

# OSCILACIONES MAGNÉTICAS EN ESTRUCTURAS BASADAS EN GRAFENO

JOSÉ FERNANDO TOBÍAS BUELVAS<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad del Atlántico. Programa de Física.  
Facultad de Ciencias Básicas.

2021



# Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
  - Niveles de Landau
  - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
  - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
  - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
  - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

# Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
  - Niveles de Landau
  - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
  - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
  - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
  - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

# Resumen

El grafeno (red bidimensional de átomos de carbono), catalogado como “el material del futuro”, ha sido objeto de estudio para la comunidad científica debido a sus propiedades opto-electrónicas de gran interés. El presente trabajo de grado describe el comportamiento oscilatorio de la conductividad eléctrica como función de un campo magnético aplicado y su dependencia con la temperatura.

# Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento**
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
  - Niveles de Landau
  - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
  - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
  - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
  - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

# Planteamiento y justificación del problema.

El grafeno exhibe propiedades que lo hacen muy interesante para la ciencia y para aplicaciones tecnológicas. En la industria de la electrónica, por ejemplo, el grafeno es el principal candidato para reemplazar al silicio (Si). Cada vez hay más dispositivos basados en grafeno y se hace necesario tener un mayor entendimiento teórico de las propiedades físicas de las estructuras basadas en grafeno. En este contexto, el presente trabajo realiza una descripción teórica de la conductividad eléctrica en un sistema de una monocapa de grafeno colocada sobre un cristal de nitruro de Boro hexagonal (hBN).

# Planteamiento del problema

Con base en lo expuesto anteriormente, se plantea el siguiente interrogante:

- ¿Cuál es la dependencia con la temperatura de las oscilaciones magnéticas de la conductividad eléctrica?

# Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos**
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
  - Niveles de Landau
  - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
  - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
  - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
  - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones



# Objetivo general

- Estudiar oscilaciones de la conductividad eléctrica en estructuras basadas en grafeno como función del campo magnético aplicado.

# Objetivos específicos

- 1 Resolver la ecuación de Schrödinger para una estructura sustrato-grafeno en presencia de un campo magnético externo.

## Objetivos específicos

- 1 Resolver la ecuación de Schrödinger para una estructura sustrato-grafeno en presencia de un campo magnético externo.
- 2 Determinar la densidad de estado del sistema.

## Objetivos específicos

- 1 Resolver la ecuación de Schrödinger para una estructura sustrato-grafeno en presencia de un campo magnético externo.
- 2 Determinar la densidad de estado del sistema.
- 3 Obtener la conductividad eléctrica del sistema.

## Objetivos específicos

- 1 Resolver la ecuación de Schrödinger para una estructura sustrato-grafeno en presencia de un campo magnético externo.
- 2 Determinar la densidad de estado del sistema.
- 3 Obtener la conductividad eléctrica del sistema.
- 4 Calcular la dependencia con respecto a la temperatura de las oscilaciones magnéticas en estructuras basadas en grafeno.

# Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología**
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
  - Niveles de Landau
  - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
  - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
  - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
  - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

# Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.

# Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.



# Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.

# Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.
- 4 Determinar la función de Green asociada a los estados de banda del sistema.

# Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.
- 4 Determinar la función de Green asociada a los estados de banda del sistema.
- 5 Determinar la densidad de estados del sistema.

# Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.
- 4 Determinar la función de Green asociada a los estados de banda del sistema.
- 5 Determinar la densidad de estados del sistema.
- 6 Estudiar el comportamiento oscilatorio de la conductividad eléctrica como función de la temperatura.

# Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.
- 4 Determinar la función de Green asociada a los estados de banda del sistema.
- 5 Determinar la densidad de estados del sistema.
- 6 Estudiar el comportamiento oscilatorio de la conductividad eléctrica como función de la temperatura.
- 7 Realizar cálculos numéricos.

# Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción**
- 6 Espectro de energía
  - Niveles de Landau
  - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
  - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
  - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
  - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

# Grafeno

Grafeno:

Es una de las formas alotrópicas del carbono, entre las que se encuentran el grafito, diamante, entre otras. En la cual los átomos están organizados en un arreglo bidimensional y con un patrón hexagonal en forma de panel de abeja.

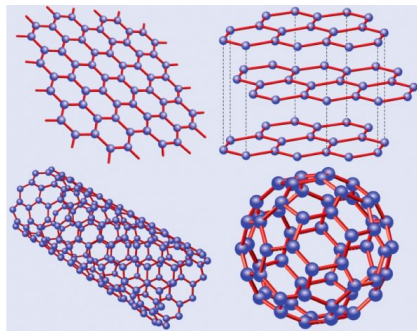


Figura 1: Alótropos del carbono.  
Tomado de [1]

Los electrones en el grafeno se comportan como fermiones de Dirac sin masa [2]. A temperatura ambiente, los electrones pueden viajar varias micras sin presentar dispersión. Es buen conductor, resistente y transparente.



## Figura 2: Propiedades del grafeno



Las oscilaciones magnéticas son un fenómeno bien conocido en la física de la materia condensada, aunque se necesitan temperaturas muy bajas para observarlos. En el grafeno, persiste incluso a temperaturas ambiente. Ésto se atribuye a la periodicidad de las superredes de grafeno[3].

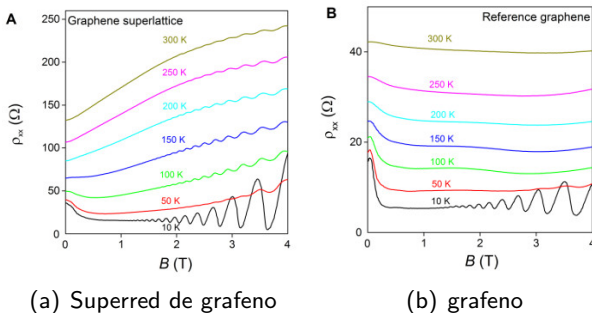
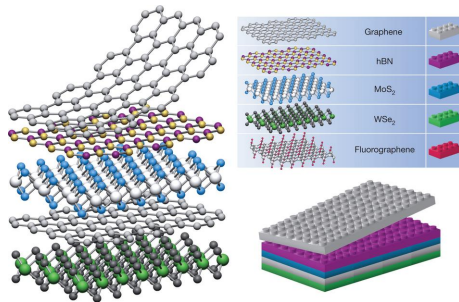


Figura 3:  $\rho$  vs  $B$  a diferentes temperaturas. Tomadas de [3]

Las oscilaciones cuánticas involucran trayectorias ciclotrónicas y pueden originarse debido a la geometría de la muestra [4]. Lo que conlleva a la cuantización de Landau (L.L.) y a oscilaciones de Shubnikov-de Haas (SdH) [5].

Incluso en el grafeno, las oscilaciones SdH raramente persisten a temperaturas superiores a los 100K [6], se necesitan campos magnéticos grandes para observarlas [7]

Los sistemas electrónicos también presentan oscilaciones magnéticas. Los espectros autosimilares son referidos a las mariposas de Hofstadter (HB) [8]-[9]. Se han reportado estudios de transporte eléctrico en superredes de grafeno colocado sobre una base de nitruro de boro hexagonal (h-BN) [10], lo que permite que se observe las características de las HB originadas en la superred en un campo magnético de algunos Teslas (T) [11]



**Figura 4:** Superredes de grafeno.  
*Tomado de [12]*

El estudio de estas oscilaciones magnéticas ha adquirido un gran impulso debido a las recientes observaciones experimentales de las oscilaciones magnéticas a altas temperaturas en sistemas basados en grafeno debido a la emergente periodicidad de estados de Bloch delocalizados en campos magnéticos altos, llamadas oscilaciones de Brown-Zak (BZ). En este contexto, el presente trabajo pretende ahondar en el estudio de las propiedades magneto-oscilatorias de las estructuras basadas en grafeno en presencia de un campo magnético a altas temperaturas.

# Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía**
  - Niveles de Landau
  - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
  - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
  - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
  - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

# Niveles de Landau

En presencia de un campo magnético, los electrones solo pueden ocupar órbitas con estados discretos de energía, llamados niveles de Landau (L.L. Por sus siglas en inglés). Estos niveles vienen dados por la ecuación:

$$E_n = \hbar\omega_c\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

donde  $\hbar$  es la constante de planck normalizada,  $n \in \mathbb{Z}$  y  $\omega_c = \frac{eB}{mc}$  es la frecuencia del ciclotrón,  $e$  es la carga del electrón,  $B$  la magnitud del campo magnético,  $m$  la masa y  $c$  es la velocidad de la luz.

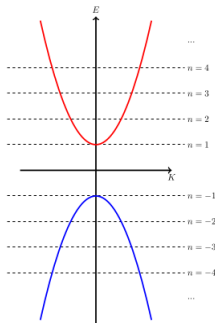


Figura 5: Niveles de Landau en material convencional

# Niveles de Landau en el grafeno

En el grafeno, los niveles de Landau se pueden obtener a partir de considerar el hamiltoniano,  $\hat{H} = \frac{\hat{\pi}^2}{2m} + V(\vec{r})$  siendo  $\hat{\pi} = \vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}$  y  $\vec{A}$  es el potencial vector, de la forma:

$$\hat{H} = \sqrt{\frac{2e\hbar B\nu_f}{c}} \begin{pmatrix} 0 & \hat{a} \\ \hat{a}^\dagger & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

donde  $\hat{a} = \sqrt{c/2e\hbar B}(\pi_x - i\pi_y)$  y

$\hat{a}^\dagger = \sqrt{c/2e\hbar B}(\pi_x + i\pi_y)$ .

Resolviendo la ecuación de Schrödinger se obtiene:

$$E_n = \pm \hbar\omega_c \sqrt{n} \quad (3)$$

donde  $\omega_c = \sqrt{2\nu_f/l_B}$  es el ciclotrón cuántico y  $l_B = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$  es la longitud magnética.

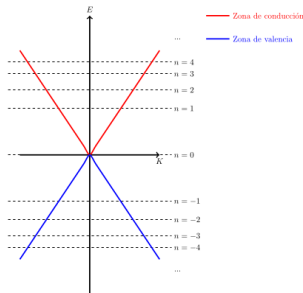


Figura 6: Niveles de Landau en el grafeno





Proponiendo una solución  $\psi(x, y, z) = e^{\frac{i}{\hbar}(p_y y + p_z z)} \psi(x)$ , y sustituyendo en la ecuación (5), se obtiene:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2m} \left( p_y - \frac{e}{c} Bx \right)^2 \psi(x) + \frac{p_z^2}{2m} \psi(x) = \varepsilon \psi \quad (6)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{e^2 B^2}{2mc^2} \left( x - \frac{p_y c}{eB} \right)^2 \psi(x) = \left( \varepsilon - \frac{p_z^2}{2m} \right) \psi \quad (7)$$

La ecuación 7 es muy similar a la de un oscilador armónico, cuya solución está dada en la ecuación 1.

Al comparar, se tiene que

$$\varepsilon = \frac{p_z^2}{2m} + \frac{e\hbar B}{mc} \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad (8)$$

donde la cantidad  $\frac{eB}{mc}$  juega papel de  $\omega$  y  $\varepsilon - \frac{p_z^2}{2m}$  es la energía del oscilador.

# Estados de Bloch en el grafeno

Para un sistema sustrato-grafeno, el hamiltoniano se puede escribir de la forma:

$$\hat{H} = \hat{p} + \frac{e}{c} \hat{A} + \hat{U}, \quad (9)$$

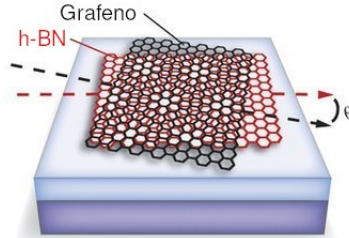


Figura 7: Patrón de Moiré en una capa de grafeno sobre hBN.

donde  $\hat{U}(x, y)$  puede ser aproximado por la expresión [13]:

$$\hat{U}(x, y) = U_x \cos(K_x x) \cos(K_y y) + \frac{U_y}{2} [1 + \cos(2K_y y)], \quad (10)$$

siendo

$$K_x = \frac{2\pi}{a_x}, \quad K_y = \frac{2\pi}{\sqrt{3}a_y}, \quad (11)$$

donde  $a_x$  y  $a_y$  son los periodos de la celda elemental.

El espectro de energía está dado por la expresión [13]:

$$\epsilon = \pm\epsilon_n + \zeta(k_x, k_y), \quad (12)$$

donde  $\epsilon_n = \hbar\omega_f\sqrt{n}$  y  $\zeta(k_x, k_y)$  es la energía asociada a la estructura de estados de Bloch. Por lo tanto, las bandas de Landau se dividen en subbandas, lo que lleva a una ampliación del espectro magnético.

Dicha energía puede expresarse de la siguiente manera [13]:

$$\zeta(k_y, \beta) = \frac{U_y}{2} [1 + F_n(4u_y) \cos 2\beta] + U_x F_n(4u_y) \cos \gamma \cos \beta, \quad (13)$$

donde

$$F_n(4u_y) = e^{-u_y/2} [L_n(4u_y) + L_{n-1}(4u_y)], \quad (14)$$

$L_n$  son los polinomios de Laguerre y  $u_y = l^2 K_y^2 / 2$

$$\gamma = K_x l^2 (k_y + K_y) 2, \quad \beta = l^2 K_y k_x \quad (15)$$

Las componentes  $k_y$  y  $\beta$  se definen dentro de los intervalos

$$-a_x/2l^2 \leq k_y \leq a_x/2l^2, \quad 0 \leq \beta \leq 2\pi. \quad (16)$$

El ancho de las bandas de Landau está modulado por los polinomios de Laguerre  $L_n$ , los cuales son funciones oscilantes de la razón  $\Phi_o/\Phi$ .

# Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
  - Niveles de Landau
  - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas**
  - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
  - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
  - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones



# Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
  - Niveles de Landau
  - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
  - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
  - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
  - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

# Conclusiones

En el presente trabajo se estudió las oscilaciones magnéticas en una estructura basada en grafeno con un potencial periódico perturbativo. A partir del enfoque teórico planteado, basado en el formalismo del hamiltoniano de transferencia, se encontró una expresión de la conductividad eléctrica longitudinal de una estructura basada en grafeno como función de un campo magnético aplicado y de la temperatura. Se estudió el fenómeno de oscilaciones magnéticas de la conductividad longitudinal para el caso de altas temperaturas. De manera general se encontraron los siguientes resultados:

- 1 La conductividad longitudinal tiene dos contribuciones: una de Boltzmann y otra de origen cuántico.
- 2 La contribución de Boltzmann determina el carácter monótono decreciente de la conductividad, en tanto la contribución cuántica determina el comportamiento oscilatorio de la conductividad longitudinal a altas temperaturas.
- 3 Con el aumento de la temperatura, en promedio el producto  $\tau(\epsilon)\epsilon S/\epsilon_f$  se mantiene constante para un valor de campo dado. Lo anterior conduce a que el efecto oscilatorio no se observe en la contribución de Boltzmann.
- 4 Valores enteros del parámetro de desorden, que corresponden a la variaciones enteras del parámetro de Dingle, dan como resultado que el efecto oscilatorio se mantiene a altas temperaturas en la contribución cuántica.
- 5 Los resultados obtenidos en el presente trabajo pueden explicar de manera cualitativa resultados experimentales de oscilaciones magnéticas a altas temperaturas en estructuras basadas en grafeno [3].

- [1] Antonio Castro Neto, Francisco Guinea y Nuno Miguel Peres. “Drawing conclusions from graphene”. En: *Physics World* 19.11 (2006). ISSN: 09538585. DOI: 10.1088/2058-7058/19/11/34.
- [2] Mikhail I. Katsnelson. *Graphene: carbon in two dimensions*. 2007. DOI: 10.1016/S1369-7021(06)71788-6.
- [3] R. Krishna Kumar y col. “High-temperature quantum oscillations caused by recurring Bloch states in graphene superlattices”. En: *Science* 357.6347 (2017), págs. 181-184. ISSN: 10959203. DOI: 10.1126/science.aal3357. arXiv: 1705.11170.
- [4] Xi Chen y col. “Dirac edges of fractal magnetic minibands in graphene with hexagonal moiré superlattices”. En: *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics* 89.7

(2014). ISSN: 10980121. DOI:  
10.1103/PhysRevB.89.075401.

- [5] Shigeji Fujita y Akira Suzuki. “Theory of Shubnikov-De Haas and Quantum Hall Oscillations in Graphene under Bias and Gate Voltages”. En: *Global Journal of Science Frontier Research: A Physics and Space Science* 14.6 (2014).
- [6] Keita Kishigi y Yasumasa Hasegawa. “Quantum oscillations of magnetization in tight-binding electrons on a honeycomb lattice”. En: *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics* 90.8 (2014). ISSN: 1550235X. DOI: 10.1103/PhysRevB.90.085427.
- [7] K. S. Novoselov y col. “Room-temperature quantum hall effect in graphene”. En: *Science* 315.5817 (2007). ISSN: 00368075. DOI: 10.1126/science.1137201.

- [8] G. L. Yu y col. “Hierarchy of Hofstadter states and replica quantum Hall ferromagnetism in graphene superlattices”. En: *Nature Physics* 10.7 (2014). ISSN: 17452481. DOI: 10.1038/nphys2979.
- [9] Wei Yang y col. “Hofstadter Butterfly and Many-Body Effects in Epitaxial Graphene Superlattice”. En: *Nano Letters* 16.4 (2016). ISSN: 15306992. DOI: 10.1021/acs.nanolett.5b05161.
- [10] Matthew Yankowitz y col. “Emergence of superlattice Dirac points in graphene on hexagonal boron nitride”. En: *Nature Physics* 8.5 (2012). ISSN: 17452473. DOI: 10.1038/nphys2272.
- [11] M. Ben Shalom y col. “Quantum oscillations of the critical current and high-field superconducting proximity in ballistic



graphene". En: *Nature Physics* 12.4 (2016). ISSN: 17452481.  
DOI: 10.1038/nphys3592.

[12] A. K. Geim e I. V. Grigorieva. "Van der Waals heterostructures". En: *Nature* 499 (7459 2013), págs. 419-425. ISSN: 00280836. DOI: 10.1038/nature12385.

[13] X. F. Wang, P. Vasilopoulos y F. M. Peeters. "Inverse flux quantum periodicity of magnetoresistance oscillations in two-dimensional short-period surface superlattices". En: *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics* 69.3 (2004). ISSN: 1550235X. DOI: 10.1103/PhysRevB.69.035331.

# GRACIAS POR SU ATENCIÓN

*"Lo que sabemos es una gota, lo que desconocemos es un oceano".<sup>1</sup>*

---

<sup>1</sup>Sir Isaac Newton (1643-1727)