SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL

El Sistema de Posicionamiento Global (GPS) es un sistema de radionavegación basado en la emisión de señales desde una constelación de satélites en órbita terrestre. El sistema permite casi todas las posibilidades de navegación y posicionamiento en cualquier parte del mundo, a cualquier hora, sin importar las condiciones climatológicas. En la actualidad se encuentran operativos cuatro sistemas de posicionamiento, el NAVSTAR-G.P.S. perteneciente a los Estados Unidos, el sistema GLONASS perteneciente a Rusia, el sistema GALILEO desarrollado por la Unión Europea y el sistema BeiDou (Compass) de China.

Los satélites artificiales son utilizados por el G.P.S, como punto de referencia para el cálculo de posiciones de puntos sobre la superficie de la tierra con precisiones cada día mejores. Desde sus inicios puramente militares en el año 1978, sus aplicaciones han ido incrementándose constantemente en diversas áreas y los equipos receptores de G.P.S han ido disminuyendo tanto en tamaño como en costo.

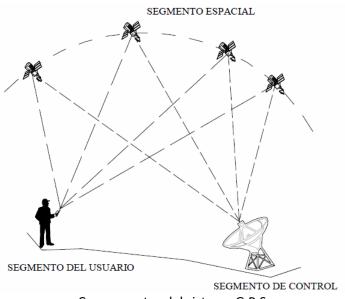
En el campo de la ingeniería civil, el G.P.S se ha convertido en una herramienta indispensable para profesionales y técnicos en la determinación de posiciones y realización de levantamientos topográficos con rapidez y precisión.

Actualmente la tecnología existente permite manejar los datos obtenidos por medio de G.P.S. con los programas de aplicación en las ramas de ingeniería y geodesia.

Partes que componen el sistema

En general este sistema está compuesto de tres partes:

- Segmento Espacial
- Segmento de Control
- Segmento Usuario



Componentes del sistema G.P.S.

A continuación se hace una descripción del sistema NAVSTAR

Sistema Espacial:

El segmento espacial es una constelación de 24 satélites denominada que gira alrededor de la Tierra en seis planos orbitales a unos 60° entre sí, con cuatro satélites en cada plano. Hay 21 satélites activos y 3 de reserva. En caso de falla de un satélite, uno de los de reserva puede ocupar su lugar.

Los satélites Navstar no son geosincrónicos, giran en torno a la Tierra en órbitas circulares inclinadas. El ángulo de elevación en el nodo ascendente es 55° con respecto al plano ecuatorial. La elevación promedio de un satélite Navstar es de unos 20,200 Km sobre la Tierra. Estos satélites tardan aproximadamente 12 horas en una revolución.

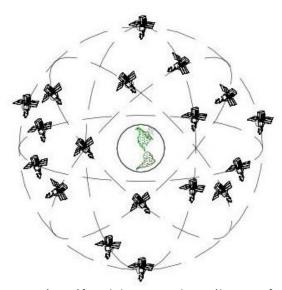


Figura 1. Representación gráfica del sistema de satélites artificiales NAVSTAR

Cada uno de los satélites de la constelación NAVSTAR transmite dos señales de radio, L1 con una frecuencia de 1.575,43 MHz y L2 1.227,6 MHz.

La señal L1 se modula con dos códigos de ruido pseudoaleatorios (Pseudo Random Noise, PRN), denominados Servicio de Posicionamiento Preciso (PPS) o código P o protegido, el cual puede ser encriptado para uso militar y el código de adquisición grueso (C/A Coarse/Adquisition) conocido como Servicio Estándar de Posicionamiento (SPS).

La señal L2 se modula solamente con el código P. La mayoría de los receptores de uso civil usan el código C/A para obtener la información del sistema G.P.S.

Además de los códigos, los satélites transmiten a los receptores información en un paquete de información repetitivo de cinco diferentes bloques con duración de 30 segundos.

- Bloque 1: Contiene los parámetros de corrección de tiempo y refracción ionosférica.
- Bloques 2 y 3: Contienen información orbital y precisa para el cálculo de efemérides.
- Bloques 4 y 5: Con información orbital aproximada de todos los satélites del sistema en operación, tiempo universal coordinado, información ionosférica e información especial.

Segmento de Control

El segmento de control terrestre, llamado Sistema de Control de Operación, incluye todas las estaciones monitoras terrestres fijas que se encuentran ubicadas en todo el mundo. Las estaciones monitoras no son más que receptores GPS que rastrean los satélites cuando pasan sobre ellas y acumulan datos de telemetría y efemérides de los mismos. Esta información se transmite a una Estación de Control Maestro donde se procesa y determina si la posición real del satélite es igual a la calculada por el GPS. La Estación de Control Maestro recibe datos de las estaciones monitoras en tiempo real, con esa información determina si los satélites sufren cambios de reloj o de efemérides y detecta el mal funcionamiento del equipo. Se calcula la nueva información de navegación y efemérides a partir de las señales monitoreadas y se envía a los satélites junto con órdenes de mantenimiento rutinario.



Estaciones de monitoreo y control del Sistema Navstar-GPS

Segmento Usuario:

El sistema del usuario de GPS consiste en todos los receptores GPS y la comunidad de usuarios. Los receptores GPS convierten las señales recibidas de los vehículos espaciales en estimaciones de posición, velocidad y tiempo.

Diferentes fabricantes producen una gran variedad de equipos y productos para los usuarios de G.P.S. Debido al permanente desarrollo tecnológico, estos equipos son constantemente mejorados en calidad y precisión haciendo cada vez más común su aplicación en diferentes disciplinas.

El receptor, como su nombre lo indica es el instrumento que recibe y decodifica la señal del satélite calculando las coordenadas del punto deseado.

Los receptores varían en precisión, tamaño, peso, capacidad de almacenamiento de datos y número de satélites que utilizan para calcular posición. En la actualidad los receptores G.P.S. están diseñados con la tecnología de canales múltiples paralelos conteniendo entre 5 y 12 circuitos receptores sintonizados cada uno ellos a la señal de un satélite en particular.

Los componentes básicos de un receptor G.P.S. son:

- 1) Antena con preamplificador para recibir la señal
- 2) Sección de radio frecuencia o canal
- 3) Microprocesador para la reducción, almacenamiento y procesamiento de datos
- 4) Oscilador de precisión para la generación de los códigos pseudoaleatorios utilizados en la medición del tiempo de viaje de la señal
- 5) Fuente de energía eléctrica
- 6) Interfases del usuario constituidas por el panel de visualización y control o pantalla, teclado de comandos y manejo de datos
- 7) Dispositivo de almacenamiento de datos o memoria de almacenamiento

Fundamentos

El sistema de posicionamiento global por satélite o G.P.S., se basa en la medición de distancias a partir de señales de radio transmitidas por un grupo de satélites artificiales cuya órbita se conoce con precisión y captadas y decodificadas por receptores ubicados en los puntos cuya posición se desea determinar.

Si medimos las distancias de al menos tres diferentes satélites a un punto sobre la tierra, es posible determinar la posición de dicho punto por trilateración.

Recordaremos que la trilateración es un procedimiento similar a la triangulación pero basado en la medida de los lados de un triángulo.

En el presente capítulo se explicarán en forma resumida los siguientes fundamentos involucrados en las mediciones con G.P.S.

- Trilateración Satelital
- Medición de distancia desde los satélites
- Medición precisa del tiempo
- Conocimiento preciso de la órbita del satélite
- Corrección de errores en la propagación de la onda

Trilateración Satelital

Los satélites del sistema de posicionamiento global se encuentran girando alrededor de la Tierra en órbitas predefinidas a una altura aproximada de 20.200 kilómetros, siendo posible conocer con exactitud la ubicación de un satélite en un instante de tiempo dado, convirtiéndose por lo tanto los satélites en puntos de referencia en el espacio.

Supongamos que un receptor en la Tierra capta la señal de un primer satélite determinando la distancia entre ambos. Esto solamente nos indica que el receptor puede estar ubicado en un punto cualquiera dentro de la superficie de una esfera de radio R1 tal y como se muestra en la figura 2.

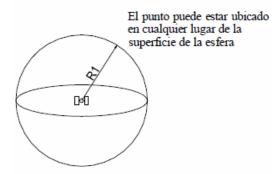
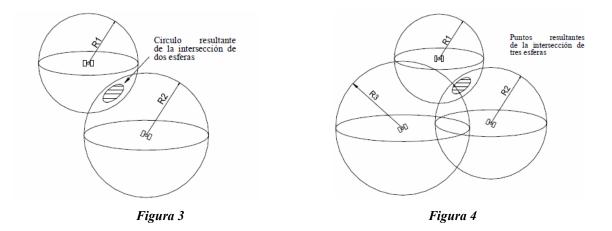


Figura 2

Si medimos la distancia de un segundo satélite al mismo receptor se generará una superficie esférica de radio R2, que al intersecarse con la primera esfera se formará un círculo en cuyo perímetro pudiera estar ubicado el punto a medir (figura 3).



Si agregamos una tercera medición, la intersección de la nueva esfera con las dos anteriores se reduce a dos puntos sobre el perímetro del círculo descrito (figura 4).

Uno de estos dos puntos puede ser descartado por ser una respuesta incorrecta, bien sea por estar fuera de espacio o por moverse a una velocidad muy elevada.

Más adelante se verá que matemáticamente es necesario determinar una cuarta medición a un diferente satélite a fin de poder calcular las **cuatro incógnitas x, y, z y tiempo**.

Medición de distancia desde los satélites

La distancia de un satélite a un receptor se calcula midiendo el tiempo de viaje de la señal de radio desde el satélite al receptor. Conociendo la velocidad de la señal de radio, la distancia se determina por medio de la ecuación de movimiento con velocidad uniforme.

$$D = v.t \tag{1}$$

Siendo:

D = distancia en kilómetros desde el satélite al punto considerado

v = velocidad de la señal de radio, aproximadamente la velocidad de la luz ,v ≈ 300.000 km/s

t = tiempo de viaje de la señal en segundos

Para poder medir el tiempo de viaje de la señal, es necesario conocer el instante en que la señal parte del satélite. Esto se logra generando códigos sw sincronización pseudoaleatorios tanto en el satélite como en el receptor. Después de haber recibido un código de sincronización, un receptor sólo lo compara con su propio código, producido en forma local, para determinar el tiempo de propagación. La diferencia de tiempo multiplicada por la velocidad de la señal de radio determina la distancia al satélite.

Este proceso se esquematiza gráficamente en la figura 6.

- Se sincronizan el satélite y el receptor de manera que generen el mismo código al mismo tiempo.
- Se mide el desfase del tiempo de repetición del mismo patrón.

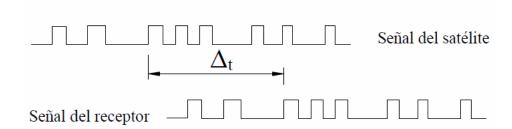
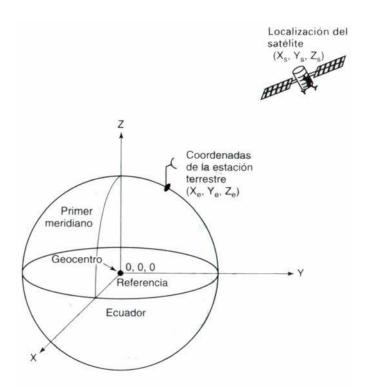


Figura 6. Esquema de medición del tiempo de viaje de la señal.

Sistema de Coordenadas

Cada satélite envía al receptor su propio código pseudoaleatorio de sincronización (PRN) y su localización. La ubicación de un satélite se describe con un sistema tridimensional de coordenadas. El sistema utilizado se denomina geocéntrico fijo en la tierra, se denomina fijo en la tierra porque gira con ella, tiene su origen de coordenadas en el centro de la tierra, el eje X pasa por el punto de intersección del ecuador con el meridiano de Greenwich, el eje Y corta el ecuador en el meridiano de 90º y el eje Z pasa por el polo norte geográfico, como se ve en la Figura a continuación.



Sistema de Coordenadas GPS para el satélite y la estación receptora

El modelo terrestre utilizado por el sistema es el WGS 84 (World Geodetic System 1984) que es un sistema geodésico de coordenadas geográficas usado mundialmente, que permite localizar cualquier punto de la Tierra (sin necesitar otro de referencia) por medio de tres unidades dadas (x,y,z). WGS 84 son las siglas en inglés de World Geodetic System 84 (que significa Sistema Geodésico Mundial 1984).

Parámetros del modelo WGS 84:

- Semieje Mayor a: 6.378.137,0 m.
- Semieje Menor b: 6.356.752,31424 m.
- Achatamiento f: 1/298.257223563.
- Producto de la Constante Gravitacional (G) y la Masa de la Tierra (M): GM = 3,986004418x1014 m3/s2.
- Velocidad Angular de la Tierra ω: 7,292115x10-5 rad/s.

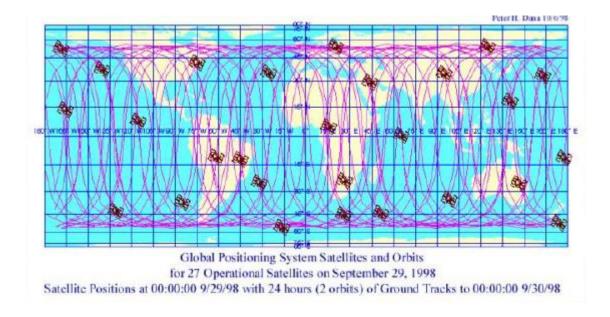
Precisión en la medida del tiempo

La medición del tiempo de viaje es una actividad difícil de realizar. Debido a la gran velocidad de las señales de radio y a las distancias, relativamente cortas, a la cual se encuentran los satélites de la Tierra, los tiempos de viaje son extremadamente cortos. El tiempo promedio que una señal tarda en viajar de un satélite orbitando a 20.200 kilómetros a la Tierra es de 0,067 segundos. Este hecho hace necesario la utilización de relojes muy precisos.

Los satélites portan relojes atómicos con precisiones de un nanosegundo, pero colocar este tipo de relojes en los receptores sería muy costoso. Para solucionar este problema los receptores corrigen los errores en la medición del tiempo mediante una medición a un cuarto satélite.

Posicionamiento del satélite

Como se ha mencionado previamente, existen 24 satélites operacionales en el sistema NAVSTAR (Navigation Satellite Timing and Ranging) orbitando la Tierra cada 12 horas a una altura de 20.200 kilómetros. Existen seis diferentes órbitas inclinadas aproximadamente 55º con respecto al Ecuador. Alrededor de cada uno de estos planos giran cuatro satélites que son monitoreados constantemente por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos. En Tierra existen cinco estaciones de seguimiento y control: tres estaciones para la alimentación de datos y una estación de control maestro. La estación de control maestro calcula, con los datos de las estaciones de seguimiento, la posición de los satélites en las órbitas (efemérides), los coeficientes para las correcciones de los tiempos y transmiten esta información a los satélites.



Corrección de errores

Los errores que afectan las mediciones con G.P.S. se pueden agrupar en tres tipos diferentes:

- Errores propios del satélite
- Errores originados por el medio de propagación
- Errores en la recepción

-Errores propios del satélite

<u>Errores orbitales o de efemérides</u>, que afectan la determinación de la posición del satélite en un instante determinado con respecto a un sistema de referencia dado. Estos errores se originan debido a que no se conocen con la exactitud necesaria las órbitas de los satélites.

<u>Errores del reloj</u>. Aunque sumamente precisos, los relojes atómicos pueden presentar variaciones debido a la deriva propia del instrumento y a la acción de los efectos relativísticos que originan un diferencial del tiempo entre el sistema del satélite y del sistema del G.P.S. Este diferencial de tiempo no es constante para todos los satélites, sin embargo, estos errores, de muy poca magnitud, son ajustados por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos.

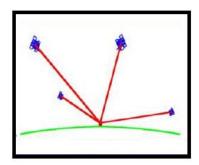
<u>Errores de configuración geométrica.</u> El efecto de la geometría en la ubicación de los satélites utilizados en la determinación de un posicionamiento queda expresado por los parámetros de la dilación de precisión geométrica (DPG).

Los parámetros de la DPG resultan en una medida compuesta que refleja la influencia de la geometría de los satélites sobre la precisión combinada de las estimaciones del tiempo y posición de la estación.

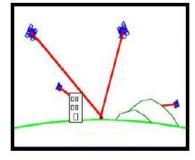
Los cuatro parámetros de la dilación de precisión geométrica son:

- PDOP: dilación de precisión para la posición
- HDOP: dilación de precisión horizontal
- VDOP: dilación de precisión vertical
- TDOP: dilación de precisión del tiempo

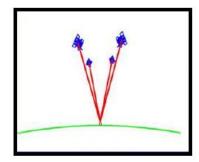
La configuración geométrica ideal se da cuando la posición relativa entre satélites forma ángulos agudos. Por el contrario, una configuración geométrica pobre se da cuando los satélites están alineados o su posición relativa forma ángulos llanos.



Buena configracion GDOP



Buena config. mala visibilidad



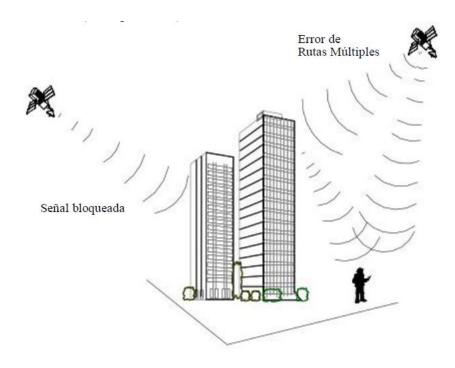
Mala configuración

-Errores originados por el medio de propagación

<u>Error por refracciones ionosféricas y troposféricas</u> Como se mencionó anteriormente, los cálculos en el posicionamiento por satélite asumen que la señal viaja a una velocidad constante igual a la de la luz. Sin embargo, la velocidad de la luz se mantiene constante solamente en el vacío. Cuando la señal penetra la ionosfera y la troposfera, debido a los cambios en densidades de las

diferentes capas, se producen las refracciones ionosféricas y troposféricas, reduciendo la velocidad de la señal. Actualmente los receptores de G.P.S. toman en cuenta estas demoras haciendo las correcciones pertinentes.

<u>El error por ruta múltiple (multipath)</u> se origina debido a la posibilidad de que una señal reflejada por objetos ubicados en la superficie de la Tierra lleguen al receptor por dos o más trayectorias diferentes. Para minimizar los efectos del multipath se han desarrollado técnicas avanzadas de procesamiento de señales así como antenas para filtrar las señales que llegan de diferentes direcciones.



Error de rutas múltiples o multipath

Errores en la recepción

Los errores en la recepción son el ruido, centro de fase de la antena, errores del reloj oscilador y el error de disponibilidad selectiva (S/A), el cual es una degradación de la señal del satélite causada en forma intencional por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos (el error de disponibilidad selectiva se corrige mediante la técnica de la corrección diferencial).

Cálculo de la posición y la necesidad de tener al menos cuatro satélites

Para poder determinar su posición, el receptor debe ser capaz de calcular las coordenadas X, Y & Z; y para ello debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{split} \tilde{\rho}^{(1)} &= \left[\left(X^{(1)} - x \right)^2 + \left(Y^{(1)} - y \right)^2 + \left(Z^{(1)} - z \right)^2 \right]^{0.5} \\ &+ c \Delta t_r + c \Delta t_{\rm sv}^{(1)} + c \Delta t_a^{(1)} + {\rm SA}^{(1)} + E^{(1)} + {\rm MP}^{(1)} + \eta^{(1)} \\ \tilde{\rho}^{(2)} &= \left[\left(X^{(2)} - x \right)^2 + \left(Y^{(2)} - y \right)^2 + \left(Z^{(2)} - z \right)^2 \right]^{0.5} \\ &+ c \Delta t_r + c \Delta t_{\rm sv}^{(2)} + c \Delta t_a^{(2)} + {\rm SA}^{(2)} + E^{(2)} + {\rm MP}^{(2)} + \eta^{(2)} \\ \tilde{\rho}^{(3)} &= \left[\left(X^{(3)} - x \right)^2 + \left(Y^{(3)} - y \right)^2 + \left(Z^{(3)} - z \right)^2 \right]^{0.5} \\ &+ c \Delta t_r + c \Delta t_{\rm sv}^{(3)} + c \Delta t_a^{(3)} + {\rm SA}^{(3)} + E^{(3)} + {\rm MP}^{(3)} + \eta^{(3)} \\ \tilde{\rho}^{(4)} &= \left[\left(X^{(4)} - x \right)^2 + \left(Y^{(4)} - y \right)^2 + \left(Z^{(4)} - z \right)^2 \right]^{0.5} \\ &+ c \Delta t_r + c \Delta t_{\rm sv}^{(4)} + c \Delta t_a^{(4)} + {\rm SA}^{(4)} + E^{(4)} + {\rm MP}^{(4)} + \eta^{(4)} \end{split}$$

Donde:

 $\rho^{(1)}$, $\rho^{(2)}$, $\rho^{(3)}$ y $\rho^{(4)}$: son los pseudorangos medidos entre el receptor y los satélites.

 $X^{(i)}$, $Y^{(i)}$ y $Z^{(i)}$: son las coordenadas del satélite (i) en el sistema de coordenadas centrado en la tierra, fijo en la tierra.

 Δt_r : es el sesgo debido al error del receptor.

 $\Delta t_{SV}^{(i)}$: es el sesgo del reloj del satélite (i).

 $\Delta t_a^{(i)}$: es el retraso por efectos atmosféricos.

SA⁽ⁱ⁾: es el error deliberado introducido por la disponibilidad selectiva.

 $E^{(i)}$: es el error en los datos de efemérides del satélite (i).

 $MP^{(i)}$: es el error por rutas múltiples.

 $n^{(i)}$: representa los errores de ruido en el seguimiento del receptor.

c : es la velocidad de la luz en el vacío.

Como se puede ver, el sistema a resolver consta de cuatro ecuaciones, esto es así debido a que además de las incógnitas propias de la posición del receptor (X, Y y Z) se tiene una incógnita más que es el sesgo del reloj del receptor. Este sesgo (o error) del reloj del receptor se debe a que éste no posee un reloj atómico, ya que eso encarecería sobremanera el costo, sino que posee un reloj de cuarzo, que es mucho más económico. Esta degradación en la calidad de la medición del tiempo del receptor hace que aparezca una incógnita en el sistema la cual identificamos como Δt_r , y que multiplicada por la velocidad de la luz c nos permite corregir ese error. En conclusión; como ya sabemos, para resolver un problema con cuatro incógnitas son necesarias cuatro ecuaciones, lo

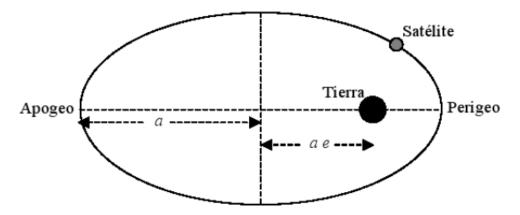
que implica que necesario conocer los pseudorangos entre el receptor y cuatro satélites además de sus respectivas posiciones (efemérides) y sus correcciones. Una vez el receptor recibe toda esta información procede a la solución del sistema de ecuaciones. Como se puede apreciar en la ecuaciones, los pseudorangos son dependientes de las coordenadas del receptor de forma no lineal. Un método muy común utilizado para resolver este tipo de sistemas consiste en linearizar el sistema de ecuaciones en un punto de referencia inicial y luego realizar iteraciones hasta lograr la precisión deseada; donde la solución de cada iteración sirve de punto inicial para la nueva iteración. Si no se posee ningún dato de posición para el cálculo inicial, se inicia utilizando el origen del sistema de coordenadas y asumiendo que el error del reloj del receptor es nulo (x=0,y=0,z=0,c. Δt_r =0). Si bien el método permite una convergencia rápida con precisión de milímetros, esto no quiere decir que la posición sea determinada con esa precisión (recordar error de disponibilidad selectiva), ya que la misma dependerá del paquete de datos que estemos recibiendo, de la cantidad de satélites y de su distribución respecto del receptor. Por lo general se pueden obtener precisiones del alrededor de los 15-20 m en la mayoría de los casos y si se cuenta con más de cuatro satélites, ésta puede mejor llegando a los 2 m.

Determinación de la posición de los satélites GPS. Elementos Keplerianos

Como se vio en la sección anterior, para poder calcular los las coordenadas del receptor es necesario conocer no sólo los pseudorangos entre el receptor y los satélites sino también la posición de cada satélite en el sistema de coordenadas. Éstos satélites son los puntos de referencia que utiliza el sistema de posicionamiento por lo que sus coordenadas al momento de enviar la señal pseudo aleatoria deben ser conocidas con la mayor exactitud posible.

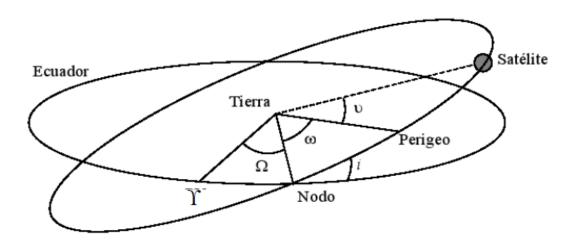
El movimiento que un satélite describe en el espacio puede ser traducido a través de su órbita. Todos los planetas y la mayoría de los vehículos espaciales se mueven en órbitas elípticas (no se debe olvidar que un círculo es un caso especial de elipse). Para observar el movimiento de estos cuerpos celestes se necesitan coordenadas que ubiquen completamente un satélite y su órbita. Estas coordenadas son medidas con relación a un sistema de referencia que, en este caso, tiene su origen en el centro de la Tierra. Existen varios conjuntos de coordenadas que pueden ser utilizados. Uno de los más corrientes son los Elementos Orbitales Keplerianos o Clásicos. A continuación presentamos los seis elementos keplerianos.

Para describir el tamaño y la forma de la órbita de un satélite definimos el semieje mayor \boldsymbol{a} y la excentricidad \boldsymbol{e} de la elipse, donde \boldsymbol{e} tiene un valor adimensional. El semieje es una distancia media entre el satélite y la Tierra. La excentricidad define que tan elíptica es la órbita, o sea que es una medida de su grado de "aplastamiento" en relación a un círculo. Conociéndose estas dos coordenadas es posible definir cuál es el punto más próximo (perigeo) y el más alejado (apogeo) de la Tierra.



Semieje mayor **a**, excentricidad **e**, perigeo y apogeo de una elipse.

Para orientar esta órbita en el espacio, es preciso conocer su inclinación i en relación a un plano de referencia (en este caso el plano del Ecuador), la longitud del nodo ascendente Ω medida a partir del Punto Vernal Υ y el ángulo entre el nodo ascendente y el perigeo conocido como argumento del perigeo ω .



Inclinación i, longitud del nodo ascendente Ω , argumento del perigeo ω y anomalía verdadera υ (Υ es el Punto Vernal).

Una vez conocida la órbita del satélite, se necesita saber en qué lugar de esta se encuentra el satélite. Para esto se utiliza un ángulo llamado de anomalía verdadera $\boldsymbol{\upsilon}$, que es medido a partir del perigeo orbital. Los elementos keplerianos \boldsymbol{a} , \boldsymbol{e} , \boldsymbol{i} , $\boldsymbol{\Omega}$, $\boldsymbol{\omega}$ y $\boldsymbol{\upsilon}$ posicionan completamente un satélite en el espacio. Todos estos parámetros son calculados por el segmento de control utilizando las posiciones de los satélites medidas por las estaciones de seguimiento alrededor del mundo, luego son enviados a los satélites y actualizados en forma diaria.

Ecuaciones para calcular la posición del satélite en el sistema de coordenadas (Centrado en la Tierra y Fijo en la Tierra) basadas en los parámetros de efemérides y tiempo enviados por el satélite en el mensaje de navegación:

$\Delta t_r = Fe\sqrt{A}\sin(E_k)$	S	Relativistic correction term
$\Delta t_{\rm sv} = a_0 + a_1(t_{\rm sv} - t_{\rm oc}) + a_2(t_{\rm sv} - t_{\rm oc})^2 + \Delta t_r$	S	Correction to satellite clock
$t=t_{ m sv}-\Delta t_{ m sv}$	s	Corrected message transmission time
$A = (\sqrt{A})^2$	m	Orbit semimajor axis
$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}$	rad/s	Computed mean motion
$t_k = t - t_{oe}$	S	Time from ephemeris reference epoch
$n = n_0 + \Delta n$	rad/s	Corrected mean motion
$M_k = M_0 + t_k n$	rad	Mean anomaly
$E_k = M_k + e\sin(E_k)$	rad	Kepler's equation for eccentric anomaly
$v_k = \operatorname{arctan} 2\left(\frac{\sqrt{1-e^2}\sin(E_k)}{1-e\cos(E_k)}, \frac{\cos(E_k)-e}{1-e\cos(E_k)}\right)$	rad	True anomaly
$\phi_k = v_k + \omega$	rad	Argument of latitude
$\delta u_k = C_{us} \sin(2\phi_k) + C_{uc} \cos(2\phi_k)$	rad	Arguemnt of latitude correction
$\delta r_k = C_{rs} \sin(2\phi_k) + C_{rc} \cos(2\phi_k)$	m	Radius correction
$\delta i_k = C_{is} \sin(2\phi_k) + C_{ic} \cos(2\phi_k)$	rad	Inclination correction
$u_k = \phi_k + \delta u_k$	rad	Corrected argument of latitude
$r_k = A[1 - e\cos(E_k)] + \delta r_k$	m	Corrected radius
$\dot{i}_k = i_0 + \delta i_k + t_k \Delta \dot{i}$	rad	Corrected inclination
$x_k' = r_k \cos(u_k)$	m	x position in orbital plane
$y_k' = r_k \sin(u_k)$	m	y position in orbital plane
$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e)t_k - \dot{\Omega}_e t_{oe}$	rad	Corrected longitude of ascending node
$x_k = x_k' \cos(\Omega_k) - y_k' \cos(i_k) \sin(\Omega_k)$	m	Satellite x ECEF coordinate
$y_k = x_k' \sin(\Omega_k) + y_k' \cos(i_k) \cos(\Omega_k)$	m	Satellite y ECEF coordinate
$z_k = y_k' \sin(i_k)$	m	Satellite z ECEF coordinate

Modelo Atmosférico. Corrección por efectos de la ionósfera

Para corregir los errores en el tiempo de viaje de la señal al atravesar a ionósfera se utiliza la Corrección lonosférica Klobuchar (debe ser utilizado únicamente por usuarios que no están operando en modo diferencial). El modelo utiliza ocho coeficientes que se actualizan diariamente y provee una corrección mundial de aproximadamente el 50% del retardo debido a efectos

ionosféricos en latitudes media. Además de los ocho parámetros del modelo la corrección requiere de los datos de latitud y longitud del receptor, azimut y elevación del satélite y el tiempo GPS.

GPS Diferencial

El GPS diferencial hace todavía más exacto al GPS normal. El GPS diferencial funciona anulando la mayoría de los errores naturales y artificiales que se filtran en las mediciones normales GPS. La inexactitud de las señales del GPS se deben a una diversidad de fuentes, como los desplazamientos del reloj del satélite, órbitas imperfectas y variaciones en la atmósfera terrestre. Estas imperfecciones son variables y difíciles, sino es que imposibles, de predecir.

Algunas de las actividades como la Ingeniería Civil, Geología, Minería, Navegación aérea, etc., requieren de mayor precisión. Debido a estos requerimientos, se ha implementado la técnica de GPS Diferencial o dGPS, que reduce sustancialmente el error basado en la idea de que es posible reducir el error si se utilizan o correlacionan las distintas medidas de posición de dos o más receptores GPS a los mismos satélites.

En el GPS diferencial, se coloca un receptor en un lugar cuya posición exacta se conoce. Este receptor calcula su posición a partir de los datos de los satélites disponibles y a continuación la compara con su posición conocida. La diferencia entre las posiciones calculada y conocida es el error de la señal GPS, que es retransmitido por la estación para que cualquier receptor que se encuentre próximo pueda utilizar estos valores para corregir su posición. El GPS diferencial sólo es práctico en lugares donde se puede dejar en forma permanente un receptor, como por ejemplo, cerca de un aeropuerto. Para que el sistema opere de forma adecuada ambos receptores deben estar próximos y recibir información del mismo grupo de satélites.

