EC3201 Teoría Macroeconómica 2
I Examen

Prof. Jonathan Garita

I-2024

1. **(Heterogeneidad y consumo)** Suponga que hay un continuo de hogares, los cuales están indexados por $i \in [0,1]$. Los agentes viven durante dos períodos, t y $t+1$. Los agentes están dotados con un flujo exógeno y perfectamente conocido de ingresos, $Y_t(i)$ y $Y_{t+1}(i)$. Piense en las unidades de ingresos como frutas. La fruta no se puede almacenar.

   En el período t, los agentes determinan cuánto consumir, $C_t(i)$, y cuánto ahorrar. Los agentes tienen acceso a un bono sin riesgo a un período, $B_t(i)$, que se negocia a un precio q_t y se paga uno a uno en $t+1$.

   Los agentes tienen una misma función de utilidad de flujo dada por $u(\cdot)$, donde $u'(\cdot) > 0$ y $u''(\cdot) \leq 0$. Los agentes descuentan los flujos de utilidad futura por $0 < \beta < 1$. La utilidad vitalicia es:

$$\mathbb{U}(i) = u\left(C_t(i)\right) + \beta u\left(C_{t+1}(i)\right)$$

   El problema de decisión de un agente es elegir una secuencia de consumo, $C_t(i)$ y $C_{t+1}(i)$, y tenencias de bonos, $B_t(i)$, para maximizar la utilidad vitalicia sujeta a dos restricciones presupuestarias temporales.

   (a) Plantee el problema del hogar. Especifique claramente las restricciones presupuestarias y las variables de elección.

   (b) Obtenga la condición de optimalidad el hogar i, la función de consumo presente, $C_t(i)$ y la y la función de demanda de bonos, $B_t(i)$.

   (c) Plantee el equilibrio general competitivo de esta economía. No olvide la condición de aclaramiento de los mercados.

   (d) Obtenga una restricción de recursos agregada para cada período en esta economía. Para ello, defina C_t y C_{t+1} como el consumo agregado. Similarmente, Y_t y Y_{t+1}

como el ingreso agregado. Luego, sume la restricción presupuestaria de todos los agentes en cada periodo y utilice la condición de vaciado del inciso anterior.

(e) Utilice su respuesta en el inciso anterior para mostrar la condición de equilibrio final para la tasa de interés. Compare su resultado con una economía con un hogar representativo.

2. **La Curva de Rendimiento:** Supongamos que tiene una economía con un solo tipo de agente, pero que el tiempo dura tres períodos en lugar de dos. La utilidad vitalicia para el hogar es:

$$U = \ln C_t + \beta \ln C_{t+1} + \beta^2 \ln C_{t+2}$$

La restricción presupuestaria intertemporal es:

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} + \frac{C_{t+2}}{(1+r_t)(1+r_{t+1})} = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r_t} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r_t)(1+r_{t+1})}$$

r_t es la tasa de interés sobre ahorro / préstamo entre t y $t+1$, mientras que r_{t+1} es la tasa de interés sobre ahorro / préstamo entre $t + 1 y t + 2$.

(a) Resuelva para C_{t+2} en la restricción intertemporal y sustituya esto en la utilidad vitalicia. Esto transforma el problema en uno de elección de C_t y C_{t+1}. Use cálculo para derivar dos ecuaciones de Euler: una relacionando C_t con C_{t+1}, y la otra relacionando C_{t+1} con C_{t+2}.

(b) En equilibrio, debemos tener $C_t = Y_t, C_{t+1} = Y_{t+1}$ y $C_{t+2} = Y_{t+2}$. Derive expresiones para r_t y r_{t+1} en términos de la trayectoria exógena de la dotación $y \beta$.

(c) Se podría definir la tasa de interés "larga" como el producto de las tasas de interés de un período. En particular, defina $(1+r_{2,t})^2 = (1+r_t)(1+r_{t+1})$ (el término al cuadrado en $1+r_{2,t}$ refleja el hecho de que si ahorra por dos períodos, obtiene cierta capitalización). Si hubiera un instrumento de ahorro con una madurez de dos períodos, esta condición tendría que ser satisfecha (intuitivamente, porque un hogar sería indiferente entre ahorrar dos veces en bonos de un período o una vez en un bono de dos períodos). Derive una expresión para $r_{2,t}$.

(d) La curva de rendimiento representa las tasas de interés en función del vencimiento del tiempo. En este problema simple, se trazaría r_t en función de 1 (hay un vencimiento de un período [1]) y $r_{2,t}$ en función de 2 (hay un vencimiento de dos períodos). Si $Y_t = Y_{t+1} = Y_{t+2}$, ¿cuál es el signo de la pendiente de la curva de rendimiento (es decir, si $r_{2,t} > r_{1,t}$, entonces la curva de rendimiento es ascendente)?

(e) A menudo se afirma que una "curva de rendimiento invertida" es un predictor de una recesión. Si Y_{t+2} es lo suficientemente baja en relación con Y_t y Y_{t+1}, ¿podría la curva de rendimiento en este modelo simple estar "invertida" (es decir, tener signo opuesto) a lo que se encontró en la parte anterior? Explique.

3. **Heterogeneidad de preferencias:** Considere un modelo de dos periodos con dos tipos de hogar. Hay γ hogares tipo A con las preferencias:

$$u\left(C_t, C_{t+1}\right) = \log\left(C_t\right) + \beta \log\left(C_{t+1}\right)$$

Además, hay $1-\gamma$ hogares tipo B que siguen una regla de consumo dada por:

$$C_t = a + b\left(Y_t + A_t\right)$$

Con A_t una transferencia social que hace el gobierno a cada hogar tipo B en el periodo t. El gobierno financia dicho programa social mediante un impuesto de suma fija que va a cobrar a todos los hogares por igual en el periodo $t+1$, igual a T_{t+1}.

(a) Obtenga la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno.

(b) Obtenga la función de consumo de cada hogar tipo A. Suponga que este tipo de hogar conoce la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno. ¿Cómo afecta un aumento en las transferencias sociales al consumo de este hogar y por qué? ¿Cómo cambiaría su respuesta si el hogar no internaliza la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno?

(c) Obtenga la función de consumo agregado, definida por:

$$C_t = \gamma C_t^A + (1-\gamma) C_t^B$$

(d) Obtenga el efecto de un aumento en las transferencias sociales, A_t, sobre el consumo agregado. Es decir, $\frac{\partial C_t}{\partial A_t}$.

(e) ¿De qué depende la magnitud y el signo de $\frac{\partial C_t}{\partial A_t}$? Explique para cada variable relevante: γ, b, β.

(f) Suponga que el ingreso en el periodo t, Y_t, está determinado completamente por la demanda. Es decir, $Y_t = C_t + G_t$. Obtenga una expresión de equilibrio para Y_t y para $\frac{\partial Y_t}{\partial A_t}$.

4. **(Función de consumo con utilidad no derivable)** Asuma que la función de utilidad vitalicia de un hogar representativo de dos periodos está dada por:

$$U = \min\left\{\alpha c_t, c_{t+1}\right\}, \quad \alpha > 0$$

Los hogares pueden ahorrar o endeudarse a una tasa de interés $r > 0$.

(a) Resuelva el problema de optimización del hogar. Encuentre una expresión para los niveles de consumo y ahorro óptimo como función de c_t y c_{t+1} como función de r, y_t y y_{t+1}.

(b) Calcule $\frac{\partial S_t}{\partial r}$, es decir, si el ahorro de un hogar es creciente o decreciente en la tasa de interés. En particular, muestre que el signo de esta derivada depende del valor del parámetro α y provea una intuición económica para sus respuestas.

(c) ¿Cuál es la propensión marginal de consmo en este modelo? ¿Es mayor o menor que uno? ¿Cómo depende de la tasa de interés? Acompañe con intuición económica sus respuestas.

(d) Considere un cambio del ingreso en t de $dY_t = 1$ y que $dY_{t+1} = \rho dY_t$, con $0 < \rho < 1$ un parámetro que mide la persistencia del choque de ingreso en el tiempo. Estime el efecto de dicho choque de ingreso sobre el consumo en el periodo t. ¿Cómo afecta ρ la respuesta de C_t al choque de ingreso? Provea intuición económica.