Funções - Continuação

José Antônio O. Freitas

MAT-UnB

16 de setembro de 2020

Definição

Seja $f\colon A \to B$

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$,

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta***

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P*

Definição

Seja $f: A \to B$ *uma função.*

i) Dado $P \subseteq A$*, chama-se* ***imagem direta*** *de* P ***segundo*** f

Definição

Seja $f : A \to B$ *uma função.*

i) Dado $P \subseteq A$, *chama-se* ***imagem direta*** *de* P ***segundo*** f *e indica-se por* $f(P)$

Definição

Seja $f : A \to B$ *uma função.*

i) Dado $P \subseteq A$*, chama-se* ***imagem direta*** *de* P ***segundo*** f *e indica-se por* $f(P)$ *o subconjunto de* B

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

Definição

Seja $f\colon A \to B$ *uma função.*

i) Dado $P \subseteq A$*, chama-se* ***imagem direta*** *de* P ***segundo*** f *e indica-se por* $f(P)$ *o subconjunto de* B *dado por*

$$f(P) =$$

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x)$$

Definição

Seja $f: A \to B$ *uma função.*

i) Dado $P \subseteq A$*, chama-se* ***imagem direta*** *de* P ***segundo*** f *e indica-se por* $f(P)$ *o subconjunto de* B *dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é,

Definição

Seja $f : A \to B$ *uma função.*

i) Dado $P \subseteq A$*, chama-se* ***imagem direta*** *de* P ***segundo*** f *e indica-se por* $f(P)$ *o subconjunto de* B *dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

ii) Dado $Q \subseteq B$,

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se ***imagem inversa***

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se ***imagem inversa*** *de Q* ***segundo*** *f*

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

*ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se **imagem inversa** de Q **segundo** f e indica-se por*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se ***imagem inversa*** *de Q* ***segundo*** *f e indica-se por $f^{-1}(Q)$*

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

*ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se **imagem inversa** de Q **segundo** f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

*ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se **imagem inversa** de Q **segundo** f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A dado por*

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

*ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se **imagem inversa** de Q **segundo** f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A dado por*

$$f^{-1}(Q)$$

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

*ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se **imagem inversa** de Q **segundo** f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A dado por*

$$f^{-1}(Q) = \{x \in A$$

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

*ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se **imagem inversa** de Q **segundo** f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A dado por*

$$f^{-1}(Q) = \{x \in A \mid f(x) \in Q\},$$

Definição

Seja $f : A \to B$ *uma função.*

i) Dado $P \subseteq A$*, chama-se* ***imagem direta*** *de* P ***segundo*** f *e indica-se por* $f(P)$ *o subconjunto de* B *dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ *é o conjunto das imagens por* f *dos elementos de* P*.*

ii) Dado $Q \subseteq B$*, chama-se* ***imagem inversa*** *de* Q ***segundo*** f *e indica-se por* $f^{-1}(Q)$ *o subconjunto de* A *dado por*

$$f^{-1}(Q) = \{x \in A \mid f(x) \in Q\},$$

isto é,

Definição

Seja $f: A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se ***imagem inversa*** *de Q* ***segundo*** *f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A dado por*

$$f^{-1}(Q) = \{x \in A \mid f(x) \in Q\},$$

isto é, $f^{-1}(Q)$

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

*ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se **imagem inversa** de Q **segundo** f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A dado por*

$$f^{-1}(Q) = \{x \in A \mid f(x) \in Q\},$$

isto é, $f^{-1}(Q)$ é o conjunto dos elementos de A

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

*ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se **imagem inversa** de Q **segundo** f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A dado por*

$$f^{-1}(Q) = \{x \in A \mid f(x) \in Q\},$$

isto é, $f^{-1}(Q)$ é o conjunto dos elementos de A que tem imagem em Q

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

i) Dado $P \subseteq A$, chama-se ***imagem direta*** *de P* ***segundo*** *f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se ***imagem inversa*** *de Q* ***segundo*** *f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A dado por*

$$f^{-1}(Q) = \{x \in A \mid f(x) \in Q\},$$

isto é, $f^{-1}(Q)$ é o conjunto dos elementos de A que tem imagem em Q através de f.

Definição

Seja $f : A \to B$ uma função.

*i) Dado $P \subseteq A$, chama-se **imagem direta** de P **segundo** f e indica-se por $f(P)$ o subconjunto de B dado por*

$$f(P) = \{f(x) \mid x \in P\},$$

isto é, $f(P)$ é o conjunto das imagens por f dos elementos de P.

*ii) Dado $Q \subseteq B$, chama-se **imagem inversa** de Q **segundo** f e indica-se por $f^{-1}(Q)$ o subconjunto de A dado por*

$$f^{-1}(Q) = \{x \in A \mid f(x) \in Q\},$$

isto é, $f^{-1}(Q)$ é o conjunto dos elementos de A que tem imagem em Q através de f.

Exemplos

1) *Seja* $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$

Exemplos

1) *Seja* $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$.

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) =$$

Exemplos

1) *Seja* $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\}$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1,3,5,7,9\}$ *e* $B = \{0,1,2,3,\dots,10\}$ *e* $f\colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x+1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3,5,7\})$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1,3,5,7,9\}$ *e* $B = \{0,1,2,3,\dots,10\}$ *e* $f\colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x+1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3,5,7\}) = \{f(3),$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5),$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\}$$

Exemplos

1) *Seja* $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1,3,5,7,9\}$ *e* $B = \{0,1,2,3,\ldots,10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x+1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3,5,7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4,6,8\}$$

$$f(A)$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1),$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f \colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3),$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5),$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7),$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f: A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} =$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset)$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f\colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2, 4, 10\}) =$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1,3,5,7,9\}$ *e* $B = \{0,1,2,3,\dots,10\}$ *e* $f\colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x+1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3,5,7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4,6,8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2,4,6,8,10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2,4,10\}) = \{x \in A$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$ *e* $f\colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2, 4, 10\}) = \{x \in A \mid f(x)$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2, 4, 10\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{2, 4, 10\}$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1,3,5,7,9\}$ *e* $B = \{0,1,2,3,\ldots,10\}$ *e* $f\colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x+1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3,5,7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4,6,8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2,4,6,8,10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2,4,10\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{2,4,10\}\} = \{1,3,9\}$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f\colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2, 4, 10\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{2, 4, 10\}\} = \{1, 3, 9\}$$

$$f^{-1}(\{0, 1, 3, 5, 7, 9\})$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1,3,5,7,9\}$ *e* $B = \{0,1,2,3,\dots,10\}$ *e* $f\colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x+1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3,5,7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4,6,8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2,4,6,8,10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2,4,10\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{2,4,10\}\} = \{1,3,9\}$$

$$f^{-1}(\{0,1,3,5,7,9\}) = \{x \in A$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2, 4, 10\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{2, 4, 10\}\} = \{1, 3, 9\}$$

$$f^{-1}(\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}) = \{x \in A \mid f(x)$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f \colon A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2, 4, 10\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{2, 4, 10\}\} = \{1, 3, 9\}$$

$$f^{-1}(\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2, 4, 10\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{2, 4, 10\}\} = \{1, 3, 9\}$$

$$f^{-1}(\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{0, 1, 3, 5, 7, 9\}\} = \emptyset$$

Exemplos

1) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *e* $B = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$ *e* $f : A \to B$ *dada por* $f(x) = x + 1$. *Temos:*

$$f(\{1\}) = \{f(1)\} = \{2\}$$

$$f(\{3, 5, 7\}) = \{f(3), f(5), f(7)\} = \{4, 6, 8\}$$

$$f(A) = \{f(1), f(3), f(5), f(7), f(9)\} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$f(\emptyset) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{2, 4, 10\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{2, 4, 10\}\} = \{1, 3, 9\}$$

$$f^{-1}(\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}) = \{x \in A \mid f(x) \in \{0, 1, 3, 5, 7, 9\}\} = \emptyset$$

Exemplos

2) *Sejam* $A = B = \mathbb{R}$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$.

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1, 2, 3\})$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$*. Temos:*

$$f(\{1, 2, 3\}) = \{1, 4, 9\}$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2])$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x)$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1, 2, 3\}) = \{1, 4, 9\}$$

$$f([0, 2]) = \{f(x) \in \mathbb{R}$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$*. Temos:*

$$f(\{1, 2, 3\}) = \{1, 4, 9\}$$

$$f([0, 2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1, 2, 3\}) = \{1, 4, 9\}$$

$$f([0, 2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1, 2, 3\}) = \{1, 4, 9\}$$

$$f([0, 2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\}$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1, 2, 3\}) = \{1, 4, 9\}$$

$$f([0, 2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0, 4]$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9])$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$*. Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9]) = \{x \in \mathbb{R}$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9]) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1,9]$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$*. Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9]) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1,9]\} = \{x \in \mathbb{R}$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9]) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1,9]\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq f(x) \leq 9\}$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9]) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1,9]\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq f(x) \leq 9\} =$$
$$\{x \in \mathbb{R}$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9]) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1,9]\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq f(x) \leq 9\} =$$
$$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x^2$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9]) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1,9]\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq f(x) \leq 9\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x^2 \leq 9\}$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9]) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1,9]\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq f(x) \leq 9\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x^2 \leq 9\} = [-1,-3]$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Temos:*

$$f(\{1, 2, 3\}) = \{1, 4, 9\}$$

$$f([0, 2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0, 4]$$

$$f^{-1}([1, 9]) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1, 9]\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq f(x) \leq 9\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x^2 \leq 9\} = [-1, -3] \cup [1, 3]$$

Exemplos

2) Sejam $A = B = \mathbb{R}$ *e* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^2$*. Temos:*

$$f(\{1,2,3\}) = \{1,4,9\}$$

$$f([0,2]) = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\} = \{x^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} = [0,4]$$

$$f^{-1}([1,9]) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in [1,9]\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq f(x) \leq 9\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x^2 \leq 9\} = [-1,-3] \cup [1,3]$$

Proposição

Seja $f : A \to B$ uma função

Proposição

Seja $f: A \to B$ uma função e sejam P,

Proposição

Seja $f\colon A \to B$ *uma função e sejam* $P, Q \subseteq A$*,*

Proposição

Seja $f\colon A \to B$ *uma função e sejam* P, $Q \subseteq A$, X,

Proposição

Seja $f\colon A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

Proposição

Seja $f : A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) Se $P \subseteq Q$,

Proposição

Seja $f : A \to B$ *uma função e sejam* $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) *Se* $P \subseteq Q$, *então* $f(P) \subseteq f(Q)$.

Proposição

Seja $f : A \to B$ *uma função e sejam* $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) *Se* $P \subseteq Q$, *então* $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y)$

Proposição

Seja $f : A \to B$ *uma função e sejam* $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) *Se* $P \subseteq Q$, *então* $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X)$

Proposição

Seja $f : A \to B$ *uma função e sejam* $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) *Se* $P \subseteq Q$, *então* $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Proposição

Seja $f : A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) Se $P \subseteq Q$, então $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Prova:

Proposição

Seja $f : A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) Se $P \subseteq Q$, então $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Prova:

i) Se $y \in f(P)$,

Proposição

Seja $f: A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) Se $P \subseteq Q$, então $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Prova:

i) Se $y \in f(P)$, então existe $x \in P$

Proposição

Seja $f: A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) Se $P \subseteq Q$, então $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Prova:

i) Se $y \in f(P)$, então existe $x \in P$ tal que $f(x) = y$.

Proposição

Seja $f : A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) Se $P \subseteq Q$, então $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Prova:

i) Se $y \in f(P)$, então existe $x \in P$ tal que $f(x) = y$. Mas como $P \subseteq Q$,

Proposição

Seja $f : A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) Se $P \subseteq Q$, então $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Prova:

i) Se $y \in f(P)$, então existe $x \in P$ tal que $f(x) = y$. Mas como $P \subseteq Q$, então $x \in Q$

Proposição

Seja $f : A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) Se $P \subseteq Q$, então $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Prova:

i) Se $y \in f(P)$, então existe $x \in P$ tal que $f(x) = y$. Mas como $P \subseteq Q$, então $x \in Q$ e daí $y \in f(Q)$.

Proposição

Seja $f: A \to B$ uma função e sejam $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) Se $P \subseteq Q$, então $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Prova:

i) Se $y \in f(P)$, então existe $x \in P$ tal que $f(x) = y$. Mas como $P \subseteq Q$, então $x \in Q$ e daí $y \in f(Q)$. Logo $f(P) \subseteq f(Q)$.

Proposição

Seja $f : A \to B$ *uma função e sejam* $P, Q \subseteq A$, $X, Y \subseteq B$.

i) *Se* $P \subseteq Q$, *então* $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Prova:

i) Se $y \in f(P)$, então existe $x \in P$ tal que $f(x) = y$. Mas como $P \subseteq Q$, então $x \in Q$ e daí $y \in f(Q)$. Logo $f(P) \subseteq f(Q)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup$

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup$

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$, então $f(z) \in Y$

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$, então $f(z) \in Y$ e assim $f(z) \in X \cup Y$,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$, então $f(z) \in Y$ e assim $f(z) \in X \cup Y$, isto é,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$, então $f(z) \in Y$ e assim $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$, então $f(z) \in Y$ e assim $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Logo $f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y) \subseteq f^{-1}(X \cup Y)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$, então $f(z) \in Y$ e assim $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Logo $f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y) \subseteq f^{-1}(X \cup Y)$.

Portanto,

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$, então $f(z) \in Y$ e assim $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Logo $f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y) \subseteq f^{-1}(X \cup Y)$.

Portanto, $f^{-1}(X \cup Y) =$

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$, então $f(z) \in Y$ e assim $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Logo $f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y) \subseteq f^{-1}(X \cup Y)$.

Portanto, $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

ii) Seja $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Então $f(z) \in X \cup Y$. Se $f(z) \in X$, então $z \in f^{-1}(X)$ e daí $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $f(z) \in Y$, então $z \in f^{-1}(Y)$ e assim $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Logo, $f^{-1}(X \cup Y) \subseteq f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

Agora, seja $z \in f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. Se $z \in f^{-1}(X)$, então $f(z) \in X$, daí $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Se $z \in f^{-1}(Y)$, então $f(z) \in Y$ e assim $f(z) \in X \cup Y$, isto é, $z \in f^{-1}(X \cup Y)$. Logo $f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y) \subseteq f^{-1}(X \cup Y)$.

Portanto, $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$. $\blacksquare$

Dado $f\colon A \to B$

Dado $f\colon A \to B$ uma função,

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

Dado $f : A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g : B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$.

Dado $f\colon A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g : B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$.

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \ \ y \in B$$

Dado $f : A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g : B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \ \ y \in B \qquad \text{se, e somente se,}$$

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \ y \in B \quad \text{ se, e somente se, } f(x) = y.$$

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \ \ y \in B \quad \text{ se, e somente se, } f(x) = y.$$

Com essa definição

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \;\; y \in B \quad \text{ se, e somente se, } f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função?

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x,\ y \in B \quad \text{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo:

Dado $f\colon A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g : B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \ y \in B \quad \text{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definia $f\colon \{0, 1, 2, 3\} \to \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

Dado $f\colon A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g : B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \ y \in B \quad \text{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definia $f\colon \{0,1,2,3\} \to \{4,5,6,7,8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

Dado $f\colon A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g : B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \ \ y \in B \quad \text{ se, e somente se, } f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definia $f\colon \{0, 1, 2, 3\} \to \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 5$$

Dado $f\colon A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g : B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x,\ \ y \in B \quad \text{ se, e somente se, } f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definia $f\colon \{0, 1, 2, 3\} \to \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 5$$

$$f(2) = 6$$

Dado $f\colon A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g : B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \; y \in B \quad \text{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definia $f\colon \{0, 1, 2, 3\} \to \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 5$$

$$f(2) = 6$$

$$f(3) = 7.$$

Dado $f: A \to B$ uma função, queremos construir uma função $g: B \to A$ de modo que

$$g(f(x)) = x,$$

para todo $x \in A$. Mas $f(x) = y$ com $y \in B$. Assim podemos tentar definir g como

$$g(y) = x, \ y \in B \quad \text{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Com essa definição g é uma função? Vejamos um exemplo: definia $f: \{0, 1, 2, 3\} \to \{4, 5, 6, 7, 8\}$ por:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 5$$

$$f(2) = 6$$

$$f(3) = 7.$$

A partir da definição acimas temos

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores:

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1.

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora.

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 4$$

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 4$$

$$f(2) = 6$$

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 4$$

$$f(2) = 6$$

$$f(3) = 7.$$

A partir da definição acimas temos

$$g(5) = 0$$

$$g(5) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Assim g definida dessa forma não é uma função pois g atribui ao número 5 dois possíveis valores: 0 e 1. Isso ocorre pois f não é injetora. Vamos então redefinir f de modo a torná-la injetora:

$$f(0) = 5$$

$$f(1) = 4$$

$$f(2) = 6$$

$$f(3) = 7.$$

Agora g torna-se:

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A. Isso ocorre pois

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A. Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A. Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A. Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada defina uma função

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A. Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada defina uma função é necessário que f seja bijetora.

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A. Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada defina uma função é necessário que f seja bijetora. Temos então o seguinte teorema:

Agora g torna-se:

$$g(5) = 0$$

$$g(4) = 1$$

$$g(6) = 2$$

$$g(7) = 3.$$

Ainda assim g não é função pois g não associa $8 \in B$ com nenhum elemento em A. Isso ocorre pois f não é sobrejetora.

Portanto para que a condição dada defina uma função é necessário que f seja bijetora. Temos então o seguinte teorema:

Teorema

Seja $f: A \to B$ uma função.

Teorema

Seja $f : A \to B$ *uma função. Defina* $g : B \to A$

Teorema

Seja $f : A \to B$ *uma função. Defina* $g : B \to A$ *por*

Teorema

Seja $f : A \to B$ uma função. Defina $g : B \to A$ por

$$g(y) = x, \;\; y \in B$$

Teorema

Seja $f : A \to B$ *uma função. Defina* $g : B \to A$ *por*

$$g(y) = x, \;\; y \in B \qquad \textit{se, e somente se,}$$

Teorema

Seja $f : A \to B$ *uma função. Defina* $g : B \to A$ *por*

$$g(y) = x, \;\; y \in B \quad \textit{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Teorema

Seja $f : A \to B$ *uma função. Defina* $g : B \to A$ *por*

$$g(y) = x, \ \ y \in B \quad \textit{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g

Teorema

Seja $f : A \to B$ *uma função. Defina* $g : B \to A$ *por*

$$g(y) = x, \;\; y \in B \quad \text{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g *é uma função*

Teorema

Seja $f : A \to B$ *uma função. Defina* $g : B \to A$ *por*

$$g(y) = x, \;\; y \in B \quad \textit{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g *é uma função se, e somente se,*

Teorema

Seja $f : A \to B$ *uma função. Defina* $g : B \to A$ *por*

$$g(y) = x, \;\; y \in B \quad \textit{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g *é uma função se, e somente se,* f *é bijetora.*

Teorema

Seja $f : A \to B$ uma função. Defina $g : B \to A$ por

$$g(y) = x,\ \ y \in B \quad \text{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

Teorema

Seja $f : A \to B$ uma função. Defina $g : B \to A$ por

$$g(y) = x, \; y \in B \quad \textit{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

i) Se g definida como acima é uma função,

Teorema

Seja $f : A \to B$ *uma função. Defina* $g : B \to A$ *por*

$$g(y) = x, \;\; y \in B \quad \textit{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g *é uma função se, e somente se,* f *é bijetora.*

Prova: Precisamos mostrar que:

i) Se g definida como acima é uma função, então f é bijetora.

Teorema

Seja $f : A \to B$ uma função. Defina $g : B \to A$ por

$$g(y) = x, \ \ y \in B \quad \text{ se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

i) Se g definida como acima é uma função, então f é bijetora.

ii) Se f é bijetora,

Teorema

Seja $f: A \to B$ uma função. Defina $g: B \to A$ por

$$g(y) = x, \ \ y \in B \quad \textit{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

i) Se g definida como acima é uma função, então f é bijetora.

ii) Se f é bijetora, então g definida como acima é uma função.

Teorema

Seja $f : A \to B$ uma função. Defina $g : B \to A$ por

$$g(y) = x, \ \ y \in B \quad \textit{se, e somente se, } f(x) = y.$$

Então g é uma função se, e somente se, f é bijetora.

Prova: Precisamos mostrar que:

i) Se g definida como acima é uma função, então f é bijetora.

ii) Se f é bijetora, então g definida como acima é uma função.

Provemos a primeira afirmação:

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam x_1,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y$

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam x_1, $x_2 \in A$tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam x_1, $x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$,

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$, logo $f(x) = y$

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$, logo $f(x) = y$ e assim f é sobrejetora.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$, logo $f(x) = y$ e assim f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora.

Provemos a primeira afirmação: suponha que g é uma função. Precisamos provar que f é injetora e sobrejetora.

Sejam $x_1, x_2 \in A$ tais que $f(x_1) = y = f(x_2)$. Como $f(x_1) = y$ temos $g(y) = x_1$, além disso, $g(y) = x_2$. Mas g é uma função, daí $x_1 = x_2$, ou seja, f é injetora.

Dado $y \in B$, como g é uma função, existe $x \in A$, tal que $g(y) = x$, logo $f(x) = y$ e assim f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora.

Agora vamos provar a segunda afirmação.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente,

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$,

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora,

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora,

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) =$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1$

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$. Assim g associa cada elemento de B

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$. Assim g associa cada elemento de B com somente um elemento em A.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$. Assim g associa cada elemento de B com somente um elemento em A.

Portanto g é função.

Agora vamos provar a segunda afirmação. Para isso suponha que f é bijetora. Precisamos mostrar que g é uma função.

Primeiramente, dado $y \in B$, como f é sobrejetora, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Logo pela definição de g segue que $g(y) = x \in A$. Logo g associa cada elemento de B com algum elemento em A.

Agora, suponha que $g(y) = x_1$ e que $g(y) = x_2$. Daí, da definição de g temos $f(x_1) = y$ e $f(x_2) = y$. Mas f é injetora, logo $x_1 = x_2$ e então $g(y) = x_1 = x_2$. Assim g associa cada elemento de B com somente um elemento em A.

Portanto g é função.

Definição

A função $g : B \to A$

Definição

A função $g : B \to A$ do teorema anterior

Definição

A função $g : B \to A$ do teorema anterior é chamada de ***função inversa***

Definição

*A função $g : B \to A$ do teorema anterior é chamada de **função inversa** de $f : A \to B$*

Definição

A função $g : B \to A$ *do teorema anterior é chamada de* ***função inversa*** *de* $f : A \to B$ *e será denotada por* $g = f^{-1}$.

Definição

A função $g : B \to A$ *do teorema anterior é chamada de* ***função inversa*** *de* $f : A \to B$ *e será denotada por* $g = f^{-1}$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$,

Definição

A função $g: B \to A$ *do teorema anterior é chamada de* ***função inversa*** *de* $f: A \to B$ *e será denotada por* $g = f^{-1}$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, *a função* $i_A : A \to A$

Definição

A função $g: B \to A$ do teorema anterior é chamada de ***função inversa*** *de $f: A \to B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.*

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, a função $i_A : A \to A$ dada por $i_A(x)$

Definição

A função $g : B \to A$ do teorema anterior é chamada de ***função inversa*** *de $f : A \to B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.*

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, a função $i_A : A \to A$ dada por $i_A(x) = x$

Definição

A função $g : B \to A$ *do teorema anterior é chamada de* ***função inversa*** *de* $f : A \to B$ *e será denotada por* $g = f^{-1}$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, *a função* $i_A : A \to A$ *dada por* $i_A(x) = x$ *é chamada de*

Definição

A função $g : B \to A$ *do teorema anterior é chamada de* ***função inversa*** *de* $f : A \to B$ *e será denotada por* $g = f^{-1}$.

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, *a função* $i_A : A \to A$ *dada por* $i_A(x) = x$ *é chamada de* ***função identidade***.

Definição

A função $g : B \to A$ do teorema anterior é chamada de ***função inversa*** *de $f : A \to B$ e será denotada por $g = f^{-1}$.*

Definição

Dado um conjunto $A \neq \emptyset$, a função $i_A : A \to A$ dada por $i_A(x) = x$ é chamada de ***função identidade****.*

Proposição

Se $f: A \to B$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora,

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1}$

Proposição

Se $f: A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Proposição

Se $f : A \to B$ *é bijetora, então* $f \circ f^{-1} = i_B$ *e* $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova:

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos i_B :

Proposição

Se $f : A \to B$ *é bijetora, então* $f \circ f^{-1} = i_B$ *e* $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e i_A :

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$.

Proposição

Se $f : A \to B$ *é bijetora, então* $f \circ f^{-1} = i_B$ *e* $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso,

Proposição

Se $f: A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1}$:

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$

Proposição

Se $f: A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f$:

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$,

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1})$

Proposição

Se $f: A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) =$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$,

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y)$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y))$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\operatorname{dom}(f \circ f^{-1}) = \operatorname{dom}(i_B)$ e $\operatorname{dom}(f^{-1} \circ f) = \operatorname{dom}(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$.

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$,

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) =$

Proposição

Se $f: A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x))$

Proposição

Se $f: A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} =$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} = i_B$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f =$

Proposição

Se $f : A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f : A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$ como queríamos.

Proposição

Se $f: A \to B$ é bijetora, então $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$.

Prova: Temos $i_B : B \to B$ e $i_A : A \to A$. Além disso, $f \circ f^{-1} : B \to B$ e $f^{-1} \circ f: A \to A$, daí $\mathrm{dom}\,(f \circ f^{-1}) = \mathrm{dom}\,(i_B)$ e $\mathrm{dom}\,(f^{-1} \circ f) = \mathrm{dom}\,(i_A)$.

Agora, $y \in B$, $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = y = i_B(y)$. E se $x \in A$, $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x = i_A(x)$.

Portanto $f \circ f^{-1} = i_B$ e $f^{-1} \circ f = i_A$ como queríamos. ■

Proposição

Se $f : A \to B$

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to A$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to A$ *são funções,*

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to A$ são funções, então:

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to A$ *são funções, então:*

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to A$ *são funções, então:*

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to A$ *são funções, então:*

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) Se $g \circ f = i_A$

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to A$ *são funções, então:*

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) Se $g \circ f = i_A$ *e* $f \circ g = i_B$,

Proposição

Se $f: A \to B$ e $g: B \to A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) *Se* $g \circ f = i_A$ *e* $f \circ g = i_B$, *então*

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to A$ *são funções, então:*

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) *Se* $g \circ f = i_A$ *e* $f \circ g = i_B$, *então* f *e* g *são bijetoras*

Proposição

Se $f : A \to B$ e $g : B \to A$ são funções, então:

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) *Se* $g \circ f = i_A$ *e* $f \circ g = i_B$, *então* f *e* g *são bijetoras e* $g = f^{-1}$.

Proposição

Se $f : A \to B$ *e* $g : B \to A$ *são funções, então:*

i) $f \circ i_A = f$

ii) $i_B \circ f = f$

iii) $g \circ i_B = g$

iv) $i_A \circ g = g$

v) Se $g \circ f = i_A$ *e* $f \circ g = i_B$*, então* f *e* g *são bijetoras e* $g = f^{-1}$.

Prova:

i) Primeiro temos $f: A \to B$

Prova:

i) Primeiro temos $f: A \to B$, $i_A : A \to A$

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$.

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\mathrm{dom}\,(f \circ i_A) =$

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\operatorname{dom}(f \circ i_A) = \operatorname{dom}(f)$.

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\mathrm{dom}\,(f \circ i_A) = \mathrm{dom}\,(f)$. Agora dado $x \in A$,

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\mathrm{dom}\,(f \circ i_A) = \mathrm{dom}\,(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) =$

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\operatorname{dom}(f \circ i_A) = \operatorname{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) =$

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\operatorname{dom}(f \circ i_A) = \operatorname{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) = f(x)$. Portanto,

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\mathrm{dom}\,(f \circ i_A) = \mathrm{dom}\,(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) = f(x)$. Portanto, $f \circ i_A = f$.

Prova:

i) Primeiro temos $f: A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\operatorname{dom}(f \circ i_A) = \operatorname{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) = f(x)$. Portanto, $f \circ i_A = f$.

ii) Segue de forma semelhante ao caso anteiror.

Prova:

i) Primeiro temos $f : A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\mathrm{dom}\,(f \circ i_A) = \mathrm{dom}\,(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) = f(x)$. Portanto, $f \circ i_A = f$.

ii) Segue de forma semelhante ao caso anteiror.

iii) Segue de forma semelhante ao primeiro caso.

Prova:

i) Primeiro temos $f : A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\mathrm{dom}\,(f \circ i_A) = \mathrm{dom}\,(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) = f(x)$. Portanto, $f \circ i_A = f$.

ii) Segue de forma semelhante ao caso anteiror.

iii) Segue de forma semelhante ao primeiro caso.

iv) Segue de forma semelhante ao primeiro caso.

Prova:

i) Primeiro temos $f\colon A \to B$, $i_A : A \to A$ e $f \circ i_A : A \to B$. Assim $\operatorname{dom}(f \circ i_A) = \operatorname{dom}(f)$. Agora dado $x \in A$, temos $(f \circ i_A)(x) = f(i_A(x)) = f(x)$. Portanto, $f \circ i_A = f$.

ii) Segue de forma semelhante ao caso anteiror.

iii) Segue de forma semelhante ao primeiro caso.

iv) Segue de forma semelhante ao primeiro caso.

v) Provemos que f é bijetora:

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1, $x_2 \in B$ tais que $f(x_1) =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1, $x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \to B$ e $g: B \to A$,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \to B$ e $g: B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1)$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \to B$ e $g: B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1, $x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \to B$ e $g: B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1, $x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1, $x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí,
$y = i_B(y)$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y)$

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1, $x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim,

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1, $x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora.

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1, $x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso,

v) Provemos que f é bijetora: sejam x_1, $x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \to B$ e $g: B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) =$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\operatorname{dom}(g) = B = \operatorname{dom}(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora,

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f: A \to B$ e $g: B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1}: B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$ para todo $x \in B$.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$ para todo $x \in B$. Logo $g = f^{-1}$

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$ para todo $x \in B$. Logo $g = f^{-1}$ como queríamos.

v) Provemos que f é bijetora: sejam $x_1, x_2 \in B$ tais que $f(x_1) = f(x_2)$. Como $f : A \to B$ e $g : B \to A$, então $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$, ou seja, $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$. Daí, $i_A(x_1) = i_A(x_2)$. Logo, $x_1 = x_2$ e então f é injetora.

Agora, dado $y \in B$, segue que $y = i_B(y)$. Mas $i_B = f \circ g$. Daí, $y = i_B(y) = (f \circ g)(y) = f(g(y))$. Assim, $x = g(y) \in A$ e $f(x) = y$. Logo f é sobrejetora.

Portanto f é bijetora. Analogamente, prova-se que g é bijetora.

Provemos agora que $g = f^{-1}$. Para isso, primeiro temos $f^{-1} : B \to A$ e então $\mathrm{dom}\,(g) = B = \mathrm{dom}\,(f^{-1})$. Agora, $f \circ g = i_B = f \circ f^{-1}$. Assim, para todo $x \in B$, $(f \circ g)(x) = (f \circ f^{-1})(x)$. Isto é, $f(g(x)) = f(f^{-1}(x))$. Portanto como f é injetora, $g(x) = f^{-1}(x)$ para todo $x \in B$. Logo $g = f^{-1}$ como queríamos. $\blacksquare$