de f e será denotado por $\mathrm{dom}\,(f)$. O conjunto B é chamado de **contra-domínio** de f. O conjunto

$$\mathrm{Im}\,(f) = \{f(x) \mid x \in A\} \subseteq B$$

é chamado **imagem** de f.

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.

Exemplos

1) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$*. Quais das seguintes relações são funções?*

Exemplos

1) *Sejam* $A = \{0, 1, 2, 3\}$ *e* $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$. *Quais das seguintes relações são funções?*

   a) $R_1 = \{(0, 5), (1, 6), (2, 7)\}$

   b) $R_2 = \{(0, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 7), (3, 8)\}$

   c) $R_3 = \{(0, 4), (1, 5), (2, 7), (3, 8)\}$

   d) $R_4 = \{(0, 5), (1, 5), (2, 6), (3, 7)\}$

Exemplos

2) $R_5 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x^2\}$

3) $R_6 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1\}$

4) $R_7 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2\}$

Definição

Seja $f: A \to B$ *uma função.*

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora***

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados x_1,*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) =$*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$,*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$.*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente,*

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados x_1,*

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$*

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é* ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$,*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

*ii) Dizemos que f é **sobrejetora***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1,\ x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1,\ x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

*ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$,*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é* ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) Dizemos que f é ***sobrejetora*** *se para todo $y \in B$, existe $x \in A$*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

*ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

Definição

Seja $f : A \to B$ *uma função.*

i) Dizemos que f *é* ***injetora*** *se dados* $x_1, x_2 \in A$ *tais que* $f(x_1) = f(x_2)$*, então* $x_1 = x_2$*. De modo equivalente, dizemos que* f *é* ***injetora*** *se dados* $x_1, x_2 \in A$ *tais que* $x_1 \neq x_2$*, então* $f(x_1) \neq f(x_2)$*.*

ii) Dizemos que f *é* ***sobrejetora*** *se para todo* $y \in B$*, existe* $x \in A$ *tal que* $f(x) = y$*.*

iii) Dizemos que f *e* ***bijetora***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

*ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

*iii) Dizemos que f e **bijetora** se f for **injetora***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dizemos que f é **injetora** se dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados x_1, $x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

*ii) Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

*iii) Dizemos que f e **bijetora** se f for **injetora** e **sobrejetora***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) *Dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é **injetora** se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) *Dizemos que f é **sobrejetora** se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

iii) *Dizemos que f e **bijetora** se f for **injetora** e **sobrejetora** simultaneamente.*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dizemos que f é ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$, então $x_1 = x_2$. De modo equivalente, dizemos que f é* ***injetora*** *se dados $x_1, x_2 \in A$ tais que $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.*

ii) Dizemos que f é ***sobrejetora*** *se para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.*

iii) Dizemos que f e ***bijetora*** *se f for* ***injetora*** *e* ***sobrejetora*** *simultaneamente.*

Exemplos

Verifique se as seguintes funções são injetoras

Exemplos

Verifique se as seguintes funções são injetoras ou sobrejetoras:

Exemplos

Verifique se as seguintes funções são injetoras ou sobrejetoras:

1) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ *dada por* $f(x) = 3x + 1$

Exemplos

2) $g : \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_9 \to \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_9$ *tal que* $f(\overline{x}, \overline{y}) = (\overline{2}\overline{x} + \overline{3}, \overline{4}\overline{y} + \overline{5})$

Exemplos

3) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $h(x) = x^2$