

# UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA LA MOLINA

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA APLICADA



2019-1 : CURSO ESTADÍSTICA ACTUARIAL

## TRABAJO FINAL "MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN PARA EDADES FRACCIONALES"

Presentado por

*Jaime Gómez Marín*

*Roberto León Leiva*

*Arturo Zuñiga Blanco*

Docente

Msc. Jesús Eduardo GAMBOA UNSIHUAY

2 de julio de 2019

# Índice general

<b>1. Presentación</b>	<b>2</b>
<b>2. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>3. Marco Teórico</b>	<b>4</b>
3.1. Supuestos de las Edades Fraccionarias . . . . .	4
3.1.1. Distribución Uniforme de las muertes . . . . .	4
3.1.2. Fuerza de Mortalidad constante . . . . .	4
3.1.3. Supuesto Balducci . . . . .	6
<b>4. Aplicación</b>	<b>7</b>
<b>5. Conclusiones</b>	<b>8</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>9</b>

# Capítulo 1

## Presentación

# Capítulo 2

## Introducción

# Capítulo 3

## Marco Teórico

### 3.1. Supuestos de las Edades Fraccionarias

#### 3.1.1. Distribución Uniforme de las muertes

#### 3.1.2. Fuerza de Mortalidad constante

Partamos de la definición de fuerza de mortalidad: [1] ”*En estadística actuarial representa la tasa de mortalidad instantanea a una cierta edad dentro una base anualizada*”

$$u_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} \quad (3.1.2.1)$$

recordando que:

$$P(x < X < x + \Delta x | X > x) = \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{1 - F(x)} \quad (3.1.2.2)$$

reemplazando:

$$\begin{aligned} u_x &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x * (1 - F(x))} \\ u_x &= \frac{1}{(1 - F(x))} * \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \\ u_x &= \frac{1}{(1 - F(x))} * F'(x) \end{aligned}$$

$$u_x = \frac{F'(x)}{1 - F(x)} \quad (3.1.2.3)$$

se sabe que:

$$1 - F(x) = S(x)$$

$$F'(x) = -S'(x)$$

reemplazando:

$$u_x = -\frac{S'(x)}{S(x)} = -\frac{d}{dx} \ln(S(x)) \quad (3.1.2.4)$$

Procedemos a integrar entre  $x_0 < X < x_0 + t$  :

$$\int_{x_0}^{x_0+t} u_x dx = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + t)) \quad (3.1.2.5)$$

**Segundo supuesto : *Fuerza de Mortalidad Constante.*** El supuesto consiste en que la fuerza de mortalidad  $\mu$  se mantiene constante entre un rango de edades exactas; es decir para una edad exacta  $x_0$ , se tiene una variable  $X$  dentro de un rango de  $x_0 \leq X < x_0 + t$  donde la fuerza de mortalidad no cambia. Lo anterior significa que la fuerza de mortalidad  $\mu_{x_0}$  no depende del valor de  $t$  siempre y cuando  $t$  este entre los rangos de  $0 < t < 1$ . A esta Fuerza de Mortalidad constante la vamos a denominar  $\mu_x^*$ .

En la ecuación 3.1.2.5 aplicamos el segundo supuesto

$$\int_{x_0}^{x_0+1} \mu_x^* dx = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + 1))$$

$$\mu_x^*(x_0 + 1 - x_0) = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + 1))$$

$$\mu_x^* = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + 1)) \quad (3.1.2.6)$$

En la ecuación 3.1.2.5 aplicamos el segundo supuesto para un periodo de tiempo  $t$

$$\int_{x_0}^{x_0+t} \mu_x^* dx = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + t))$$

$$\mu_x^* t = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + t))$$

$$\ln(S(x_0 + t)) = \ln(S(x_0)) - \mu_x^* t$$

$$\ln(S(x_0 + t)) = \ln(S(x_0)) - (\ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + 1)))t$$

$$\ln(S(x_0 + t)) = (1 - t)\ln(S(x_0)) + t * \ln(S(x_0 + 1)) \quad (3.1.2.7)$$

### 3.1.3. Supuesto Balducci

# Capítulo 4

## Aplicación



# Capítulo 5

## Conclusiones

# Bibliografía

- [1] "David C.M. Dickson. Mary R. Hardy y Howards R. Waters ". *Actuarial Mathematics for Life Contingent - Second Edition*. Cambridge University Press", "2013", "21".