## Relação de Equivalência

José Antônio O. Freitas

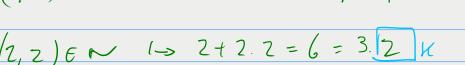
MAT-UnB

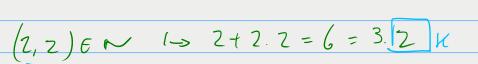
## Exercício

Defina a relação $\bigcirc$  em  $\mathbb Z$  por

$$\xrightarrow{x}$$
  $\sqrt{x}$  quando  $x + 2y = 3k$ , para algum  $k \in \mathbb{Z}$ .

Mostre que  $\bigcirc$  é uma relação de equivalência em  $\mathbb{Z}$ .





 $(3,6) \in \sim (-3+2.6-25=3.5)$  N

REALA A + P R E RELA-CAO DE EQUIVALENCIA SE: i) RANA TOPO XEA, (x, x) ER il) SE (X,y) ER, ENTÃO (y, X) ER.

iii) SE (X, Y) ER E (Y, Z) ER, ENTA (X, Z) ER.

$$(\chi, y) \in \mathcal{N} \stackrel{(=)}{=} \chi + 2y = 3M_1 \text{ ne2l.}$$

Solução: AQUI  $A = 2l$   $\in \mathbb{R} = \mathcal{N}$ .

PRIMEIRO SEJA  $\chi \in \mathcal{I} \cdot DA$ .

 $(\chi, \chi) \in \mathcal{N} \quad POIS$ 

x + 2x = 3x = 3.x, on DE

hox, xeZ.

(y,x) (=1, y+2x=3.1, lex. QUE (M,y) E~. AGONA SUPONHA x + 2y = 3n (=) x = 3n - 2yPAM neZ.

$$y + 2 \pi = y + 2 (3n - 2y)$$

$$y + 2\pi = y + 2(3n - 2y)$$

$$y + 2N = y + 2(3n - 2y)$$
  
=  $y + 6N - 4y = 6n - 3y = 3(9n - y)$ 

 $lobo(y, x) \in \sim$ .

FINALMENTE, SUPONHA QUE

$$(x,y) \in \mathcal{N} \in \mathcal{N} \cup \{y,z\} \in \mathcal{N}$$

ASSIM (x) + 2y = 3h(1) = y + (1) = 3l(2)

 $(\chi, \chi) \in \sim ? \qquad \chi + 2 \chi = 3.t$ ONDE N, le ZL. DA! SOMANDS (1) E (2) OBTEMOS [X-12y+1412]=3n+3l

 $\chi + 23 = 3n + 3l - 34$ 

ISTO É, MTZZ=3t, UNDE

 $t = x+1-y \in \mathbb{Z}$ .  $LO60,(x,z) \in \mathbb{N}$ .

POUTANTO ~ É UMA RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA EM ZL. #