PÁG. 20 (1.1) - João Gabriel Guimarães Alves Vaz

27- $f(x) = 4 + 3x - x^2$

$f(3+h) = 4 + 3(3+h) - (3+h)^2$

$= 4 + 9 + 3h - (9 + 6h + h^2)$

$= 13 + 3h - 9 - 6h - h^2$

$= -h^2 - 3h + 4$

$f(3) = 4 + 3 \cdot 3 - 3^2 = 4$

$\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h} = \dfrac{-h^2 - 3h}{h} = \dfrac{h(-h-3)}{h} = -h - 3$

28- $f(x) = x^3$

$f(a+h) = (a+h)^3 = (a^2 + 2ah + h^2)(a+h) = a^3 + a^2h + 2a^2h + 2ah^2 + ah^2 + h^3$

$f(a) = a^3$

$\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h} = \dfrac{a^2h + 2a^2h + 2ah^2 + ah^2 + h^3}{h} = \dfrac{h(a^2 + 2a^2 + 2ah + ah + h^2)}{h} = h^2 + 3a^2 + 3ah$

29- $f(x) = \dfrac{1}{x}$

$f(a) = \dfrac{1}{a}$

$\dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = \dfrac{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}{x - a} = \dfrac{a - x}{xa} \cdot \dfrac{1}{x - a} = \dfrac{a - x}{xa(x - a)}$

30- $f(x) = \dfrac{x+3}{x+1}$

$f(1) = \dfrac{4}{2} = 2$

$\dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \dfrac{\frac{x+3}{x+1} - 2}{x - 1} = \dfrac{x + 3 - 2(x+1)}{x+1} \cdot \dfrac{1}{x - 1} = \dfrac{x + 3 - 2x - 2}{x^2 - 1} = \dfrac{-x + 1}{(x+1)(x-1)} = \dfrac{-1(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \dfrac{-1}{x+1} = \dfrac{1}{-x-1} = (-x-1)^{-1}$

31- $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 3\}$

32- $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2 \text{ e } x \neq -3\}$

33- $D = \mathbb{R}$

34- $D = \{t \in \mathbb{R} \mid t \geq 3\}$

35- $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in (-\infty, 0) \cup (5, \infty)\}$

36- $f(u) = \dfrac{u+1}{1 + \frac{1}{u+1}} = \dfrac{u+1}{\frac{u+1+1}{u+1}} = u + 1 \cdot \dfrac{u+1}{u+2} = \dfrac{(u+1)^2}{u+2}$; $D = \{u \in \mathbb{R} \mid u \neq 2\}$

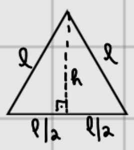
37- $D = \{p \in \mathbb{R} \mid p \in [0, 4]\}$

57- $2p = 20m = 2(L + \ell)$

$L + \ell = 10\,m$

$A = L \cdot \ell = L \cdot (10 - L) = 10L - L^2 = -L^2 + 10L$

59- $A = \frac{bh}{2}$; $b = \ell$; $h = \frac{\ell\sqrt{2}}{2}$; $A = \frac{\ell \cdot \ell\sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

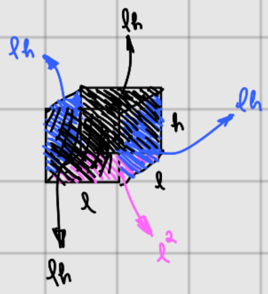


$\ell^2 = \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + h^2$

$h = \ell\sqrt{3}/2$

61- $V = A_b \cdot h = \ell^2 \cdot h = 2m^3$; $h = \frac{2}{\ell^2}$

$A_s = \ell^2 + 4\ell h = \ell^2 + 4\ell\frac{2}{\ell^2} = \ell^2 + \frac{8}{\ell} = \ell\left(\ell + \frac{8}{\ell^2}\right)$



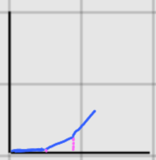
63- $V = A_b \cdot h = A_b \cdot x = (4x^2 - 64x + 240)x = (x-10)(x-6)x$

$A_b = (12-2x)(20-2x) = 240 - 24x - 40x + 4x^2 = 4x^2 - 64x + 240$

67- a) Como a taxa R depende da renda I, o gráfico será composto por retas horizontais (patamares), que dão "saltos" nos valores de renda nos quais ocorre mudança de "categoria" (10 000 e 20 000).

b) $R(14\,000) = 0{,}1 \cdot 14\,000 = 1400$

$R(26\,000) = 0{,}15 \cdot 26\,000 = 3900$



c) O imposto total T é uma fração da renda. Por esse motivo, o gráfico se torna uma série de linhas inclinadas com descontinuidades nos pontos $x = 10\,000$ e $x = 20\,000$. A inclinação dessas retas indica uma maior ou menor incidência de imposto, sendo portanto proporcional a zero em $x \in [0, 10\,000]$, a 0,1 em $x \in (10\,000, 20\,000]$ e a 0,15 em $x \in (20\,000, +\infty)$.

Pág. 32 (1.2)

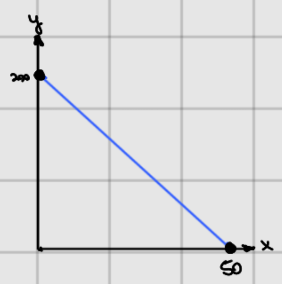
10- a) a inclinação representa a taxa de crescimento da temperatura ao longo do tempo; a intersecção com o eixo T, a temperatura no ano inicial (1900)

b) $T(200) = 0{,}02 \cdot 200 + 8{,}5 = 4 + 8{,}5 = 12{,}5$ °C

11- a) $c(a) = 0{,}0417 \cdot 200(a+1) = 8{,}34a + 8{,}34$. A inclinação representa a variação da dosagem em relação à variação da idade da criança.

b) $c(0) = 8{,}34 \cdot 1 = 8{,}34$ mg

12- a) $y = -4x + 200$

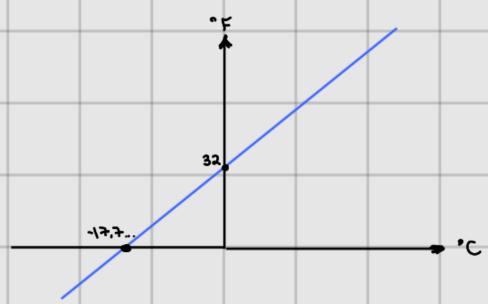


b) A inclinação indica quão "rápido" a quantidade de espaços alugados decresce à medida que o preço aumenta.

A intersecção com y representa quantos espaços seriam alugados se o preço fosse 0,00 USD

A intersecção com x mostra o preço que ninguém está disposto a pagar (e, portanto, zero espaços seriam alugados)

13- a) $F(C) = \frac{9C}{5} + 32$

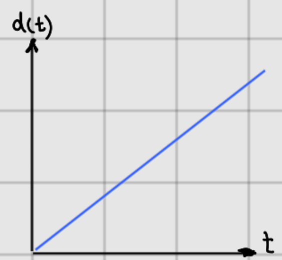


b) A inclinação representa o ritmo de mudança da função

A intersecção com F mostra a temperatura em Fahrenheit equivalente a 0 °C.

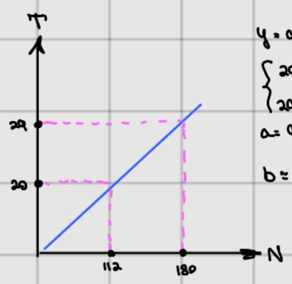
14- a) $d(16-14) = 210$; $d(4) = 210$; $d(1) = 52{,}4$

b) $d(t) = 52{,}4t$



c) A inclinação representa a variação da distância em função do tempo; ou seja, a velocidade.

15- a) $T'(n) = ? \leadsto T'(n) = \frac{9n}{68} + 5{,}17$



$y = ax + b \leadsto y = \frac{9x}{68} + 5{,}17$

$\begin{cases} 20 = 112a + b \\ 29 = 180a + b \end{cases}$

$a = 9/68$

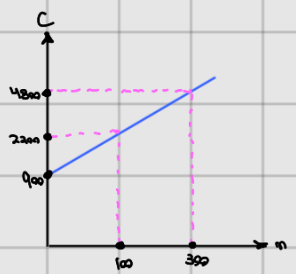
$b \approx 5{,}17$

b) A inclinação representa o ritmo de aumento/diminuição de y em função de um aumento/diminuição de x.

c) $T(150) \cong 9/68 \cdot 150 + 5{,}17 \cong 25\ °C$

16- a) $\begin{cases} 4800 = 300a + b \\ 2200 = 100a + b \end{cases}$

$a = 13,\ b = 900;\ C(n) = 13n + 900$



b) A inclinação é o custo por cadeira, considerando um custo fixo de R$ 900

c) O custo fixo (custo para o administrador mesmo que nenhuma cadeira seja produzida).

17- a) $P(p) = 0{,}1p + 1{,}05$

b) $7 = 0{,}1p + 1{,}05;\ 0{,}1p = 5{,}95;\ p = 59{,}5\ m$

18- a) $C(d) = ad + b = \frac{5d}{32} + 260$

$\begin{cases} 380 = 768a + b \\ 460 = 1280a + b \end{cases}$

$a = 5/32$

$b = 260$

b) $C(2400) = \frac{5 \cdot 2400}{32} + 260 = 375 + 260 = 635$

c) A inclinação representa o quanto uma mudança em x (distância) afeta y (custo).

d) O custo para 0 Km rodados

e) Pois o custo é proporcional à distância, porque uma variação em y (Δy) dividida por uma em x (Δx) resulta sempre em um mesmo valor.

Pág. 41 (1.3)

37- $f(g(h(x))) = f(g(x^2)) = f(\operatorname{sen} x^2) = 3(\operatorname{sen} x^2) - 2 = 3 \operatorname{sen} x^2 - 2$

39- $f(g(h(x))) = f(g(x^3+2)) = f((x^3+2)^2) = f(x^6+4x^3+4) = \sqrt{x^6+4x^3+4-3} = \sqrt{x^6+4x^3+1} = \sqrt{x^3(x^3+4)+1}$

41- $f(x) = x^4$

$g(x) = 2x + x^2$

$f(g(x)) = f(2x+x^2) = (2x+x^2)^4 = F(x)$

43- $f(x) = \dfrac{x}{1+x}$

$g(x) = \sqrt[3]{x}$

$f(g(x)) = f(\sqrt[3]{x}) = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x}} = F(x)$

45- $f(t) = \sec(t)\operatorname{tg}(t)$

$g(t) = t^2$

$f(g(t)) = f(t^2) = \sec(t^2)\operatorname{tg}(t^2) = v(t)$

Pág. 54 (1.5)

19- $f(x) = \frac{1 - e^{x^2}}{1 - e^{1-x^2}}$

$1 - e^{1-x^2} \neq 0 \; ; \; e^{1-x^2} \neq 1$

$1 - x^2 \neq 0 \; ; \; x^2 \neq 1 \; ; \; x \neq \pm 1$

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \notin \{-1, 1\}\}$

29- a) $P(t) = P_0 \cdot 2^{t/3}$ 100

$P(15) = 100 \cdot 2^5 = 3200$

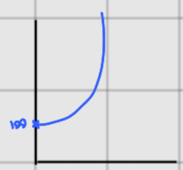
b) $P(t) = 100 \cdot 2^{t/3}$

c) $P(20) = 100 \cdot 2^{\frac{20}{3}} = 100 \cdot \sqrt[3]{2^{20}} \approx 10159{,}367$

d) O gráfico é o de uma função exponencial a^x no qual $a = 2$ e $x \geq 0$.

$50000 = 100 \cdot 2^{t/3} \; ; \; 500 = 2^{t/3} \; ; \; \log 500 = \frac{t}{3} \cdot \log 2 \; ; \; \log 5 + 2 = \frac{t}{3} \log 2 \; ; \; \frac{t}{3} = \frac{\log 5 + 2}{\log 2} \; ; \; t \approx \frac{3 \cdot 2{,}7}{0{,}3} = 27$

$P(27) = 100 \cdot 2^9 = 51200$



35- a) $\log_5 125 = 3$

b) $\log_3\left(\frac{1}{27}\right) = -3$

36- a) $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$

b) $\log_{10}\sqrt{10} = \log_{10} 10^{1/2} = 1/2 \log_{10} 10 = 0,5$

37- a) $\log_2 6 - \log_2 15 + \log_2 20 = \log_2\left[\frac{20 \cdot 6}{15}\right] = \log_2 8 = 3$

b) $\log_3 100 - \log_3 18 - \log_3 50 = \log_3\left[\frac{100}{18 \cdot 50}\right] = \log_3\left(\frac{1}{9}\right) = -2$

38- a) $e^{-2\ln 5} = \left(e^{\ln 5}\right)^{-2} = 5^{-2} = 1/25$

b) $\ln\left[\ln\left(e^{e^{10}}\right)\right] = \ln\left[e^{10}\ln(e)\right] = 10$

39- $\ln 5 + \ln 243 = \ln 1215$

40- $\ln(a+b) + \ln(a-b) - 2\ln c = \ln\left[(a+b)(a-b)\right] - \ln c^2 = \ln\left[\frac{a^2-b^2}{c^2}\right]$

41- $\frac{1}{3}\ln(x+2)^3 + \frac{1}{2}\left[\ln x - \ln(x^2+3x+2)^2\right] = \ln(x+2) + \ln\left[\frac{x}{(x^2+3x+2)^2}\right]^{1/2} = \ln\left[\frac{x(x+2)^2}{(x^2+3x+2)^2}\right]^{1/2} = \ln\left[\frac{\sqrt{x}(x+2)}{(x^2+3x+2)}\right]^{2\cdot\frac{1}{2}} = \ln\left[\frac{\sqrt{x}(x+2)}{(x+1)(x+2)}\right] = \ln\left[\frac{\sqrt{x}}{(x+1)}\right]$

51- a) $2\ln x = 1;\ \ln x = \frac{1}{2};\ x = \sqrt{e}$

b) $e^{-x} = 5;\ -x\ln e = \ln 5;\ x = -\ln 5$

53- a) $2^{x-5} = 3;\ \frac{2^x}{2^5} = 3;\ 2^x = 96;\ x = \frac{\log 96}{\log 2}$

b) $\ln x + \ln(x-1) = 1;\ \ln((x-1)x) = 1;\ x^2 - x - e = 0;\ x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4e}}{2}$

55- a) $\ln x < 0;\ x < e^0;\ x < 1$

63- a) $\text{arcsen}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi/3$

b) $\arccos(-1) = \pi$

66- a) $\text{arctg}(1) = \pi/4$

b) $\text{arcsen}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi/4$

67- a) $tg(\operatorname{arctg} 10) = 10$

b) $\operatorname{arcsen}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{3}\right)\right) = \operatorname{arcsen}\left(\operatorname{sen} \pi/3\right) = \operatorname{arcsen}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi/3$

α é estritamente positiva

69- $\cos(\operatorname{arcsen} x) = \alpha$

$\theta = \operatorname{arcsen} x$; $\alpha = \cos\theta$ $\left(-\pi/2 < \theta < \pi/2\right)$

$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2\theta + \alpha^2 = 1$

$\alpha = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2\theta} = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2(\operatorname{arcsen} x)} = \sqrt{1-x^2}$

Logo, $\cos(\operatorname{arcsen} x) = \sqrt{1-x^2}$.

Pág. 68 (Revisão)

5- $f(x) = \dfrac{2}{3x-1}$

$3x-1 \neq 0;\ x \neq 1/3$

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1/3\} = \mathbb{R} - \{1/3\};\ Im = \mathbb{R}$

7- $h(x) = \ln(x+6)$

$x+6 > 0;\ x > -6$

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -6\} = (-6, \infty);\ Im = \mathbb{R}$

24- $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+1} = y$

$x = \dfrac{y+1}{2y+1};\ x(2y+1) = y+1;\ 2xy + x = y+1;\ 2xy - y = 1 - x;\ y(2x-1) = 1 - x;\ y = \dfrac{1-x}{2x-1}$

$f^{-1}(x) = \dfrac{1-x}{2x-1}$

25- a) $e^{2\ln 3} = (e^{\ln 3})^2 = 3^2 = 9$

b) $\log 25 + \log 4 = \log 25 \cdot 4 = \log 100 = 2$

c) $tg(\operatorname{arcsen}(\frac{1}{2})) = tg(\pi/6) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\operatorname{sen}(\arccos(4/5)) =$

26- a) $e^x = 5;\ x = \ln 5$

b) $\ln x = 2;\ x = e^2$

c) $e^{e^x} = 2;\ e^x = \ln 2;\ x = \ln(\ln 2)$

d) $\operatorname{arctg}(x) = 1;\ x = 45° = \pi/4$

27- a) $900(100 + 900e^{-t}) = 100\,000;\ 9(100 + 900e^{-t}) = 1000$

$900 + 8100e^{-t} = 1000$

$e^{-t} = \frac{100}{8100} = \frac{1}{81}$

$-t = \ln 1 - \ln 81 = -\ln 81$

$t = \ln 81$

b) $y = \dfrac{100\,000}{100 + 900e^{-t}}$; a função inversa indica a quantidade, em anos, necessária para a população em questão atingir y indivíduos.

$t = \dfrac{10^5}{10^2(1+9e^{-y})} = \dfrac{10^3}{1+9e^{-y}}$

$t(1+9e^{-y}) = 10^3 \; ; \; t + 9te^{-y} = 10^3$

$$\frac{10^3 - t}{9t} = e^{-y}$$

$$\ln\left[\frac{10^3 - t}{9t}\right] = -y$$

$$y = -\ln\left[\frac{10^3 - t}{9t}\right]$$

$$P^{-1}(t) = -\ln\left[\frac{10^3 - t}{9t}\right]$$

c) $P^{-1}(900) = -\ln(-900 + 10^3) + \ln 9 + \ln 900 \approx 4,4$

$P^{-1}(900) = \ln 81$

1- a) O valor de f(x) se aproxima de 5 quando x se aproxima de 2.

b) Sim. $\lim_{x \to a} f(x)$ não necessariamente é igual a f(a).

2- a) O limite pela esquerda de f(x), quando $x \approx 1$, é 3.

b) O limite pela direita de f(x), quando $x \approx 1$, é 7.

c) Não. Só existe limite se, e somente se, $\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x)$.

3- a) O limite de f(x), quando x tende a -3, tende a infinito.

b) O limite de f(x) pela direita, quando $x \approx 4$, tende a menos infinito.

4- a) 3

b) 1

c) $\nexists$, pois $\lim_{x \to 2^-} f(x) \neq \lim_{x \to 2^+} f(x)$.

d) 3

e) 4

f) $\nexists$, pois a $4 \notin D$.

5- a) 2

b) 1

c) 4

d) $\nexists$, pois os limites laterais são diferentes

e) 3

6- a) 4

b) 4

c) 4

d) $\nexists$, pois $-3 \notin D$.

e) 1

f) -1

g) $\nexists$, pois os limites laterais são diferentes

h) 1

i) 2

j) $\nexists$, pois $2 \notin D$.

k) 3

l) 3

7- a) -1

b) -2

c) $\nexists$, pois os limites laterais são diferentes.

d) 2

e) 0

f) $\nexists$, pois os limites laterais são distintos.

g) 1

h) 3

8- a) $-\infty$

b) $+\infty$

c) $-\infty$

d) $+\infty$

e) $x=-3$; $x=2$; $x=5$

9- a) $-\infty$

b) $+\infty$

c) $+\infty$

d) $-\infty$

e) $+\infty$

f) $x=-7$, $x=-3$, $x=0$, $x=6$

10- a) 160 ; 300