



UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA

**LA MOLINA**

## Maestría en Estadística Aplicada

### Estadística Actuarial: Anualidades contingentes

Mg. Jesús Eduardo Gamboa Unsihuay

29 de mayo de 2019

# Estructura del Capítulo V

## 1. Introducción

## 2. Anualidades de vida completa

### 2.1 Anualidades anticipadas de vida completa

### 2.2 Anualidades vencidas de vida completa

## 3. Anualidades temporales

### 3.1 Anualidades anticipadas temporales

### 3.2 Anualidades vencidas temporales

## 4. Anualidades diferidas

## 5. Anualidades garantizadas

# Introducción

- Anualidad: serie de pagos de, o hacia, un individuo mientras se encuentre vivo durante la fecha de pago, realizados en intervalos similares de tiempo.
- Casos particulares: determinación de primas y **beneficios de pensiones**.
- El valor presente de una anualidad es una variable aleatoria, sujeta al tiempo de vida futuro, sea  $T(x)$  o  $K(x)$ .
- Los pagos pueden realizarse temporalmente o de vida completa.
- Los pagos pueden comenzar inmediatamente o de manera diferida.
- Los pagos pueden ser efectuados al inicio o final de cada período.
- También se puede considerar el caso discreto (tablas de mortalidad) y continuo (funciones de supervivencia analíticas)

# Anualidades de vida completa

- El (los) beneficiario(s) recibe(n) el monto del seguro a través de pagos periódicos hasta que fallezca(n).
- Los beneficios pueden ser recibidos:
  - Al inicio de cada período (trabajaremos con años): anualidad anticipada
  - Al final de cada período: anualidad vencida

## Anualidades ciertas

## Recordando herramientas financieras:

- Valor presente de una anualidad de  $n$  pagos anticipados:

$$A = R + \frac{R}{1+i} + \frac{R}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R}{(1+i)^{n-1}} = R \left[ \frac{(1+i) - (1+i)^{-(n-1)}}{i} \right]$$

- Considere que  $A = \ddot{a}_{\overline{n}|}$ ,  $R = 1$ ,  $v = \frac{1}{1+i}$  y  $d = \frac{i}{1+i}$ :

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1} = \frac{(1+i) - (1+i)^{-(n-1)}}{i} = \frac{1 - v^n}{d}$$

- Note que  $\ddot{a}_{\overline{n}|}$  es un valor cierto, asumiendo que los  $n$  pagos se realizarán con probabilidad 1.

# Anualidades anticipadas de vida completa

## Anualidades contingentes

- Sea  $\ddot{Y}_x$  el valor presente de una anualidad anticipada de vida completa.
- El valor presente actuarial (sujeto a contingencias = muerte) de una anualidad anticipada será denotado por  $\ddot{a}_x$ , es decir:

$$E(\ddot{Y}_x) = \ddot{a}_x$$

- Luego,  $\ddot{a}_x$  puede ser obtenido de tres maneras, considerando:
  - la probabilidad de pago en cada posible fecha.
  - la probabilidad de muerte año a año.
  - la definición de valor presente cierto de una anualidad de pagos anticipados

# Anualidades anticipadas de vida completa

## Anualidades contingentes

### Considerando la probabilidad de pago en cada posible fecha

- El valor presente de la anualidad:

$$\ddot{Y}_x = \begin{cases} 1, & K(x) \geq 0 \\ v, & K(x) \geq 1 \\ v^2, & K(x) \geq 2 \\ \vdots & \end{cases}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(\ddot{Y}_x) = \ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \times_t p_x = \sum_{t=0}^{\infty} {}_tE_x$$

- ¿Cómo podemos deducir esta fórmula? ¿Cuál es el verdadero límite superior de la sumatoria?

# Anualidades anticipadas de vida completa

## Anualidades contingentes

### Considerando la probabilidad de muerte año a año

- El valor presente de la anualidad:

$$\ddot{Y}_x = \ddot{a}_{\overline{K(x)+1}|} \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{1}|} = 1, & K(x) = 0 \\ \ddot{a}_{\overline{2}|} = 1 + v, & K(x) = 1 \\ \ddot{a}_{\overline{3}|} = 1 + v + v^2, & K(x) = 2 \\ \vdots & \end{cases}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(\ddot{Y}_x) = \ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{t+1}|} \times_t q_x$$



# Anualidades anticipadas de vida completa

## Anualidades contingentes

### Considerando la definición de valor presente cierto de una anualidad de pagos anticipados

- El valor presente de la anualidad:

$$\ddot{Y}_x = \frac{1 - v^{K(x)+1}}{d}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(\ddot{Y}_x) = \ddot{a}_x = E\left(\frac{1 - v^{K(x)+1}}{d}\right) = \frac{1}{d}E(1 - v^{K(x)+1}) = \frac{1}{d}(1 - E(v^{K(x)+1})) = \frac{1}{d}(1 - A_x)$$

donde  $A_x$  es el valor presente actuarial de un seguro de vida completa.

- Es posible obtener la variancia de la anualidad:

$$V(\ddot{Y}_x) = V\left(\frac{1 - v^{K(x)+1}}{d}\right) = \frac{1}{d^2}V(1 - v^{K(x)+1}) = \frac{1}{d^2}V(v^{K(x)+1}) = \frac{1}{d^2}(^2A_x - A_x^2)$$

# Anualidades anticipadas de vida completa

## Ejercicio

Un hombre sano de 55 años (nacido en 1964) desea contratar un seguro de vida completa a fin de recibir anualidades de 18000 soles al inicio de cada año, considerando una TEA de 2 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que vivirá 110 años.  
Respuesta: 609089.1 soles.
- Suponga que está sujeto a morir según la tabla de mortalidad de la SBS.  
Respuesta: 351171.6 soles.

# Anualidades anticipadas de vida completa

## Ejercicio

Una mujer sana de 63 años desea contratar un seguro de vida completa a fin de recibir 12000 soles al inicio de cada año, considerando una TEA de 2.5 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que vivirá 110 años.
- Suponga que está sujeta a morir según la tabla de mortalidad de la SBS.

# Anualidades vencidas de vida completa

## Anualidades ciertas

- Valor presente de una anualidad de  $n$  pagos vencidos:

$$A = \frac{R}{1+i} + \frac{R}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R}{(1+i)^n} = R \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

- Considere que  $A = a_{\overline{n}|}$ ,  $R = 1$ ,  $v = \frac{1}{1+i}$  y  $d = \frac{i}{1+i}$ :

$$a_{\overline{n}|} = v + v^2 + \dots + v^n = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{1 - v^n}{i}$$

- Note que  $a_{\overline{n}|}$  es un valor cierto, asumiendo que los  $n$  pagos se realizarán con probabilidad 1.

# Anualidades vencidas de vida completa

## Anualidades contingentes

- Sea  $Y_x$  el valor presente de una anualidad vencida de vida completa.
- El valor presente actuarial (sujeto a contingencias = muerte) de una anualidad vencida será denotado por  $a_x$ , es decir:

$$E(Y_x) = a_x$$

- Luego,  $a_x$  puede ser obtenido de tres maneras, considerando:
  - la probabilidad de pago en cada posible fecha.
  - la probabilidad de muerte año a año.
  - la definición de valor presente cierto de una anualidad de pagos vencidos

# Anualidades vencidas de vida completa

## Anualidades contingentes

### Considerando la probabilidad de pago en cada posible fecha

- El valor presente de la anualidad:

$$Y_x = \begin{cases} v, & K(x) \geq 1 \\ v^2, & K(x) \geq 2 \\ \vdots & \end{cases}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(Y_x) = a_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \times {}_t p_x = \sum_{t=1}^{\infty} {}_t E_x = \sum_{t=0}^{\infty} {}_t E_x - {}_0 E_x = \ddot{a}_x - 1$$

# Anualidades vencidas de vida completa

## Anualidades contingentes

### Considerando la probabilidad de muerte año a año

- El valor presente de la anualidad:

$$Y_x = a_{\overline{K(x)+1}|} \begin{cases} a_{\overline{1}|} = v & K(x) = 1 \\ a_{\overline{2}|} = v + v^2, & K(x) = 2 \\ \vdots \end{cases}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(Y_x) = a_x = \sum_{t=1}^{\infty} a_{\overline{t}|} \times_t q_x$$

# Anualidades vencidas de vida completa

## Anualidades contingentes

### Considerando la definición de valor presente cierto de una anualidad de pagos vencidos

- El valor presente de la anualidad:

$$Y_x = \frac{1 - v^{K(x)}}{i} = \frac{1 - (1+i)v^{K(x)+1}}{i}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(Y_x) = a_x = E\left(\frac{1 - (1+i)v^{K(x)+1}}{i}\right) = \frac{1}{i} \left(1 - (1+i)E\left(v^{K(x)+1}\right)\right) = \frac{1}{i}(1 - (1+i)A_x)$$

donde  $A_x$  es el valor presente actuarial de un seguro de vida completa.

- Es posible obtener la variancia de la anualidad:

$$V(Y_x) = V\left(\frac{1 - (1+i)v^{K(x)+1}}{i}\right) = \frac{1}{d^2} V\left(v^{K(x)+1}\right) = \frac{1}{d^2} ({}^2A_x - A_x^2) = V(\ddot{Y}_x)$$



# Anualidades vencidas de vida completa

## Ejercicio

Una mujer inválida de 60 años desea contratar un seguro de vida completa a fin de recibir pagos de 15000 soles al final de cada año, condicionales a su sobrevivencia. Considerando una TEA de 1.4 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que la mujer vivirá 110 años.  
Respuesta: 536783.6 soles
- Suponga que la mujer está sujeta a morir según la tabla de mortalidad de la SBS.  
Respuesta: 142853.5 soles

# Anualidades vencidas de vida completa

## Ejercicio

Un hombre inválido de 63 años desea contratar un seguro de vida completa a fin de recibir anualidades de 16000 soles al final de cada año mientras se encuentre vivo. Considerando una TEA de 2.35 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que vivirá 110 años.
- Suponga que está sujeto a morir según la tabla de mortalidad de la SBS.

# Anualidades continuas de vida completa

- En la práctica, no existen pagos continuos pero pueden ser una buena aproximación para anualidades pagadas con frecuencia (semanal o quincenalmente)
- El valor presente de la anualidad:

$$\bar{Y}_x = \frac{1 - v^{T(x)}}{\delta}$$

siendo  $\delta = \log(1 + i)$ .

- El valor presente actuarial de la anualidad continua:

$$E(\bar{Y}_x) = \bar{a}_x = E\left(\frac{1 - v^{T(x)}}{\delta}\right) = \frac{1 - E(v^{T(x)})}{\delta} = \frac{1 - \bar{A}_x}{\delta}$$

- La varianza de la anualidad continua:

$$V(\bar{Y}_x) = V\left(\frac{1 - v^{T(x)}}{\delta}\right) = \frac{V(v^{T(x)})}{\delta^2} = \frac{{}^2\bar{A}_x - (\bar{A}_x)^2}{\delta^2}$$

# Anualidades continuas de vida completa

El valor presente actuarial de una anualidad continua de vida completa también puede obtenerse mediante la expresión:

$$E(\bar{Y}_x) = \bar{a}_x = \int_0^{\infty} \exp(-\delta t) {}_t p_x dt$$

# Anualidades continuas de vida completa

## Ejercicio

Calcule el valor de la prima que debe pagar una persona de 43 años cuyo tiempo de vida puede ser explicado mediante la función de supervivencia:

$$S(x) = 1 - \frac{x^{2.1}}{17209.57}$$

para  $0 \leq x \leq 104$ , a fin de recibir 26 mil soles anuales (de manera continua, por ejemplo 500 soles semanales) mientras se encuentre vivo. Considere una TEA de 1 %.

# Anualidades temporales

- La anualidad es pagadera por un máximo de  $n$  años.
- Los beneficios pueden ser recibidos:
  - Al inicio de cada período: anualidad anticipada
  - Al final de cada período: anualidad vencida

# Anualidades anticipadas temporales

- Sea  $\ddot{Y}_{x:\overline{n}|}$  el valor presente de una anualidad anticipada de vida completa.
- El valor presente actuarial (sujeto a contingencias = muerte) de una anualidad anticipada será denotado por  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ , es decir:

$$E\left(\ddot{Y}_{x:\overline{n}|}\right) = \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

- Luego,  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$  puede ser obtenido de tres maneras, considerando:
  - la probabilidad de pago en cada posible fecha.
  - la probabilidad de muerte año a año.
  - la definición de valor presente cierto de una anualidad de pagos anticipados

# Anualidades anticipadas temporales

## Considerando la probabilidad de pago en cada posible fecha

- El valor presente de la anualidad:

$$\ddot{Y}_{x:\overline{n}|} = \begin{cases} 1, & K(x) \geq 0 \\ v, & K(x) \geq 1 \\ v^2, & K(x) \geq 2 \\ \vdots & \\ v^{n-1}, & K(x) \geq n-1 \end{cases}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(\ddot{Y}_{x:\overline{n}|}) = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} \frac{1}{(1+i)^t} \times_t p_x = \sum_{t=0}^{n-1} {}_tE_x$$

- ¿Cómo podemos deducir esta fórmula?



# Anualidades anticipadas temporales

## Considerando la probabilidad de muerte año a año

- El valor presente de la anualidad:

$$\ddot{Y}_{x:\overline{n}|} = \ddot{a}_{\overline{\min(K(x)+1, n)}|} \left\{ \begin{array}{ll} \ddot{a}_{\overline{1}|} = 1, & K(x) = 0 \\ \ddot{a}_{\overline{2}|} = 1 + v, & K(x) = 1 \\ \ddot{a}_{\overline{3}|} = 1 + v + v^2, & K(x) = 2 \\ \vdots & \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1}, & K(x) = n - 1 \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1}, & K(x) \geq n \end{array} \right.$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(\ddot{Y}_{x:\overline{n}|}) = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} \ddot{a}_{\overline{t+1}|} \times_{t|} q_x + \ddot{a}_{\overline{n}|} \times_n p_x$$

# Anualidades anticipadas temporales

**Considerando la definición de valor presente cierto de una anualidad de pagos anticipados**

- El valor presente de la anualidad:

$$\ddot{Y}_{x:\overline{n}|} = \frac{1 - v^{\min(K(x)+1, n)}}{d}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(\ddot{Y}_{x:\overline{n}|}) = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = E\left(\frac{1 - v^{\min(K(x)+1, n)}}{d}\right) = \frac{1 - E(v^{\min(K(x)+1, n)})}{d} = \frac{1 - A_{x:\overline{n}|}}{d}$$

donde  $A_{x:\overline{n}|}$  es el valor presente actuarial de un seguro de vida total de  $n$  años.

- Es posible obtener la variancia de la anualidad:

$$V(\ddot{Y}_{x:\overline{n}|}) = V\left(\frac{1 - v^{\min(K(x)+1, n)}}{d}\right) = \frac{1}{d^2} V(v^{\min(K(x)+1, n)}) = \frac{1}{d^2} ({}^2A_{x:\overline{n}|} - A_{x:\overline{n}|}^2)$$

# Anualidades anticipadas temporales

## Ejercicio

Un hombre sano de 52 años desea contratar un seguro de vida temporal de 30 años a fin de recibir anualidades de 15000 soles al inicio de cada año, considerando una TEA de 3 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que el hombre vivirá, con certeza, 82 años.

Respuesta: 302826.8 soles.

- Suponga que el hombre está sujeto a morir según la tabla de mortalidad de la SBS.

Respuesta: 259742.3 soles.

# Anualidades anticipadas temporales

## Ejercicio

Una mujer inválida de 70 años desea contratar un seguro de vida temporal de 20 años a fin de recibir anualidades de 12345 soles al inicio de cada año, considerando una TEA de 2 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que la mujer vivirá, con certeza, 90 años.
- Suponga que la mujer está sujeta a morir según la tabla de mortalidad de la SBS.

# Anualidades vencidas temporales

- Sea  $Y_{x:\overline{n}|}$  el valor presente de una anualidad vencida temporal de  $n$  años..
- El valor presente actuarial (sujeto a contingencias = muerte) de una anualidad vencida será denotado por  $a_{x:\overline{n}|}$ , es decir:

$$E(Y_{x:\overline{n}|}) = a_{x:\overline{n}|}$$

- Luego,  $a_{x:\overline{n}|}$  puede ser obtenido de tres maneras, considerando:
  - la probabilidad de pago en cada posible fecha.
  - la probabilidad de muerte año a año.
  - la definición de valor presente cierto de una anualidad de pagos vencidos

# Anualidades vencidas temporales

## Considerando la probabilidad de pago en cada posible fecha

- El valor presente de la anualidad:

$$Y_{x:\overline{n}|} = \begin{cases} v, & K(x) \geq 1 \\ v^2, & K(x) \geq 2 \\ \vdots & \\ v^n & K(x) \geq n \end{cases}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(Y_{x:\overline{n}|}) = a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+i)^t} \times_t p_x = \sum_{t=1}^n {}_tE_x$$

- ¿Cómo podemos deducir esta fórmula?

# Anualidades vencidas temporales

¿Cuál es la relación entre  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$  y  $a_{x:\overline{n}|}$ ?

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+i)^t} \times_t p_x$$

$$a_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{(1+i)^0} \times_0 p_x + \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{(1+i)^t} \times_t p_x + \frac{1}{(1+i)^n} \times_n p_x - \frac{1}{(1+i)^0} \times_0 p_x$$

$$a_{x:\overline{n}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \frac{1}{(1+i)^n} \times_n p_x - 1$$

# Anualidades vencidas temporales

## Considerando la probabilidad de muerte año a año

- El valor presente de la anualidad:

$$Y_{x:\overline{n}|} = a_{\overline{\min(K(x),n)}|} \begin{cases} a_{\overline{1}|} = v, & K(x) = 1 \\ a_{\overline{2}|} = v + v^2, & K(x) = 2 \\ \vdots \\ a_{\overline{n-1}|} = v + v^2 + \dots + v^{n-1}, & K(x) = n - 1 \\ a_{\overline{n}|} = v + v^2 + \dots + v^n, & K(x) \geq n \end{cases}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(Y_{x:\overline{n}|}) = a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^{n-1} a_{\overline{t}|} \times {}_t|q_x + a_{\overline{n}|} \times {}_n|p_x$$



# Anualidades vencidas temporales

## Considerando la definición de valor presente cierto de una anualidad de pagos vencidos

- El valor presente de la anualidad:

$$Y_{x:\overline{n}|} = \frac{1 - v^{\min(K(x), n)}}{i}$$

- El valor presente actuarial de la anualidad:

$$E(Y_{x:\overline{n}|}) = a_{x:\overline{n}|} = E\left(\frac{1 - v^{\min(K(x), n)}}{i}\right) = \frac{1 - (1+i)E(v^{\min(K(x)+1, n+1)})}{i} = \frac{1 - (1+i)A_{x:\overline{n+1}|}}{i}$$

donde  $A_{x:\overline{n+1}|}$  es el valor presente actuarial de un seguro de vida total de  $n + 1$  años.

- Es posible obtener la variancia de la anualidad:

$$V(\ddot{Y}_{x:\overline{n}|}) = V\left(\frac{1 - v^{\min(K(x), n)}}{i}\right) = \frac{(1+i)^2}{i^2} V(v^{\min(K(x)+1, n+1)}) = \frac{1}{d^2} ({}^2A_{x:\overline{n+1}|} - A_{x:\overline{n+1}|}^2)$$

# Anualidades vencidas temporales

## Ejercicio

Una mujer sana de 64 años desea contratar un seguro de vida temporal de 27 años a fin de recibir anualidades de 12 mil soles al final de cada año, considerando una TEA de 4 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que la mujer vivirá, con certeza, 91 años.  
Respuesta: 195955 soles.
- Suponga que la mujer está sujeta a morir según la tabla de mortalidad de la SBS.  
Respuesta: 134231.1 soles.

# Anualidades vencidas temporales

## Ejercicio

Una mujer inválida de 69 años desea contratar un seguro de vida temporal de 15 años a fin de recibir anualidades de 24 mil soles al final de cada año, considerando una TEA de 2 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que la persona vivirá, con certeza, 84 años.
- Suponga que la persona está sujeta a morir según la tabla de mortalidad de la SBS.

# Anualidades continuas temporales

- Deduzca el valor esperado y la varianza de una anualidad continua temporal, tomando como base lo presentado en la diapositiva de Anualidad continua de vida completa.
- Desarrolle el mismo ejercicio, cambiando el hecho de que el riesgo de muerte ya no se asegura de manera vitalicia, sino por un plazo máximo de 20 años.

# Anualidades diferidas

- El primer pago ocurre en un tiempo futuro.
- Una persona de  $x$  años comienza a recibir los beneficios a la edad de  $x + m$  años.
- El valor presente actuarial es denotado por  ${}_m|\ddot{a}_x$  o  ${}_m|a_x$ , si la anualidad es de vida completa, anticipada o vencida, respectivamente.
- El valor presente actuarial es denotado por  ${}_m|\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$  o  ${}_m|a_{x:\overline{n}|}$ , si la anualidad es temporal, anticipada o vencida, respectivamente.

# Anualidades diferidas

Consideremos la **anualidad anticipada de vida completa**, diferida  $m$  años:  ${}_m|\ddot{a}_x$

$${}_m|\ddot{a}_x = v^m \times {}_m p_x + v^{m+1} \times {}_{m+1} p_x + v^{m+2} \times {}_{m+2} p_x + \dots = \sum_{t=m}^{\infty} v^t \times {}_t p_x = \sum_{t=m}^{\infty} {}_t E_x$$

$${}_m|\ddot{a}_x = v^m \times {}_m p_x \times (1 + v p_{x+m} + v^2 \times {}_2 p_{x+m} + \dots)$$

$${}_m|\ddot{a}_x = v^m \times {}_m p_x \times \ddot{a}_{x+m}$$

$${}_m|\ddot{a}_x = {}_m E_x \times \ddot{a}_{x+m}$$

# Anualidades diferidas

También tenemos que:

$$\ddot{a}_x = \ddot{a}_{x:\overline{m}|} + {}_m|\ddot{a}_x$$

Entonces:

$${}_m|\ddot{a}_x = \ddot{a}_x - \ddot{a}_{x:\overline{m}|}$$

# Anualidades diferidas

## Ejercicio

Un hombre inválido de 35 años contrata un seguro de vida completa diferido en 30 años, mediante el cual recibirá beneficios de 15 mil soles al inicio de cada año. Considerando una tasa anual de 1 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que vivirá, con certeza, 110 años (**serían 45 pagos**)  
Respuesta: 638530 soles
- Suponga que está sujeto a morir según la tabla de mortalidad TM6.  
Respuesta: 49973.5 soles



# Anualidades diferidas

## Ejercicio

Una mujer sana de 28 años contrata un seguro de vida completa mediante el cual recibirá, a partir de los 70 años, beneficios de 24 mil soles al inicio de cada año. Considerando una tasa anual de 1.5 %, calcule el valor de la prima bajo las siguientes condiciones:

- Suponga que la mujer vivirá, con certeza, 110 años.
- Suponga que la mujer está sujeta a morir según la tabla de mortalidad de la SBS

# Anualidades diferidas

Es posible deducir los otros casos de anualidades diferidas:

- Vencida de vida completa

$${}_m|a_x = {}_mE_x \times a_{x+m}$$

- Anticipada temporal

$${}_m|\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = {}_mE_x \times \ddot{a}_{x+m:\overline{n}|}$$

- Vencida temporal

$${}_m|a_{x:\overline{n}|} = {}_mE_x \times a_{x+m:\overline{n}|}$$

# Anualidades garantizadas

- La anualidad está garantizada por un período de tiempo, inclusive si fallece el asegurado.
- Suponga que el período es de  $n$  años, entonces el pago anticipado se realiza a los  $k$  años, donde  $k = 0, 1, \dots, n - 1$ .
- Luego el pago anticipado se da cuando el asegurado tiene  $x + k$  años, sólo si se encuentra vivo, donde  $k = n, n + 1, \dots$
- El valor presente actuarial de una anualidad anticipada garantizada durante  $n$  años se denota por  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \ddot{a}_{\overline{n}|} + {}_nE_x \times \ddot{a}_{x+n}$$

- Recordar que:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1}$$