

Funções

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

Exercício

Considere a função $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por

$$g(n) = 4n^2 + 2n + 1.$$

Determine se g é injetora ou sobrejetora.

$f: A \rightarrow B$ é INJETORA SE PARA
TODOS $x_1, x_2 \in A$ TAIS QUE

$$f(x_1) = f(x_2)$$

TÊMOS $x_1 = x_2$.

Solução: SE JAM $\boxed{x, y \in \mathbb{Z}}$ TAIS

o u

$$\rightarrow \boxed{g(x) = g(y)}.$$

Assim

$$4x^2 + 2x + \cancel{1} = 4y^2 + 2y + \cancel{1}$$

$$\cancel{4x^2} + \cancel{2x} - \cancel{4y^2} - \cancel{2y} = 0$$

$$2x^2 + x - 2y^2 - y = 0$$

$$(x-y)(2x+2y+1) = 0$$

$$\text{A GONA} \quad \underline{x-y=0} \quad \vee \quad \underline{(2x+2y+1)=0}$$

como $2x + 2y + 1 \neq 0$, DEVEMOS

TER $x - y = 0$, ISTO É,

$$x = y.$$

PORTANTO g É INJETORA.

$f: A \rightarrow B$ é sobrejetora se

para todo $y \in B$ existe $t \in A$

TAL QUE

$$f(t) = y.$$

EXISTE $y \in B$ TAL NAO EXISTE $t \in A$
 $f(t) = y$.

$$\textcircled{z} \in \mathbb{Z}, \quad \underline{t} \in \mathbb{Z}$$

$$g(t) = z$$

$$4t^2 + 2t + 1 = z$$

$$4t^2 + 2t + (1-z) = 0$$

$$\Delta = 4 - 16(1-z) > 0 < 0$$

A GOM g NÃO É SOBREJETORA

POIS POR EXEMPLO, PARA

$z = -1$, NÃO EXISTE $t \in \mathbb{Z}$

TAL QUE

$$g(t) = -1$$

Pois

$$4t^2 + 2t + 1 \neq -1$$

$$\underbrace{4t^2 + 2t}_{\geq 0} \neq -2$$