Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería

Matemáticas Discretas ii

Simetrías de un Hexágono Regular

Autor:
Juan Carlos Garavito Higuera

Profesor:
Francisco Albeiro Gomez Jaramillo

Febrero 2023

Simetrías de un hexágono

Si miramos un hexágono regular de manera similar a un grafo y asignamos algunos nombres a los vértices y aristas de esta figura podemos obtener algo de la siguiente manera:

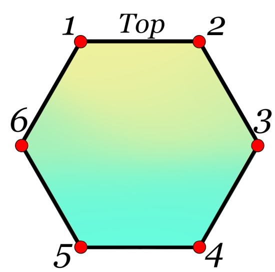

Figure 1: Hexágono Regular con sus vértices enumerados.

Y sus posibles permutaciones podemos verlas y nombrarlas como:

x_0	1	2	3	4	5	6	(0°)
x_1	2	3	4	5	6	1	(60°)
x_2	3	4	5	6	1	2	(120°)
x_3	4	5	6	1	2	3	(180°)
x_4	5	6	1	2	3	4	(240°)
x_5	6	1	2	3	4	5	(300°)
y_0	5	4	3	2	1	6	
y_1	4	3	2	1	6	5	
y_2	3	2	1	6	5	4	
y_3	2	1	6	5	4	3	
y_4	1	6	5	4	3	2	
y_5	6	5	4	3	2	1	

Estas también se pueden representar de la siguiente manera:

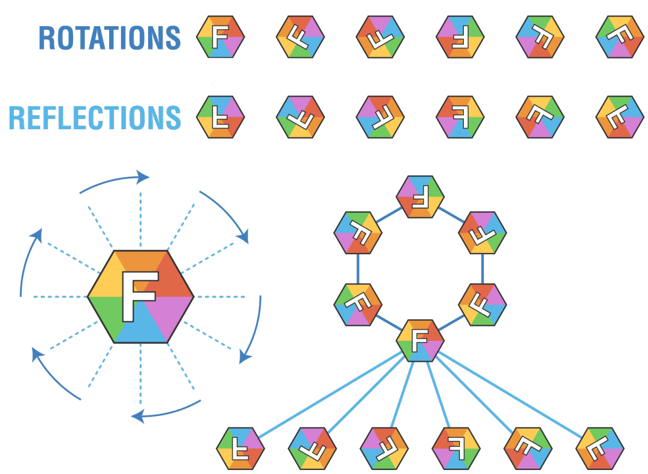

Figure 2: Tomado de https://tinyurl.com/nhkx8hza

Esto debido a que podemos girar el hexágono cada vez de a 60° por los 6 vértices que tiene según 60° × 6 vértices = 360° y podemos reflejar también estas transformaciones.

Si ahora componemos estas operaciones podemos tener lo siguiente:

$$x_0 \circ x_0 = x_0{}^\circ + x_0{}^\circ$$
$$x_0 \circ y_0 = x_0{}^\circ + x_0{}^\circ + \ reflexión$$
$$y_0 \circ y_0 = x_0{}^\circ + reflexión - \ x_0{}^\circ + \ reflexión$$
$$y_0 \circ x_0 = x_0{}^\circ + reflexión - \ x_0{}^\circ$$

$$Con\ la\ consideración\ de\ reflejar\ por\ el\ Top\ del\ hexágono.$$
$$Por\ ejemplo:$$

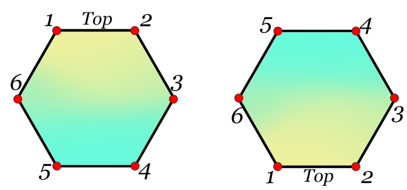

Figure 3: Reflexión del Héxagono desde su Top.

Y si operamos estas transformaciones componiendolas obtenemos la siguiente tabla de cayley que representa las simetrías del hexágono regular:

$\circ$	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
x_0	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
x_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_0
x_2	x_2	x_3	x_4	x_5	x_0	x_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_0	y_1
x_3	x_3	x_4	x_5	x_0	x_1	x_2	y_3	y_4	y_5	y_0	y_1	y_2
x_4	x_4	x_5	x_0	x_1	x_2	x_3	y_4	y_5	y_0	y_1	y_2	y_3
x_5	x_5	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	y_5	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4
y_0	y_0	y_5	y_4	y_3	y_2	y_1	x_0	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1
y_1	y_1	y_0	y_5	y_4	y_3	y_2	x_1	x_0	x_5	x_4	x_3	x_2
y_2	y_2	y_1	y_0	y_5	y_4	y_3	x_2	x_1	x_0	x_5	x_4	x_3
y_3	y_3	y_2	y_1	y_0	y_5	y_4	x_3	x_2	x_1	x_0	x_5	x_4
y_4	y_4	y_3	y_2	y_1	y_0	y_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0	x_5
y_5	y_5	y_4	y_3	y_2	y_1	y_0	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0

Figure 4: Tabla de Cayley de la composición de operaciones.

Y vemos que cumple con el elemento neutro siendo este x_0 y cada elemento dentro de la tabla tiene su elemento inverso. Y para comprobar la asociatividad del cuadro y corroborar que es un grupo, se puede probar con el algoritmo en el siguiente enlace:

https://tinyurl.com/2mkrj6xr