Tarea 3 Documentación Latex

Juan Felipe Wilches - 20231020137

Resumen

Este documento presenta el análisis de dos problemas de probabilidad utilizando Python. El primero involucra una distribución hipergeométrica multivariada para selección de estudiantes, y el segundo analiza una función de densidad de probabilidad continua para una fábrica de chocolate.

Índice

1. Introducción

Este documento muestra la implementación en Python de dos problemas de probabilidad diferentes, utilizando librerías como `numpy`, `matplotlib` y `sympy` para el cálculo numérico, visualización y cálculo simbólico respectivamente.

2. Problema 1: Distribución Hipergeométrica Multivariada

2.1. Descripción del Problema

Se tiene una población de estudiantes dividida en tres especialidades:

- Sistemas: 3 estudiantes
- Electrónica: 2 estudiantes
- Industrial: 3 estudiantes

Se seleccionan $n = 2$ estudiantes al azar sin reemplazo.

2.2. Código Python

```
import math
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import sympy as sp

# Datos
sistemas = 3
electronica = 2
industrial = 3
total = sistemas + electronica + industrial
n = 2  # seleccionados

# Funci n de probabilidad conjunta
def fxy(x, y):
    if x + y <= n:
        return (math.comb(sistemas, x) * math.comb(electronica, y) *
                math.comb(industrial, n - x - y)) / math.comb(total, n)
    return 0

# Calcular todos los valores posibles
x_vals = range(0, n + 1)
y_vals = range(0, n + 1)
Z = np.array([[fxy(x, y) for y in y_vals] for x in x_vals])

# Mostrar tabla de probabilidades
for i, x in enumerate(x_vals):
    for j, y in enumerate(y_vals):
        if Z[i, j] > 0:
            print(f"f({x},{y}) = {Z[i,j]:.4f}")
```

Listing 1: Código para distribución hipergeométrica

2.3. Explicación Matemática

La función de probabilidad conjunta sigue una distribución hipergeométrica multivariada:

$$f(x, y) = \frac{\binom{3}{x}\binom{2}{y}\binom{3}{2-x-y}}{\binom{8}{2}}$$

donde:

- x: número de estudiantes de Sistemas seleccionados
- y: número de estudiantes de Electrónica seleccionados
- $x + y \leq 2$

2.4. Visualización

```
# Gr fica 3D
X, Y = np.meshgrid(x_vals, y_vals)
fig = plt.figure(figsize=(6,5))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.bar3d(X.ravel(), Y.ravel(), np.zeros_like(Z).ravel(),
         0.3, 0.3, Z.ravel(), color='skyblue', edgecolor='black')
ax.set_xlabel('X (Sistemas)')
ax.set_ylabel('Y (Electr nica)')
ax.set_zlabel('f(x, y)')
ax.set_title('Funci n de Probabilidad Conjunta f(x, y)')
plt.show()
```

Listing 2: Gráfica 3D de la función de probabilidad

3. Problema 2: Fábrica de Chocolate

3.1. Descripción del Problema

Se analiza una función de densidad de probabilidad conjunta continua:

$$f(x, y) = \frac{2}{5}(2x + 3y)$$

para $0 \leq x \leq 1$ y $0 \leq y \leq 1$.

3.2. Código Python

```
# Variables simb licas
x, y = sp.symbols('x y', real=True, nonnegative=True)

# Definici n de la funci n f(x,y)
f = (2/5) * (2*x + 3*y)

# 1. Verificaci n funci n de probabilidad conjunta
integral_total = sp.integrate(sp.integrate(f, (x, 0, 1)), (y, 0, 1))

# 2. Resultado
print("    f(x,y) dxdy =", float(integral_total))

# 3. Gr fica de la funci n f(x,y)
x_vals = np.linspace(0, 1, 50)
y_vals = np.linspace(0, 1, 50)
X, Y = np.meshgrid(x_vals, y_vals)
Z = (2/5) * (2*X + 3*Y)

fig = plt.figure(figsize=(6,5))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap='plasma', edgecolor='none', alpha=0.8)
ax.set_title("Funci n de densidad conjunta f(x,y)")
ax.set_xlabel("x")
ax.set_ylabel("y")
ax.set_zlabel("f(x,y)")
plt.show()
```

Listing 3: Análisis de función de densidad continua

3.3. Verificación de Función de Densidad

Para que $f(x, y)$ sea una función de densidad de probabilidad válida, debe satisfacer:

$$\iint_{0\leq x,y\leq 1} f(x,y)\,dx\,dy = 1$$

Calculando la integral:

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{2}{5}(2x+3y)\,dx\,dy = 1$$

4. Resultados y Conclusiones

4.1. Resultados del Problema 1

La distribución hipergeométrica multivariada modela correctamente la selección sin reemplazo de estudiantes de diferentes especialidades.

4.2. Resultados del Problema 2

La función $f(x, y) = \frac{2}{5}(2x + 3y)$ verifica ser una función de densidad de probabilidad válida en el dominio $[0, 1] \times [0, 1]$.