Espacios Tangentes

El concepto abstracto de curva en $\mathbb{R}^2$ y variedad en $\mathbb{R}^n$

Joaquín González Cervantes

joaquin@yandex.com

17 de noviembre de 2016

¿De qué trata?

- Definir el concepto general de curva en $\mathbb{R}^2$ y su espacio tangente.
- Una breve introducción al concepto de subvariedad y su espacio tangente.
- Demostrar que el espacio tangente a una k-subvariedad es k-dimensional.

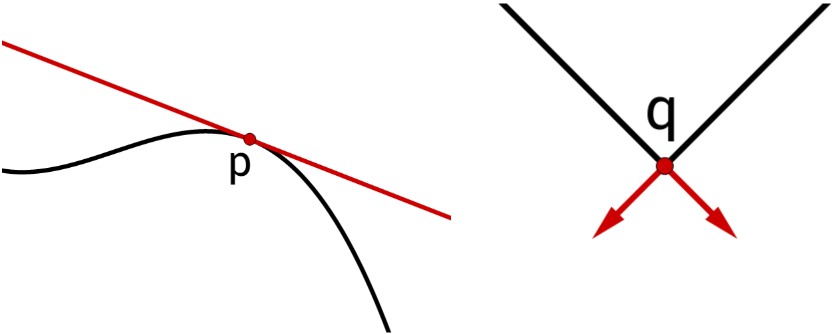
Estrategia

- Empezar con curvas suaves parametrizadas en $\mathbb{R}^2$ y calcular su espacio tangente.
- Generalizar la definición de curva en $\mathbb{R}^2$.
- Con nuestra nueva definición, determinar el espacio tangente.
- Teorema de la función implícita para funciones $F(x, y) = 0$.
- Conectar lo anterior con el concepto de curva en $\mathbb{R}^n$.

Surge el vector

Hamilton (1843)

Grassmann (1844)


p
q

Caracol de Pascal

El caracol de Pascal es la curva parametrizada

$$c(t) = ((1 + 2\cos t)\cos t, (1 + 2\cos t)\sin t), \quad t \in \mathbb{R}$$

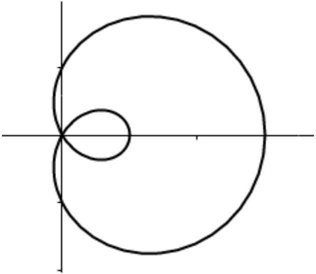
El vector tangente es

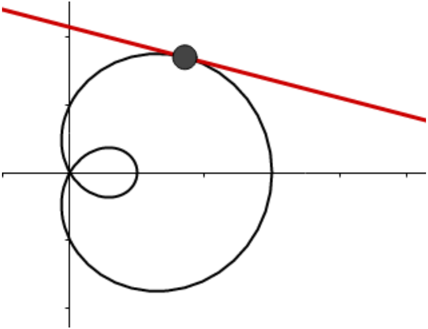
$$c'(t) = (-\sin t - 4\cos t \sin t, \cos t + 4\cos^2 t - 2)$$

En particular,

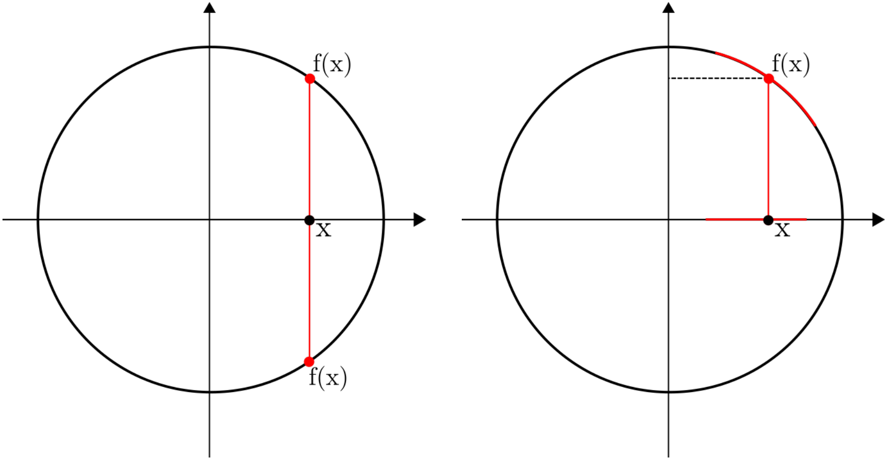
$$c'(\pi/4) = (-\frac{\sqrt{2}}{2} - 2, \frac{\sqrt{2}}{2})$$

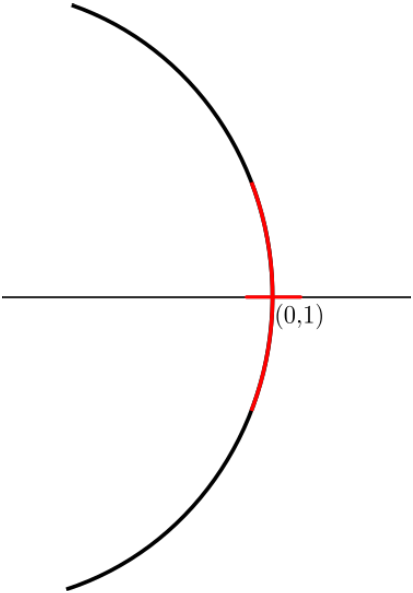
Caracol de Pascal





Teorema de la función implícita




(0,1)