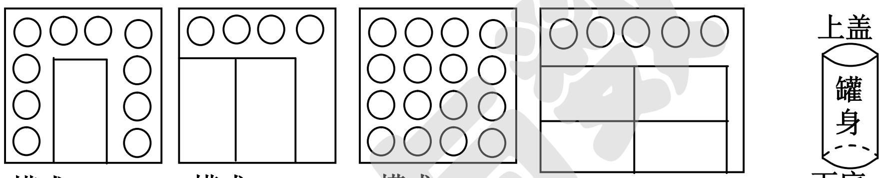
实 验 报 告

实验名称 <u>整数规划与统计</u> 第 <u>7</u> 次实验

三、实验过程与结果（包括建立的模型、程序、运行结果、结果分析等）

1．(教材 p.347: 10.4.12) 某公司采用一套冲压设备生产一种罐装饮料的易拉罐，这种易拉罐是用镀锡板冲压而成的。易拉罐为圆柱形，包括罐身、上盖和下底，罐身高 10cm，上盖和下底直径均为 5cm。该公司使用两种不同规格的镀锡板原料：规格 1 的镀锡板为正方形，边长 24cm；规格 2 的镀锡板为长方形，长、宽分别为 32cm 和 28cm。由于生产设备和生产工艺的限制，对于规格 1 的镀锡板原料，只可以按照模式 1、模式 2 或模式 4 进行冲压；对于规格 2 的镀锡板原料只能按照模式 4 进行冲压。使用模式 1、模式 2、模式 3、模式 4 进行冲压所需的时间分别为 1.5s, 2s, 2s, 3s。

该工厂每周工作 40 小时，每周可供使用的规格 1、规格 2 的镀锡板原料分别为 5 万张和 2 万张。目前每只易拉罐的利润为 0.10 元，原料余料损失为 0.001 元/cm^2（如果周末有罐身、上盖或下底不能配套组装成易拉罐出售，也看作是原料余料损失）。问工厂应如何安排每周的生产？



模式1: 1.5s　模式2: 2s　模式3: 1s　模式4: 3s

解：

【问题分析】

计算各种模式下的余料损失

模式 1：正方形边长 24cm，余料损失 $24^2 - 10\times\pi\times5^2/4 - 5\pi h = 222.6\ \text{cm}^2$

	罐身个数	底、盖个数	余料损失(cm^2)	冲压时间(秒))
模式 1	1	10	222.6	1.5
模式 2	2	4	183.3	2
模式 3	0	16	261.8	1
模式 4	4	5	169.5	3

目标：易拉罐利润，扣除原料余料损失后的净利润最大

注意：不能装配的罐身、上下底也是余料

约束：工作时数：每周工作时间不超过 40 小时；

原料数量：规格 1（模式 1 ~3）5 万张，

规格 2（模式 4）2 万张；

罐身和底、盖的配套组装 。

【模型建立】

决策变量：x_i ~ 按照第 i 种模式的生产张数(i = 1,2,3,4)；

y_1 ~ 一周生产的易拉罐个数；

y_2 ~ 不配套的罐身个数；

y_3 ~ 不配套的底、盖个数。

每只易拉罐利润 0.10 元，余料损失 0.001 元/cm^2

罐身面积 $=5\pi h=157.1$ cm^2

底盖面积 $=\pi\times 5^2/4=19.6$ cm^2　　　$1.5x_1+2x_2+x_3+3x_4\le 144000$

目标函数 Max $0.1y_1-0.001(222.6x_1+183.3x_2+261.8x_3+169.5x_4+157.1y_2+19.6y_3)$

约束条件　时间约束　$1.5x_1+2x_2+x_3+3x_4\le 144000$　（即 40 小时）

原料约束　$x_1+x_2+x_3\le 50000$，　$x_4\le 20000$

配套约束　$y_1=\min$ {罐身数，底盖数/2}

$$=\min\{x_1+2x_2+4x_4,\ (10x_1+4x_2+16x_3+5x_4)/2\}$$

这等价于 $y_1\le x_1+2x_2+4x_4$，　$y_1\le(10x_1+4x_2+16x_3+5x_4)/2$

$$y_2=x_1+2x_2+4x_4-y_1$$

$$y_3=10x_1+4x_2+16x_3+5x_4-2y_1$$

虽然 x_i 和 y_1，y_2，y_3 应是整数，但是因生产量很大，可以把它们看成实数，从而用线性规划模型处理 。

【模型求解】

Lingo 程序：

```
Model:
Max = 0.1*y1 - 0.2226*x1 - 0.1833*x2 - 0.2618*x3 - 0.1695*x4 - 0.1571*y2 -
0.0196*y3;
   1.5*x1 + 2*x2 + x3 + 3*x4 <= 144000;
   x1 + x2 + x3  <= 50000;
   x4 <= 20000;
   y1 -   x1 -  2*x2        -   4*x4  <= 0;
   y1 - 5*x1 -  2*x2 - 8*x3 - 2.5*x4 <= 0;
   y2 +   y1 -    x1 - 2*x2 -   4*x4   = 0;
   y3 + 2*y1 - 10*x1 - 4*x2 -  16*x3 - 5*x4 = 0;
end
```

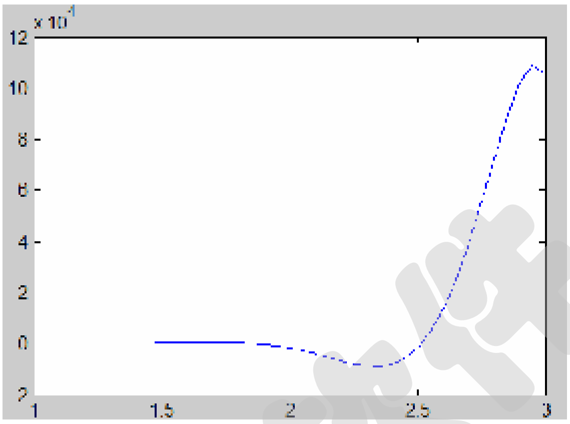
执行结果：

```
  Global optimal solution found.
  Objective value:                              4298.338
  Total solver iterations:                             5

                      Variable           Value        Reduced Cost
                            Y1        160250.0            0.000000
                            X1        0.000000        0.5000000E-04
                            X2        40125.00            0.000000
                            X3        3750.000            0.000000
                            X4        20000.00            0.000000
                            Y2        0.000000           0.2233312
                            Y3        0.000000        0.3648437E-01

                           Row    Slack or Surplus      Dual Price
                             1        4298.338            1.000000
                             2        0.000000        0.8350000E-02
                             3        6125.000            0.000000
                             4        0.000000           0.1547969
                             5        0.000000            0.000000
                             6        0.000000            0.000000
                             7        0.000000        0.6623125E-01
                             8        0.000000        0.1688438E-01
```

模式 2 生产 40125 张，模式 3 生产 3750 张，模式 4 生产 20000 张，

共产易拉罐 160250 个(罐身和底、盖无剩余)，净利润为 4298 元

2．(教材 p.272: 11.6.4a) 用蒙特卡罗方法求积分：$y = e^{4x}\sin 5x$，积分区间: $1 \le x \le 3$，并改变随机点数目观察对结果的影响.



解：　先作图

```
x=1:0.05:3;y=exp(4*x).*sin(5*x);plot(x,y)
exp(12)= 1.6275e+005
```

由图形可见，取值区域为：

1 <= x <= 3，-0.2e5 <= y <= 1.2e5

面积 2.8e5

程序 1A

```
  n = 2500000;
  x = rand(1,n)*(3-1)+1; %a=1,b=3,c=-0.2e5,d=1.2e5,b-a=2,d-c=1.4e5,(b-a)*(d-c)=2.8e5
  y = rand(1,n)*1.4e5 - 0.2e5;
  k = 0;
  for i = 1:n
      if y(i)<=exp(4*x(i))*sin(5*x(i))
          k=k+1;
      end
  end
  s = k/n*2.8e5 - 2*0.2e5
```

程序 2

```
n = 2500000;
x = rand(1,n)*(3-1)+1;     %或 x = unifrnd(1,3,1,n);
y = sum(exp(4*x).*sin(5*x));
s = y/n*(3-1)
```

精确值 $= -41e^4(4\sin 5 - 5\cos 5 + e^8(5\cos 15 - 4\sin 15))/41 = 25410.998665151$

程序 1 运行结果

n	第 1 次运行	第 2 次运行	第 3 次运行	第 4 次运行	第 5 次运行	均值	标准差
100000	25568	25957	25120	25792	25114	25510.2	384.58
500000	25370	25403	25505	25368	25145	25358.2	131.57
2500000	25324	25401	25347	25317	25383	25354.4	36.63

程序 2 运行结果

n	第 1 次运行	第 2 次运行	第 3 次运行	第 4 次运行	第 5 次运行	均值	标准差
100000	25116	25382	25115	25299	25765	25335.4	266.82
500000	25305	25536	25339	25497	25258	25387.0	122.44
2500000	25371	25406	25420	25404	25366	25393.4	23.62

总体来讲，随着 n 的增加，计算精度提高，但提高不快，且有同样的 n 下计算数值有波动，且波动随着 n 增加而减小。

四、问题讨论（实验心得与体会）