

$$|G| = [G:H] \cdot |H|$$

$$|G| = [G:K] \cdot |K|$$

## Exercício

Seja  $G$  um grupo finito,  $H$  e  $K$  subgrupos de  $G$ . Mostre que se  $H$  é um subgrupo de  $K$  e  $[G:H] = [G:K]$ , então  $H = K$ .

$$H \subseteq K$$

SOLUÇÃO: DO TEOREMA DE LAGRANGE TEMOS

$$|G| = [G:H] \cdot |H| \quad (i)$$

$$|G| = [G:K] \cdot |K| \quad (ii)$$

DE (i) E (ii) TEMOS

$$\underbrace{[G:H] \cdot |H|}_{=} = \underbrace{[G:K] \cdot |K|}_{=}$$

MAS, POR HIPÓTESE,  $[G:H] = [G:K]$ , DAÍ

$$|H| = |K|$$

COMO  $H$  É SUBGRUPO DE  $K$ , ENTÃO  $H \leq K$ .  
PORTANTO,  $H = K$ . #