

# EC3201 Teoría Macroeconómica 2

## Práctica I Examen

Prof. Jonathan Garita

I-2025

1. **Heterogeneidad, Transferencias y Equilibrio:** Suponga una economía de dotaciones compuesta por dos tipos de agentes —denominados (1) y (2)—. Cada tipo de agente tiene utilidad logarítmica, el mismo factor de descuento y enfrenta la misma tasa de interés. Sin embargo, pueden enfrentar patrones de dotación distintos. En consecuencia, la función de consumo para cada tipo de agente  $j = (1)$  o  $(2)$  está dada por:

$$C_t(j) = \frac{1}{1 + \beta} \left[ Y_t(j) + \frac{Y_{t+1}(j)}{1 + r_t} \right] \quad (1)$$

Los agentes del tipo 1 tienen un patrón de dotación  $(Y_t(1), Y_{t+1}(1)) = (0, 1)$ . Los agentes del tipo 2 tienen un patrón de dotación  $(Y_t(2), Y_{t+1}(2)) = (1, 0)$ . Suponga que existen 100 agentes de cada tipo.

- (a) El equilibrio de mercado requiere que el ahorro agregado sea igual a 0, o equivalentemente, que:

$$C_t = 100 \times C_t(1) + 100 \times C_t(2) = Y_t = 100 \times Y_t(1) + 100 \times Y_t(2)$$

Encuentre una expresión para la tasa de interés de equilibrio  $r_t$  utilizando los patrones de dotación dados.

- (b) Con base en esta respuesta, obtenga expresiones para el ahorro de equilibrio de cada tipo de agente, es decir,  $S_t(1)$  y  $S_t(2)$ . En equilibrio, ¿cuál de los agentes está pidiendo prestado y cuál está ahorrando? ¿Qué se puede afirmar sobre el ahorro agregado?
- (c) Argumente que la tasa de interés de equilibrio  $r_t$  que obtuvo en el inciso (a) es la misma que se obtendría si existiera un único tipo de agente con las mismas preferencias y con un patrón de dotación  $(Y_t, Y_{t+1}) = (100, 100)$ .
- (d) Suponga que un planificador social benevolente implementa un esquema de impuestos y transferencias para igualar las dotaciones en el primer periodo entre

los agentes. Es decir, el planificador social impone un impuesto de  $1/2$  a los agentes del tipo 2 y transfiere ese mismo monto a los agentes del tipo 1 (dado que hay el mismo número de agentes, esto es neutral desde el punto de vista presupuestario del planificador). Repita el inciso (a) bajo esta nueva suposición. ¿Cómo afecta este sistema de impuestos y transferencias a la tasa de interés de equilibrio? Repita el inciso (b). ¿Cómo influye este sistema en el comportamiento de ahorro o endeudamiento de cada tipo de agente?

2. **La Curva de Rendimiento:** Supongamos que tiene una economía con un solo tipo de agente, pero que el tiempo dura tres períodos en lugar de dos. La utilidad vitalicia para el hogar es:

$$U = \ln C_t + \beta \ln C_{t+1} + \beta^2 \ln C_{t+2}$$

La restricción presupuestaria intertemporal es:

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} + \frac{C_{t+2}}{(1+r_t)(1+r_{t+1})} = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r_t} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r_t)(1+r_{t+1})}$$

$r_t$  es la tasa de interés sobre ahorro / préstamo entre  $t$  y  $t+1$ , mientras que  $r_{t+1}$  es la tasa de interés sobre ahorro / préstamo entre  $t+1$  y  $t+2$ .

- Resuelva para  $C_{t+2}$  en la restricción intertemporal y sustituya esto en la utilidad vitalicia. Esto transforma el problema en uno de elección de  $C_t$  y  $C_{t+1}$ . Use cálculo para derivar dos ecuaciones de Euler: una relacionando  $C_t$  con  $C_{t+1}$ , y la otra relacionando  $C_{t+1}$  con  $C_{t+2}$ .
- En equilibrio, debemos tener  $C_t = Y_t$ ,  $C_{t+1} = Y_{t+1}$  y  $C_{t+2} = Y_{t+2}$ . Derive expresiones para  $r_t$  y  $r_{t+1}$  en términos de la trayectoria exógena de la dotación  $y$  y  $\beta$ .
- Se podría definir la tasa de interés "larga" como el producto de las tasas de interés de un período. En particular, defina  $(1+r_{2,t})^2 = (1+r_t)(1+r_{t+1})$  (el término al cuadrado en  $1+r_{2,t}$  refleja el hecho de que si ahorra por dos períodos, obtiene cierta capitalización). Si hubiera un instrumento de ahorro con una madurez de dos períodos, esta condición tendría que ser satisfecha (intuitivamente, porque un hogar sería indiferente entre ahorrar dos veces en bonos de un período o una vez en un bono de dos períodos). Derive una expresión para  $r_{2,t}$ .
- La curva de rendimiento representa las tasas de interés en función del vencimiento del tiempo. En este problema simple, se trazaría  $r_t$  en función de 1 (hay un vencimiento de un período <sup>1</sup>) y  $r_{2,t}$  en función de 2 (hay un vencimiento de dos períodos). Si  $Y_t = Y_{t+1} = Y_{t+2}$ , ¿cuál es el signo de la pendiente de la curva de rendimiento (es decir, si  $r_{2,t} > r_{1,t}$ , entonces la curva de rendimiento es ascendente)?

- (e) A menudo se afirma que una "curva de rendimiento invertida" es un predictor de una recesión. Si  $Y_{t+2}$  es lo suficientemente baja en relación con  $Y_t$  y  $Y_{t+1}$ , ¿podría la curva de rendimiento en este modelo simple estar "invertida" (es decir, tener signo opuesto) a lo que se encontró en la parte anterior? Explique.
3. Suponga que se tiene una economía poblada por un hogar representativo y una empresa representativa. No hay gobierno. No existe dinero. Todo es real. No hay incertidumbre. El hogar resuelve el siguiente problema:

$$\max_{C_t, N_t, S_t} U = \ln C_t + \theta_t \ln(1 - N_t) + \beta [\ln C_{t+1} + \theta_{t+1} \ln(1 - N_{t+1})]$$

sujeto a:

$$C_t + S_t = w_t N_t + D_t$$

$$C_{t+1} = w_{t+1} N_{t+1} + D_{t+1} + (1 + r_t) S_t$$

$D_t$  y  $D_{t+1}$  son los dividendos recibidos por la propiedad de la empresa; estos son tomados como dados por el hogar.

La empresa representativa produce output de acuerdo con la siguiente función de producción:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$$

Sus dividendos en cada periodo son:

$$D_t = Y_t - w_t N_t$$

$$D_{t+1} = Y_{t+1} - w_{t+1} N_{t+1} + (1 - \delta) K_{t+1} - (1 + r_t) I_t$$

La empresa debe financiar toda la inversión del periodo  $t$  mediante endeudamiento. Suponemos que  $f_t = 0$  (por lo que la tasa que el gobierno paga por endeudarse es la misma que la tasa que el hogar recibe por ahorrar). La inversión se transforma en nuevo capital mediante:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta) K_t$$

La empresa elige  $N_t$  e  $I_t$  para maximizar el valor presente descontado de los dividendos, sujeto a la ley de evolución del capital físico:

$$\max_{N_t, I_t} V_t = A_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} - w_t N_t + \frac{1}{1 + r_t} [A_{t+1} K_{t+1}^\alpha N_{t+1}^{1-\alpha} - w_{t+1} N_{t+1} + (1 - \delta) K_{t+1} - (1 + r_t) I_t]$$

- (a) Obtenga las condiciones de optimalidad del hogar como un sistema que tenga solución única.

- (b) Obtenga las condiciones de optimalidad de la empresa que caracterizan la demanda laboral y la inversión.

4. **(Función de consumo con utilidad no derivable)** Asuma que la función de utilidad vitalicia de un hogar representativo de dos periodos está dada por:

$$U = \min \{ \alpha c_t, c_{t+1} \}, \quad \alpha > 0$$

Los hogares pueden ahorrar o endeudarse a una tasa de interés  $r > 0$ .

- (a) Resuelva el problema de optimización del hogar. Encuentre una expresión para los niveles de consumo y ahorro óptimo como función de  $c_t$  y  $c_{t+1}$  como función de  $r, y_t$  y  $y_{t+1}$ .
- (b) Calcule  $\frac{\partial S_t}{\partial r}$ , es decir, si el ahorro de un hogar es creciente o decreciente en la tasa de interés. En particular, muestre que el signo de esta derivada depende del valor del parámetro  $\alpha$  y provea una intuición económica para sus respuestas.
- (c) ¿Cuál es la propensión marginal de consumo en este modelo? ¿Es mayor o menor que uno? ¿Cómo depende de la tasa de interés? Acompañe con intuición económica sus respuestas.
- (d) Considere un cambio del ingreso en  $t$  de  $dY_t = 1$  y que  $dY_{t+1} = \rho dY_t$ , con  $0 < \rho < 1$  un parámetro que mide la persistencia del choque de ingreso en el tiempo. Estime el efecto de dicho choque de ingreso sobre el consumo en el periodo  $t$ . ¿Cómo afecta  $\rho$  la respuesta de  $C_t$  al choque de ingreso? Provea intuición económica.
5. **(Oferta de Trabajo):** Considere un modelo de un periodo del hogar (modelo estático). El hogar obtiene utilidad del consumo,  $C_t$ , y del ocio,  $L_t = 1 - N_t$ , donde  $N_t$  es la cantidad de trabajo ofrecido. El hogar obtiene ingresos laborales  $w_t N_t$ , tomando como dado el salario  $w_t$ . El problema del hogar es:

$$\max_{C_t, N_t} u(C_t, 1 - N_t)$$

sujeto a:

$$C_t = w_t N_t$$

- (a) Para una función de utilidad general  $u(\cdot)$ , derive la condición de primer orden de este problema. Proporcione una interpretación intuitiva de por qué esta condición debe cumplirse si el hogar está actuando de manera óptima.
- (b) Suponga ahora que la función de utilidad es

$$u(C_t, 1 - N_t) = \ln [C_t + \theta_t \ln(1 - N_t)],$$

donde  $\theta_t$  es un parámetro exógeno de preferencias. Utilice la condición de primer orden obtenida en el inciso (a), junto con esta función de utilidad, para obtener una función de oferta laboral para el hogar.

- (c) En su lugar, suponga que la función de utilidad es

$$u(C_t, 1 - N_t) = \ln C_t + \theta_t \ln(1 - N_t).$$

Utilice nuevamente la condición de primer orden genérica del inciso (a) para obtener la función de oferta laboral correspondiente.

- (d) ¿Puede usted ofrecer alguna intuición económica sobre las diferencias entre las funciones de oferta laboral obtenidas en los incisos (b) y (c)? Explique.