UNALM - Maestría en Estadística Aplicada
Trabajo Final : Fraccional

Jaime Gómez Marín - Roberto León - Guillermo Zuñiga

3 Julio 2019

Índice general

1. Presentación **2**

2. Introducción **3**

3. Marco Teórico **4**

3.1. Supuestos de las Edades Fraccionarias 4

3.1.1. Distribución Uniforme de las muertes 4

3.1.2. Fuerza de Mortalidad constante 4

3.1.3. Supuesto Balducci 6

4. Aplicación **7**

5. Conclusiones **8**

6. Bibliografía **9**

Capítulo 1

Presentación

Capítulo 2

Introducción

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1. Supuestos de las Edades Fraccionarias

3.1.1. Distribución Uniforme de las muertes

3.1.2. Fuerza de Mortalidad constante

Partamos de la definición de fuerza de mortalidad: "*en estadística actuarial representa la tasa de mortalidad instantanea a una cierta edad dentro una base anualizada*"

$$u_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} \tag{3.1.2.1}$$

recordando que:

$$P(x < X < x + \Delta x | X > x) = \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{1 - F(x)} \tag{3.1.2.2}$$

reemplazando:

$$u_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x * (1 - F(x))}$$

$$u_x = \frac{1}{(1 - F(x))} * \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

$$u_x = \frac{1}{(1 - F(x))} * F'(x)$$

$$u_x = \frac{F'(x)}{1 - F(x)} \tag{3.1.2.3}$$

se sabe que:

$$S(x) = 1 - F(x)$$

reemplazando:

$$u_x = -\frac{S'(x)}{S(x)} = -\frac{d}{dx} ln(S(x)) \tag{3.1.2.4}$$

Procedemos a integrar entre $x_0 < X < x_0 + t$:

$$\int_{x_0}^{x_0+t} u_x dx = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0 + t)) \tag{3.1.2.5}$$

Segundo supuesto : *Fuerza de Mortalidad Constante.* El supuesto consiste en que la fuerza de mortalidad μ se mantiene constante entre un rango de edades exactas; es decir para una edad exacta x_o, se tiene una variable X dentro de un rango de $x_0 \leq X < x_0 + t$ donde la fuerza de mortalidad no cambia. Lo anterior significa que la fuerza de mortalidad μ_{x_0} no depende del valor de t siempre y cuando t este entre los rangos de $0 < t < 1$. A esta Fuerza de Mortalidad constante la vamos a denominar μ_x^*.

En la ecuación 3.1.2.5 aplicamos el segundo supuesto

$$\int_{x_0}^{x_0+1} \mu_x^* dx = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0 + 1))$$

$$\mu_x^*(x_0 + 1 - x_0) = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0 + 1))$$

$$\mu_x^* = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0 + 1)) \tag{3.1.2.6}$$

En la ecuación 3.1.2.5 aplicamos el segundo supuesto para un periodo de tiempo t

$$\int_{x_0}^{x_0+t} \mu_x^* dx = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0 + t))$$

$$\mu_x^* t = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0 + t))$$

$$ln(S(x_0 + t)) = ln(S(x_0)) - \mu_x^* t$$

$$ln(S(x_0 + t)) = ln(S(x_0)) - (ln(S(x_0)) - ln(S(x_0 + 1)))t$$

$$ln(S(x_0 + t)) = (1 - t)ln(S(x_0)) + t * ln(S(x_0 + 1)) \qquad (3.1.2.7)$$

3.1.3. Supuesto Balducci

Capítulo 4

Aplicación

Capítulo 5

Conclusiones

Capítulo 6

Bibliografía