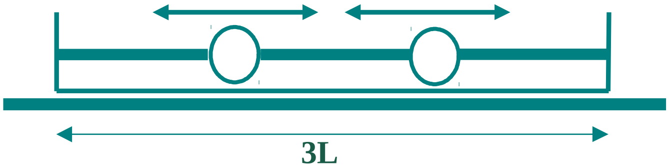
Simulação e Modelação

Osciladores Acoplados

Equações diferenciais pelo método de Euler-Cromer

Pretende-se simular o movimento de duas massas presas por molas (ou fios elásticos – pode usar a representação que achar mais conveniente) às paredes de uma caixa, separadas de uma distância 3L, como se ilustra em baixo:



A caixa está ainda sujeita a uma força de atrito viscoso. Os corpos têm massas iguais, m. Os fios elásticos têm constantes elásticas K, e igual comprimento. Assuma que o movimento das esferas se faz sem atrito.

Passo 1: Escreva as equações de Newton para cada massa.
Ajuda: as forças elásticas aplicadas sobre cada massa por cada mola são proporcionais ao deslocamento em relação à posição de equilíbrio. Por exemplo, se a coordenada da massa da esquerda fôr x_1 e a coordenada da parede esquerda fôr x_e a força que a mola da esquerda exerce será $-K(x_1-x_e-L)$.

Passo 2: Aplique os métodos de Euler-Cromer, Verlet e Leap-Frog (ver anexo) e simule o sistema. Faça os gráficos da energia mecânica do sistema ao longo do tempo.

Passo 3: Diagonalize o sistema de equações do movimento sem atrito (pode usar o Matlab!) e determine os modos normais de vibração do sistema, tal como aprendeu na disciplina de Mecânica.

Passo 4: Produza um GUI adequado, que possibilite o utilizador comparar o movimento do sistema e a evolução da energia mecânica para várias configurações iniciais.

Passo 5: Escolha conjuntos de parâmetros para iniciar a animações em cada modo normal de vibração, e também uma situação em que o sistema oscile nos dois modos normais. Investigue também se ambos os modos normais são amortecidos à mesma taxa e explique porquê. Que parâmetros poderia extrair para caracterizar o amortecimento de cada modo de vibração?

Anexo

Para resolver a equação diferencial:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=F(x,t)$$

podem-se usar diversos métodos.

Euler-Cromer

$$v(t+\Delta t)=v(t)+\Delta t\times\frac{F(x,t)}{m}$$

$$x(t+\Delta t)=x(t)+\Delta t\times v(t+\Delta t)$$

Leap-Frog

$$v(t+\Delta t/2)=v(t-\Delta t/2)+\Delta t\times\frac{F(x,t)}{m}$$

$$x(t+\Delta t)=x(t)+\Delta t\times v\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)$$

Verlet

$$x(t+\Delta t)=2x(t)-x(t-\Delta t)+\Delta t^2\times\frac{F(x,t)}{m}$$

$$v(t)=\frac{x(t+\Delta t)-x(t-\Delta t)}{2\Delta t}$$