Relação de Equivalência

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

25 de agosto de 2020



Seja A um conjunto não vazio





Seja A um conjunto não vazio e $R \subseteq A \times A$.



Seja A um conjunto não vazio e $R \subseteq A \times A$. Dizemos que R





Seja A um conjunto não vazio e $R \subseteq A \times A$. Dizemos que R é uma **relação de equivalência** se:

i) Para todo $x \in A$,



Seja A um conjunto não vazio e $R \subseteq A \times A$. Dizemos que R é uma **relação de equivalência** se:

i) Para todo $x \in A$, $(x, x) \in R$.



Seja A um conjunto não vazio e $R \subseteq A \times A$. Dizemos que R é uma **relação de equivalência** se:

i) Para todo $x \in A$, $(x,x) \in R$. (Propriedade Reflexiva)



- i) Para todo $x \in A$, $(x,x) \in R$. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se $(x, y) \in R$,



- i) Para todo $x \in A$, $(x,x) \in R$. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se $(x, y) \in R$, então $(y, x) \in R$.



- i) Para todo $x \in A$, $(x,x) \in R$. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se $(x, y) \in R$, então $(y, x) \in R$. (Propriedade Simétrica)



- i) Para todo $x \in A$, $(x,x) \in R$. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se $(x, y) \in R$, então $(y, x) \in R$. (Propriedade Simétrica)
- iii) Se $(x, y) \in R$



- i) Para todo $x \in A$, $(x,x) \in R$. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se $(x, y) \in R$, então $(y, x) \in R$. (Propriedade Simétrica)
- iii) Se $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R$,



- i) Para todo $x \in A$, $(x,x) \in R$. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se $(x, y) \in R$, então $(y, x) \in R$. (Propriedade Simétrica)
- iii) Se $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R$, então $(x, z) \in R$.



- i) Para todo $x \in A$, $(x,x) \in R$. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se $(x, y) \in R$, então $(y, x) \in R$. (Propriedade Simétrica)
- iii) Se $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R$, então $(x, z) \in R$. (Propriedade Transitiva)



- i) Para todo $x \in A$, $(x,x) \in R$. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se $(x, y) \in R$, então $(y, x) \in R$. (Propriedade Simétrica)
- iii) Se $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R$, então $(x, z) \in R$. (Propriedade Transitiva)



Seja R uma relação de equivalência em A,





Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

1) Para dizermos que $(x, y) \in R$



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

1) Para dizermos que $(x, y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R),



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

1) Para dizermos que $(x, y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R",



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

1) Para dizermos que $(x, y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

1) Para dizermos que $(x, y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.

3/4



- 1) Para dizermos que $(x,y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim



- 1) Para dizermos que $(x,y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação ∼ para representar a relação R.



- 1) Para dizermos que $(x,y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$



- 1) Para dizermos que $(x, y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$ para dizer que $(x, y) \in R$,



- 1) Para dizermos que $(x, y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$ para dizer que $(x, y) \in R$, ou que, xRy.



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

- 1) Para dizermos que $(x, y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$ para dizer que $(x, y) \in R$, ou que, xRy.

Definição

Seja A um conjunto não vazio



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

- 1) Para dizermos que $(x,y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$ para dizer que $(x, y) \in R$, ou que, xRy.

Definição

Seja A um conjunto não vazio e $R \subseteq A \times A$.



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

- 1) Para dizermos que $(x,y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$ para dizer que $(x, y) \in R$, ou que, xRy.

Definição



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

- 1) Para dizermos que $(x,y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$ para dizer que $(x,y) \in R$, ou que, xRy.

Definição

Seja A um conjunto não vazio e $R \subseteq A \times A$. Dizemos que R é uma **relação de equivalência** se:

i) Para todo $x \in A$, xRx. (Propriedade Reflexiva)



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

- 1) Para dizermos que $(x,y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$ para dizer que $(x, y) \in R$, ou que, xRy.

Definição

- i) Para todo $x \in A$, xRx. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se xRy, então yRx. (Propriedade Simétrica)



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

- 1) Para dizermos que $(x,y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$ para dizer que $(x, y) \in R$, ou que, xRy.

Definição

- i) Para todo $x \in A$, xRx. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se xRy, então yRx. (Propriedade Simétrica)
- iii) Se xRy e yRz, então xRz. (Propriedade Transitiva)



Seja R uma relação de equivalência em A, isto é, $R \subseteq A \times A$.

- 1) Para dizermos que $(x,y) \in R$ usaremos a notação $x \equiv y$ (R), que se lê "x é equivalente a y módulo R", ou ainda a notação xRy, com o mesmo significado anterior.
- 2) Em alguns casos vamos utilizar a notação \sim para representar a relação R. Nesse caso, escrevemos $x \sim y$ para dizer que $(x, y) \in R$, ou que, xRy.

Definição

- i) Para todo $x \in A$, xRx. (Propriedade Reflexiva)
- ii) Se xRy, então yRx. (Propriedade Simétrica)
- iii) Se xRy e yRz, então xRz. (Propriedade Transitiva)



Seja R uma relação de equivalência sobre um conjunto A.



Seja R uma relação de equivalência sobre um conjunto A. Dado $b \in A$,



Seja R uma relação de equivalência sobre um conjunto A. Dado $b \in A$, chamamos de **classe de equivalência**



Seja R uma relação de equivalência sobre um conjunto A. Dado $b \in A$, chamamos de **classe de equivalência determinada por** b



Seja R uma relação de equivalência sobre um conjunto A. Dado $b \in A$, chamamos de **classe de equivalência determinada por** b **módulo** R



Seja R uma relação de equivalência sobre um conjunto A. Dado $b \in A$, chamamos de **classe de equivalência determinada por** b **módulo** R, denotada por \overline{b}









$$\overline{b} =$$



$$\overline{b} = C(b) =$$



$$\overline{b} = C(b) = \{x \in A$$



$$\overline{b} = C(b) = \{x \in A \mid (x, b) \in R\}$$



$$\overline{b} = C(b) = \{x \in A \mid (x, b) \in R\} = \{x \in A\}$$



$$\overline{b} = C(b) = \{x \in A \mid (x, b) \in R\} = \{x \in A \mid xRb\}.$$



$$\overline{b} = C(b) = \{x \in A \mid (x, b) \in R\} = \{x \in A \mid xRb\}.$$