

9. 遍历

1. 假设有 A, B 个空杯子，容量分别为 n, m 升。可以对这两个杯子做以下操作：

- (a) 把某个杯子接满水
- (b) 把某个杯子的水倒光
- (c) 把某个杯子里面的水倒至另一个杯子，直至接水的杯子水满或者出水的杯子倒空

对于这样一个无聊的过程，把 A, B 杯子中水的体积 (x_1, y_1) 视作一个有向图的节点，经过某种操作之后，变成节点 x_2, y_2 。认为从 (x_1, y_1) 到 x_2, y_2 存在一条有向边。假设 $(n, m) = (19, 24)$ ，求这个有向图的节点和边的总数。

2. 拉丁方是一种 $n \times n$ 的方阵，该方阵恰有 n 种不同的元素，每一种不同的元素在同一行或同一列里只出现一次。假定只考虑由数字 $1, 2, \dots, n$ 组成的 n 阶拉丁方。设第一行从左到右为 $1, 2, \dots, n$ ，第一列从上到下也为 $1, 2, \dots, n$ 的拉丁方为标准型拉丁方。求 5, 6 或者 7 阶标准型拉丁方的总数。

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Rubik's cube（即魔方，如图）是大家喜闻乐见的玩具。对于一个给定的初始状态的二阶魔方，通过旋转各个面，最多能变出多少种状态？（经过整体旋转之后的魔方当然被认为没有状态变化）

