

OSCILACIONES MAGNÉTICAS EN ESTRUCTURAS BASADAS EN GRAFENO

JOSÉ FERNANDO TOBÍAS BUELVAS¹

¹Universidad del Atlántico. Programa de Física.
Facultad de Ciencias Básicas.

2021



Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
 - Niveles de Landau
 - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
 - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
 - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
 - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
 - Niveles de Landau
 - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
 - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
 - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
 - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

Resumen

El grafeno (red bidimensional de átomos de carbono), catalogado como “el material del futuro”, ha sido objeto de estudio para la comunidad científica debido a sus propiedades opto-electrónicas de gran interés. El presente trabajo de grado describe el comportamiento oscilatorio de la conductividad eléctrica como función de un campo magnético aplicado y su dependencia con la temperatura.

Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento**
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
 - Niveles de Landau
 - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
 - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
 - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
 - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

Planteamiento y justificación del problema.

El grafeno exhibe propiedades que lo hacen muy interesante para la ciencia y para aplicaciones tecnológicas. En la industria de la electrónica, por ejemplo, el grafeno es el principal candidato para reemplazar al silicio (Si). Cada vez hay más dispositivos basados en grafeno y se hace necesario tener un mayor entendimiento teórico de las propiedades físicas de las estructuras basadas en grafeno. En este contexto, el presente trabajo realiza una descripción teórica de la conductividad eléctrica en un sistema de una monocapa de grafeno colocada sobre un cristal de nitruro de Boro hexagonal (hBN).

Planteamiento del problema

Con base en lo expuesto anteriormente, se plantea el siguiente interrogante:

- ¿Cuál es la dependencia con la temperatura de las oscilaciones magnéticas de la conductividad eléctrica?

Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos**
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
 - Niveles de Landau
 - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
 - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
 - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
 - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

Objetivo general

- Estudiar oscilaciones de la conductividad eléctrica en estructuras basadas en grafeno como función del campo magnético aplicado.

Objetivos específicos

- 1 Resolver la ecuación de Schrödinger para una estructura sustrato-grafeno en presencia de un campo magnético externo.

Objetivos específicos

- 1 Resolver la ecuación de Schrödinger para una estructura sustrato-grafeno en presencia de un campo magnético externo.
- 2 Determinar la densidad de estado del sistema.

Objetivos específicos

- 1 Resolver la ecuación de Schrödinger para una estructura sustrato-grafeno en presencia de un campo magnético externo.
- 2 Determinar la densidad de estado del sistema.
- 3 Obtener la conductividad eléctrica del sistema.

Objetivos específicos

- 1 Resolver la ecuación de Schrödinger para una estructura sustrato-grafeno en presencia de un campo magnético externo.
- 2 Determinar la densidad de estado del sistema.
- 3 Obtener la conductividad eléctrica del sistema.
- 4 Calcular la dependencia con respecto a la temperatura de las oscilaciones magnéticas en estructuras basadas en grafeno.

Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología**
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
 - Niveles de Landau
 - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
 - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
 - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
 - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.

Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.

Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.

Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.
- 4 Determinar la función de Green asociada a los estados de banda del sistema.

Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.
- 4 Determinar la función de Green asociada a los estados de banda del sistema.
- 5 Determinar la densidad de estados del sistema.

Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.
- 4 Determinar la función de Green asociada a los estados de banda del sistema.
- 5 Determinar la densidad de estados del sistema.
- 6 Estudiar el comportamiento oscilatorio de la conductividad eléctrica como función de la temperatura.

Metodología

- 1 Estudiar las propiedades y la física general del grafeno.
- 2 A partir del Hamiltoniano del sistema, resolver la ecuación de Schrödinger.
- 3 Hallar los niveles de Landau del espectro de energía.
- 4 Determinar la función de Green asociada a los estados de banda del sistema.
- 5 Determinar la densidad de estados del sistema.
- 6 Estudiar el comportamiento oscilatorio de la conductividad eléctrica como función de la temperatura.
- 7 Realizar cálculos numéricos.

Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción**
- 6 Espectro de energía
 - Niveles de Landau
 - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
 - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
 - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
 - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

Grafeno

Grafeno:

Es una de las formas alotrópicas del carbono, entre las que se encuentran el grafito, diamante, entre otras. En la cual los átomos están organizados en un arreglo bidimensional y con un patrón hexagonal en forma de panel de abeja.

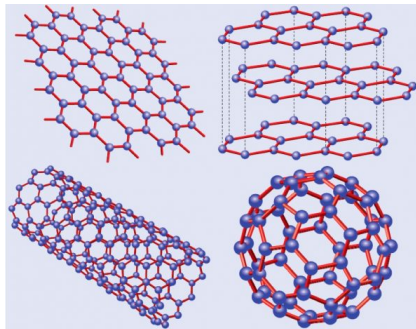


Figura 1: Alótropos del carbono
Tomado de [1]

Los electrones en el grafeno se comportan como fermiones de Dirac sin masa [2]. A temperatura ambiente, los electrones pueden viajar varias micras sin presentar dispersión. Es buen conductor, resistente y transparente.



Figura 2: Propiedades del grafeno

Las oscilaciones magnéticas son un fenómeno conocido en la física de la materia condensada, generalmente observado a bajas temperaturas. En el grafeno, persiste incluso a temperaturas ambiente. Esto se atribuye a la periodicidad de las superredes de grafeno[3].

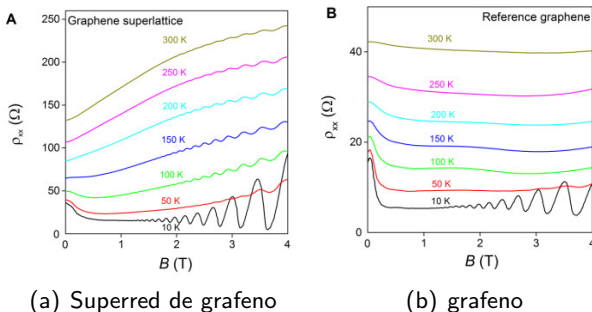


Figura 3: ρ vs B a diferentes temperaturas. Tomadas de [3]

Las oscilaciones cuánticas involucran trayectorias ciclotrónicas [4]. Lo que conlleva a la cuantización de Landau (L.L.) y a oscilaciones de Shubnikov-de Hass (SdH) [5]. Incluso en el grafeno, las oscilaciones SdH raramente persisten a temperaturas superiores a los 100K [6], se necesitan campos magnéticos grandes para observarlas [7]

Los sistemas electrónicos también presentan oscilaciones magnéticas, referidos a las mariposas de Hofstadter (HB) [8]-[9].

Estudios de transporte eléctrico en superredes de grafeno sobre h-BN [10] muestran características de las HB originadas en la superred en un campo magnético [11].

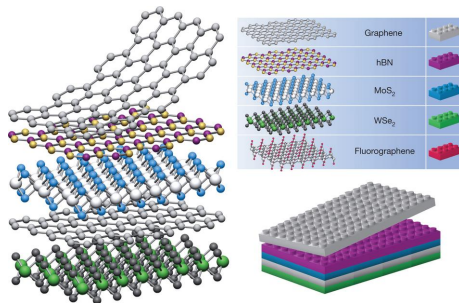


Figura 4: Superredes de grafeno.
Tomado de [12]

El estudio de estas oscilaciones magnéticas a altas temperaturas en sistemas basados en grafeno debido a la periodicidad de estados de Bloch en campos magnéticos, llamadas oscilaciones de Brown-Zak (BZ) [3].

En este contexto, el presente trabajo pretende ahondar en el estudio de las propiedades magneto-oscilatorias de las estructuras basadas en grafeno en presencia de un campo magnético a altas temperaturas.

Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía**
 - Niveles de Landau
 - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
 - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
 - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
 - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

Niveles de Landau

En presencia de un campo magnético, los electrones solo pueden ocupar órbitas con estados discretos de energía, llamados niveles de Landau (L.L. Por sus siglas en inglés). Estos niveles vienen dados por la ecuación:

$$E_n = \hbar\omega_c\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

donde \hbar es la constante de planck normalizada, $n \in \mathbb{Z}$ y $\omega_c = \frac{eB}{mc}$ es la frecuencia del ciclotrón, e es la carga del electrón, B la magnitud del campo magnético, m la masa y c es la velocidad de la luz.

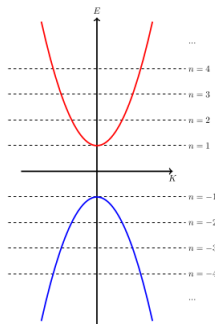


Figura 5: Niveles de Landau en material convencional

Niveles de Landau en el grafeno

En el grafeno, los niveles de Landau se pueden obtener a partir de considerar el hamiltoniano, $\hat{H} = \frac{\hat{\pi}^2}{2m} + V(\vec{r})$ siendo $\hat{\pi} = \vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}$ y \vec{A} es el potencial vector, de la forma:

$$\hat{H} = \sqrt{\frac{2e\hbar B\nu_f}{c}} \begin{pmatrix} 0 & \hat{a} \\ \hat{a}^\dagger & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

donde $\hat{a} = \sqrt{c/2e\hbar B}(\pi_x - i\pi_y)$ y $\hat{a}^\dagger = \sqrt{c/2e\hbar B}(\pi_x + i\pi_y)$.

Resolviendo la ecuación de Schrödinger se obtiene:

$$E_n = \pm \hbar\omega_c \sqrt{n} \quad (3)$$

donde $\omega_c = \sqrt{2\nu_f/l_B}$ es el ciclotrón cuántico y $l_B = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$ es la longitud magnética.

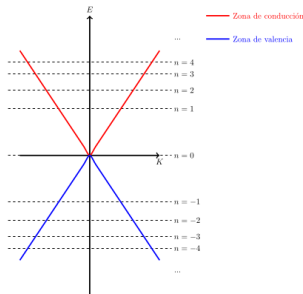


Figura 6: Niveles de Landau en el grafeno

Degenerancia de los niveles de Landau

Considerando el movimiento de un electrón libre en un campo magnético externo constante, el hamiltoniano adquiere la forma:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \quad (4)$$

con lo que la ecuación de Schrödinger queda de la siguiente manera:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{1}{2m} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial y} - \frac{e}{c} Bx \right)^2 \psi - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \varepsilon \psi \quad (5)$$

Proponiendo una solución $\psi(x, y, z) = e^{\frac{i}{\hbar}(p_y y + p_z z)}\psi(x)$, y sustituyendo en la ecuación (5), se obtiene:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2m} \left(p_y - \frac{e}{c} Bx \right)^2 \psi(x) + \frac{p_z^2}{2m} \psi(x) = \varepsilon \psi \quad (6)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{e^2 B^2}{2mc^2} \left(x - \frac{p_y c}{eB} \right)^2 \psi(x) = \left(\varepsilon - \frac{p_z^2}{2m} \right) \psi \quad (7)$$

La ecuación 7 es similar a la de un oscilador armónico.
Al comparar, se tiene que

$$\varepsilon = \frac{p_z^2}{2m} + \frac{e\hbar B}{mc} \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (8)$$

donde la cantidad $\frac{eB}{mc}$ juega papel de ω y $\varepsilon - \frac{p_z^2}{2m}$ es la energía del oscilador.

donde $\hat{U}(x, y)$ puede ser aproximado por la expresión [13]:

$$\hat{U}(x, y) = U_x \cos(K_x x) \cos(K_y y) + \frac{U_y}{2} [1 + \cos(2K_y y)], \quad (10)$$

siendo

$$K_x = \frac{2\pi}{a_x}, \quad K_y = \frac{2\pi}{\sqrt{3}a_y}, \quad (11)$$

donde a_x y a_y son los periodos de la celda elemental.

El espectro de energía está dado por la expresión [13]:

$$\epsilon = \pm \epsilon_n + \zeta(k_x, k_y), \quad (12)$$

donde $\epsilon_n = \hbar \omega_f \sqrt{n}$ y $\zeta(k_x, k_y)$ es la energía asociada a la estructura de estados de Bloch. Por lo tanto, las bandas de Landau se dividen en subbandas, lo que lleva a una ampliación del espectro magnético.

Dicha energía puede expresarse de la siguiente manera [13]:

$$\zeta(k_y, \beta) = \frac{U_y}{2} [1 + F_n(4u_y) \cos 2\beta] + U_x F_n(4u_y) \cos \gamma \cos \beta, \quad (13)$$

donde

$$F_n(4u_y) = e^{-u_y/2} [L_n(4u_y) + L_{n-1}(4u_y)], \quad (14)$$

L_n son los polinomios de Laguerre y $u_y = l^2 K_y^2 / 2$

$$\gamma = K_x l^2 (k_y + K_y) 2, \quad \beta = l^2 K_y k_x \quad (15)$$

Las componentes k_y y β se definen dentro de los intervalos

$$-a_x/2l^2 \leq k_y \leq a_x/2l^2, \quad 0 \leq \beta \leq 2\pi. \quad (16)$$

El ancho de las bandas de Landau está modulado por los polinomios de Laguerre L_n , los cuales son funciones oscilantes de la razón Φ_o/Φ .

Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
 - Niveles de Landau
 - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas**
 - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
 - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
 - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

La geometría experimental consiste en una barra de Hall de grafeno sobre un sustrato de hBN.

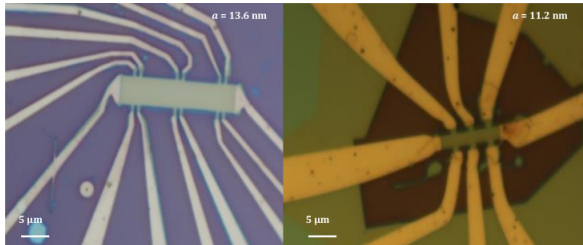


Figura 8: Imágenes ópticas de barra de Hall multiterminal usadas por Kumar et Al. [3]

Para obtener una expresión de la conductividad, se usará el enfoque del hamiltoniano de transferencia [14].

La tasa de transición de estados se calcula usando la regla de oro de Fermi [14]-[15]:

$$d^2 W_{l \rightarrow r \in D} = \sum_{\eta'} d^2 W_{\eta, \eta'} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\eta'} |t_{\eta, \eta'}|^2 \rho_r(\epsilon') \delta(\epsilon' - \epsilon) d\epsilon', \quad (17)$$

$t_{\eta, \eta'}$ representa la transición entre los estados $|\eta\rangle$ y $|\eta'\rangle$ y $\rho(\epsilon')$ es la densidad de estados de la derecha.

La tasa de transición de los estados ocupados de la izquierda a los no ocupados de la derecha en el camino entre los dos contactos de la siguiente forma:

$$\Gamma_{l \rightarrow r} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\eta} \int \rho_l(\epsilon) f_l(\epsilon) \left\{ \int \sum_{\eta''} |t_{\eta', \eta''}|^2 \rho_r(\epsilon'') [1 - f_r(\epsilon'')] \delta(\epsilon'' - \epsilon') d\epsilon'' \right\} d\epsilon. \quad (18)$$

La corriente de transferencia es:

$$I = e(\Gamma_{l \rightarrow r} - \Gamma_{r \rightarrow l}). \quad (19)$$

Considerando simetría en la matriz de salto ($t_{\eta,\eta'} = t_{\eta',\eta}$),

$$I = -g \frac{2\pi e}{\hbar} \sum_{\eta'} \int |t_{\eta,\eta'}|^2 [f(\epsilon) - f(\epsilon - eU_g)] \text{Im} G_l^R(\epsilon) \text{Im} G_r^R(\epsilon - eU_g) d\epsilon, \quad (20)$$

donde f , g y G_R son las funciones de Fermi, la degeneración y la función de Green retardada.

Los elementos de la matriz de transición se relacionan con la velocidad del electrón,

$$v_{\eta} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \zeta}{\partial k_{\eta}},$$

mediante la relación:

$$|t_{\eta,\eta'}|^2 = \frac{2\pi\hbar^2}{L_{\eta}L_{\eta'}} v_{\eta} v_{\eta'}. \quad (21)$$

La conductividad se obtiene de la siguiente manera:

$$\sigma_{xx} = \frac{L_x}{L_y} \left(\frac{dI}{dU_g} \right)_{U_g=0}, \quad (22)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_o \sum_{n,k_y,\beta} \int |t_{x,x}|^2 \left(-\frac{\partial f}{\partial \epsilon'} \right) [2\text{Im}G_{n,k}^R(\epsilon')]^2 d\epsilon, \quad (23)$$

donde se ha tomado $\rho(\epsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}G_R(\epsilon)$, $\sigma_o = \frac{2e^2 n_L L_x}{\pi \hbar L_y}$, $L_{x(y)}$ son las dimensiones de la muestra y $n_L = \Phi/\Phi_o$, ($\Phi_o = \frac{2\pi}{\hbar}$).

A partir de la ecuación 23, se toma:

$$[2\text{Im}G^R(\epsilon)]^2 = G_R^2 + G_A^2 - 2G_R G_A, \quad (24)$$

G_A es la función avanzada de Green que toma la forma [16]-[17]:

$$G_A(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon' - \epsilon_n - \Sigma^A(\epsilon)} + \frac{1}{\epsilon' + \epsilon_n - \Sigma^A(\epsilon)}, \quad (25)$$

Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas

Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas

Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas

Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas

Tiempo de relajación del electrón

Tiempo de relajación del electrón

Tiempo de relajación del electrón

Tiempo de relajación del electrón

Tiempo de relajación del electrón

Contenido

- 1 Resumen
- 2 Planteamiento
- 3 Objetivos
- 4 Metodología
- 5 Introducción
- 6 Espectro de energía
 - Niveles de Landau
 - Estados de Bloch en grafeno en un campo eléctrico
- 7 Oscilaciones magnéticas
 - Conductividad longitudinal en una capa de grafeno
 - Oscilaciones magnéticas a altas temperaturas
 - Tiempo de relajación del electrón
- 8 Conclusiones

Conclusiones

En el presente trabajo se estudió las oscilaciones magnéticas en una estructura basada en grafeno con un potencial periódico perturbativo. A partir del enfoque teórico planteado, basado en el formalismo del hamiltoniano de transferencia, se encontró una expresión de la conductividad eléctrica longitudinal de una estructura basada en grafeno como función de un campo magnético aplicado y de la temperatura.

Se estudió el fenómeno de oscilaciones magnéticas de la conductividad longitudinal para el caso de altas temperaturas.

De manera general se encontraron los siguientes resultados:

- 1 La conductividad longitudinal tiene dos contribuciones: una de Boltzmann y otra de origen cuántico.

- 1 La conductividad longitudinal tiene dos contribuciones: una de Boltzmann y otra de origen cuántico.
- 2 La contribución de Boltzmann determina el carácter monótono decreciente de la conductividad, en tanto la contribución cuántica determina el comportamiento oscilatorio de la conductividad longitudinal a altas temperaturas.

- 1 La conductividad longitudinal tiene dos contribuciones: una de Boltzmann y otra de origen cuántico.
- 2 La contribución de Boltzmann determina el carácter monótono decreciente de la conductividad, en tanto la contribución cuántica determina el comportamiento oscilatorio de la conductividad longitudinal a altas temperaturas.
- 3 Con el aumento de la temperatura, en promedio el producto $\tau(\epsilon)\epsilon S/\epsilon_f$ se mantiene constante para un valor de campo dado. Lo anterior conduce a que el efecto oscilatorio no se observe en la contribución de Boltzmann.

- 1 La conductividad longitudinal tiene dos contribuciones: una de Boltzmann y otra de origen cuántico.
- 2 La contribución de Boltzmann determina el carácter monótono decreciente de la conductividad, en tanto la contribución cuántica determina el comportamiento oscilatorio de la conductividad longitudinal a altas temperaturas.
- 3 Con el aumento de la temperatura, en promedio el producto $\tau(\epsilon)\epsilon S/\epsilon_f$ se mantiene constante para un valor de campo dado. Lo anterior conduce a que el efecto oscilatorio no se observe en la contribución de Boltzmann.
- 4 Valores enteros del parámetro de desorden, que corresponden a la variaciones enteras del parámetro de Dingle, dan como resultado que el efecto oscilatorio se mantiene a altas temperaturas en la contribución cuántica.

- 1 La conductividad longitudinal tiene dos contribuciones: una de Boltzmann y otra de origen cuántico.
- 2 La contribución de Boltzmann determina el carácter monótono decreciente de la conductividad, en tanto la contribución cuántica determina el comportamiento oscilatorio de la conductividad longitudinal a altas temperaturas.
- 3 Con el aumento de la temperatura, en promedio el producto $\tau(\epsilon)\epsilon S/\epsilon_f$ se mantiene constante para un valor de campo dado. Lo anterior conduce a que el efecto oscilatorio no se observe en la contribución de Boltzmann.
- 4 Valores enteros del parámetro de desorden, que corresponden a la variaciones enteras del parámetro de Dingle, dan como resultado que el efecto oscilatorio se mantiene a altas temperaturas en la contribución cuántica.
- 5 Los resultados obtenidos en el presente trabajo pueden explicar de manera cualitativa resultados experimentales de oscilaciones magnéticas a altas temperaturas en estructuras basadas en grafeno [3].

- [1] Antonio Castro Neto, Francisco Guinea y Nuno Miguel Peres. «Drawing conclusions from graphene». En: *Physics World* 19.11 (2006). ISSN: 09538585. DOI: 10.1088/2058-7058/19/11/34.
- [2] Mikhail I. Katsnelson. *Graphene: carbon in two dimensions*. 2007. DOI: 10.1016/S1369-7021(06)71788-6.
- [3] R. Krishna Kumar y col. «High-temperature quantum oscillations caused by recurring Bloch states in graphene superlattices». En: *Science* 357.6347 (2017), págs. 181-184. ISSN: 10959203. DOI: 10.1126/science.aal3357. arXiv: 1705.11170.
- [4] Xi Chen y col. «Dirac edges of fractal magnetic minibands in graphene with hexagonal moiré superlattices». En: *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*

89.7 (2014). ISSN: 10980121. DOI: 10.1103/PhysRevB.89.075401.

- [5] Shigeji Fujita y Akira Suzuki. «Theory of Shubnikov-De Haas and Quantum Hall Oscillations in Graphene under Bias and Gate Voltages». En: *Global Journal of Science Frontier Research: A Physics and Space Science* 14.6 (2014).
- [6] Keita Kishigi y Yasumasa Hasegawa. «Quantum oscillations of magnetization in tight-binding electrons on a honeycomb lattice». En: *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics* 90.8 (2014). ISSN: 1550235X. DOI: 10.1103/PhysRevB.90.085427.
- [7] K. S. Novoselov y col. «Room-temperature quantum hall effect in graphene». En: *Science* 315.5817 (2007). ISSN: 00368073. DOI: 10.1126/science.1137201.

- [8] G. L. Yu y col. «Hierarchy of Hofstadter states and replica quantum Hall ferromagnetism in graphene superlattices». En: *Nature Physics* 10.7 (2014). ISSN: 17452481. DOI: 10.1038/nphys2979.
- [9] Wei Yang y col. «Hofstadter Butterfly and Many-Body Effects in Epitaxial Graphene Superlattice». En: *Nano Letters* 16.4 (2016). ISSN: 15306992. DOI: 10.1021/acs.nanolett.5b05161.
- [10] Matthew Yankowitz y col. «Emergence of superlattice Dirac points in graphene on hexagonal boron nitride». En: *Nature Physics* 8.5 (2012). ISSN: 17452473. DOI: 10.1038/nphys2272.
- [11] M. Ben Shalom y col. «Quantum oscillations of the critical current and high-field superconducting proximity in ballistic

graphene». En: *Nature Physics* 12.4 (2016). ISSN: 17452481. DOI: 10.1038/nphys3592.

[12] A. K. Geim e I. V. Grigorieva. «Van der Waals heterostructures». En: *Nature* 499 (7459 2013), págs. 419-425. ISSN: 00280836. DOI: 10.1038/nature12385.

[13] X. F. Wang, P. Vasilopoulos y F. M. Peeters. «Inverse flux quantum periodicity of magnetoresistance oscillations in two-dimensional short-period surface superlattices». En: *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics* 69.3 (2004). ISSN: 1550235X. DOI: 10.1103/PhysRevB.69.035331.

[14] S. Illera y col. «A transfer Hamiltonian model for devices based on quantum dot arrays». En: *Scientific World Journal* 2015 (2015). ISSN: 1537744X. DOI: 10.1155/2015/426541.



- [15] J. J. Sakurai y Jim Napolitano. *Modern Quantum Mechanics*. 2017. DOI: 10.1017/9781108499996.
- [16] R. Vega Monroy y G. Salazar Cohen. «Photon-Induced Quantum Oscillations of the Terahertz Conductivity in Graphene». En: *Nano Letters* 16.11 (2016). PMID: 27779888, págs. 6797-6801. DOI: 10.1021/acs.nanolett.6b02488. eprint: <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.6b02488>. URL: <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.6b02488>.
- [17] G. Salazar-Cohen y R. Vega-Monroy. «Propiedades ópticas en monocapas de grafeno mediados por la interacción electrón de Dirac-radiación electromagnética circularmente polarizada». 2016.



GRACIAS POR SU ATENCIÓN

"Lo que sabemos es una gota, lo que desconocemos es un oceano".¹

¹Sir Isaac Newton (1643-1727)