UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA LA MOLINA

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA APLICADA

2019-1 : CURSO ESTADÍSTICA ACTUARIAL

TRABAJO FINAL ”MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN PARA EDADES FRACCIONALES”

Presentado por

Jaime Gómez Marín

Roberto León Leiva

Arturo Zuñiga Blanco

Docente

Msc. Jesús Eduardo GAMBOA UNSIHUAY

3 de julio de 2019

Índice general

Capítulo 1

Presentación

Capítulo 2

Introducción

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1. Supuestos de las Edades Fraccionarias

Las tablas de vida generalmente muestra el número de personas vivas a edades exactas. Si necesitamos información de las tablas de vida sobre una fracción de un año, debemos hacer suposiciones con respecto a la tabla. Existen 3 supuestos:

- Primer supuesto : Distribución Uniforme de Muertes (UDD)
- Segundo supuesto : Fuerza de Mortalidad constante
- Tercer supuesto : Supuesto Balducci

3.1.1. Distribución Uniforme de Muertes (UDD)

Primer supuesto : ***Distribución Uniforme de las muertes.*** [2] Asume que la distribución uniforme de muertes sigue una distribución uniforme en cada año, su abreviación es UDD (Uniform distribution of deaths). Puede ser visto como una regresión lineal.

Asumiendo UDD , tomamos un variable t que tiene valores definidos entre 0 y 1, es decir $0 \leq t < 1$, entonces representamos el valor de l_{x+t} como:

$$l_{x+t} = l_x - m * t \tag{3.1.1.1}$$

Donde m es la pendiente de la regresión lineal. Para calcular m usamos el supuesto de UDD, entonces en la ecuación 3.1.1.1 para $t = 1$ tenemos:

$$l_{x+1} = l_x - m => m = l_x - l_{x+1}$$

aplicandolo a la ecuación 3.1.1.1 tendriamos

$$l_{x+t} = l_x - t(l_x - l_{x+1})$$

$$l_{x+t} = (1-t)l_x + t * l_{x+1} \tag{3.1.1.2}$$

si dividimos todo entre l_0

$$\frac{l_{x+t}}{l_0} = (1-t)\frac{l_x}{l_0} + t * \frac{l_{x+1}}{l_0}$$

recordando que

$$S(x) = \frac{l_x}{l_0}$$

$$S(x+t) = \frac{l_{x+t}}{l_0}$$

$$S(x+t) = (1-t)S(x) + t * S(x+1) \tag{3.1.1.3}$$

3.1.2. Fuerza de Mortalidad constante

Partamos de la definición de fuerza de mortalidad: [1] "*En estadística actuarial representa la tasa de mortalidad instantanea a una cierta edad dentro una base anualizada*"

$$u_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} \tag{3.1.2.4}$$

recordando que:

$$P(x < X < x + \Delta x | X > x) = \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{1 - F(x)} \tag{3.1.2.5}$$

reemplazando:

$$u_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x * (1 - F(x))}$$

$$u_x = \frac{1}{(1-F(x))} * \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

$$u_x = \frac{1}{(1-F(x))} * F'(x)$$

$$u_x = \frac{F'(x)}{1-F(x)} \tag{3.1.2.6}$$

se sabe que:

$$1 - F(x) = S(x)$$

$$F'(x) = -S'(x)$$

reemplazando:

$$u_x = -\frac{S'(x)}{S(x)} = -\frac{d}{dx} ln(S(x)) \tag{3.1.2.7}$$

Procedemos a integrar entre $x_0 < X < x_0 + t$:

$$\int_{x_0}^{x_0+t} u_x dx = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0+t)) \tag{3.1.2.8}$$

Segundo supuesto : *Fuerza de Mortalidad Constante.* El supuesto consiste en que la fuerza de mortalidad μ se mantiene constante entre un rango de edades exactas; es decir para una edad exacta x_o, se tiene una variable X dentro de un rango de $x_0 \leq X < x_0 + t$ donde la fuerza de mortalidad no cambia. Lo anterior significa que la fuerza de mortalidad μ_{x_0} no depende del valor de t siempre y cuando t este entre los rangos de $0 < t < 1$. A esta Fuerza de Mortalidad constante la vamos a denominar μ_x^*.

En la ecuación 3.1.2.8 aplicamos el segundo supuesto

$$\int_{x_0}^{x_0+1} \mu_x^* dx = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0+1))$$

$$\mu_x^*(x_0 + 1 - x_0) = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0+1))$$

$$\mu_x^* = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0+1)) \tag{3.1.2.9}$$

En la ecuación 3.1.2.8 aplicamos el segundo supuesto para un periodo de tiempo t

$$\int_{x_0}^{x_0+t} \mu_x^* dx = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0+t))$$

$$\mu_x^* t = ln(S(x_0)) - ln(S(x_0+t))$$

$$ln(S(x_0+t)) = ln(S(x_0)) - \mu_x^* t$$

$$ln(S(x_0+t)) = ln(S(x_0)) - (ln(S(x_0)) - ln(S(x_0+1)))t$$

$$ln(S(x_0+t)) = (1-t)ln(S(x_0)) + t * ln(S(x_0+1)) \tag{3.1.2.10}$$

3.1.3. Supuesto Balducci

Capítulo 4

Aplicación

Capítulo 5

Conclusiones

Bibliografía

[1] "David C.M. Dickson. Mary R. Hardy y Howards R. Waters ". .^{A}*ctuarial Mathematics for Life Contingent - Second Edition"*. Çambridge University Press", "2013", "21".

[2] "S. David Promislow". *"Fundamentals of Actuarial Mathematics - Third Edition"*. "John Wiley Sons, Ltd", "2015", "102".