Espacios Tangentes

El concepto abstracto de curva en $\mathbb{R}^2$ y variedad en $\mathbb{R}^n$

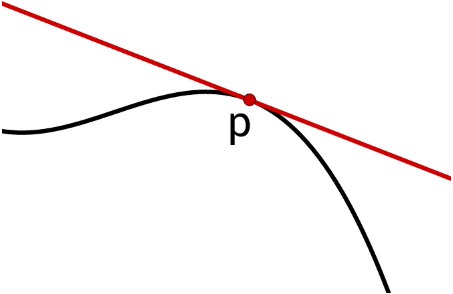
Joaquín González Cervantes

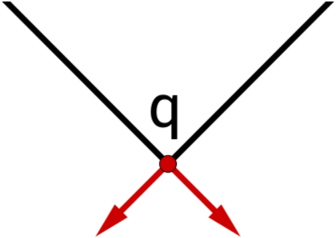
joaquin@yandex.com

22 de septiembre de 2016

¿De qué trata?

- Definir el concepto general de curva en $\mathbb{R}^2$ y su espacio tangente.
- Una breve introducción al concepto de variedad y su espacio tangente.


p


q

Estrategia

- Empezar con curvas suaves parametrizadas en $\mathbb{R}^2$ y calcular su espacio tangente.
- Generalizar la definición de curva en $\mathbb{R}^2$.
- Con nuestra nueva definición, determinar el espacio tangente.
- Teorema de la función implícita para funciones $F(x, y) = 0$.
- Conectar lo anterior con el concepto de curva en $\mathbb{R}^n$.

Antes que el vector

1545

Girolamo Cardano

1679

Gottfried Leibniz

1687

Isaac Newton

1799

Caspar Wessel

1831

Carl Friedrich Gauss

La ambición de Hamilton

William Rowan Hamilton (1843)

La ambición de Hamilton

William Rowan Hamilton (1843)

Cuaternión:

$$Q = a + x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

La ambición de Hamilton

William Rowan Hamilton (1843)

Cuaternión:

$$
\begin{aligned}
Q &= a + x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \\
&= SQ + VQ
\end{aligned}
$$

La ambición de Hamilton

William Rowan Hamilton (1843)

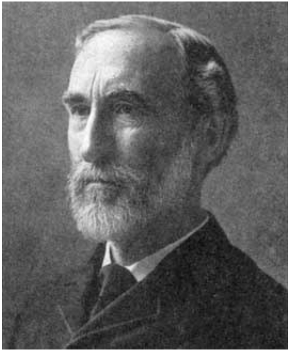
Cuaternión:

$$\begin{aligned} Q &= a + x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \\ &= SQ + VQ \end{aligned}$$

$$Q_1 Q_2 = -Q_2 Q_1$$

Más sistemas vectoriales

Hermann Grassmann (1844)



Josiah Willard Gibbs (1881)

$$
\begin{array}{rcll}
\alpha.\beta & = & \beta.\alpha & \text{Gibbs} \\
S\alpha\beta & = & S\beta\alpha & \text{Tait} \\
\alpha \times \beta & = & -\beta \times \alpha & \text{Gibbs} \\
V\alpha\beta & = & -V\beta\alpha & \text{Tait}
\end{array}
$$

pronto ...

pronto ...