n 阶 Hilbert 矩阵

$$H_n = (a_{ij})_{n\times n} = \left(\frac{1}{i+j-1}\right)_{n\times n}$$

例如

$$H_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

1. 以浮点数的形式打印 4 阶 Hilbert 矩阵.
2. 以浮点数的形式打印 n 阶 Hilbert 矩阵.
3. 以有理数的形式打印 4 阶 Hilbert 矩阵. 具体形式例如 (每一列的除法符号对齐):

```
[1/1    1/2    1/3    1/4]
[                        ]
[1/2    1/3    1/4    1/5]
[                        ]
[1/3    1/4    1/5    1/6]
[                        ]
[1/4    1/5    1/6    1/7]
```

4. 以有理数的形式打印 n 阶 Hilbert 矩阵, 具体形式参考 (3).
5. 以浮点数的形式计算 4 阶 Hilbert 矩阵的平方, 并输出.
6. 以有理数的形式计算 4 阶 Hilbert 矩阵的平方, 并以有理数的方式用类似 (3) 中的形式输出.
7. 以浮点数的形式计算 4 阶 Hilbert 矩阵的逆, 并输出.
8. 以有理数的形式计算 4 阶 Hilbert 矩阵的逆, 并以有理数的方式用类似 (3) 中的形式输出.
9. 以有理数的形式计算 20 阶 Hilbert 矩阵的逆, 并以有理数的方式用类似 (3) 中的形式输出.