

# Repaso matemático

## Teoría Macroeconómica II

1. Expresar las siguientes expresiones como un polinomio log-lineal

(a)  $Y = AK^\alpha N^{1-\alpha}$

(b)  $Z = ce^{rt} \beta^K$

2. Muestre que la tasa de crecimiento de una variable  $x$ ,  $g_x$ , puede aproximarse como la diferencia de los logaritmos de la variable. Es decir:

$$g_x = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} \approx \ln X_t - \ln X_{t-1}$$

3. Calcule la primera y segunda derivada de las siguientes funciones:

(a)  $f(c) = \ln c$

(b)  $u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$

(c)  $h(w) = (-6w^3 + 17w - 4)^\beta - \ln(\theta w^\beta)$

4. Resuelva el siguiente problema de optimización (i) usando un lagrangiano y (ii) simplificando el problema a uno de una sola variable:

$$\max_{\{x,y\}} U = \ln x + \ln y$$

s.a.

$$x + y = m$$

5. Encuentre el valor de  $\theta$  y  $\omega$  en este sistema de ecuaciones:

$$4\theta - 6\omega = -4$$

$$8\theta + 2\omega = 48$$

6. Combine las siguientes dos ecuaciones en una sola eliminando  $s_t$ :

$$c_t + s_t = y_t$$

$$c_{t+1} = y_{t+1} + s_t(1 + r)$$

7. Evalúe:

(a)  $\sum_{j=0}^3 2^j$

(b)  $\sum_{j=0}^3 j^2$

(c)  $\sum_{j=1}^5 (2j - 3)$

(d)  $\sum_{j=1}^{1000} 5$

8. Escriba las siguientes expresiones utilizando una expresión sigma  $\sum$  de sumatoria:

(a)  $x_t + x_{t+1} + x_{t+2} + \cdots + x_{t+T}$

(b)  $x_t + \beta x_{t+1} + \beta^2 x_{t+2} + \cdots + \beta^T x_{t+T}$

(c)  $x_0 + \beta x_1 + \beta^2 x_2 + \cdots + \beta^T x_T$

9. **Midiendo la economía:** En los años 1 y 2, existen dos productos producidos en la economía: computadoras y café. En el año 1, se producen 50 computadoras y se venden a \$2.200 cada una, mientras que en el año 2, 80 computadoras se venden a \$3.700 cada una. En el año 1, 23.000 cafés se venden a \$2 cada uno, y en el año 2, 27.400 cafés se venden a \$2,34.

(a) Calcule el PIB nominal en cada año.

(b) Calcule el PIB real en cada año utilizando el año 1 como base. Infiera el valor del deflator implícito para ambos años. ¿Cuál es la tasa de crecimiento de la producción real y los precios (inflación)?

(c) Ahora, calcule el PIB real en ambos años utilizando el año 2 como base. Infiera el valor del deflator implícito en ambos años. ¿Cuál es la tasa de crecimiento de la producción real y los precios (inflación)?

(d) ¿Son distintas sus respuestas en (b) y (c)? ¿Por qué?

10. **Transformaciones monotónicas:** Sea  $u(x, y)$  una función de utilidad y  $(x, y)$  bienes de consumo. La utilidad marginal es positiva pero decreciente en ambos argumentos. Sea  $f$  una función estrictamente creciente.

(a) Demuestre que si  $(x^*, y^*)$  maximiza la función  $f(u(x, y))$ , es decir

$$(x^*, y^*) = \arg \max_{\{x, y\}} f(u(x, y))$$

Entonces  $(x^*, y^*)$  también maximiza la función de utilidad original  $u(x, y)$ .

(b) Utilice el argumento anterior para demostrar que una función de utilidad Cobb-Douglas  $u(x, y) = x^\alpha y^\beta$  puede transformarse a  $\tilde{u}(x, y) = \ln x + \theta \ln y$ . ¿Cuál sería el valor de  $\theta$ ?