Simulação e Modelação

Trabalho Nº5

Sistemas Determinísticos Discretos: mapas unidimensionais

PARTE I

1. Use o Matlab e o Excel para estudar a sequência $\{x_n\}$ definida pela equação de recorrência:

$$x_{n+1} = R\, x_n (1 - x_n)$$

O parâmetro R e a condição inicial x_0 deverão poder ser facilmente alterados.

2. Utilizando o Matlab, adapte o algoritmo anterior para obter ainda o diagrama das bifurcações.

Nota: O diagrama das bifurcações obtêm-se representando num gráfico, os valores adoptados pela série em função do parâmetro de controle R, após a série ter convergido para um regime "estacionário" (i.e., para valores de n suficientemente grandes para que caso hajam pontos fixos estáveis, o sistema já esteja nesse regime). O número de pontos a representar para cada valor do parâmetro de controle deve ser tal que o aspecto qualitativo do gráfico não dependa do seu valor.

Analise:
a) como se altera o comportamento da séries quando se varia o parâmetro R, para um mesmo valor de x_0?
b) como se altera o comportamento da sequência quando varia o valor de x_0 e para um mesmo valor R? (investigue para vários valores de R)
c) Explique a terminologia de "ponto fixo", "bifurcação", "duplicação de período" e "caos determinista".
d) que informação nos dá o diagrama das bifurcações?

PARTE II

Proceda à implementação em Excel e em Matlab do seguinte algoritmo e escreva um relatório sobre a implementação e investigação associada.

a) Gere uma série de vetores $\{v_n\}=\{(x_n,y_n)\}$ obtidos usando a regra: $v_{n+1} = A_n v_n + b_n$ onde a matriz A_n e o vetor b_n devem ser escolhidos por tiragem aleatória de um conjunto de 4 possíveis:

$$A^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.16 \end{bmatrix},\ b^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A^2 = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.26 \\ 0.23 & 0.22 \end{bmatrix},\ b^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.6 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} -0.15 & 0.28 \\ 0.26 & 0.24 \end{bmatrix},\ b^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.44 \end{bmatrix}, \qquad A^4 = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.04 \\ -0.04 & 0.85 \end{bmatrix},\ b^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.6 \end{bmatrix}$$

O primeiro conjunto, $\{A^1, b^1\}$, é escolhido com 1% de probabilidade. O segundo e o terceiro com 7%, e o último com 85% de probabilidade. Represente 10000 pontos, (x_n,y_n), num gráfico. O algoritmo começa com o $(x_0,y_0)=(0,0)$.

b) Investigue qual a função dos vários conjuntos de matrizes e vetores, A^i e b^i, na execução da figura final.

c) Investigue como poderia obter uma figura complexa mas mais regular que a anterior usando só 3 operações.