Nombre Juan Felipe Vallejos Gómez-20231020137 Fecha

Profesor Materia

Institución Curso Nota

Se seleccionan al azar 2 estudiantes de un salón que contiene 3 estudiantes de sistemas, 2 de electrónica y 3 de industrial.
Si X es el número de sistemas y Y es el número de estudiantes de electrónica. Hallar

1. $f(x,y)$ 2. $P((x,y) \in R) / R = \{(x,y) / x+y \leq 1\}$

1. $CT = \binom{8}{2} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28$

casos posibles:

(0,0) (0,1) (1,0) (1,1) (2,0) (0,2)

Probabilidad de los casos posibles

x=0 y=0 z=2 x=0 y=1 z=0 x=1 y=0 z=0

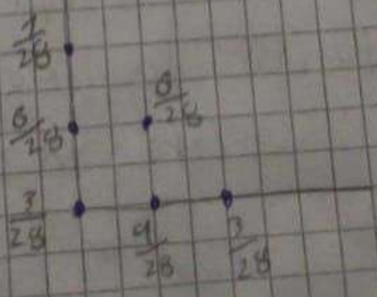
- $f(0,0) = \frac{3}{28}$ • $f(0,1) = \frac{6}{28}$ • $f(1,0) = \frac{9}{28}$

- $f(1,1) = \frac{6}{28}$ • $f(2,0) = \frac{3}{28}$ • $f(0,2) = \frac{1}{28}$

x=1 y=1 z=0 x=2 y=0 z=0 x=0 y=2 z=0

$$\frac{3}{28} + \frac{6}{28} + \frac{9}{28} + \frac{6}{28} + \frac{3}{28} + \frac{1}{28} = \frac{28}{28} = 1$$

$$f(x,y) = \begin{cases} (0,0) & \frac{3}{28} \\ (1,0) & \frac{9}{28} \\ (0,1) & \frac{6}{28} \\ (1,1) & \frac{6}{28} \\ (2,0) & \frac{3}{28} \\ (0,2) & \frac{1}{28} \end{cases}$$



	0	1	2	
0	$\frac{3}{28}$	$\frac{9}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$
1	$\frac{6}{28}$	$\frac{6}{28}$	X	$\frac{12}{28}$
2	$\frac{1}{28}$	X	X	$\frac{1}{28}$
	$\frac{10}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{28}{28}$

2)

$P(R) = f(0,0) + f(0,1) + f(1,0)$

$P(R) = \frac{3}{28} + \frac{9}{28} + \frac{6}{28} = \frac{18}{28} = 0.642$

64.2 % de probabilidad

1) Una fabrica de dulces distribuye cargas de Chocolate, cuya funcion de densidad es dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{5}(2x+3y) & 0 \leq x, y \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) verifique que $f(x,y)$ es una funcion de probabilidad conjunta

b) Calcular $P(x,y) \in R$ tal que $R\{(x,y) \mid 0 < x < \frac{1}{2}, \frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}\}$

2) Dada la funcion de probabilidad $f(x,y) = x+y = 30$ a las v.A x, y Discretas

a) $P(x+y=4)$ b) $P(x>y)$ c) $P(x \geq 2, y \geq 1)$ D) $P(x \leq 2, y = 1)$

1) a) i) $f(x,y) \geq 0 \quad \forall x, \forall y$

ii) $\iint f(x,y)\, dx\, dy = 1$

i) Limites de la funcion $(0,1)$ $(1,0)$ $\quad \frac{2}{5}(2x+3y) \geq 0$

$2x \geq 0 \qquad x \geq 0 \qquad\qquad 2x+3y \geq 0$

entonces

$3y \geq 0 \qquad y \geq 0$

al ser $\frac{2}{5}$ positivo no afecta la No negatividad, por lo tanto la funcion siempre es positiva o igual a cero en el intervalo

1) $\iint f(x,y)\,dx\,dy = 1$

$\frac{2}{5}\int_0^1\int_0^1 (2x+3y)\,dx\,dy$

$\frac{2}{5}\int_0^1 (2x+3y)\,dx = x^2+3y\Big|_0^1 (1)^2+3y(1) - ((0)^2+3y(0)) = 1+3y$

$\frac{2}{5}\int_0^1 (2x+3y)\,dy \Rightarrow \frac{2}{5}\int_0^1 (1+3y)\,dy = y+\frac{3y^2}{2}\Big|_0^1$

$\frac{2}{5}\int_0^1 (2x+3y)\,dy = \frac{2}{5}\left(y+\frac{3y^2}{2}\right)\Big|_0^1 \left(1+\frac{3(1)^2}{2}\right) - \left(0+\frac{3(0)^2}{2}\right) = \frac{5}{2}$

$\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{2} = 1$ Es una función de probabilidad conjunta

b) $P((x,y) \in A)$ $A = \{(x,y) \mid 0<x<\frac{1}{2},\ \frac{1}{4}<y<\frac{1}{2}\}$

$P(A) = \int_{1/4}^{1/2}\int_0^{1/2} \frac{2}{5}(2x+3y)\,dx\,dy$

$\int_0^{1/2} (2x+3y) = x^2+3xy\Big|_0^{1/2} \left(\frac{1}{4}+\frac{3y}{2}\right) - ((0)^2+3y(0)) = \frac{1}{4}+\frac{3}{2}y$

$\frac{2}{5}\int_{1/4}^{1/2}\left(\frac{1}{4}+\frac{3y}{2}\right) = \frac{y}{4}+\frac{3y^2}{4}\Big|_{1/4}^{1/2} \left(\frac{\frac{1}{2}}{4}+\frac{3\left(\frac{1}{2}\right)^2}{4}\right) - \left(\frac{\frac{1}{4}}{4}+\frac{3\left(\frac{1}{4}\right)^2}{4}\right)$

$= \frac{5}{16} - \frac{7}{64} = \frac{13}{64} \Rightarrow \frac{2}{5}\cdot\frac{13}{64} = \frac{13}{160}$

$P(A) = \frac{13}{160} = 0.08125 = 8.12\%$

2) a) $P(x+y=4)$

si $x+y=30$ siempre

$P(x+y=4) = 0$

b) $P(x>y)$

$P(x>y) = P(x>15) = \int_{15}^{30} \frac{1}{30}\,dx = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

$P(x>y) = \frac{1}{2}$

Nombre: | Fecha:
Profesor: | Materia:
Institución: | Curso: | Nota:

Función de probabilidad conjunta

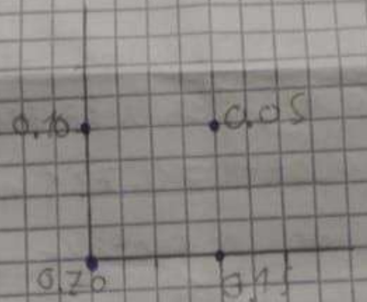
Planta de manufactura

En una planta se registran los tipos de defectos pequeños en una inspección
x siendo el número de defectos de [illegible] (0,1)
y siendo el número de defectos de pintura (0,1)

x\y	0	1	
0	0.70	0.10	0.80
1	0.15	0.05	0.20
	0.85	0.15	

$P(0,0) = 0.70$ $P(1,1) = 0.05$
$P(0,1) = 0.10$ $P(1,0) = 0.15$

$$F(x,y) = \begin{cases} (0,1) = 0.10 \\ (1,0) = 0.15 \\ (1,1) = 0.05 \\ (0,0) = 0.70 \end{cases}$$



Marginales: $f_x(0) = 0.70 + 0.10 = 0.80$ $f_x(1) = 0.15 + 0.05 = 0.20$
$f_y(0) = 0.70 + 0.15 = 0.85$ $f_y(1) = 0.10 + 0.05 = 0.15$

Temperatura y presión en un reactor químico

x temperatura $0 \le x \le 10$ $x + y \le 30$

y presión $0 \le y \le 20$

$f(x,y) = k(30 - x - y)$ (0,0) (10,0) y (0,20) ya que

$x + y \le 30$ $\int_0^{10}\int_0^{20} k(30 - x - y)\,dy\,dx = 1$

$\int_0^{20} (30-x-y)\,dy = 30y - xy - \frac{y^2}{2}\Big|_0^{20}$ $600 - 20x - 200 = 400 - 20x$

$\int_0^{10} k(400-20x)\,dx = k(400x - 10x^2)\Big|_0^{10}$ $4000 - 1000 = 3000k = 1$

$k = \frac{1}{3000}$

$f(x,y) = \frac{1}{3000}(30 - x - y)$

Función de probabilidad discreta

Control de calidad

En control de calidad se inspeccionan 20 unidades de producto. Sean la probabilidad de fallo individual $p = 0.05$ sea X = numero de defectuosos de la muestra $X \sim Bin(n=20, p=0.05)$

$P(X=0) = (0.95)^{20} = 0.3585$.

$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = (0.95)^{20} + \binom{20}{1}(0.05)(0.95)^{19}$

$P(X=1) = 20 \cdot 0.05 \cdot (0.95)^{19} \approx 0.3774$

$P(X \leq 1) \approx 0.3585 + 0.3774 = 0.7354$

hay un 73.54% de encontrar como maximo 1 producto defectuoso en la muestra

Centro de atención al cliente

En un servicio de atención al cliente, el numero medio de llamadas por hora es $\lambda = 12$ Sea X(1?

Probabilidad de saturación

$P(X \geq 20) = 1 - \sum_{k=0}^{19} e^{-12} \frac{12^k}{k!}$

$X \approx N(12, 12)$ z para $19.5 \Rightarrow z = \frac{(19.5 - 12)}{\sqrt{12}} = 2.16$

$P(X \geq 20) \approx 1 - \Phi(2.16) = 0.0154$

2 - 20231020137 Fecha de de

Materia

Esperanza = La probabilidad de recibir ≥ 20

$E[X] = 12$ en la hora es 1.5%.

Lo cual es útil para dimensionar personal

Función de probabilidad continua

Tiempo de respuesta de un microservicio

El tiempo de respuesta en segundos se modela con

media $= 1/\lambda = 0.2s$ $\lambda = 5 s^{-1}$

$f_T(t) = 5e^{-5t}$ $t \geq 0$

$P(T > 0.5) = \int_{0.5}^{\infty} 5e^{-5t}\,dt = e^{-5 \cdot 0.5} = e^{-2.5} = 0.0821$

m tal que $P(T \leq m) = 0.5$ $m = \frac{\ln 2}{5} \approx 0.13865$

Esperanza $E(T) = 1/\lambda = 0.2$ segs

Hay 8.2% de probabilidad de que una petición tarde más de 0.5 segundos. La mediana es 0.139 la media 0.2 s

Salario mensual

En recursos humanos, los salarios se aproximan por una normal $X \sim N(\mu = 2.5, \sigma = 0.6)$

media = 2500 desviación = 600

Cual es la probabilidad de ganar entre 2000 y 3000

$Z_1 = \frac{(2.0 - 2.5)}{0.6} = -0.8333$ $Z_2 = \frac{(3.0 - 2.5)}{0.6} = 0.8333$

$P(2 < X < 3) = \Phi(0.8333) - \Phi(-0.8333) = 2\Phi(0.8333) - 1$

$P(2 < X < 3) = 0.594$

Esperanza $E[X] = 2.5$

Nombre Juan Felipe Wilches Gómez - 2023

Materia

Nota

Curso

Profesor

Insti

$$P(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = 1$$

Dist

El

ho

54.4% de los empleados gana entre 2000 y 3000