

## 1. Cociente y Resto

Hay dos definiciones de cociente y resto que aparecen frecuentemente en los distintos lenguajes de programación y bibliotecas de funciones. Estas dos corresponden a dos maneras de expresar el cociente de dos números,  $x/y$ , como suma de una parte entera,  $cy$ , y un resto  $r$  cuyo valor absoluto sea menor que el de  $y$ .

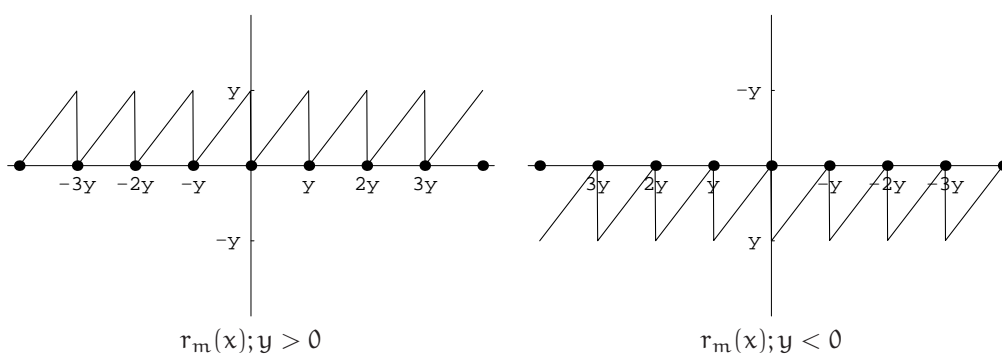
$$x/y = cy + r$$

### 1.1. Primera definición

La definición con mayor interés matemático es la siguiente:

$$\begin{aligned} c_m &= \lfloor x/y \rfloor \\ r_m &= x - yc_m = x \bmod y \end{aligned}$$

El resto  $r_m$  corresponde con la función módulo,  $x \bmod y$ , y es un valor cíclico entre 0 e  $y$  que tiene el mismo signo que el divisor,  $y$ .  $\begin{cases} 0 \geq r_m > -y & \text{si } y < 0 \\ 0 \leq r_m < y & \text{si } y > 0 \end{cases}$



#### 1.1.1. Ejemplos

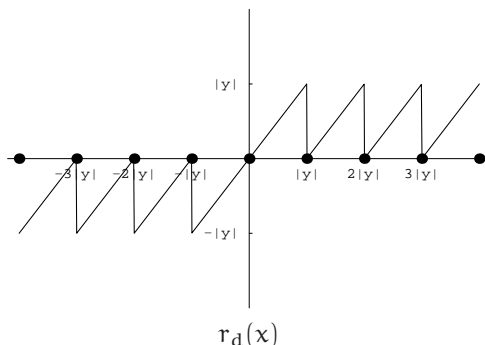
- Esta forma de cociente y resto corresponde las funciones de Mathematica  $\text{Quotient}[x, y] = c_m$  y  $\text{Mod}[x, y] = r_m$ .
- El resto es la función  $x \bmod y = r_m$  de RPL. Las calculadoras de la serie HP49 tienen un sistema CAS (*Computer Algebra System*) que incluye estas funciones para enteros:  $x \bmod y = \text{IQUOT} = c_m$ ;  $x \bmod y = \text{IREMAINDER} = r_m$ ;  $x \bmod y = \text{IDIV2} = c_m, r_m$ . La calculadora HP-35s tiene las funciones  $x \bmod y = \text{INT} \div = r_m$  y  $x \bmod y = \text{Rmdr} = r_m$  en el menú INTG.
- La función `Numeric#divmod` de Ruby calcula  $c_m$  y  $r_m$ ; la función `Numeric#div` calcula  $c_m$  y la función `Numeric#modulo` calcula  $r_m$ .
- Los operadores `/` y `%` de Ruby y Python corresponden, para valores enteros de  $x$  e  $y$ , a  $c_m$  y  $r_m$ :  $x/y = c_m$  y  $x \% y = r_m$ . En Python, a partir de la versión 2.2 se ha introducido en operador `//` con este sentido,  $x//y = c_m$ , y el operador `/` va a cambiar de significado.
- Excel tiene la función:  $\text{MOD}(x, y) \equiv \text{RESIDUO}(x; y) = r_m$

## 1.2. Segunda definición

La segunda forma es frecuente en muchos lenguajes de programación como división de números enteros:

$$\begin{aligned}c_d &= \mathcal{E}(x/y) \\ r_d &= x - yc_d = y\mathcal{F}(x/y) = |y|\mathcal{F}(x/|y|)\end{aligned}$$

El resto  $r_d$  así calculado tiene el mismo signo que el dividendo  $x$ .



La relación entre  $r_d$  y  $r_m$  es sencilla:  $r_d$  es igual a  $r_m$  cambiando el signo de  $y$  cuando es diferente al de  $x$ : ( $\mathcal{S}$  es la función signo)

$$\begin{aligned}r_d(x, y) &= r_m(x, y\mathcal{S}(x)\mathcal{S}(y)) \\ \mathcal{S}(x) &= \begin{cases} x/|x| & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}\end{aligned}$$

### 1.2.1. Ejemplos

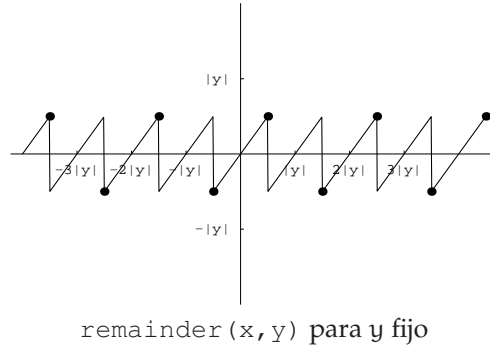
- La instrucción `IDIV` de los procesadores Intel (*integer division*) opera sobre números enteros y calcula  $c_d$  y  $r_d$ .
- La función `fmod` de la biblioteca estándar de C corresponde a  $r_d$ :  $\text{fmod}(x, y) = r_d$ .
- La función `modf(x, &temp)` de C calcula  $r_d$  para  $y = 1$  (por tanto  $r_m$  para  $y = \mathcal{S}(x)$ ); el valor calculado en `*temp` es  $c_d$  para  $y = 1$ .
- Para valores enteros, los operadores `/` y `%` de C/C++ corresponden habitualmente a  $c_d$  y  $r_d$ , pero los estándares de estos lenguajes no requieren obligatoriamente este comportamiento. La función `div` calcula simultáneamente el cociente y resto y suele corresponder con los operadores mencionados, aunque algunas implementaciones calculan  $c_m$  y  $r_m$ .
- La función `Numeric#remainder` de Ruby corresponde a  $r_d$ , y la expresión `(Float(x)/Float(y)).truncate` en Ruby permite calcular  $c_d$ .
- La *General Decimal Arithmetic Specification* define las funciones `divide-integer` y `remainder` como  $c_d$  y  $r_d$  respectivamente.

### 1.3. Otras definiciones

Las funciones `remainder` y `remquo` de la biblioteca estándar de C99 calculan el resto de la división con redondeo:

$$\text{remainder}(x, y) = \text{remquo}(x, y, \&\text{temp}) = x - y\mathcal{R}_2(x/y)$$

La operación FPREM1 de los procesadores de coma flotante de intel (a partir del 80387) realiza también esta



operación. En la *General Decimal Arithmetic Specification* esta operación se denomina `remainder-near`.