实 验 报 告

三、实验结果（包括所用命令、程序，运行结果等）

2．(教材 p.19: 1.4.2)　对于 1.2.2 节(市场经济中的蛛网模型)，用 MATLAB 软件编程计算，画出图 1.5 和图 1.6．

解：蛛网模型为 $y_k - y_0 = -\alpha(x_k - x_0), \quad \alpha > 0, k = 1, 2, ...$

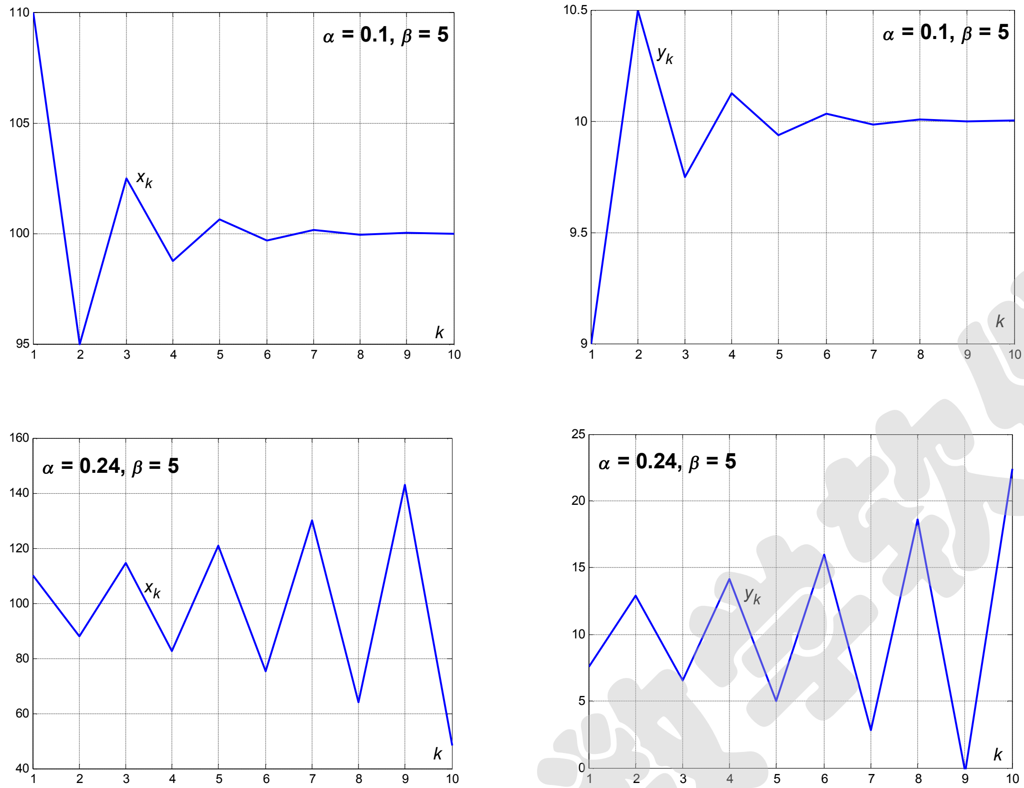
$x_{k+1} - x_0 = -\beta(y_k - y_0), \quad \beta > 0, k = 1, 2, ...$

1. 命令及程序如下：

```
% p.9-10  例 1.2.2 的图形--蛛网模型
x0 = 100; y0 = 10;            % 100 单位，10 元/单位
x1 = 110; n=1:10;
x = [x1]; y = [];
alpha = 0.1; beta = 5;
for k = n
      y(k) = y0 - alpha*(x(k)-x0);
      x(k+1) = x0 + beta*(y(k)-y0);
end
plot(n, x(n),'linewidth',1.5),grid on,          %图 1.5(a)
text(3.2,102.5,'\fontsize{14}\itx_{k}'), text(9.6,95.5,'\fontsize{14}\itk'),
text(7.2,109,'\fontsize{16}\bf\it\alpha\rm\bf = 0.1, \bf\it\beta\rm\bf = 5')
pause

plot(n, y(n),'linewidth',1.5),grid on,          %图 1.5(b)
text(2.4,10.3,'\fontsize{14}\ity_{k}'), text(9.6,9.1,'\fontsize{14}\itk'),
text(7.2,10.4,'\fontsize{16}\bf\it\alpha\rm\bf = 0.1, \bf\it\beta\rm\bf = 5')
pause

x = [x1]; y = []; alpha = 0.24; beta = 5;
for k=n
      y(k) = y0 - alpha*(x(k)-x0);
      x(k+1) = x0 + beta*(y(k)-y0);
end
plot(n, x(n),'linewidth',1.5),grid on,    %图 1.6(a)
text(3.4,105,'\fontsize{14}\itx_{k}'), text(9.6,45,'\fontsize{14}\itk'),
text(1.2,150,'\fontsize{16}\bf\it\alpha\rm\bf = 0.24, \bf\it\beta\rm\bf = 5'),
pause

plot(n, y(n),'linewidth',1.5),grid on,    %图 1.6(b)
axis([1 10 0 25])
text(4.3,13,'\fontsize{14}\ity_{k}'), text(9.6,1,'\fontsize{14}\itk'),
text(1.2,23,'\fontsize{16}\bf\it\alpha\rm\bf = 0.24, \bf\it\beta\rm\bf = 5')
```

2.运行结果为：

数学建模与数学软件



3．(教材 p.19: 1.4.2)　写出任意两个数的算术平均数与几何平均数序列的迭代公式，用 MATLAB 软件编写程序时，任给初值，观察序列的收敛情形，18 世纪的伟大数学家高斯证明，当两个数的初值为 1 和 $\sqrt{2}$ 时，该序列收敛于 $\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{1-t^4}}$ 的倒数，这个结果开辟了 19 世纪数学分析的一个新领域.

解：任意两个数的算术平均数与几何平均数序列的迭代公式为

$a_0 =$ 初值，$b_0 =$ 初值,

1. (1) 初值为 1 和$1/\sqrt{2}$ 时的算术平均数与几何平均数序列的迭代公式，可以计算 pi(p.15):

```
format long   % 以下结果显示为双精度格式

% 计算 pi 的迭代法 2(p.15)的程序
n = 10;
a = 1; b = 1/sqrt(2); s = 1/2;   %初值
cc = 1;
for i = 1:n
    aa = (a+b)/2;            % 算术平均
    b = sqrt(a*b);           % 几何平均
    a = aa;
    cc = 2*cc;
    s = s - cc*(a*a-b*b);
end
p = 2*a*a/s                  %这是所计算的 pi 值
```

数学建模与数学软件

(2) 初值为 1 和 $\sqrt{2}$ 时的算术平均数与几何平均数序列的迭代公式，可以计算 $\frac{2}{\pi}\int_0^1 \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{1-t^4}}$ 的倒数:

```
a = 1; b = 2;                %初值
cc = 1;
for i = 1:n
    a = (a+b)/2;             % 算术平均
    b = sqrt(a*b);           % 几何平均
end
GaussIterationValue = [a,b]     %这是所计算的 $\frac{2}{\pi}\int_0^1 \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{1-t^4}}$ 的倒数

% 精确值为
GaussExactValue = sqrt(pi)*gamma(3/4)/gamma(5/4)/2
```

2.运行结果为：

```
p =
    3.141592653592909
GaussIterationValue =
    1.198140234735592     1.198140234735592
GaussExactValue =
    1.198140234735592
```

n = 10 时迭代结果已经非常好

4．(教材 p.19: 1.4.6)　在 MATLAB 中输入如下命令：

```
format long
x=4/3 - 1
y=3*x
z=1-y
```

观察计算结果，并思考和分析 z 的结果为什么不是精确地等于零。

解：

运行结果为：

```
x =
    0.333333333333333
y =
    1.000000000000000
z =
      2.220446049250313e-16
```

这里 z 的结果不是精确地等于零，因为在计算 x、y 和 z 时，都是采用双精度近似计算，计算中有舍入误差，导致 z 是一个很接近零的数。

5．(教材 p.19: 1.4.7) 为了画出多项式函数 $y = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1$ 在区间 [0.988, 1.012] 上的图形，请你在 MATLAB 中输入如下命令：

```
x=0.988:.0001:1.012
```

数学模型与数学软件

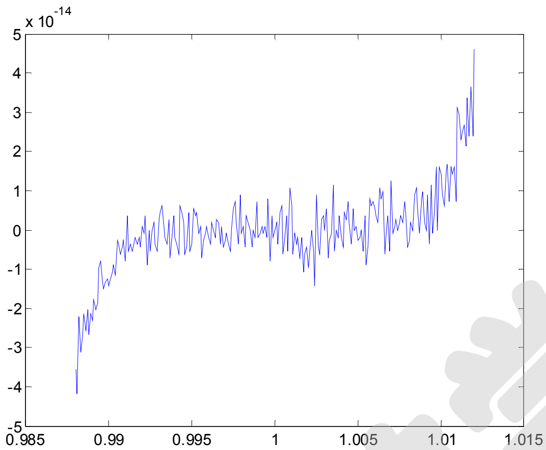
```
y= x.^7 - 7*x.^6 + 21*x.^5 - 35*x.^4 + 35*x.^3 - 21*x.^2 + 7*x - 1
plot(x,y)
```

或者直接输入如下命令：

```
fplot(@(x) x.^7-7*x.^6+21*x.^5-35*x.^4+35*x.^3-21*x.^2+7*x-1, [0.988,1.012])
```

观察计算结果，并思考和分析为什么图形看起来不连续。

解：



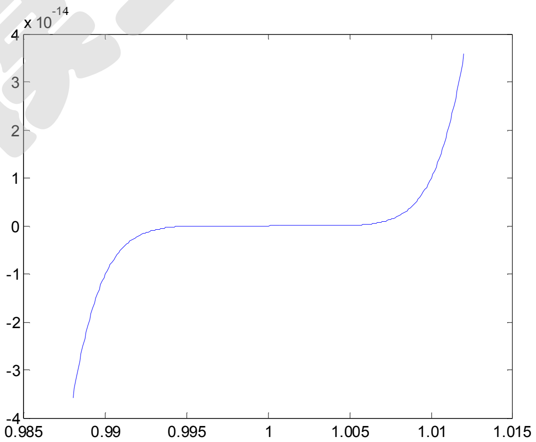
运行结果为：

数据在一条上升曲线上呈锯齿型上下波动，但波动范围很小（在 2e-14 内），从理论上说，多项式曲线都是光滑曲线，不应该有锯齿型上下波动的情况，这里的波动主要是由双精度近似计算引起的，改写这个多项式：

$$y = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1 = (x-1)^7$$

用下面的程序作同一图形：

```
x=0.988:.0001:1.012;
y1= (x-1).^7;
plot(x,y1)
```



运行结果为：

这是一条光滑曲线。

计算误差：

```
y2=y-y1;
max(abs(y2))
ans =    1.4211e-014
```

数学模型与数学软件

四、问题讨论（实验心得与体会）

从后面两题可以看到，在 MATLAB 编程运算时要考虑双精度数的计算误差。

数学模型与数学软件