

Trabajo 1

Estudiantes

Juan José Galeano Arenas
Sebastián Gaviria Sánchez

Docente

Cesar Augusto Gómez Vélez

Asignatura

Actuaría de Seguros Generales



Sede Medellín
13 de Septiembre de 2022

Índice

1. Punto 1	3
1.1. Estimación de parámetros	3
1.2. Literal a	4
1.3. Literal b	4
2. Punto 2	4
3. Punto 3	4
3.1. Literal a	5
3.2. Literal b	6
3.3. Literal c	7
3.4. Literal d	7
4. Punto 4	7
4.1. Literal a	7
4.1.1. Reclamo 14	8
4.1.2. Reclamo 6	8
4.2. Literal b	8

Índice de figuras

1.	Número de pólizas en 1997	5
----	-------------------------------------	---

1. Punto 1

1500 reclamos en relación al seguro de cierto tipo de fachada de vidrio revela un costo medio por reclamo de \$120 y una desviación estándar de \$15. Asumiendo que el costo de los reclamos X posee una distribución log-normal.

1.1. Estimación de parámetros

Sea X : Costo del reclamo de cierto tipo de fachada de vidrio.

$$X \sim \text{LogN}(\mu, \sigma)$$

Según la información del enunciado, se tiene:

$$\begin{cases} \bar{X} = 120 \\ S^2 = 15^2 \end{cases}$$

Usando el método de los momentos, se tiene:

$$E[X] = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) = 120 = \bar{X} \quad (1)$$

$$\text{Var}[X] = \exp(2\mu + \sigma^2) (e^{\sigma^2} - 1) = 15^2 = S^2 \quad (2)$$

Note que $E^2[X] = \exp(2\mu + \sigma^2)$ luego, al dividir la ecuación (2) sobre dicha cantidad se obtiene:

$$\frac{\exp(2\mu + \sigma^2) (e^{\sigma^2} - 1)}{\exp(2\mu + \sigma^2)} = e^{\sigma^2} - 1 = \frac{15^2}{120^2}$$

De esta última expresión se puede despejar fácilmente σ^2

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \log\left(\frac{15^2}{120^2} + 1\right) \\ \hat{\sigma} &= \sqrt{\log\left(\frac{15^2}{120^2} + 1\right)} \approx 0.1245 \end{aligned} \quad (3)$$

Reemplazando la ecuación (3) en (1) se obtiene

$$\exp\left(\mu + \frac{0.1245}{2}\right) = 120$$

$$\hat{\mu} = \log(120) - \frac{0.1245^2}{2} \approx 4.7797 \quad (4)$$

Por lo tanto $X \sim \text{LogN}(\hat{\mu} = 4.7797, \hat{\sigma} = 0.1245)$

1.2. Literal a

Se quiere hallar el costo x que cumpla:

$$P(X \leq x) = \frac{800}{1500} \Leftrightarrow 1 - P(X > x) = 1 - \frac{800}{1500} = \frac{700}{1500}$$

Es decir, dicho valor x se puede encontrar como cuantil superior o cuantil inferior. Gracias a la función `qlnorm()` del paquete básico `stats` de R, se encuentra que el valor que cumple la probabilidad especificada es $x = 120.3201$

1.3. Literal b

Para estimar el número total de reclamos en la muestra con costo menor a 100\$ se multiplicara la proporción de estos por el número total de reclamos, es decir, $1500 \cdot p$. La proporción p se estima como:

$$P(X < 100) = 0.0805$$

Esta probabilidad es calculada gracias a la función `plnorm()` del paquete básico de R `stats`. Por lo tanto, se estima que el número de reclamos cuyo costo es menor a 100\$ es $120.6895 \approx 121$.

2. Punto 2

Si el número de reclamos por póliza recibidos por un asegurador durante un mes puede asumirse con una distribución de Poisson con media de 0.01, calcule cuantas entre 80000 pólizas similares se esperan que den origen a más de 2 reclamos cada una en un año.

3. Punto 3

El número de pólizas en fuerza al comienzo de cada trimestre durante 1997 para cierto tipo de seguro está consolidado en la Tabla 1. 73 reclamos se han definidos hacia el final de 1998 en relación a incidentes ocurridos durante 1997 con un costo de \$37943. 15 reclamos adicionales se han notificado, pero no se han definido.

Cuadro 1: Tabla 1

Fecha	Pólizas
Ene 1, 1997	6213
Abr 1, 1997	6435
Jul 1, 1997	6522
Oct 1, 1997	6899
Ene 1, 1998	7138

3.1. Literal a

El número de pólizas activas durante 1997 se ilustran en la siguiente figura:

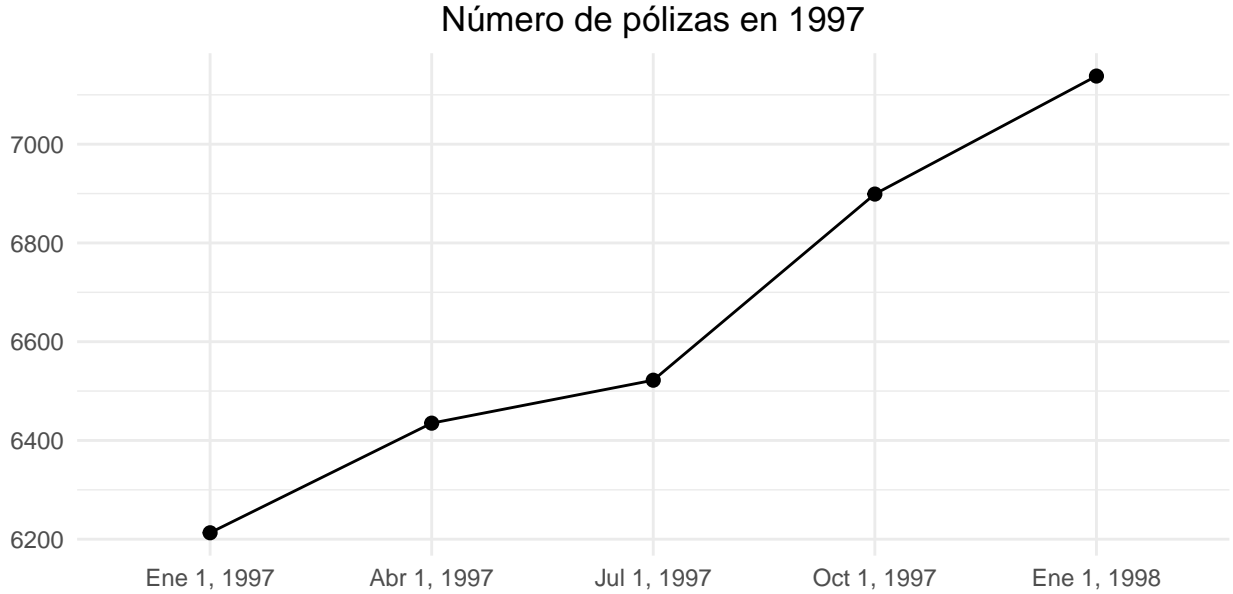


Figura 1: Número de pólizas en 1997

Con esto, para calcular la exposición durante el año 1997 es necesario obtener el área bajo la curva anterior como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \text{Exposición} &= \frac{1}{4} \left(\frac{6213 + 6435}{2} + \frac{6435 + 6522}{2} + \frac{6522 + 6899}{2} + \frac{6899 + 7138}{2} \right) \\ &\approx 6633 \end{aligned}$$

Asumiendo que los reclamos relacionados al año 1997 se originan a mitad de año y teniendo en cuenta que para el año 1998 habrán pasado 6 trimestres desde los incidentes; es posible aseverar que pasado este tiempo se definirán el 85 % de los reclamos; es decir, el número esperado del total de reclamos (TRE) se puede calcular así:

$$\begin{aligned}\text{TRE} &= \frac{\text{Reclamos definidos hasta el 6to trimestre}}{\% \text{ de reclamos definidos hasta el 6to trimestre del total esperado}} \\ &= \frac{73}{0.85} \approx 86\end{aligned}$$

Así entonces, la tasa de frecuencia se obtiene como sigue:

$$\lambda_{97} = \frac{\text{TRE}}{\text{Exposición}} = \frac{86}{6633} = 0.011$$

3.2. Literal b

Se tiene el siguiente patrón de definición de reclamos:

Cuadro 2: Patrón de definición de reclamos

Duración desde la ocurrencia de un incidente dando lugar a un reclamo	Severidad media definida como % de la última severidad media	% de reclamos definidos por numero	Cantidad
1	26	7.0	2
2	34	20.0	7
3	41	35.0	14
4	47	60.0	28
5	53	76.0	40
6	58	85.0	49
7	66	90.0	59
8	72	95.0	68
12	80	97.6	78
16	86	99.1	85
20	92	99.4	91
24	95	99.7	95
Inf	100	100.0	100

La severidad media para finales del 98 se calcula teniendo en cuenta los incidentes definidos y el costo total de dichos incidentes. El procedimiento se muestra como sigue:

$$\text{Severidad Media}_{98} = \frac{\text{Costo total reclamos}}{\text{Reclamos}} = \frac{37943}{73} = 520$$

Como esta cantidad está en dólares de 1998, es necesario hacer el respectivo ajuste por inflación para obtener la severidad media en dólares de 1997. Esto se realiza como sigue:

$$\text{Severidad Media}_{97} = \frac{\text{Severidad Media}_{98}}{1 + \text{Inflación}} = \frac{520}{1.1} = 473$$

3.3. Literal c

Contando con que los reclamos relacionados al año 1997 se originan en incidentes ocurridos a mitad de año, al final del 1998, habrán pasado seis trimestres desde dichos incidentes.

Es posible además aseverar que pasados seis semestres se espera que la severidad en dicho momento como proporción de la severidad total final es un 58 % (Tabla 2).

De esta manera, se puede calcular la prima P_0 obviando ajustes por inflación. Si se supone que la tasa de frecuencia de los reclamos es constante, entonces:

$$P_0 = \lambda_{97} * \text{Severidad Media}_{Final} = \lambda_{97} * \frac{\text{Severidad Media}_{97}}{0.58} = 0.011 * \frac{473}{0.58}$$

Después de esto es necesario ajustar según la inflación a la prima P_0 para obtener la cantidad P que debe ser cobrada en el año 99 teniendo en cuenta que los pagos serán realizados en promedio tres años después del reclamo:

$$P = P_0 * (1.1)^{0.5} * (1.15)^5 \approx 18.94 \text{ dólares}$$

3.4. Literal d

Para calcular la prima neta a cobrar, se tiene que el 0.3 de la misma va a gastos de administración y comisión. Es decir, el 70 % de la prima neta es utilizada para cubrir el riesgo. Esto es que la prima neta (PN) se puede obtener de la siguiente manera:

$$0.7 * PN = P \rightarrow PN = \frac{P}{0.7} = \frac{18.94}{0.7} = 27.1 \text{ dólares}$$

4. Punto 4

Se enlistan los pagos realizados por un asegurador en relación a incidentes que ocurrieron en el periodo de 2 meses comprendido entre Dic 1995 y Ene 1996.

4.1. Literal a

Para elegir el número de reclamo realizado se tienen las cédulas 1007221901 y 1037670969 donde los residuos obtenidos fueron 14 y 6 respectivamente. Por lo tanto, se seleccionan los reclamos 14 y 6 para realizar la conversión de los pagos a dólares de 1996.

Se considera nuevamente que los incidentes entre diciembre del 95 y enero del 96 ocurrieron hacia la mitad de Ene 1, 1996 y que los pagos se realizan hacia la mitad del trimestre usando la regla de los octavos.

4.1.1. Reclamo 14

El pago de 100 dólares realizado en el trimestre 2 o equivalentemente en $\frac{3}{8}$ de año desde el reclamo en Enero 1, 1996, con ajuste de inflación:

$$100_{96} \left(\frac{105}{100} \right)^{\frac{3}{8}} = 100 \rightarrow 100_{96} = \frac{100}{1.05^{3/8}} = 98.18 \approx 98$$

El pago de 100 dólares realizado en el trimestre 3 o equivalentemente en $\frac{5}{8}$ de año desde el reclamo en Enero 1, 1996, con ajuste de inflación:

$$100_{96} \left(\frac{105}{100} \right)^{\frac{5}{8}} = 100 \rightarrow 100_{96} = \frac{100}{1.05^{5/8}} = 96.99 \approx 97$$

El pago de 700 dólares realizado en el trimestre 7 o equivalentemente en $1\frac{5}{8}$ de año desde el reclamo en Enero 1, 1996, con ajuste de inflación:

$$700_{96} \left(\frac{105}{100} \right) \left(\frac{115}{105} \right)^{\frac{5}{8}} = 700 \rightarrow 700_{96} = \frac{700}{(1.05)(\frac{115}{105})^{5/8}} = 629.819 \approx 630$$

4.1.2. Reclamo 6

El pago de 100 dólares realizado en el trimestre 1 o equivalentemente en $\frac{1}{8}$ de año desde el reclamo en Enero 1, 1996, con ajuste de inflación:

$$100_{96} \left(\frac{105}{100} \right)^{\frac{1}{8}} = 100 \rightarrow 100_{96} = \frac{100}{1.05^{1/8}} = 99.4 \approx 99$$

El pago de 100 dólares realizado en el trimestre 3 o equivalentemente en $\frac{5}{8}$ de año desde el reclamo en Enero 1, 1996, con ajuste de inflación:

$$100_{96} \left(\frac{105}{100} \right)^{\frac{5}{8}} = 100 \rightarrow 100_{96} = \frac{100}{1.05^{5/8}} = 96.99 \approx 97$$

4.2. Literal b

Se tiene la siguiente información:

Reclamo #	Pago	Trimestre	Pago	Trimestre	Pago	Trimestre	Total	Total acumulado
1	99	1					99	99
2	276	2					276	375
3	199	1	289	2			488	863
4	325	1	450	2	650	3	1425	2288
5	142	2	368	3			510	2798
6	225	3					225	3023
7	196	5	456	8	1064	12	1716	4739
8	240	6	563	9	1430	13	2233	6972

Con la anterior tabla, se puede proceder a construir la segunda columna de la tabla del patrón de definición expresando las severidades medias como porcentajes de la última severidad media:

La última severidad media fué $\frac{6972}{8}$:

- Hasta el primer trimestre: $\frac{\frac{99}{1}}{\frac{6972}{8}} * 100 = 11.36 \approx 11$
- Hasta el segundo trimestre: $\frac{\frac{863}{3}}{\frac{6972}{8}} * 100 = 33.008 \approx 33$
- Hasta el tercer trimestre: $\frac{\frac{3023}{6}}{\frac{6972}{8}} * 100 = 57.82 \approx 58$
- Hasta el decimosegundo trimestre: $\frac{\frac{4739}{7}}{\frac{6972}{8}} * 100 = 77.7 \approx 78$
- Hasta el decimotercer trimestre: $\frac{\frac{6972}{8}}{\frac{6972}{8}} * 100 = 100$

Ahora, para construir la tercera columna de la tabla de patrón de definición se procede así:

$$\frac{\text{Número de reclamos definido hasta el trimestre de interés}}{\text{Número total de reclamos}} * 100$$

Con lo anterior se obtiene:

- Hasta el primer trimestre: $\frac{1}{8} * 100 = 12.5$
- Hasta el segundo trimestre: $\frac{3}{8} * 100 = 37.5$
- Hasta el tercer trimestre: $\frac{6}{8} * 100 = 75$

- Hasta el decimosegundo trimestre: $\frac{7}{8} * 100 = 87.5$

- Hasta el decimotercer trimestre: $\frac{8}{8} * 100 = 100$

Finalmente, para la cuarta columna de el patrón de reclamos se expresan los totales acumulados como porcentajes del total así:

$$\frac{\text{Total acumulado hasta el trimestre de interés}}{\text{Total final}} * 100$$

Y así, se construye:

- Hasta el primer trimestre: $\frac{99}{6972} * 100 = 1.42 \approx 1$

- Hasta el segundo trimestre: $\frac{863}{6972} * 100 = 12.37 \approx 12$

- Hasta el tercer trimestre: $\frac{3023}{6972} * 100 = 43.35 \approx 43$

- Hasta el decimosegundo trimestre: $\frac{4739}{6972} * 100 = 67.97 \approx 68$

- Hasta el decimotercer trimestre: $\frac{6972}{6972} * 100 = 100$

Y así, con todo lo anterior queda completamente determinada la tabla de patrón de definición de reclamos así:

Cuadro 4: Patrón de definición de reclamos obtenido

Duración desde la ocurrencia de un incidente que da lugar a un reclamo	Severida media definida como % de la última severidad media	Porcentaje de reclamos definidos hasta el final del trimestre por número	Cantidad
1	11	12.5	1
2	33	37.5	12
3	58	75.0	43
12	78	87.5	68
13	100	100.0	100