Grupos Cíclicos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

Seja $(G, *)$ um grupo.

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever
$(G, *) =$

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$.

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y =$$

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y =$$

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) =$

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$.

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$.
Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

$$x * y =$$

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$ será denotado por x^{-1}

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados $x,\ y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$ será denotado por x^{-1} e no caso da notação aditiva

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$ será denotado por x^{-1} e no caso da notação aditiva o oposto de $x \in G$

Seja $(G, *)$ um grupo.
Caso a operação $*$ seja do tipo multiplicativa, vamos escrever $(G, *) = (G, \cdot)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x \cdot y = xy.$$

Caso a operação $*$ seja do tipo aditiva, vamos escrever $(G, *) = (G, +)$. Assim, dados x, $y \in G$ vamos denotar

$$x * y = x + y.$$

Com a notação multiplicativa o inverso de um elemento $x \in G$ será denotado por x^{-1} e no caso da notação aditiva o oposto de $x \in G$ será denotado por $-x$.

Seja G um grupo multiplicativo

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G.

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência** m**-ésima** de x, Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência** m**-ésima** de x, ou **potência de** x **de expoente** m,

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência** m**-ésima** de x, ou **potência de** x **de expoente** m, é o elemento de G denotado por

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m-ésima** de x, ou **potência de x de expoente** m, é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência** m**-ésima** de x, ou **potência de** x **de expoente** m, é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência** m**-ésima** de x, ou **potência de** x **de expoente** m, é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m =$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência** m**-ésima** de x, ou **potência de** x **de expoente** m, é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ & \\ & \end{cases}$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência** m**-ésima** de x, ou **potência de** x **de expoente** m, é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ x^{m-1}x, & \\ & \end{cases}$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência m-ésima** de x, ou **potência de x de expoente** m, é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ x^{m-1}x, & \text{se } m \geq 1, \\ \end{cases}$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência** m**-ésima** de x, ou **potência de** x **de expoente** m, é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ x^{m-1}x, & \text{se } m \geq 1, \\ (x^{-m})^{-1}, & \end{cases}$$

Seja G um grupo multiplicativo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, a **potência** m**-ésima** de x, ou **potência de** x **de expoente** m, é o elemento de G denotado por

$$x^m$$

e definido por:

$$x^m = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ x^{m-1}x, & \text{se } m \geq 1, \\ (x^{-m})^{-1}, & \text{se } m < 0. \end{cases}$$

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $GL_2(\mathbb{R})$

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $GL_2(\mathbb{R})$ *seja*

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $GL_2(\mathbb{R})$ *seja*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $GL_2(\mathbb{R})$ *seja*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Então:

Exemplos

ii) No grupo multiplicativo $\mathbb{Z}_5^*$

Exemplos

ii) No grupo multiplicativo $\mathbb{Z}_5^*$ *seja* $a = \overline{2}$.

Exemplos

ii) No grupo multiplicativo $\mathbb{Z}_5^*$ *seja* $a = \overline{2}$. *Então:*

Exemplos

iii) No grupo multiplicativo S_3

Exemplos

iii) No grupo multiplicativo S_3 seja

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exemplos

iii) No grupo multiplicativo S_3 seja

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Então:

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo.

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$,

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n =$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n = x^{m+n}$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n = x^{m+n}$

ii) $x^{-m} =$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n = x^{m+n}$

ii) $x^{-m} = (x^m)^{-1}$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n = x^{m+n}$

ii) $x^{-m} = (x^m)^{-1}$

iii) $(x^m)^n =$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n = x^{m+n}$

ii) $x^{-m} = (x^m)^{-1}$

iii) $(x^m)^n = x^{mn}$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n = x^{m+n}$

ii) $x^{-m} = (x^m)^{-1}$

iii) $(x^m)^n = x^{mn}$

iv) $x^m x^n =$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $x^m x^n = x^{m+n}$

ii) $x^{-m} = (x^m)^{-1}$

iii) $(x^m)^n = x^{mn}$

iv) $x^m x^n = x^n x^m$

Seja G um grupo aditivo

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G.

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo** m**-ésimo** de x

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo** m-**ésimo** de x é o elemento de G denotado por

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo** m**-ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo** m**-ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x =$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo m-ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ & \\ & \end{cases}$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo** m**-ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ (m-1) \cdot x + x, & \\ & \end{cases}$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo** m**-ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ (m-1) \cdot x + x, & \text{se } m \geq 1, \\ \end{cases}$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo** m**-ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ (m-1) \cdot x + x, & \text{se } m \geq 1, \\ -[(-m) \cdot x], & \end{cases}$$

Seja G um grupo aditivo e denote por e o elemento neutro de G. Se $x \in G$ e $m \in \mathbb{Z}$, o **múltiplo** m**-ésimo** de x é o elemento de G denotado por

$$m \cdot x$$

e definido por:

$$m \cdot x = \begin{cases} e, & \text{se m} = 0, \\ (m-1) \cdot x + x, & \text{se } m \geq 1, \\ -[(-m) \cdot x], & \text{se } m < 0. \end{cases}$$

Proposição

Seja G um grupo aditivo.

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $m \cdot x + n \cdot x =$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $m \cdot x + n \cdot x = (m+n) \cdot x$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $m \cdot x + n \cdot x = (m + n) \cdot x$

ii) $(-m) \cdot x =$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $m \cdot x + n \cdot x = (m+n) \cdot x$

ii) $(-m) \cdot x = -(m \cdot x)$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $m \cdot x + n \cdot x = (m + n) \cdot x$

ii) $(-m) \cdot x = -(m \cdot x)$

iii) $n \cdot (m \cdot x) =$

Proposição

Seja G um grupo aditivo. Se m e n são números inteiros e $x \in G$, então

i) $m \cdot x + n \cdot x = (m+n) \cdot x$

ii) $(-m) \cdot x = -(m \cdot x)$

iii) $n \cdot (m \cdot x) = (nm) \cdot x$

Seja G um grupo multiplicativo

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] =$$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m$$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\}$$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto
$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

i) O subconjunto $[x]$

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

i) O subconjunto $[x]$ é um subgrupo de G.

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

i) O subconjunto $[x]$ é um subgrupo de G.

ii) Se H é um subgrupo de G

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

i) O subconjunto $[x]$ é um subgrupo de G.

ii) Se H é um subgrupo de G tal que $x \in H$,

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$. Denote por $[x]$ o seguinte conjunto

$$[x] = \{x^m \mid m \in \mathbb{Z}\} \subset G.$$

Proposição

Seja G um grupo multiplicativo e $x \in G$.

i) O subconjunto $[x]$ é um subgrupo de G.

ii) Se H é um subgrupo de G tal que $x \in H$, então $[x] \subset H$.

Definição

Um grupo multiplicativo G

Definição

Um grupo multiplicativo G será chamado de ***grupo cíclico***

Definição

Um grupo multiplicativo G será chamado de ***grupo cíclico*** *se, para algum $x \in G$,*

Definição

*Um grupo multiplicativo G será chamado de **grupo cíclico** se, para algum $x \in G$, vale*

Definição

Um grupo multiplicativo G será chamado de ***grupo cíclico*** *se, para algum $x \in G$, vale*

$$G = [x].$$

Definição

Um grupo multiplicativo G será chamado de ***grupo cíclico*** *se, para algum $x \in G$, vale*

$$G = [x].$$

Nessas condições, o elemento x

Definição

*Um grupo multiplicativo G será chamado de **grupo cíclico** se, para algum $x \in G$, vale*

$$G = [x].$$

*Nessas condições, o elemento x é chamado de **gerador** do grupo G.*

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $\mathbb{C}^*$,

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $\mathbb{C}^*$, *encontre o subgrupo gerado por i.*

Exemplos

ii) No grupo S_3,

Exemplos

ii) No grupo S_3, encontre o subgrupo gerado por

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Proposição

Todo subgrupo de um grupo cíclico é também cíclico.

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e.

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro* r

Definição

Seja G *um grupo com elemento neutro* e*. Dado* $x \in G$ *se existir um inteiro* $h > 0$ *tal que*

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro* r *tal que* $0 < r < h$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro r tal que* $0 < r < h$

diremos que a ***ordem***

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro* r *tal que* $0 < r < h$

diremos que a ***ordem*** *ou* ***período***

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro r tal que* $0 < r < h$

diremos que a ***ordem*** *ou* ***período*** *de x é h.*

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro r tal que* $0 < r < h$

diremos que a ***ordem*** *ou* ***período*** *de x é h. Nesse caso escreveremos*
$|x| =$

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro r tal que* $0 < r < h$

diremos que a ***ordem*** *ou* ***período*** *de x é h. Nesse caso escreveremos* $|x| = o(x) = h$.

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro r tal que* $0 < r < h$

diremos que a ***ordem*** *ou* ***período*** *de x é h. Nesse caso escreveremos* $|x| = o(x) = h$.

Se para qualquer inteiro

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro r tal que* $0 < r < h$

diremos que a ***ordem*** *ou* ***período*** *de x é h. Nesse caso escreveremos* $|x| = o(x) = h$.

Se para qualquer inteiro $r \neq 0$,

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro r tal que* $0 < r < h$

diremos que a ***ordem*** *ou* ***período*** *de x é h. Nesse caso escreveremos* $|x| = o(x) = h$.

Se para qualquer inteiro $r \neq 0$, $x^r \neq e$,

Definição

Seja G um grupo com elemento neutro e. Dado $x \in G$ se existir um inteiro $h > 0$ tal que

i) $x^h = e$

ii) $x^r \neq e$ *qualquer que seja o inteiro r tal que* $0 < r < h$

diremos que a ***ordem*** *ou* ***período*** *de x é h. Nesse caso escreveremos* $|x| = o(x) = h$.

Se para qualquer inteiro $r \neq 0$, $x^r \neq e$, diremos que a ***ordem*** *de x é* ***zero****.*

Exemplos

i) No grupo multiplicativo $\mathbb{C}^*$ *temos:*

Exemplos

ii) Em S_3 temos:

Exemplos

iii) Em $\mathbb{Z}_5$ *temos:*

Exemplos

iv) Em $\mathbb{Z}$

Exemplos

iv) Em $\mathbb{Z}$ o único elemento de ordem diferente de zero

Exemplos

iv) Em $\mathbb{Z}$ o único elemento de ordem diferente de zero é o elemento neutro.

Proposição

Seja x um elemento de ordem $h > 0$

Proposição

Seja x um elemento de ordem $h > 0$ de um grupo G.

Proposição

Seja x um elemento de ordem $h > 0$ de um grupo G. Então $x^m = e$

Proposição

Seja x um elemento de ordem $h > 0$ de um grupo G. Então $x^m = e$ se, e somente se, $h \mid m$.