Práctica Primer Parcial

Teoría Macroeconómica II

1. **La Curva de Rendimiento:** Supongamos que tiene una economía con un solo tipo de agente, pero que el tiempo dura tres períodos en lugar de dos. La utilidad vitalicia para el hogar es:
$$U = \ln C_t + \beta \ln C_{t+1} + \beta^2 \ln C_{t+2}$$
La restricción presupuestaria intertemporal es:
$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} + \frac{C_{t+2}}{(1+r_t)(1+r_{t+1})} = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r_t} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r_t)(1+r_{t+1})}$$
r_t es la tasa de interés sobre ahorro / préstamo entre t y $t+1$, mientras que r_{t+1} es la tasa de interés sobre ahorro / préstamo entre $t+1$ y $t+2$.
   (a) Resuelva para C_{t+2} en la restricción intertemporal y sustituya esto en la utilidad vitalicia. Esto transforma el problema en uno de elección de C_t y C_{t+1}. Use cálculo para derivar dos ecuaciones de Euler: una relacionando C_t con C_{t+1}, y la otra relacionando C_{t+1} con C_{t+2}.
   (b) En equilibrio, debemos tener $C_t = Y_t, C_{t+1} = Y_{t+1}$ y $C_{t+2} = Y_{t+2}$. Derive expresiones para r_t y r_{t+1} en términos de la trayectoria exógena de la dotación y β.
   (c) Se podría definir la tasa de interés "larga" como el producto de las tasas de interés de un período. En particular, defina $(1+r_{2,t})^2 = (1+r_t)(1+r_{t+1})$ (el término al cuadrado en $1+r_{2,t}$ refleja el hecho de que si ahorra por dos períodos, obtiene cierta capitalización). Si hubiera un instrumento de ahorro con una madurez de dos períodos, esta condición tendría que ser satisfecha (intuitivamente, porque un hogar sería indiferente entre ahorrar dos veces en bonos de un período o una vez en un bono de dos períodos). Derive una expresión para $r_{2,t}$.
   (d) La curva de rendimiento representa las tasas de interés en función del vencimiento del tiempo. En este problema simple, se trazaría r_t en función de 1 (hay un

vencimiento de un período) y $r_{2,t}$ en función de 2 (hay un vencimiento de dos períodos). Si $Y_t = Y_{t+1} = Y_{t+2}$, ¿cuál es el signo de la pendiente de la curva de rendimiento (es decir, si $r_{2,t} > r_{1,t}$, entonces la curva de rendimiento es ascendente)?

(e) A menudo se afirma que una "curva de rendimiento invertida" es un predictor de una recesión. Si Y_{t+2} es lo suficientemente baja en relación con Y_t y Y_{t+1}, ¿podría la curva de rendimiento en este modelo simple estar "invertida" (es decir, tener signo opuesto) a lo que se encontró en la parte anterior? Explique.

2. **Inversión e impuestos:** Considere una empresa que opera durante dos períodos. Produce su producto en cada período de acuerdo con la siguiente función de producción:

$$Y = AK^{\alpha} \quad \text{con} \quad 0 < \alpha < 1$$

El stock de capital actual está exógenamente dado. La empresa puede influir en su stock de capital futuro a través de la inversión. El capital se acumula de acuerdo con:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$$

La empresa se liquida a sí misma (es decir, vende el capital restante que no se ha depreciado durante el período) al final del segundo período. El objetivo de la empresa es maximizar su valor, dado por:

$$V = D_t + \frac{D_{t+1}}{1 + r}$$

donde D denota las ganancias, que se pagan como dividendos a sus propietarios, y la empresa toma la tasa de interés como dada.

(a) Escriba las expresiones tanto para las ganancias actuales como para las futuras, D_t y D_{t+1}.

(b) Escriba el problema de optimización de la empresa. ¿Cuáles son sus variables de elección?

(c) Resuelva algebraicamente para la elección óptima de inversión de la empresa, I_t.

(d) Ahora suponga que hay una tasa de impuesto proporcional sobre las ganancias de la empresa, τ, que es la misma en ambos períodos (es decir, $\tau_t = \tau_{t+1}$). Rehaga lo anterior, resolviendo para la regla de inversión óptima. ¿Cuál es el efecto de la tasa de impuesto sobre la inversión?

(e) En su lugar, suponga que la tasa impositiva se coloca sobre el ingreso de la empresa, no en las ganancias. Es decir, las ganancias después de impuestos de la empresa en el primer período son ahora $(1-\tau)Y - I$ en lugar de $(1-\tau)(Y - I)$. En el segundo período, la producción se vuelve a gravar, pero el stock de capital liquidado no. En otras palabras, las ganancias después de impuestos en el segundo período son: $(1-\tau)Y_{t+1} + (1-\delta)K_{t+1}$. Rehaga el problema. ¿Cuál es el efecto de la tasa de impuesto sobre la inversión? ¿Cómo se compara su respuesta con su respuesta en la parte (d)?

(f) Vuelva a un entorno sin impuestos y esta vez suponga que la producción se da por $Y = AK^{\alpha}N^{1-\alpha}$ con $\alpha \in [0,1]$. Derive la demanda laboral de la empresa para los períodos t y $t+1$, y grafique la demanda en la dimensión (w, N).

(g) Continuando con la parte (f), ¿es la demanda de trabajo una decisión estática o dinámica? Explique. ¿Qué cambiaría eso?

3. **La curva de Laffer:** Algunas personas hacedoras de política que buscan obtener apoyo para impuestos más bajos a veces argumentan que reducir los impuestos en realidad llevará a un aumento en los ingresos fiscales porque esto aumentará la producción de manera significativa. Claramente, si las tasas impositivas fueran del 100%, se recaudaría poco ingreso ya que pocas personas trabajarían. Entonces, a tasas impositivas suficientemente altas, este argumento es válido. Pero, ¿cuán altos deben ser los impuestos para que esto sea cierto?
El argumento de que reducir los impuestos aumentará los ingresos fiscales fue famosamente presentado por el economista Arthur Laffer en una cena en 1974 con los entonces funcionarios de la Administración Ford, Dick Cheney y Donald Rumsfeld. Se dice que Laffer ilustró su argumento dibujando una curva en su servilleta que mostraba cómo los ingresos fiscales aumentan con la tasa impositiva a tasas impositivas bajas, pero eventualmente caen a cero a tasas impositivas del 100%. Desde entonces, se ha llamado curva de Laffer a un gráfico de los ingresos fiscales en función de las tasas impositivas. Tener una tasa impositiva más alta que la tasa impositiva que maximiza los ingresos (es decir, una tasa impositiva en la parte descendente de la curva) se llama estar en el lado equivocado de la curva de Laffer.
En esta pregunta, resolverá para el "tope de la curva de Laffer", es decir, la tasa impositiva que maximiza los ingresos fiscales, en un modelo simple.

(a) Supongamos que la producción en la economía se produce solo con trabajo (sin capital, tierra, etc., por simplicidad). Supongamos que la función de producción es $Y = AL$, donde Y denota el producto total en la economía, A denota la productividad y L denota el trabajo total en la economía. Supongamos que las empresas toman los salarios w como dados. Obtenga la curva de demanda laboral en esta economía. Trace la curva de demanda laboral en el espacio (w, L) (es decir, con w en el eje y y L en el eje x). En una o dos frases, comente por qué tiene sentido que la curva de demanda laboral tenga esta forma en este modelo.

(b) Suponga que la función de utilidad de cada hogar está dada por:

$$\log C - \psi \frac{H^{1+1/\eta}}{1+\eta^{-1}}$$

donde C denota el consumo per cápita, H denota las horas per cápita, y η y ψ son parámetros. Supongamos que todos los hogares son idénticos. Esto implica que todos consumirán la misma cantidad en equilibrio y ofrecerán el mismo número de horas de trabajo. La restricción presupuestaria de cada hogar es

$$C = (1 - \tau_l)\, wH + T$$

donde τ_l denota el impuesto laboral en esta economía y T denota una transferencia de suma fija del gobierno al hogar. Para simplificar, suponemos que el gobierno redistribuye todos los ingresos fiscales de vuelta a los hogares mediante una transferencia de suma fija. "Suma fija" significa que el hogar toma la cantidad de transferencias que recibe como dado, es decir, cree que no puede afectarlas con sus acciones. Derive la curva de oferta de trabajo del hogar.

(c) Suponga que hay N hogares en la economía. Los ingresos tributarios totales son entonces $\tau_l wHN$, es decir, la tasa impositiva multiplicada por el ingreso laboral del hogar (wH) multiplicado por el número de hogares. Supongamos que cada hogar recibe una proporción equitativa de estos ingresos laborales como una transferencia de suma fija del gobierno. Utilice este hecho, la restricción presupuestaria del hogar, la curva de oferta de trabajo y la ecuación de demanda de trabajo para mostrar que las horas trabajadas por persona en esta economía se pueden expresar como

$$H = (1 - \tau_l)^{\frac{\eta}{\eta+1}}\, \psi^{\frac{-\eta}{\eta+1}}$$

Grafique esta curva en un espacio (τ_l, H) para $\eta = 1$ y $\psi = 2$. En una o dos oraciones, explique intuitivamente la forma de esta curva.

(d) Recuerde que los ingresos tributarios son $\tau_l wHN$. La curva de Laffer representa los ingresos fiscales como una función de la tasa impositiva y solo de las variables y parámetros exógenos. Use la expresión que derivó en la parte (c), así como la curva de demanda laboral, para obtener una expresión de los ingresos tributarios como función solo de la tasa impositiva τ_l, las variables exógenas (A, N) y los parámetros (η, ψ). Trace esta función asumiendo que $\eta = 1$, $\psi = 2$, $A = 1$ y $N = 1$.

(e) Encuentre el máximo de la curva de Laffer. En otras palabras, obtenga una expresión de la tasa impositiva que produce el máximo de ingresos fiscales como una función de los parámetros exógenos (η, ψ).

(f) Existe un debate en la literatura macroeconómica sobre cuál es el valor adecuado para el parámetro η. Este parámetro se llama elasticidad Frisch de la oferta laboral. Es el cambio porcentual en las horas trabajadas cuando los salarios cambian en un 1%, pero manteniendo el consumo fijo. Según los datos de los hombres de mediana edad, muchos economistas del trabajo creen que η es bastante pequeño, por ejemplo, $\eta \approx 0.5$. Sin embargo, los macroeconomistas a menudo señalan los cambios en las decisiones de participación como evidencia de altas elasticidades de oferta laboral, como el retiro temprano, el desempleo, etc. Por lo tanto, a veces los macroeconomistas usan valores para η que son bastante superiores a 1, por ejemplo, $\eta \approx 3$. Calcule la tasa impositiva que maximiza la recaudación tributaria (es decir, el máximo de la curva de Laffer) para los siguientes tres valores de $\eta : 0.5, 1, 3$.

4. **(Función de consumo con utilidad no derivable)** Asuma que la función de utilidad vitalicia de un hogar representativo de dos periodos está dada por:

$$U = \text{mín}\left\{\alpha c_t, c_{t+1}\right\}, \quad \alpha > 0$$

Los hogares pueden ahorrar o endeudarse a una tasa de interés $r > 0$.

(a) Resuelva el problema de optimización del hogar. Encuentre una expresión para los niveles de consumo y ahorro óptimo como función de c_t y c_{t+1} como función de r, y_t y y_{t+1}.

(b) Calcule $\frac{\partial S_t}{\partial r}$, es decir, si el ahorro de un hogar es creciente o decreciente en la tasa de interés. En particular, muestre que el signo de esta derivada depende del valor del parámetro α y provea una intuición económica para sus respuestas.

(c) ¿Cuál es la propensión marginal de consmo en este modelo? ¿Es mayor o menor que uno? ¿Cómo depende de la tasa de interés? Acompañe con intuición económica sus respuestas.

(d) Considere un cambio del ingreso en t de $dY_t = 1$ y que $dY_{t+1} = \rho dY_t$, con $0 < \rho < 1$ un parámetro que mide la persistencia del choque de ingreso en el tiempo. Estime el efecto de dicho choque de ingreso sobre el consumo en el periodo t. ¿Cómo afecta ρ la respuesta de C_t al choque de ingreso? Provea intuición económica.