Homomorfismo de Grupos - Continuação

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

4 de novembro de 2020

Definição

Sejam $(G, *)$,

Definição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos*

Definição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos e* $f : G \to H$ *um homomorfismo de grupos.*

Definição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ grupos e $f : G \to H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de ***núcleo***

Definição

*Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ grupos e $f : G \to H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel***

Definição

*Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ grupos e $f : G \to H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel** de f e denota-se por*

Definição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ grupos e $f: G \to H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de ***núcleo*** *ou* ***kernel*** *de f e denota-se por $N(f)$*

Definição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos e* $f : G \to H$ *um homomorfismo de grupos. Chama-se de* ***núcleo*** *ou* ***kernel*** *de* f *e denota-se por* $N(f)$ *ou* $\ker(f)$

Definição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos e* $f : G \to H$ *um homomorfismo de grupos. Chama-se de* ***núcleo*** *ou* ***kernel*** *de* f *e denota-se por* $N(f)$ *ou* $\ker(f)$ *o seguinte subconjunto de* G*:*

Definição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos e* $f : G \to H$ *um homomorfismo de grupos. Chama-se de* ***núcleo*** *ou* ***kernel*** *de* f *e denota-se por* $N(f)$ *ou* $\ker(f)$ *o seguinte subconjunto de* G*:*

$$\ker(f) =$$

Definição

*Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ grupos e $f : G \to H$ um homomorfismo de grupos. Chama-se de **núcleo** ou **kernel** de f e denota-se por $N(f)$ ou $\ker(f)$ o seguinte subconjunto de G:*

$$\ker(f) = \{x \in G$$

Definição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos e* $f : G \to H$ *um homomorfismo de grupos. Chama-se de* ***núcleo*** *ou* ***kernel*** *de* f *e denota-se por* $N(f)$ *ou* $\ker(f)$ *o seguinte subconjunto de* G*:*

$$\ker(f) = \{x \in G \mid f(x) = 1_H\}.$$

Exemplos

1) Considere o homomorfismo $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}^*$

Exemplos

1) Considere o homomorfismo $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}^*$ *dado por* $f(x) = i^x$.

Exemplos

1) *Considere o homomorfismo* $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{C}^*$ *dado por* $f(x) = i^x$. *O kernel de* f *é:*

Exemplos

2) Considere o homomorfismo $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$

Exemplos

2) Considere o homomorfismo $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ *dado por* $g(x) = \ln(x)$.

Exemplos

2) *Considere o homomorfismo* $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ *dado por* $g(x) = \ln(x)$. *O núcleo de* g *é:*

Exemplos

3) Considere o homomorfismo $h : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_m$

Exemplos

3) Considere o homomorfismo $h : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_m$ *dado por* $h(x) = \overline{x}$*,*

Exemplos

3) Considere o homomorfismo $h : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_m$ *dado por* $h(x) = \bar{x}$, $m > 0$ *fixo.*

Exemplos

3) Considere o homomorfismo $h : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_m$ *dado por* $h(x) = \bar{x}$, $m > 0$ *fixo. O kernel de h é:*

Proposição

Sejam $(G, *)$,

Proposição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos*

Proposição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos e* $f : G \to H$ *um homomorfismo de grupos.*

Proposição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos e* $f : G \to H$ *um homomorfismo de grupos. Então:*

Proposição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos e* $f : G \to H$ *um homomorfismo de grupos. Então:*

i) $\ker(f)$ *é um subgrupo de* G.

Proposição

Sejam $(G, *)$, $(H, \triangle)$ *grupos e* $f : G \to H$ *um homomorfismo de grupos. Então:*

i) $\ker(f)$ *é um subgrupo de* G.

ii) f *é um monomorfismo se, e somente se,* $\ker(f) = \{1_G\}$.

Proposição

Sejam H, J e L grupos.

Proposição

Sejam H, J e L grupos. Se $f : H \to J$

Proposição

Sejam H, J e L grupos. Se $f : H \to J$ e $g : J \to L$

Proposição

Sejam H, J e L grupos. Se $f : H \to J$ e $g : J \to L$ são homomorfismos de grupos,

Proposição

Sejam H, J e L grupos. Se $f : H \to J$ e $g : J \to L$ são homomorfismos de grupos, então $g \circ f : H \to L$

Proposição

Sejam H, J e L grupos. Se $f : H \to J$ e $g : J \to L$ são homomorfismos de grupos, então $g \circ f : H \to L$ também é um homomorfismo de grupos.

Corolário

Se f e g são homomorfismo

Corolário

Se f e g são homomorfismo injetores

Corolário

Se f e g são homomorfismo injetores (sobrejetores), então $g \circ f$

Corolário

Se f e g são homomorfismo injetores (sobrejetores), então $g \circ f$ também é um homomorfismo injetor

Corolário

Se f e g são homomorfismo injetores (sobrejetores), então $g \circ f$ também é um homomorfismo injetor (sobrejetor).

Proposição

Se $f\colon G \to H$ é um isomorfismo de grupos,

Proposição

Se $f : G \to H$ é um isomorfismo de grupos, então $f^{-1} : H \to G$

Proposição

Se $f: G \to H$ é um isomorfismo de grupos, então $f^{-1}: H \to G$ também é um isomorfismo de grupos.