

Economía de producción*

Jonathan Garita

Introducción

- En el modelo anterior, el bien de consumo es exógenamente provisto. Este es un supuesto bastante fuerte, pues ignora el papel de las empresas en la macroeconomía.
- En este apartado, vamos a modelar las decisiones de producción asumiendo una empresa representativa.
- En particular, vamos a modelar una función de demanda de insumos (trabajo y capital), además de una función de demanda.

Configuración del modelo

- Suponga la existencia de una empresa representativa que produce el producto Y_t , que equivale a un bien de consumo¹
- Para producir Y_t la empresa:
 - Usa un acervo de capital predeterminado K_t

*GLS 9, Williamson 10

¹Esto quiere decir que el precio del bien está normalizado a 1, $P_t^Y = 1$

- Contrata trabajo N_t (horas de trabajo o personas contratadas)
- Toma como dada una productividad total de factores, A_t ²
- Utiliza una tecnología que combina insumos y los transforma en producto (función de producción)
- La función de producción es:

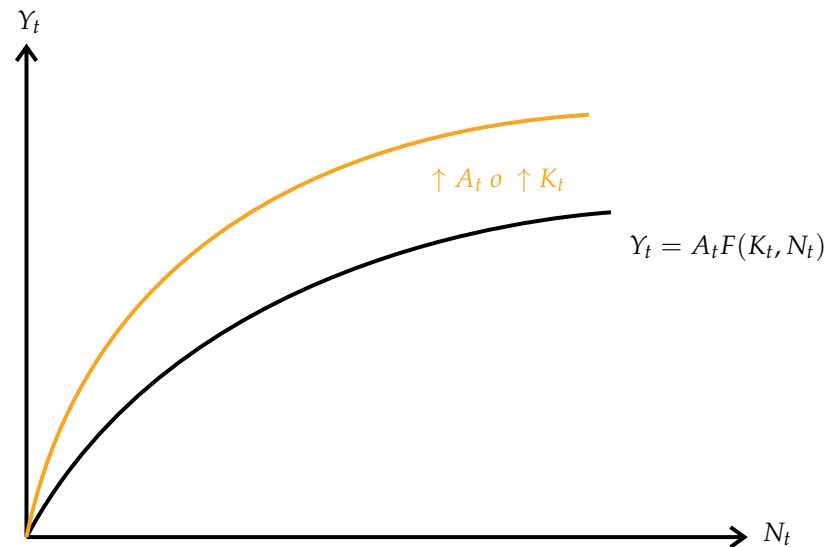
$$Y_t = A_t F(K_t, N_t)$$

- El producto puede usarse como bien de consumo o como bien de inversión
- La función de producción cumple las siguientes propiedades:
 - F es creciente en ambos argumentos: $F_K(K_t, N_t) > 0, F_N(K_t, N_t) > 0$ ³
 - F tiene rendimientos marginales decrecientes en ambos insumos (es cóncava): $F_{KK}(K_t, N_t) < 0, F_{NN}(K_t, N_t) < 0$
 - Las productividades son complementarias, es decir, las derivadas cruzadas son positivas: $F_{KN}(K_t, N_t) = F_{NK}(K_t, N_t) > 0$
 - Ambos insumos son necesarios para producir: $F(K_t, 0) = 0, \forall K_t; F(0, N_t) = 0, \forall N_t$
 - F es homogénea de grado uno, es decir, presenta rendimientos constantes de escala: $F(\lambda K_t, \lambda N_t) = \lambda F(K_t, N_t), \forall \lambda > 0$
- Gráficamente, la función de producción estaría dada por:

²Por ejemplo: progreso técnico y científico; mejoras regulatorias; mejoras en organización interna de las empresas; externalidades por aprendizaje; reasignación de insumos a actividades con mayor eficiencia; factores aleatorios (clima en agricultura, por ejemplo); conocimiento ("know-how")

³ $F_X(K_t, N_t) = \frac{\partial F(K_t, N_t)}{\partial X_t}$ con $X_t \in \{N_t, K_t\}$.

Gráfico 1: Función de producción



- **Ejemplo:** La función de producción Cobb-Douglas $F(K_t, N_t) = K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$ cumple con las propiedades anteriores.
- El horizonte de la empresa, al igual que el hogar, es de dos periodos.
 - En el periodo t , la empresa toma K_t como dado (factor fijo) y decide cuánto trabajo N_t (factor variable) contratar. Debe pagar un salario w_t por unidad de trabajo.
 - Además, en el periodo t debe decidir cuánto invertir (gasto de la empresa) para generar capacidad instalada para el siguiente periodo, i.e., determinar un K_{t+1} .
- El acervo de capital cambia en función de las decisiones de inversión pasadas y el ritmo de depreciación⁴:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t \quad (1)$$

⁴A esta ecuación también se le llama ley del movimiento del capital

- Para invertir, la empresa debe demandar fondos prestables de un intermediario financiero para financiar su inversión. El costo del endeudamiento es r_t , que es la misma tasa de interés real que enfrentan los hogares.

– Sea B_t^I el endeudamiento de la empresa para financiar su inversión. Vamos a asumir que $B_t^I = I_t$. Es decir, todo el gasto en inversión se financia con endeudamiento.

- En el periodo t , las ganancias o dividendos de la empresa vienen dadas por:

$$D_t = Y_t - w_t N_t$$

- Las ganancias D_t se transfieren al hogar en el periodo t , que es el dueño de la empresa, bajo la forma de dividendos.
- ¿Qué pasa en el periodo 2? La ley del movimiento del capital estaría dada por $K_{t+2} = I_{t+1} + (1 - \delta)K_{t+1}$
 - La empresa desea $K_{t+2} = 0$ pues no tiene sentido generar capacidad para un periodo donde no va a existir. Entonces $I_{t+1} = -(1 - \delta)K_{t+1}$
 - Por tanto, la empresa hace una “inversión negativa” en el periodo $t + 1$: desinstala o liquida su stock de capital neto (después de depreciación)
 - Esta venta de capital representa un ingreso para la empresa en $t + 1$
- Entonces, los dividendos o ganancias de la empresa en $t + 1$ están dados por:

$$D_{t+1} = Y_{t+1} + (1 - \delta)K_{t+1} - w_{t+1}N_{t+1} - (1 + r_t) B_t^I$$

- El valor de la empresa está dado por el flujo descontado de dividendos de la empresa:

$$V_t = D_t + \frac{1}{1 + r_t} D_{t+1}$$

- Estos dividendos están descontados usando r_t , que es la tasa de interés relevante para el hogar. ¿Por qué V_t es el valor de la empresa?
 - Porque poseer una empresa implica propiedad de los dividendos que ésta genere.
 - La cantidad de bienes que el hogar estaría dispuesto a renunciar para comprar una empresa es igual al valor presente del flujo descontado de dividendos
 - Se utiliza la tasa de descuento que es relevante para el hogar
- Así, combinando la función de producción y las expresiones definidas de dividendos en ambos periodos, se llega a que el valor de la empresa es:

$$V_t = A_t F(K_t, N_t) - w_t N_t + \frac{1}{1 + r_t} \left[A_{t+1} F(K_{t+1}, N_{t+1}) + (1 - \delta) K_{t+1} - w_{t+1} N_{t+1} - (1 + r_t) B_t^I \right]$$

- El problema de la empresa en el periodo t se reduce en escoger $\{N_t, I_t\}$ que maximicen el valor de la empresa, V_t , sujeto a la restricción de acumulación de capital (1) y que la inversión se financia completamente con deuda ($B_t^I = I_t$).

$$\begin{aligned} \max_{N_t, I_t} V_t &= A_t F(K_t, N_t) - w_t N_t + \frac{1}{1 + r_t} \left[A_{t+1} F(K_{t+1}, N_{t+1}) + (1 - \delta) K_{t+1} - w_{t+1} N_{t+1} - (1 + r_t) B_t^I \right] \\ &\text{s.a.} \\ K_{t+1} &= I_t + (1 - \delta) K_t \\ I_t &= B_t^I \end{aligned}$$

- Podemos combinar las dos últimas ecuaciones para deshacernos de B_t^I en la función de utilidad, pues ambas implican

que $B_t^I = K_{t+1} - (1 - \delta)K_t$. Así, el problema se reduce a:

$$\begin{aligned} \max_{N_t, K_{t+1}} V_t = & A_t F(K_t, N_t) - w_t N_t + \\ & \frac{1}{1 + r_t} [A_{t+1} F(K_{t+1}, N_{t+1}) + (1 - \delta)K_{t+1} - w_{t+1} N_{t+1} - (1 + r_t)(K_{t+1} - (1 - \delta)K_t)] \end{aligned}$$

Es decir, la empresa decide, en el periodo t , cuál es su demanda laboral N_t y cuánta capacidad instalada desea construir para $t + 1$, K_{t+1} .

- Tomando las condición de primer orden para N_t y K_{t+1} , se tiene que⁵:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_t}{\partial N_t} &= A_t F_N(K_t, N_t) - w_t = 0 \\ \frac{\partial V_t}{\partial K_{t+1}} &= \frac{1}{1 + r_t} [A_{t+1} F_K(K_{t+1}, N_{t+1}) + (1 - \delta) - (1 + r_t)] = 0 \end{aligned}$$

Es decir:

$$w_t = A_t F_N(K_t, N_t) \tag{2}$$

$$1 + r_t = A_{t+1} F_K(K_{t+1}, N_{t+1}) + (1 - \delta) \tag{3}$$

- La ecuación (2) define, implícitamente, la demanda laboral de la empresa: la empresa desea contratar trabajo hasta que el producto marginal del trabajo, $A_t F_N(K_t, N_t)$, iguale al salario real.
 - Como $F_{NN} < 0$, entonces la demanda laboral óptima de la empresa tiene pendiente negativa con respecto a w_t
 - Además, la demanda laboral sería mayor si A_t o K_t aumentan. Recuerde que K_t está dado, por lo que la demanda laboral es mayor si la empresa inicia con un stock de capital físico más alto. Las decisiones de inversión

⁵Note que uno puede también obtener una condición de primer orden para N_{t+1} , que es igual a $w_{t+1} = A_{t+1} F_N(K_{t+1}, N_{t+1})$. Es decir, la misma condición de optimalidad que en t pero evaluada en $t + 1$.

determinan K_{t+1} , es decir, la productividad laboral pero del periodo $t + 1$.

- La condición de optimalidad (2) implícitamente define la demanda laboral:

$$N_t = N^d \left(\begin{matrix} w_t, & A_t, & K_t \\ - & + & + \end{matrix} \right) \quad (4)$$

- **Ejemplo:** Considere una función de producción Cobb-Douglas:

$$F(K_t, N_t) = K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} \quad \alpha \in (0, 1)$$

Así, la condición de optimalidad para N_t implica que:

$$w_t = A_t \alpha \left(\frac{K_t}{N_t} \right)^\alpha$$

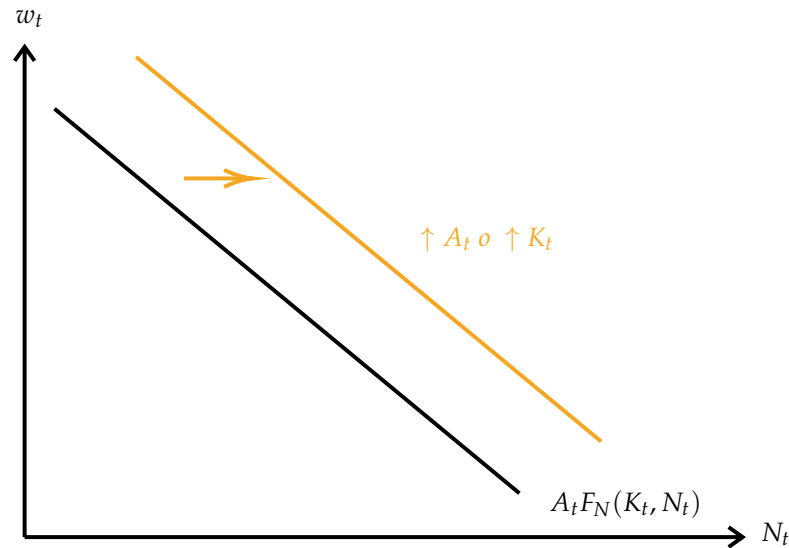
Despejando N_t , obtenemos la demanda laboral dada por 4 para esta función de producción en particular:

$$N_t = \left(\frac{\alpha A_t}{w_t} \right)^{1/\alpha} K_t$$

Note que N_t es creciente en K_t y A_t , pero decreciente en w_t .

- Gráficamente, la función de demanda laboral tendría la siguiente forma:

Gráfico 2: Función de demanda laboral



- La ecuación (3) implica que el beneficio marginal de invertir una unidad de producto en inversión es igual al costo marginal asociado:
 - Una unidad adicional de inversión tiene un costo marginal igual a $1 + r_t$. Es decir, los intereses y el principal que debe pagar en el periodo $t + 1$. Es decir, el lado izquierdo de (3)
 - ¿Cuál es el beneficio marginal de una unidad adicional de inversión? Una unidad adicional de inversión en el periodo t genera una unidad adicional de capital en el periodo $t + 1$. Una unidad adicional de capital incrementa el producto en el periodo $t + 1$ en $A_{t+1} F_K(K_{t+1}, N_{t+1})$. Pero adicionalmente, la empresa puede desinstalar esa unidad extra capital físicamente después de usarla para la producción (que se deprecia a una tasa δ) y convertirla en ingreso, por un monto de $1 - \delta$. Es decir, el beneficio marginal es el lado derecho de (3).

- Además, la ecuación (3) nos dice que la decisión óptima de K_{t+1} puede escribirse como

$$r_t + \delta = A_{t+1} F_K (K_{t+1}, N_{t+1})$$

Por lo que K_{t+1} es creciente en A_{t+1} , decreciente en r_t y δ . Así, se define, implícitamente, una función de demanda por capital físico:

$$K_{t+1} = K^d \left(\begin{matrix} r_t, A_{t+1} \\ - \quad + \end{matrix} \right) \quad (5)$$

- **Ejemplo:** Considere una función de producción Cobb-Douglas:

$$F(K_t, N_t) = K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} \quad \alpha \in (0, 1)$$

Así, la condición de optimalidad para K_{t+1} implica que:

$$r_t + \delta = A_{t+1} (1 - \alpha) \left(\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}} \right)^{\alpha-1}$$

- Despejando K_{t+1} , obtenemos la demanda para K_{t+1} (que de nuevo, se programa en el periodo t) dada por (5) para esta función de producción en particular:

$$K_{t+1} = \left(\frac{(1 - \alpha) A_{t+1}}{r_t + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_{t+1}$$

Es decir, K_{t+1} es creciente en A_{t+1} , decreciente en r_t y δ .

- Ahora pensemos en una curva de inversión. Recordando que $K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$, entonces:

$$\begin{aligned} I_t &= K_{t+1} - (1 - \delta)K_t \\ &= K^d(r_t, A_{t+1}) - (1 - \delta)K_t \end{aligned}$$

Así, se puede establecer una función de inversión óptima implícita:

$$K^d \left(\underset{-}{r_t}, \underset{+}{A_{t+1}}, \underset{-}{K_t} \right)$$

Es decir, la inversión óptima I_t es decreciente en r_t y K_t , pero creciente en A_{t+1} .

- **Ejemplo:** Considere una función de producción Cobb-Douglas:

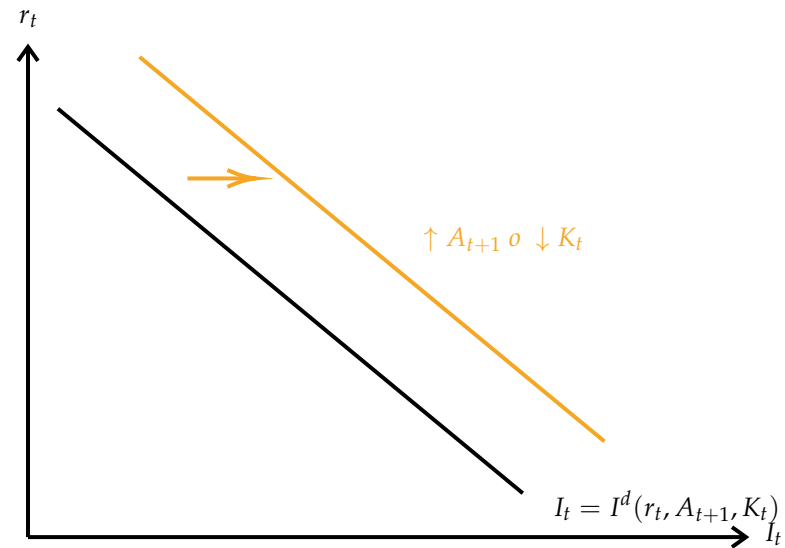
$$F(K_t, N_t) = K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} \quad \alpha \in (0, 1)$$

Así, la condición de optimalidad para K_{t+1} implica que:

$$I_t = \left(\frac{(1-\alpha)A_{t+1}}{r_t + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_{t+1} - (1-\delta)K_t$$

- Es decir, I_t es creciente en A_{t+1} , decreciente en r_t y K_t .
- Gráficamente,

Gráfico 3: Función de inversión



Remuneración a los factores de producción

- Considere una función Cobb-Douglas:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$$

- Como vimos, la demanda del trabajo viene dada por:

$$\begin{aligned} w_t &= A_t \alpha K_t^\alpha N_t^{-\alpha} \\ &= A_t \alpha K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} N_t^{-1} \\ &= \alpha \frac{Y_t}{N_t} \end{aligned}$$

Así:

$$w_t N_t = \alpha Y_t$$

Es decir, α mide la proporción del producto generado por la empresa que fluye al trabajo.

- Similarmente, podemos pensar en algo para el capital:

$$r_t K_t = (1 - \alpha) Y_t$$

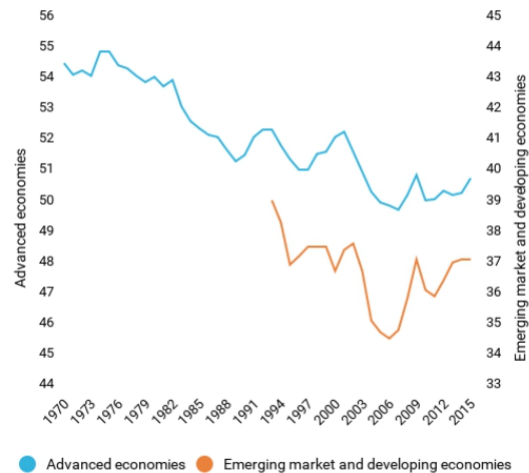
- Por tanto, el parámetro α mide la distribución del ingreso entre el capital y el trabajo (labor and capital shares of income).
- Nicholas Kaldor, en 1961 publicó unos hechos estilizados sobre el crecimiento económico de largo plazo. Entre ellos:
 - La remuneración del trabajo y el capital son estables.
- Según los datos de EE.UU., $\alpha \approx 1/3$, tal que el trabajo captura cerca de $2/3$ o 66.6% del valor agregado de la empresa.
- Sin embargo, recientemente hay una preocupación porque la remuneración del trabajo está empezando a caer, en línea con incrementos en la desigualdad y polarización laboral:

Gráfico 4: Tendencias en la remuneración del trabajo

Labor is losing out

The share of national income paid to workers has been declining in many countries.

(evolution of the labor share of income, percent)

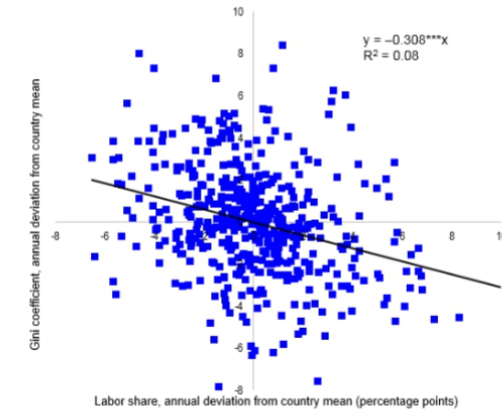


Source: IMF, *World Economic Outlook*, April 2017.

Inequality rising

Falling labor income shares are associated with higher inequality.

(labor shares and income inequality, annual within-country changes)



Source: IMF, *World Economic Outlook*, April 2017.

Note: *** indicates 1 percent statistical significance.

- Varias explicaciones se han dado al respecto:
 - Automatización/Outsourcing
 - Cambio tecnológico sesgado hacia ocupaciones de alta calificación (skill-biased technological change)
 - Poder monopsónico en el mercado laboral
 - Cambios en el esquema tributario
 - Deterioro en la protección y el poder de negociación de las personas trabajadoras