https://www.youtube.com/watch?v=ox-LRneg1VY
https://www.youtube.com/watch?v=Fk0RvzaHq_Q

P3 El giróscopo interferencial de fibra óptica.

Un *giróscopo* mecánico es un aparato consistente en un disco que gira rápidamente sobre un eje libre que, debido a la conservación del momento angular, tiende a mantenerse en una dirección constante. Fue inventado por el físico francés Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868) y se utiliza habitualmente para mantener la orientación en el espacio, en particular para la estabilización del rumbo de barcos, aviones y satélites. Pero existen otros dispositivos no mecánicos, más precisos, versátiles y sencillos, que se usan con los mismos fines.

El también físico francés Georges Sagnac descubrió en 1911 que "una onda electromagnética que se mueve en un camino cerrado es influenciada por la velocidad angular del sistema". Basados en el llamado "efecto Sagnac", a partir de 1960 comenzó la utilización de los giróscopos ópticos, que derivaron en 1970 en los *giróscopos interferenciales de fibra óptica*. En este ejercicio se describen, de forma simplificada, estos giróscopos.

Como ejercicio preliminar, considere que un haz de luz láser, de longitud de onda λ (en el vacío), se propaga con velocidad v por una fibra óptica rectilínea, de índice de refracción efectivo[1] n, que se mueve longitudinalmente con velocidad V.

a1) Determine el tiempo t_1 que tarda la luz en recorrer una longitud L de fibra, cuando dicha luz se propaga en el mismo sentido que se mueve la fibra (figura 1.a), y el tiempo t_2 cuando lo hace en sentido opuesto (figura 1.b).

a2) Determine la diferencia entre estos dos tiempos, $\Delta t = t_1 - t_2$. Aproxime el resultado teniendo en cuenta que $V << v$

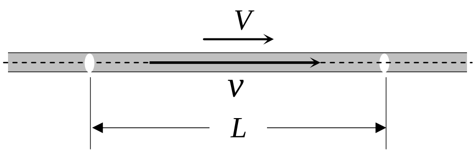

Fig. 1.a

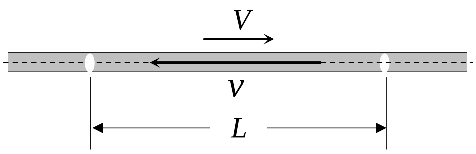

Fig. 1.b

Considere ahora que la fibra óptica se curva en una circunferencia de longitud $L = 2\pi R$, y que gira con velocidad angular Ω en torno a su centro en sentido horario. Por la fibra se propagan dos haces de luz en sentidos opuestos.

b) Determine la diferencia, Δt, entre los tiempos t_+ y t_- que tarda la luz en recorrer el anillo circular de longitud L en sentidos horario y antihorario, respectivamente (Figuras 2.a y 2.b). Exprese el resultado en función del área A del anillo.

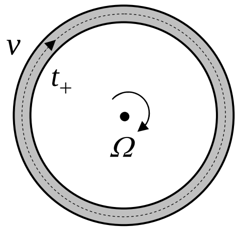

Fig. 2.a

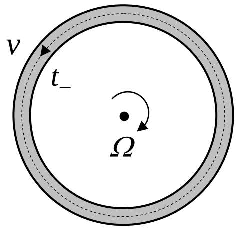

Fig. 2.b

El funcionamiento de un giróscopo de fibra óptica se esquematiza en la figura 3. Un 50% de la luz emitida por el láser se refleja en el divisor de haz (+), recorre N espiras circulares de fibra en sentido horario y, tras reflejarse en el divisor de haz, incide en el detector. El otro 50% de la luz se transmite a través del divisor de haz (-), recorre las N espiras en sentido antihorario e incide en el detector después de transmitirse a través del divisor.

[1] El índice de refracción efectivo n hace referencia a la velocidad de avance de la luz a lo largo del eje de la fibra, $v = c/n$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío.

Si el dispositivo no gira ($\Omega = 0$), al detector llegan dos haces coherentes que han recorrido el mismo camino óptico y que, por tanto, se superponen en fase e interfieren constructivamente. Sin embargo, cuando todo el conjunto de la figura 3 gira con velocidad angular Ω en torno al centro de las espiras, entre ambos haces habrá una diferencia de fase que cambiará el estado interferencial en el detector (efecto Sagnac).

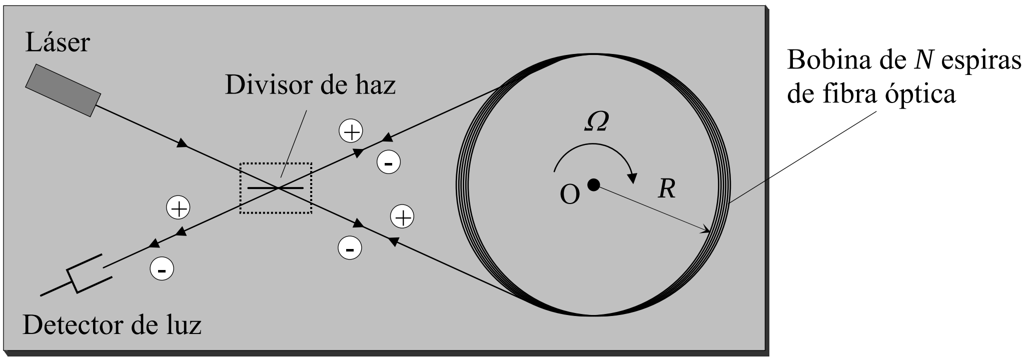

Fig. 3

Determine:

c1) La diferencia entre los tiempos que tardan los dos haces en llegar al detector, ΔT, cuando el dispositivo gira con una velocidad Ω en torno a su centro.

c2) La diferencia de fase, δ, entre los dos haces de luz.

En los giróscopos de fibra óptica, el sistema optoelectrónico de detección analiza el estado interferencial de los dos haces, determina esta diferencia de fase y permite deducir con gran precisión la velocidad angular de rotación y, en consecuencia, los cambios de rumbo.

d) Determine la mínima velocidad angular de rotación, Ω_{min}, para que ambos haces interfieran destructivamente en el detector, de forma que se anule la intensidad total.

Suponga que el sistema de detección es capaz de apreciar variaciones de la diferencia de fase $\Delta\delta = 1\ \text{mrad}$.

e) Con los datos que se indican a continuación, calcule la precisión $\Delta\Omega$ con que es posible obtener la velocidad angular de rotación.

Radio de las espiras de fibra óptica: $R = 5{,}0 \times 10^{-2}$ m

Número de espiras: $N = 3200$

Índice de refracción efectivo de la fibra: $n = 1{,}48$

Longitud de onda (en el vacío) del láser: $\lambda = 1{,}3\ \mu\text{m}$

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}0 \times 10^{8}$ m/s

Solución

a1) Los tiempos t_1 y t_2 que tarda la luz en recorrer el segmento de la fibra de longitud *L*, cuando dicha fibra se mueve con velocidad *V*, en el mismo sentido que la luz o en sentido contrario, verifican las expresiones siguientes, respectivamente,

$$\left.\begin{aligned} v\,t_1 &= L + V\,t_1 \\ v\,t_2 &= L - V\,t_2 \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} t_1 &= \frac{L}{v-V} \\ t_2 &= \frac{L}{v+V} \end{aligned}}$$

a2) La diferencia, Δt de los tiempos anteriores es

$$\Delta t = t_1 - t_2 = L\left(\frac{1}{v-V} - \frac{1}{v+V}\right) = \frac{2LV}{v^2 - V^2}$$

Teniendo en cuenta que $V << v = c/n$, las expresión anterior de Δt puede aproximarse

$$\Delta t \approx \frac{2\,LV}{v^2}$$

La velocidad de propagación de la luz en la fibra es $v = c/n$, de forma que

$$\boxed{\Delta t = \frac{2\,n^2 LV}{c^2}} \qquad (1)$$

b) La situación es análoga a la del apartado anterior, con $L = 2\pi R$ y $V = \Omega R$. Por lo tanto

$$\Delta t = \frac{4\pi\, n^2 R^2}{c^2}\,\Omega$$

En función del área de la espira circular $A = \pi R^2$

$$\boxed{\Delta t = \frac{4\,n^2 A}{c^2}\,\Omega} \qquad (2)$$

c1) De acuerdo con el enunciado, al detector llegan dos haces. Uno ha recorrido las *N* espiras de la bobina en sentido horario y el otro en sentido antihorario. Por lo tanto, teniendo en cuenta el resultado anterior (2),

$$\Delta T = N\,\Delta t \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta T = N\,\frac{4\,n^2 A}{c^2}} \qquad (3)$$

c2) La diferencia de fase, δ, entre los dos haces es

$$\delta = \omega\,\Delta T$$

donde $\omega = 2\pi\,c/\lambda$ es la frecuencia angular de la luz.

Teniendo en cuenta (3)

$$\boxed{\delta = \frac{8\,\pi\, n^2 N\,A}{\lambda\, c}\,\Omega} \qquad (4)$$

d) Los haces que alcanzan el detector interferirán destructivamente cuando $\delta = m\,\pi$, con m = 1, 3, 5… La frecuencia $\Omega_{\min}$ corresponderá al primer mínimo de interferencia, es decir $\delta = \pi$. Sustituyendo en (4),

$$\boxed{\Omega_{\min} = \frac{\lambda\, c}{8\,n^2 N\,A}}$$

e) Si la mínima diferencia de fase detectable es $\Delta\delta$, tomando incrementos en (4) se obtiene la precisión $\Delta\Omega$ con que es posible obtener la velocidad angular de rotación

$$\Delta\Omega = \frac{\lambda c}{8\pi n^2 N A}\Delta\delta$$

Con $\Delta\delta = 1\ \text{mrad}$ y los datos que figuran en el enunciado, se obtiene

$$\boxed{\Delta\Omega = 2{,}8\times 10^{-4}\ \text{rad/s} = 1{,}6\times 10^{-2}\ {}^{\circ}/\text{s} = 58\ {}^{\circ}/\text{h}}$$