Teoria de Conjuntos

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

18 de julho de 2020

Um conjunto é uma "coleção" ou "família" de objetos que serão chamados de **elementos** do conjunto.

Um conjunto é uma “coleção” ou “família” de objetos que serão chamados de **elementos** do conjunto.

Denotaremos os conjuntos por letras maiúscula e os elementos de um dado conjunto por letras minúsculas.

Um conjunto é uma "coleção" ou "família" de objetos que serão chamados de **elementos** do conjunto.

Denotaremos os conjuntos por letras maiúscula e os elementos de um dado conjunto por letras minúsculas.

Seja A um conjunto, para indicar que x é um elemento de A ou que x **pertence** ao conjunto A,

Um conjunto é uma "coleção" ou "família" de objetos que serão chamados de **elementos** do conjunto.

Denotaremos os conjuntos por letras maiúscula e os elementos de um dado conjunto por letras minúsculas.

Seja A um conjunto, para indicar que x é um elemento de A ou que x **pertence** ao conjunto A, escrevemos:

$$x \in A$$

Um conjunto é uma "coleção" ou "família" de objetos que serão chamados de **elementos** do conjunto.

Denotaremos os conjuntos por letras maiúscula e os elementos de um dado conjunto por letras minúsculas.

Seja A um conjunto, para indicar que x é um elemento de A ou que x **pertence** ao conjunto A, escrevemos:

$$x \in A$$

Para dizer que um elemento x não pertence ao conjunto A, escrevemos:

$$x \notin A.$$

Um conjunto é uma "coleção" ou "família" de objetos que serão chamados de **elementos** do conjunto.

Denotaremos os conjuntos por letras maiúscula e os elementos de um dado conjunto por letras minúsculas.

Seja A um conjunto, para indicar que x é um elemento de A ou que x **pertence** ao conjunto A, escrevemos:

$$x \in A$$

Para dizer que um elemento x não pertence ao conjunto A, escrevemos:

$$x \notin A.$$

Um conjunto sem elementos é chamado de **conjunto vazio** e é denotado por $\emptyset$.

Um conjunto sem elementos é chamado de **conjunto vazio** e é denotado por $\emptyset$.

Dado um conjunto A e x um elemento, temos:

Um conjunto sem elementos é chamado de **conjunto vazio** e é denotado por $\emptyset$.

Dado um conjunto A e x um elemento, temos:

$$x \in A$$

Um conjunto sem elementos é chamado de **conjunto vazio** e é denotado por $\emptyset$.

Dado um conjunto A e x um elemento, temos:

$$x \in A \text{ ou } x \notin A.$$

Um conjunto sem elementos é chamado de **conjunto vazio** e é denotado por $\emptyset$.

Dado um conjunto A e x um elemento, temos:

$$x \in A \text{ ou } x \notin A.$$

Além disso, para dois elementos $x, y \in A$, sempre ocorre:

Um conjunto sem elementos é chamado de **conjunto vazio** e é denotado por $\emptyset$.

Dado um conjunto A e x um elemento, temos:

$$x \in A \text{ ou } x \notin A.$$

Além disso, para dois elementos $x, y \in A$, sempre ocorre:

$$x = y$$

Um conjunto sem elementos é chamado de **conjunto vazio** e é denotado por $\emptyset$.

Dado um conjunto A e x um elemento, temos:

$$x \in A \text{ ou } x \notin A.$$

Além disso, para dois elementos $x, y \in A$, sempre ocorre:

$$x = y \text{ ou } x \neq y$$

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

$$A = \{1, bola, carro\}$$

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

$$A = \{1, bola, carro\}$$
$$B = \{verdade, falso\}.$$

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

$$A = \{1, bola, carro\}$$
$$B = \{verdade, falso\}.$$

Ou pela descrição das propriedades dos seus elementos, também entre chaves:

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

$$A = \{1, bola, carro\}$$
$$B = \{verdade, falso\}.$$

Ou pela descrição das propriedades dos seus elementos, também entre chaves:

$$A = \{n \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, ...\}.$$

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

$$A = \{1, bola, carro\}$$
$$B = \{verdade, falso\}.$$

Ou pela descrição das propriedades dos seus elementos, também entre chaves:

$$A = \{n \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, ...\}.$$

1) $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ o conjunto do números naturais.

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

$$A = \{1, bola, carro\}$$
$$B = \{verdade, falso\}.$$

Ou pela descrição das propriedades dos seus elementos, também entre chaves:

$$A = \{n \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, ...\}.$$

1) $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ o conjunto do números naturais.
2) $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$ o conjunto dos números inteiros.

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

$$A = \{1, bola, carro\}$$
$$B = \{verdade, falso\}.$$

Ou pela descrição das propriedades dos seus elementos, também entre chaves:

$$A = \{n \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, ...\}.$$

1) $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ o conjunto do números naturais.
2) $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$ o conjunto dos números inteiros.
3) $\mathbb{Q} = \left\{ \dfrac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$ o conjunto dos números racionais.

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

$$A = \{1, bola, carro\}$$
$$B = \{verdade, falso\}.$$

Ou pela descrição das propriedades dos seus elementos, também entre chaves:

$$A = \{n \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, ...\}.$$

1) $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ o conjunto do números naturais.
2) $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$ o conjunto dos números inteiros.
3) $\mathbb{Q} = \left\{ \dfrac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$ o conjunto dos números racionais.
4) $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais.

Um conjunto A pode ser dado pela simples listagem dos seus elementos, entre chaves:

$$A = \{1, bola, carro\}$$
$$B = \{verdade, falso\}.$$

Ou pela descrição das propriedades dos seus elementos, também entre chaves:

$$A = \{n \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, ...\}.$$

1) $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ o conjunto do números naturais.
2) $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$ o conjunto dos números inteiros.
3) $\mathbb{Q} = \left\{\dfrac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\right\}$ o conjunto dos números racionais.
4) $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais.
5) $\mathbb{C} = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R},\ i^2 = -1\}$ o conjunto dos números complexos.

Definição

Dados dois conjuntos A e B,

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais***

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos.*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$.*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais,*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$,

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$,

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ *e* $D = \{2, 3\}$.

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$.

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

Se A e B são dois conjuntos,

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

*Se A e B são dois conjuntos, dizemos que A é um **subconjunto** de B*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

*Se A e B são dois conjuntos, dizemos que A é um **subconjunto** de B ou que A **está contido** em B*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

*Se A e B são dois conjuntos, dizemos que A é um **subconjunto** de B ou que A **está contido** em B ou que B **contém** A*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

*Se A e B são dois conjuntos, dizemos que A é um **subconjunto** de B ou que A **está contido** em B ou que B **contém** A se todo elemento de A for elemento de B.*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

Se A e B são dois conjuntos, dizemos que A é um ***subconjunto*** *de B ou que A* ***está contido*** *em B ou que B* ***contém*** *A se todo elemento de A for elemento de B. Ou seja, se para todo elemento $x \in A$,*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

Se A e B são dois conjuntos, dizemos que A é um ***subconjunto*** *de B ou que A* ***está contido*** *em B ou que B* ***contém*** *A se todo elemento de A for elemento de B. Ou seja, se para todo elemento $x \in A$, temos $x \in B$.*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

*Se A e B são dois conjuntos, dizemos que A é um **subconjunto** de B ou que A **está contido** em B ou que B **contém** A se todo elemento de A for elemento de B. Ou seja, se para todo elemento $x \in A$, temos $x \in B$. Nesse caso, escrevemos $A \subseteq B$ (ou $A \subset B$)*

Definição

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são ***iguais*** *se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

Se A e B são dois conjuntos, dizemos que A é um ***subconjunto*** *de B ou que A* ***está contido*** *em B ou que B* ***contém*** *A se todo elemento de A for elemento de B. Ou seja, se para todo elemento $x \in A$, temos $x \in B$. Nesse caso, escrevemos $A \subseteq B$ (ou $A \subset B$) ou $B \supseteq A$ (ou $B \supset A$).*

Definição

*Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A e B são **iguais** se, e somente se, eles têm os mesmos elementos. Ou seja, para todo $x \in A$ também vale que $x \in B$ e para todo $y \in B$ também vale que $y \in A$. Se A e B são iguais, escrevemos $A = B$.*

Exemplo

Sejam $A = \{1, 1, 2, 3, 4, 4\}$, $B = \{3, 2, 1, 4\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3\}$. Então temos $A = B$. Agora como $1 \in C$ e $1 \notin D$ então $C \neq D$.

Definição

*Se A e B são dois conjuntos, dizemos que A é um **subconjunto** de B ou que A **está contido** em B ou que B **contém** A se todo elemento de A for elemento de B. Ou seja, se para todo elemento $x \in A$, temos $x \in B$. Nesse caso, escrevemos $A \subseteq B$ (ou $A \subset B$) ou $B \supseteq A$ (ou $B \supset A$).*

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$,

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}, \ B = \{x, y\}$

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

1) $A \not\subseteq B$

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

1) $A \not\subseteq B$ *pois* $1 \in A$ *e* $1 \notin B$.

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

1) $A \nsubseteq B$ *pois* $1 \in A$ *e* $1 \notin B$.

2) $B \subsetneq A$

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

1) $A \not\subseteq B$ *pois* $1 \in A$ *e* $1 \notin B$.
2) $B \subsetneq A$
3) $B \subseteq C$

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

1) $A \nsubseteq B$ *pois* $1 \in A$ *e* $1 \notin B$.
2) $B \subsetneq A$
3) $B \subseteq C$
4) $C \subseteq A$

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

1) $A \not\subseteq B$ *pois* $1 \in A$ *e* $1 \notin B$.

2) $B \subsetneq A$

3) $B \subseteq C$

4) $C \subseteq A$

Observação:

Dados dois conjuntos A *e* B

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

1) $A \not\subseteq B$ *pois* $1 \in A$ *e* $1 \notin B$.
2) $B \subsetneq A$
3) $B \subseteq C$
4) $C \subseteq A$

Observação:

Dados dois conjuntos A e B para que A ***não esteja contido em*** *B basta*

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

1) $A \not\subseteq B$ *pois* $1 \in A$ *e* $1 \notin B$.
2) $B \subsetneq A$
3) $B \subseteq C$
4) $C \subseteq A$

Observação:

Dados dois conjuntos A *e* B *para que* A ***não esteja contido em*** B *basta que exista* $x \in A$ *tal que* $x \notin B$.

Exemplos

Sejam $A = \{1, 2, 3, x, y, z\}$, $B = \{x, y\}$ *e* $C = \{x, y, z\}$.

1) $A \not\subseteq B$ *pois* $1 \in A$ *e* $1 \notin B$.
2) $B \subsetneq A$
3) $B \subseteq C$
4) $C \subseteq A$

Observação:

Dados dois conjuntos A *e* B *para que* A ***não esteja contido em*** B *basta que exista* $x \in A$ *tal que* $x \notin B$. *Nesse caso escrevemos* $A \not\subseteq B$.

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma:

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$A = B$ **se, e somente se,**

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B$$

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B \quad \textbf{e} \quad B \subseteq A.$$

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B \quad \textbf{e} \quad B \subseteq A.$$

Ou seja,

$$\textbf{se } A = B \textbf{ então } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A.$$

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B \quad \textbf{e} \quad B \subseteq A.$$

Ou seja,

$$\textbf{se } A = B \textbf{ então } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A.$$

Além disso,

$$\textbf{se } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A, \textbf{ então } A = B.$$

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B \quad \textbf{e} \quad B \subseteq A.$$

Ou seja,

$$\textbf{se } A = B \textbf{ então } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A.$$

Além disso,

$$\textbf{se } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A, \textbf{ então } A = B.$$

Quando A e B não são iguais, escrevemos $A \neq B$.

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B \quad \textbf{e} \quad B \subseteq A.$$

Ou seja,

$$\textbf{se } A = B \textbf{ então } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A.$$

Além disso,

$$\textbf{se } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A, \textbf{ então } A = B.$$

Quando A e B não são iguais, escrevemos $A \neq B$.

Proposição

Dados três conjuntos A, B e C temos:

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B \quad \textbf{e} \quad B \subseteq A.$$

Ou seja,

$$\textbf{se } A = B \textbf{ então } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A.$$

Além disso,

$$\textbf{se } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A, \textbf{ então } A = B.$$

Quando A e B não são iguais, escrevemos $A \neq B$.

Proposição

Dados três conjuntos A, B e C temos:

i) $A \subseteq A$ *(Reflexividade)*

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B \quad \textbf{e} \quad B \subseteq A.$$

Ou seja,

$$\textbf{se } A = B \textbf{ então } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A.$$

Além disso,

$$\textbf{se } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A, \textbf{ então } A = B.$$

Quando A e B não são iguais, escrevemos $A \neq B$.

Proposição

Dados três conjuntos A, B e C temos:

i) $A \subseteq A$ *(Reflexividade)*

ii) *Se* $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$, *então* $A = B$. *(Antissimetria)*

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B \quad \textbf{e} \quad B \subseteq A.$$

Ou seja,

$$\textbf{se } A = B \textbf{ então } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A.$$

Além disso,

$$\textbf{se } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A, \textbf{ então } A = B.$$

Quando A e B não são iguais, escrevemos $A \neq B$.

Proposição

Dados três conjuntos A, B e C temos:

i) $A \subseteq A$ (Reflexividade)

ii) Se $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$, então $A = B$. (Antissimetria)

iii) Se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$, então $A \subseteq C$. (Transitividade)

Pela definição de continência de conjuntos, podemos reescrever a igualdade de conjuntos, da seguinte forma: dados dois conjuntos A e B

$$A = B \quad \textbf{se, e somente se,} \quad A \subseteq B \quad \textbf{e} \quad B \subseteq A.$$

Ou seja,

$$\textbf{se } A = B \textbf{ então } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A.$$

Além disso,

$$\textbf{se } A \subseteq B \textbf{ e } B \subseteq A, \textbf{ então } A = B.$$

Quando A e B não são iguais, escrevemos $A \neq B$.

Proposição

Dados três conjuntos A, B e C temos:

i) $A \subseteq A$ *(Reflexividade)*

ii) Se $A \subseteq B$ *e* $B \subseteq A$*, então* $A = B$. *(Antissimetria)*

iii) Se $A \subseteq B$ *e* $B \subseteq C$*, então* $A \subseteq C$. *(Transitividade)*

Considere os seguintes conjuntos:

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \ldots\}$$

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \dots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \dots\}.$$

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \ldots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \ldots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \dots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \dots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$.

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \dots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \dots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$. Portanto, dados dois conjuntos A e B, nem sempre temos $A \subseteq B$

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, ...\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, ...\}.$$

Neste caso, $A \nsubseteq B$ e $B \nsubseteq A$. Portanto, dados dois conjuntos A e B, nem sempre temos $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$.

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \ldots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \ldots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$. Portanto, dados dois conjuntos A e B, nem sempre temos $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$.

Proposição

Seja A um conjunto. Então $\emptyset \subseteq A$.

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \dots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \dots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$. Portanto, dados dois conjuntos A e B, nem sempre temos $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$.

Proposição

Seja A um conjunto. Então $\emptyset \subseteq A$.

Prova: Suponha que $\emptyset \not\subseteq A$.

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \ldots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \ldots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$. Portanto, dados dois conjuntos A e B, nem sempre temos $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$.

Proposição

Seja A um conjunto. Então $\emptyset \subseteq A$.

Prova: Suponha que $\emptyset \not\subseteq A$. Logo existe $x \in \emptyset$ tal que $x \notin A$.

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \ldots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \ldots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$. Portanto, dados dois conjuntos A e B, nem sempre temos $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$.

Proposição

Seja A um conjunto. Então $\emptyset \subseteq A$.

Prova: Suponha que $\emptyset \not\subseteq A$. Logo existe $x \in \emptyset$ tal que $x \notin A$. Mas por definição, o conjunto vazio não contém elementos.

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \dots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \dots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$. Portanto, dados dois conjuntos A e B, nem sempre temos $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$.

Proposição

Seja A um conjunto. Então $\emptyset \subseteq A$.

Prova: Suponha que $\emptyset \not\subseteq A$. Logo existe $x \in \emptyset$ tal que $x \notin A$. Mas por definição, o conjunto vazio não contém elementos. Logo a existência de $x \in \emptyset$ é uma contradição.

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \ldots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \ldots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$. Portanto, dados dois conjuntos A e B, nem sempre temos $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$.

Proposição

Seja A um conjunto. Então $\emptyset \subseteq A$.

Prova: Suponha que $\emptyset \not\subseteq A$. Logo existe $x \in \emptyset$ tal que $x \notin A$. Mas por definição, o conjunto vazio não contém elementos. Logo a existência de $x \in \emptyset$ é uma contradição. Tal contradição surgiu por termos suposto que $\emptyset \not\subseteq A$.

Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 2\} = \{2, 4, 6, \ldots\}$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ é múltiplo de } 3\} = \{3, 6, 9, \ldots\}.$$

Neste caso, $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$. Portanto, dados dois conjuntos A e B, nem sempre temos $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$.

Proposição

Seja A um conjunto. Então $\emptyset \subseteq A$.

Prova: Suponha que $\emptyset \not\subseteq A$. Logo existe $x \in \emptyset$ tal que $x \notin A$. Mas por definição, o conjunto vazio não contém elementos. Logo a existência de $x \in \emptyset$ é uma contradição. Tal contradição surgiu por termos suposto que $\emptyset \not\subseteq A$. Portanto, $\emptyset \subseteq A$, como queríamos demonstrar. ■