Física Computacional

2019/2020

27 de Maio de 2020

Universidade de Aveiro

Departamento de Física

2º Trabalho Prático de Avaliação Contínua

Oscilador não-linear

Método de ‘Shooting’ e Transformadas de Fourier Discretas

No seu relatório identifique cada alínea, caso contrário a mesma poderá não ser considerada

Considere um oscilador não-linear, que quando deslocado do equilíbrio sofre a ação de uma força restauradora não linear, função do deslocamento. O oscilador é também sujeito a amortecimento não linear. A sua equação do movimento pode escrever-se como:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + K(y + \beta y^3) = \mu\left[1 - \left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right]\frac{dy}{dt}$$

Considere m = 1, K = 1, e β=0.2 . As condições iniciais são y(0) = 0, y’(0)= -1.5.

Parte A (8 valores)

a) Escreva a equação do movimento, uma equação diferencial de 2ª ordem, como um sistema de duas equações diferencias de 1ª ordem. (0.5 valor)

b) Usando o **método de ‘shooting’** , ajuste o valor de μ (~ 1.5) para que a amplitude positiva seja igual a 1.3.

Para a integração numérica da equação use a função **ode45** do MATLAB. Considere um $t_f = 60$ com um passo h, tal que $0.01 \leq h \leq 0.1$.
• Use a rotina **'lagr.m'**, para encontrar os valores das grandezas.
• No seu código, quando chamar a ode45, em vez de [0 t_f], use t, onde t é um vetor previamente definido como t = 0:h:t_f. Este procedimento define o vetor de saída t, e a solução, como vetores de pontos equiespaçados.

*Note que pode ser necessário usar a instrução **'clear'** em cada ciclo, para encontar os valores máximos das grandezas, para cada valor de μ. Considere apenas o regime estacionário.* (4 valores)

c) Determine o período da solução para o valor de μ obtido em b). (No caso de não ter o determinado, considere $\mu = 1.5$).
Represente graficamente $y(t)$, e a trajetória no espaço de fases para o regime estacionário. Discuta os resultados obtidos. (1.5 valores)

d) **Explique por palavras suas** a implementação que fez da metodologia do 'shooting' em MATLAB. Refira-se em particular ao método da secante aplicado ao 'shooting'. *(Não insira blocos do código no seu relatório).* (2 valores)

Parte B (8 valores)

Considere a solução obtida para o valor de μ encontrado em b). No caso de não o ter determinado, considere $\mu = 1.5$)

e) Calcule a densidade espectral da solução y(t), obtida com a ode45, e represente-a graficamente em função da frequência angular, ω.
Considere a representação em que a frequência zero esteja no centro.
Para tal deve construir um vetor t com passo h=0.1 e 1024 pontos. Use **fftshift** para rearranjar a saída da **fft** de forma a que frequência zero esteja no centro.
Com base na figura obtida poderia classificar o movimento como harmónico simples? Justifique. (3 valores)

f) Obtenha a densidade espectral para valores inferiores a 10. Considere duas resoluções espectrais distintas (aumente a resolução quatro vezes). Represente-as graficamente em função da frequência angular, ω (máximo valor da ordenada 10). Discuta os resultados obtidos. Com base na figura obtida poderia classificar o movimento como harmónico simples? Justifique. (1.5 valores)

g) **Explique por palavras suas**, como implementou os códigos para o cáculo da densidade espectral, desenvolvidos nas alíneas **e)** e **f)** em MATLAB. (2 valores)

h) A partir da solução y(t), obtenha a aceleração a(t), aplicando a transformada de Fourier da derivada. Use a representação centrada em zero. Compare-a com o vetor obtido pela ode45, para o mesmo vetor t e passo h. Para tal, represente graficamente ambos os vetores. Discuta os resultados obtidos. (1.5 valores)