Física Computacional
2019/2020

Universidade de Aveiro
Departamento de Física

Trabalho Prático 7

Condução de calor

Introdução

A condução de calor num objeto unidimensional obedece à equação

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{k}{c\rho}\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2},$$

onde T é a temperatura, x é a posição, t é o tempo, k é a condutividade térmica do material, c é o seu calor específico e ρ a sua massa volúmica.

Problema 7.1

Considere uma barra de cobre de comprimento $L = 50\,\text{cm}$, isolada termicamente, exceto nas extremidades, que se encontram ambas em banhos de água e gelo, ou seja, sempre à temperatura de $0\,°\text{C}$. Dados: $k = 0.93\,\text{cal/(s cm}\,^\circ\text{C)}$, $c = 0.094\,\text{cal/(g}\,°\text{C)}$, $\rho = 8.9\,\text{g/cm}^3$.

a) Se a temperatura inicial em toda a barra (exceto nas extremidades) for de $100\,°\text{C}$, qual é a evolução da temperatura na barra até ao instante final $t_\text{f} = 500\,\text{s}$? Use o método de Euler. Valores sugeridos: $\Delta x = 0.5\,\text{cm}$ e $\Delta t = 0.1\,\text{s}$.

b) Varie Δx e Δt para verificar se se confirma o critério de estabilidade deste método:

$$\eta = \frac{k\Delta t}{c\rho(\Delta x)^2} < \frac{1}{2}.$$

c) Quanto tempo demoram os pontos situados a L/4 da extremidade da barra a diminuir a sua temperatura para 50°C?

Represente graficamente a evolução da temperatura na barra usando as rotinas do Matlab `mesh` e `contourf`.

Problema 7.2

Resolva o problema anterior usando o método de Crank–Nicolson. Para resolver o sistema pode usar:

a) a rotina `linsolve`;
b) a rotina `sol_sist_trid`, disponível no moodle, otimizada para o caso em que a matriz é tridiagonal (e só aplicável a esse caso);
c) a rotina de fatorização LU do Matlab da seguinte forma:

```
[L,U,P] = lu(A);
y = L\b; % (divisão de matrizes, resolve o sistema Ly = b)
solucao = U\y;
```

onde `A` é a matriz do sistema, `b` o vetor de elementos independentes e `lu` a rotina LU. Neste caso, a matriz fixa A é fatorizada antes do ciclo e as matrizes resultantes são usadas no ciclo para encontrar a solução[1].

Problema 7.3

Use o método de Crank–Nicolson para resolver o Problema 7.1 com as seguintes alterações:

a) A temperatura inicial da barra é dada pela expressão:

$$T(x, t = 0) = 50 \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right) .$$

b) Use a temperatura inicial da alínea a) e assuma que a metade direita da barra tem um calor específico diferente, $c = 0.188\,\mathrm{cal/(g\,^\circ C)}$.

09/04/2020

[1] R. Burden e J.Faires, *Numerical Analysis*, secção 6.5.