

UNALM - Maestría en Estadística Aplicada

Trabajo No. 2

Jaime Gómez Marín

5 Junio 2019

Indicaciones:

- Resuelva de manera individual los ejercicios utilizando R (Puntaje total: 16 puntos)
- Debe entregar, mediante el link del aula virtual, una carpeta comprimida conteniendo:
 - Un archivo Word o LATEX con la redacción de respuestas (incluyendo el uso de la notación actuarial)
 - Un proyecto de RStudio con sus códigos y tabla(s) de vida
- Fecha de entrega: 05/06/19
- Penalidad: 1 punto menos por día atrasado.

Realice todos los cálculos para el mes de junio del 2019.

Se instalan las librerías necesarias

```
lifecontingencies      FinCal
                        TRUE      TRUE
```

```
> #Define constantes
> NRO_DECIMALES <- 5
```

1. (2.0 puntos) Rosa, una joven sana, nacida en enero de 1990, desea contratar un seguro de vida de tal manera que sus beneficiarios reciban 150 mil soles cuando ella fallezca. Considerando una TNA de 1.25% capitalizable semestralmente, calcule el valor de la prima justa.

Solución:

Es un seguro de vida completo o seguro vitalicio, por lo tanto vamos a calcular la prima unitaria: $E(Z_x) = A_x$, donde x es su edad

Se calcula el TEA

- $TNA = 0.0125$
- $TEA = (1 + \frac{TNA}{2})^2 - 1$
- Cobertura = S/150,000

```

> TNA <- 0.0125
> TEA <- (1+TNA/2)^2-1

TEA = 0.01254

> # Se personaliza la tabla de mortandad
> EDAD <- 2019-1990
> OFFSET <- 2019-2017



- OFFSET = 2
- EDAD = 29 años


> MS2019 <- probs2lifetable(probs = SPPS2017M*((1-AaxM)^(OFFSET)),
+                               radix = 10^6, type = "qx", name = "MS2019")
> head(MS2019)

  x      lx
1 0 1000000.0
2 1  994398.9
3 2  993457.3
4 3  992701.5
5 4  992105.4
6 5  991643.8

```

Se calcula la prima unitaria:

```
> EZ <- Axn(MS2019, x=EDAD, i=TEA)
```

Prima unitaria (A_{29}) : S/0.48437

Se calcula la prima:

```

> COBERTURA <- 150000
> Prima <- COBERTURA * EZ

```

Prima : S/72655.47843

2. (3.0 puntos) Christian, un señor inválido, nacido en setiembre de 1969, desea contratar un seguro de vida de tal manera que sus beneficiarios reciban 150 mil soles cuando ella fallezca, siempre y cuando el tenga al menos 60 pero no más de 80 años. Considerando una TNA de 1.25% capitalizable semestralmente, calcule el valor de la prima justa.

Solución:

Es un seguro de vida diferido: ${}_m|A_{x:\overline{n}|}^1$

Datos del problema:

- COBERTURA = $S/150,000$
- EDAD = $x = 2019/\text{Junio} - 1969/\text{Septiembre} = 49$ años cumplidos
- TNA = 1.25%
- Se aplica cuando Christian tenga al menos 60 pero no más de 80 años, es decir el seguro se aplicara cuando fallezca entre las edades de 60 y 80 años.

$$- x + m = 60 \Rightarrow m = 60 - x = 60 - \text{EDAD}$$

$$- x + m + n = 80 \Rightarrow n = 80 - (x + m) = 80 - 60 = 20 \text{ años}$$

Calculo del interes:

```
> TNA <- 0.0125
> TEA <- (1+TNA/2)^2-1
```

TEA = 0.01254

Uso de tabla de mortandad:

```
> # Se personaliza la tabla de mortandad
> EDAD <- 49 # 2019/Junio - 1969/Septiembre
> OFFSET <- 2019-2017
```

- OFFSET = 2
- EDAD = 49 años

```
> HI2019 <- probs2lifetable(probs = SPPI2017H*((1-AaxH)^(OFFSET)),
+                             radix = 10^6, type = "qx", name = "HI2019")
> head(HI2019)
```

```
  x      lx
1 0 1000000.0
2 1  972649.9
3 2  967087.9
4 3  962527.8
5 4  958835.5
6 5  955882.6
```

Se calcula la prima unitaria:

```
> m <- 60 - EDAD
> n <- 20
> EZ <- Axn(HI2019, x=EDAD, m=m, n=n, i=TEA)
```

m : 11

n : 20

Prima unitaria ($_{11|}A_{49:\overline{20}}^1$) : $S/0.42419$

Se calcula la prima:

```
> COBERTURA <- 150000
> Prima <- COBERTURA * EZ
```

Prima : S/63629.00855

3. (2.0 puntos) Fernando, un señor sano, nacido en diciembre de 1950, desea contratar un seguro de tal manera que reciba 15 mil soles si alcanza la edad de 90 años. Considere que la tasa efectiva trimestral de la aseguradora es de 1.5%. Calcule el valor de la prima justa.

Solución:

Es un seguro dotal puro: $A_{x:\overline{n}|}$

Datos del problema:

- COBERTURA = S/15,000
- EDAD = x = 2019 Junio - 1950 Diciembre = 68 años
- TET = 1.5%
- Cobrará la cobertura cuando tenga 90 años => n = 90 - EDAD

Calculo del TEA:

```
> TET <- 0.015
> TEA <- (1+TET)^4-1
```

TEA = 0.06136 Uso de tabla de mortandad:

```
> # Se personaliza la tabla de mortandad
> EDAD <- 68 # 2019\Junio -1950\Diciembre
> OFFSET <- 2019-2017

• OFFSET = 2
• EDAD = 68 años

> HS2019 <- probs2lifetable(probs = SPPS2017H*((1-AaxH)^(OFFSET)),
+                             radix = 10^6, type = "qx", name = "HS2019")
> head(HS2019)
```

	x	lx
1	0	1000000.0
2	1	992196.1
3	2	990734.2
4	3	989538.3
5	4	988574.0
6	5	987808.2

Se calcula la prima unitaria:

```
> n <- 90 - EDAD
> EZ <- Exn(HS2019, x=EDAD, n=n, i=TEA)
```

n : 22
 Prima unitaria ($A_{68:\overline{22}}^{\frac{1}{i}}$) : S/0.10797
 Se calcula la prima:

```
> COBERTURA <- 15000
```

```
> Prima <- COBERTURA * EZ
```

 Prima : S/1619.52818

4. (2.0 puntos) Una mujer inválida de 43 años paga una prima de 17002.39 soles para recibir un beneficio de S soles si se encuentra viva dentro de 30 años. Considere una tasa de interés efectiva de 3% anual y determine el valor de S.

Solución:

Es un seguro dotal puro: $A_{x:\overline{n}}^{\frac{1}{i}}$

Datos del problema:

- PRIMA = S/17002.39
- EDAD = 43 años
- TEA = 3.0%
- n = 30 años

Uso de tabla de mortandad:

```
> # Se personaliza la tabla de mortandad
```

```
> EDAD      <- 43
```

```
> OFFSET    <- 2019-2017
```

- OFFSET = 2
- EDAD = 43 años

```
> MI2019 <- probs2lifetable(probs = SPPI2017M*((1-AaxM)^(OFFSET)),
```

```
+                               radix = 10^6, type = "qx", name = "MI2019")
```

```
> head(MI2019)
```

	x	lx
1	0	1000000.0
2	1	980744.3
3	2	977208.6
4	3	974359.9
5	4	972100.4
6	5	970337.0

Se calcula la prima unitaria:

```
> TEA <- 0.030
> n <- 30
> EZ <- Exn(MI2019, x=EDAD, n=n, i=TEA)
```

n : 30

Prima unitaria ($A_{43:\overline{30}|}^1$) : S/0.27058

Se calcula el beneficio:

```
> PRIMA <- 17002.39
> Beneficio <- PRIMA/EZ
```

Beneficio : S/62835.93917

5. (4.0 puntos) Utilizando la tabla de mortalidad de la SBS, plantee un ejemplo en el que se muestre:

- Conversión de tasas (compuesta, nominal, efectiva).
- Seguro de vida dotal de n años (especifique n).
- El cálculo de la prima justa para este seguro.

Solución: Se plantea el caso solicitado

"Una mujer sana de 45 años (nacida en 1974) desea contratar un seguro dota de 15 años y un monto de 120,000 soles. Considere una tasa nominal de 7.0% capitalizable mensual. Se desea obtener la prima para este seguro."

- Conversión de tasas (compuesta, nominal, efectiva).

Calculo del TEA:

```
> TNA <- 0.07 # Tasa nominal anual
> TEA <- (1+TNA/12)^12-1
```

TEA = 0.07229

- Seguro de vida dotal de n años (especifique n).

$$A_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|}^1 + A_{x:\overline{n}|}^{\overline{1}}$$

Datos del seguro

```
> EDAD <- 45
> n <- 15
```

Para este caso:

- n = 15 años
- EDAD = x = 45 años

$$A_{45:\overline{15}|} = A_{45:\overline{15}|}^1 + A_{45:\overline{15}|}^{\overline{1}}$$

- El cálculo de la prima justa para este seguro.

Uso de tabla de mortandad:

```

> # Se personaliza la tabla de mortandad
> OFFSET <- 2019-2017
- OFFSET = 2
> MS2019 <- probs2lifetable(probs = SPSS2017M*((1-AaxM)^(OFFSET)),
+                               radix = 10^6, type = "qx", name = "MS2019")
> head(MS2019)
      x      lx
1 0 1000000.0
2 1  994398.9
3 2  993457.3
4 3  992701.5
5 4  992105.4
6 5  991643.8

Se calcula la prima unitaria:
> EZ <- AExn(MS2019, x=EDAD, n=n, i=TEA)
Prima unitaria ( $A_{45:\overline{15}|}$ ) : S/0.35616
Se calcula la prima:
> COBERTURA <- 120000
> Prima <- COBERTURA*EZ
Prima : S/42739.48559

```

6. (3.0 puntos) El tiempo de vida de una población sigue la función de supervivencia:

$$S(x) = \left(1 - \frac{x}{96}\right)^{0.45}$$

para $0 \leq x \leq 96$. Una persona de 50 años desea contratar un seguro de vida de tal manera que sus beneficiarios reciban 80 mil soles a su fallecimiento, considerando una TEA de 4% anual. ¿Cuál es la prima única que debe pagar?

Solución:

Es un seguro vitalicio continuo :

$$\bar{A}_x = \int_0^\infty e^{-\delta \cdot t} f_{T(x)}(t) dt$$

Donde: $\delta = \log(1 + TEA)$

$$F_{T(x)}(t) = {}_t q_x = 1 - \frac{S_{(x+t)}}{S_{(x)}}$$

$$F_{T(x)}(t) = 1 - \frac{\left(1 - \frac{x+t}{96}\right)^{0.45}}{\left(1 - \frac{x}{96}\right)^{0.45}}$$

$$F_{T(x)}(t) = 1 - \frac{(96 - (x + t))^{0.45}}{(96 - x)^{0.45}}$$

Calculamos $f_{T(x)}(t)$:

$$f_{T(x)}(t) = \frac{dF_{T(x)}(t)}{dt}$$

$$f_{T(x)}(t) = \frac{(-1) * 0.45 * (96 - (x + t))^{0.45-1} * (-1)}{(96 - x)^{0.45}}$$

$$f_{T(x)}(t) = \frac{0.45}{(96 - x)^{0.45} * (96 - (x + t))^{0.55}}$$

Entonces

$$\bar{A}_x = \int_0^\infty e^{-\delta * t} * \frac{0.45}{(96 - x)^{0.45} * (96 - (x + t))^{0.55}} dt$$

Datos del problema:

- COBERTURA = S/80000
- EDAD = 50 años
- TEA = 4.0%

Como el rango es: [0,96] años, entonces el rango de la integral es entre 0 y (96-EDAD)

```
> EDAD      <- 50    # Valor de X
> TEA       <- 0.04
> W         <- 96
> VALOR_MIN <- 0
> VALOR_MAX <- W - EDAD
```

Valor mínimo : 0

Valor máximo : 46

Edad : 50

$$\bar{A}_{50} = \int_0^{46} e^{-(\log(1+0.04)) * t} * \frac{0.45}{(96 - 50)^{0.45} * (96 - (50 + t))^{0.55}} dt$$

Definiendo la función:


```

> fx <- function(t){
+   fx <- exp(-(log(1+TEA))*t) * (0.45/( ((96-EDAD)^0.45)*((96-(EDAD+t))^0.55)))
+   return(fx)
+ }

```

Se calcula la prima unitaria:

```

> EZ <- integrate(fx, VALOR_MIN, VALOR_MAX)$value

```

Prima unitaria (\bar{A}_{50}): 0.33722

Se calcula la prima

```

> COBERTURA <- 80000
> Prima      <- COBERTURA*EZ

```

Prima : S/26977.67988