Economía de producción*

Jonathan Garita

Introducción

- En el modelo anterior, el bien de consumo es exógenamente provisto. Este es un supuesto bastante fuerte, pues ignora el papel de las empresas en la macroeconomía.
- En este apartado, vamos a modelar las decisiones de producción asumiendo una empresa representativa.
- En particular, vamos a modelar una función de demanda de insumos (trabajo y capital), además de una función de demanda.

Configuración del modelo

- Suponga la existencia de una empresa representativa que produce el producto Y_t, que equivale a un bien de consumo[1]
- Para producir Y_t la empresa:
  - Usa un acervo de capital predeterminado K_t

*GLS 9, Williamson 10

[1] Esto quiere decir que el precio del bien está normalizado a 1, $P_t^Y = 1$

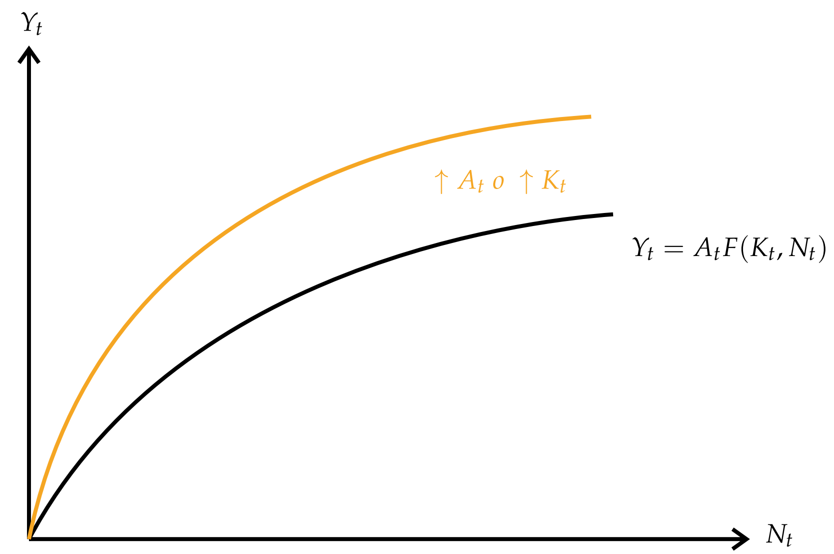
- Contrata trabajo N_t (horas de trabajo o personas contratadas)
- Toma como dada una productividad total de factores, A_t[2]
- Utiliza una tecnología que combina insumos y los transforma en producto (función de producción)

- La función de producción es:
$$Y_t = A_t F\left(K_t, N_t\right)$$
- El producto puede usarse como bien de consumo o como bien de inversión
- La función de producción cumple las siguientes propiedades:
  - F es creciente en ambos argumentos: $F_K\left(K_t, N_t\right) > 0, F_N\left(K_t, N_t\right) > 0$[3]
  - F tiene rendimientos marginales decrecientes en ambos insumos (es cóncava): $F_{KK}\left(K_t, N_t\right) < 0, F_{NN}\left(K_t, N_t\right) < 0$
  - Las productividades son complementarias, es decir, las derivadas cruzadas son positivas: $F_{KN}\left(K_t, N_t\right) = F_{NK}\left(K_t, N_t\right) > 0$
  - Ambos insumos son necesarios para producir: $F\left(K_t, 0\right) = 0, \forall K_t; \quad F\left(0, N_t\right) = 0, \forall N_t$
  - F es homogénea de grado uno, es decir, presenta rendimientos constantes de escala: $F\left(\lambda K_t, \lambda N_t\right) = \lambda F\left(K_t, N_t\right), \quad \forall \lambda > 0$
- Gráficamente, la función de producción estaría dada por:

[2]Por ejemplo: progreso técnico y científico; mejoras regulatorias; mejoras en organización interna de las empresas; externalidades por aprendizaje; reasignación de insumos a actividades con mayor eficiencia; factores aleatorios (clima en agricultura, por ejemplo); conocimiento ("know-how")

[3]$F_X\left(K_t, N_t\right) = \frac{\partial F(K_t, N_t)}{\partial X_t}$ con $X_t \in \{N_t, K_t\}$.

Gráfico 1: Función de producción



- **Ejemplo:** La función de producción Cobb-Douglas $F(K_t, N_t) = K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$ cumple con las propiedades anteriores.

- El horizonte de la empresa, al igual que el hogar, es de dos períodos.
  - En el periodo t, la empresa toma K_t como dado (factor fijo) y decide cuánto trabajo N_t (factor variable) contratar. Debe pagar un salario w_t por unidad de trabajo.
  - Además, en el periodo t debe decidir cuánto invertir (gasto de la empresa) para generar capacidad instalada para el siguiente periodo, i.e., determinar un K_{t+1}.

- El acervo de capital cambia en función de las decisiones de inversión pasadas y el ritmo de depreciación[4]:

$$K_{t+1} = I_t + (1-\delta)K_t \tag{1}$$

[4] A esta ecuación también se le llama ley del movimiento del capital

- Para invertir, la empresa debe demandar fondos prestables de un intermediario financiero para financiar su inversión. El costo del endeudamiento es r_t, que es la misma tasa de interés real que enfrentan los hogares.
  - Sea B_t^I el endeudamiento de la empresa para financiar su inversión. Vamos a asumir que $B_t^I = I_t$. Es decir, todo el gasto en inversión se financia con endeudamiento.
- En el periodo t, las ganancias o dividendos de la empresa vienen dadas por:

$$D_t = Y_t - w_t N_t$$

- Las ganancias D_t se transfieren al hogar en el periodo t, que es el dueño de la empresa, bajo la forma de dividendos.
- ¿Qué pasa en el periodo 2? La ley del movimiento del capital estaría dada por $K_{t+2} = I_{t+1} + (1-\delta)K_{t+1}$
  - La empresa desea $K_{t+2} = 0$ pues no tiene sentido generar capacidad para un periodo donde no va a existir. Entonces $I_{t+1} = -(1-\delta)K_{t+1}$
  - Por tanto, la empresa hace una "inversión negativa" en el periodo $t+1$: desinstala o liquida su stock de capital neto (después de depreciación)
  - Esta venta de capital representa un ingreso para la empresa en $t+1$
- Entonces, los dividendos o ganancias de la empresa en $t+1$ están dados por:

$$D_{t+1} = Y_{t+1} + (1-\delta)K_{t+1} - w_{t+1}N_{t+1} - (1+r_t)\, B_t^I$$

- El valor de la empresa está dado por el flujo descontado de dividendos de la empresa:

$$V_t = D_t + \frac{1}{1+r_t} D_{t+1}$$

- Estos dividendos están descontados usando r_t, que es la tasa de interés relevante para el hogar. ¿Por qué V_t es el valor de la empresa?
  - Porque poseer una empresa implica propiedad de los dividendos que ésta genere.
  - La cantidad de bienes que el hogar estaría dispuesto a renunciar para comprar una empresa es igual al valor presente del flujo descontado de dividendos
  - Se utiliza la tasa de descuento que es relevante para el hogar
- Así, combinando la función de producción y las expresiones definidas de dividendos en ambos periodos, se llega a que el valor de la empresa es:

$$
\begin{aligned}
V_t = A_t F\left(K_t, N_t\right) & - w_t N_t + \\
& \frac{1}{1+r_t}\left[A_{t+1} F\left(K_{t+1}, N_{t+1}\right) + (1-\delta) K_{t+1} - w_{t+1} N_{t+1} - \left(1+r_t\right) B_t^I\right]
\end{aligned}
$$

- El problema de la empresa en el periodo t se reduce en escoger $\{N_t, I_t\}$ que maximicen el valor de la empresa, V_t, sujeto a la restricción de acumulación de capital (1) y que la inversión se financia completamente con deuda $\left(B_t^I = I_t\right)$.

$$
\begin{gathered}
\max_{N_t, I_t} V_t = A_t F\left(K_t, N_t\right) - w_t N_t + \\
\frac{1}{1+r_t}\left[A_{t+1} F\left(K_{t+1}, N_{t+1}\right) + (1-\delta) K_{t+1} - w_{t+1} N_{t+1} - \left(1+r_t\right) B_t^I\right] \\
\text{s.a.} \\
K_{t+1} = I_t + (1-\delta) K_t \\
I_t = B_t^I
\end{gathered}
$$

- Podemos combinar las dos últimas ecuaciones para deshacernos de B_t^I en la función de utilidad, pues ambas implican que $B_t^I = K_{t+1} - (1-\delta)K_t$. Así, el problema se reduce a:

$$\begin{aligned}
&\max_{N_t, K_{t+1}} V_t = A_t F\left(K_t, N_t\right) - w_t N_t + \\
&\frac{1}{1+r_t}\left[A_{t+1} F\left(K_{t+1}, N_{t+1}\right) + (1-\delta)K_{t+1} - w_{t+1}N_{t+1} - \left(1+r_t\right)\left(K_{t+1} - (1-\delta)K_t\right)\right]
\end{aligned}$$

Es decir, la empresa decide, en el periodo t, cuál es su demanda laboral N_t y cuánta capacidad instalada desea construir para $t+1$, K_{t+1}.

- Tomando las condición de primer orden para N_t y K_{t+1}, se tiene que[5]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V_t}{\partial N_t} &= A_t F_N\left(K_t, N_t\right) - w_t = 0 \\
\frac{\partial V_t}{\partial K_{t+1}} &= \frac{1}{1+r_t}\left[A_{t+1} F_K\left(K_{t+1}, N_{t+1}\right) + (1-\delta) - \left(1+r_t\right)\right] = 0
\end{aligned}$$

Es decir:

$$w_t = A_t F_N\left(K_t, N_t\right) \tag{2}$$

$$1 + r_t = A_{t+1} F_K\left(K_{t+1}, N_{t+1}\right) + (1-\delta) \tag{3}$$

- La ecuación (2) define, implícitamente, la demanda laboral de la empresa: la empresa desea contratar trabajo hasta que el producto marginal del trabajo, $A_t F_N\left(K_t, N_t\right)$, iguale al salario real.
  - Como $F_{NN} < 0$, entonces la demanda laboral óptima de la empresa tiene pendiente negativa con respecto a w_t
  - Además, la demanda laboral sería mayor si A_t o K_t aumentan. Recuerde que K_t está dado, por lo que la demanda laboral es mayor si la empresa inicia con un stock de capital físico más alto. Las decisiones de inversión

[5] Note que uno puede también obtener una condición de primer orden para N_{t+1},que es igual a $w_{t+1} = A_{t+1} F_N\left(K_{t+1}, N_{t+1}\right)$. Es decir, la misma condición de optimalidad que en t pero evaluada en $t+1$.

determinan K_{t+1}, es decir, la productividad laboral pero del periodo $t+1$.

- La condición de optimalidad (2) implícitamente define la demanda laboral:

$$N_t = N^d\left(\underset{-}{w_t}, \underset{+}{A_t}, \underset{+}{K_t}\right) \tag{4}$$

- **Ejemplo:** Considere una función de producción Cobb-Douglas:

$$F\left(K_t, N_t\right) = K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \quad \alpha \in (0,1)$$

  Así, la condición de optimalidad para N_t implica que:

$$w_t = A_t \alpha \left(\frac{K_t}{N_t}\right)^{\alpha}$$

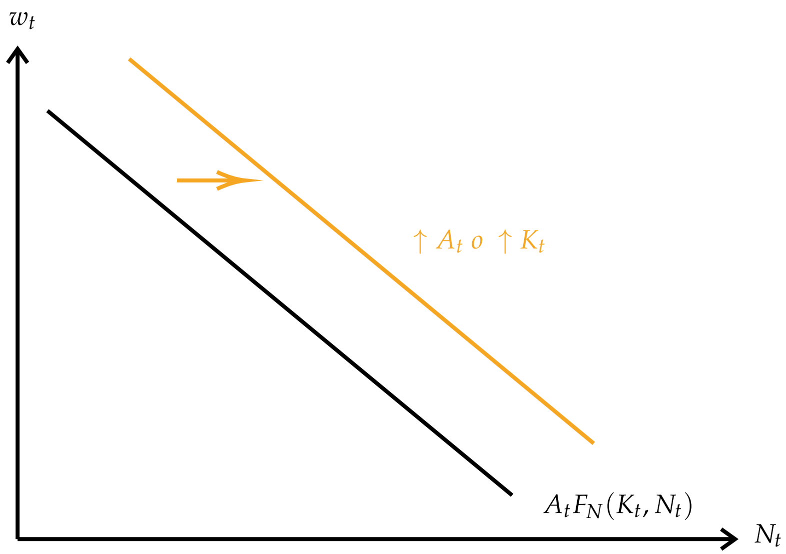
  Despejando N_t, obtenemos la demanda laboral dada por 4 para esta función de producción en particular:

$$N_t = \left(\frac{\alpha A_t}{w_t}\right)^{1/\alpha} K_t$$

  Note que N_t es creciente en K_t y A_t, pero decreciente en w_t.

- Gráficamente, la función de demanda laboral tendría la siguiente forma:

Gráfico 2: Función de demanda laboral



- La ecuación (3) implica que el beneficio marginal de invertir una unidad de producto en inversión es igual al costo marginal asociado:
  - Una unidad adicional de inversión tiene un costo marginal igual a $1 + r_t$. Es decir, los intereses y el principal que debe pagar en el periodo $t + 1$. Es decir, el lado izquierdo de (3)
  - ¿Cuál es el beneficio marginal de una unidad adicional de inversión? Una unidad adicional de inversión en el periodo t genera una unidad adicional de capital en el periodo $t + 1$. Una unidad adicional de capital incrementa el producto en el periodo $t + 1$ en $A_{t+1} F_K(K_{t+1}, N_{t+1})$. Pero adicionalmente, la empresa puede desinstalar esa unidad extra capital físicodespués de usarla para la producción (que se deprecia a una tasa δ) y convertirla en ingreso, por un monto de $1 - \delta$. Es decir, el beneficio marginal es el lado derecho de (3).

- Además, la ecuación (3) nos dice que la decisión óptima de K_{t+1} puede escribirse como

$$r_t + \delta = A_{t+1} F_K \left(K_{t+1}, N_{t+1}\right)$$

Por lo que K_{t+1} es creciente en A_{t+1}, decreciente en r_t y δ. Así, se define, implícitamente, una función de demanda por capital físico:

$$K_{t+1} = K^d \left(\underset{-}{r_t}, \underset{+}{A_{t+1}} \right) \tag{5}$$

- **Ejemplo:** Considere una función de producción Cobb-Douglas:

$$F\left(K_t, N_t\right) = K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \quad \alpha \in (0,1)$$

Así, la condición de optimalidad para K_{t+1} implica que:

$$r_t + \delta = A_{t+1}(1-\alpha) \left(\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}} \right)^{\alpha - 1}$$

- Despejando K_{t+1}, obtenemos la demanda para K_{t+1} (que de nuevo, se programa en el periodo t) dada por 5 para esta función de producción en particular:

$$K_{t+1} = \left(\frac{(1-\alpha) A_{t+1}}{r_t + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_{t+1}$$

Es decir, K_{t+1}es creciente en A_{t+1}, decreciente en r_t y δ.

- Ahora pensemos en una curva de inversión. Recordando que $K_{t+1} = I_t + (1-\delta)K_t$, entonces:

$$\begin{aligned} I_t &= K_{t+1} - (1-\delta)K_t \\ &= K^d \left(r_t, A_{t+1}\right) - (1-\delta)K_t \end{aligned}$$

Así, se puede establecer una función de inversión óptima implícita:

$$K^d\left(\underset{-}{r_t}, \underset{+}{A_{t+1}}, \underset{-}{K_t}\right)$$

Es decir, la inversión óptima I_t es decreciente en r_t y K_t, pero creciente en A_{t+1}.

- **Ejemplo:** Considere una función de producción Cobb-Douglas:

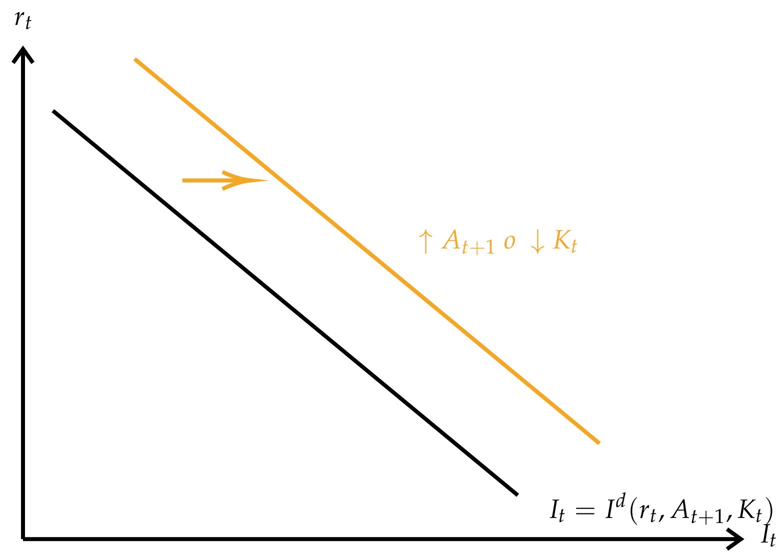
$$F\left(K_t, N_t\right) = K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \quad \alpha \in (0,1)$$

Así, la condición de optimalidad para K_{t+1} implica que:

$$I_t = \left(\frac{(1-\alpha)A_{t+1}}{r_t+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} N_{t+1} - (1-\delta)K_t$$

- Es decir, $I_t$es creciente en A_{t+1}, decreciente en r_t y K_t.
- Gráficamente,

Gráfico 3: Función de inversión



Remuneración a los factores de producción

- Considere una función Cobb-Douglas:

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$$

- Como vimos, la demanda del trabajo viene dada por:

$$\begin{aligned} w_t &= (1-\alpha) A_t K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha} \\ &= (1-\alpha) \frac{A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}}{N_t} \\ &= (1-\alpha) \frac{Y_t}{N_t} \end{aligned}$$

Así:

$$w_t N_t = (1 - \alpha) Y_t$$

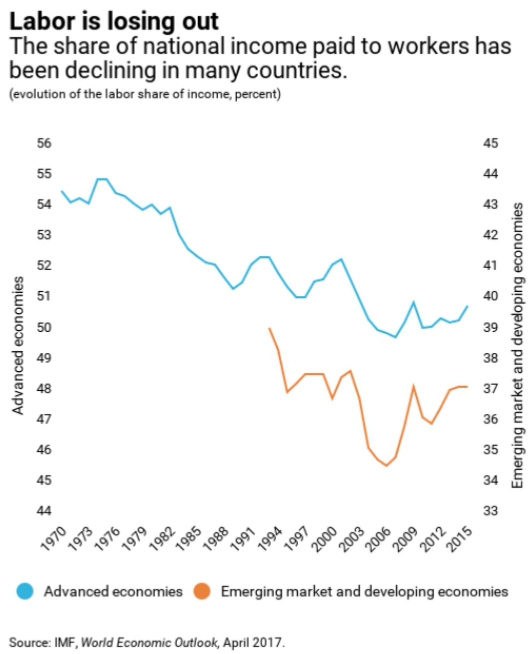
Es decir, $1 - \alpha$ mide la proporción del producto generado por la empresa que fluye al trabajo.

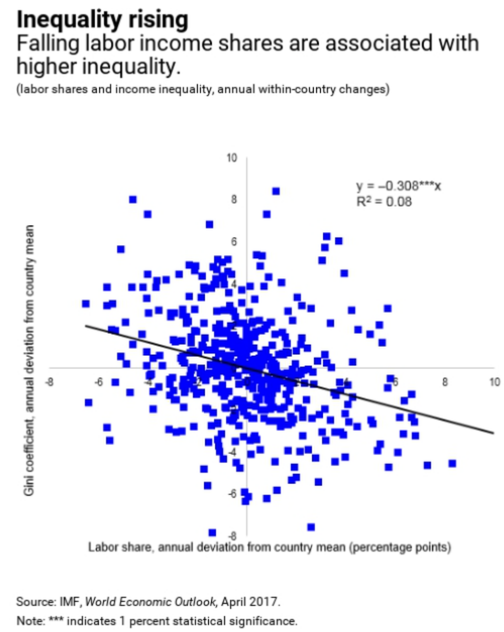
- Similarmente, podemos pensar en algo para el capital:

$$r_t K_t = \alpha Y_t$$

- Por tanto, el parámetro α mide la distribución del ingreso entre el capital y el trabajo (labor and capital shares of income).
- Nicholas Kaldor, en 1961 publicó unos hechos estilizados sobre el crecimiento económico de largo plazo. Entre ellos:
  - La remuneración del trabajo y el capital son estables.
- Según los datos de EE.UU., $\alpha \approx 1/3$, tal que el trabajo captura cerca de $2/3$ o 66.6% del valor agregado de la empresa.
- Sin embargo, recientemente hay una preocupación porque la remuneración del trabajo está empezando a caer, en línea con incrementos en la desigualdad y polarización laboral:

Gráfico 4: Tendencias en la remuneración del trabajo





- Varias explicaciones se han dado al respecto:
  - Automatización/Outsourcing
  - Cambio tecnológico sesgado hacia ocupaciones de alta calificación (skill-biased technological change)
  - Poder monopsónico en el mercado laboral
  - Cambios en el esquema tributario
  - Deterioro en la protección y el poder de negociación de las personas trabajadoras