

UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA LA MOLINA

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA APLICADA



2019-1 : CURSO ESTADÍSTICA ACTUARIAL

TRABAJO FINAL "MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN PARA EDADES FRACCIONALES"

Presentado por

Jaime Gómez Marín

Roberto León Leiva

Arturo Zuñiga Blanco

Docente

Msc. Jesús Eduardo GAMBOA UNSIHUAY

2 de julio de 2019

Índice general

1. Presentación	2
2. Introducción	3
3. Marco Teórico	4
3.1. Supuestos de las Edades Fraccionarias	4
3.1.1. Distribución Uniforme de las muertes	4
3.1.2. Fuerza de Mortalidad constante	4
3.1.3. Supuesto Balducci	6
4. Aplicación	7
5. Conclusiones	8
Bibliografía	9

Capítulo 1

Presentación

Capítulo 2

Introducción

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1. Supuestos de las Edades Fraccionarias

3.1.1. Distribución Uniforme de las muertes

3.1.2. Fuerza de Mortalidad constante

Partamos de la definición de fuerza de mortalidad: [1] "*En estadística actuarial representa la tasa de mortalidad instantanea a una cierta edad dentro una base anualizada*"

$$u_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} \quad (3.1.2.1)$$

recordando que:

$$P(x < X < x + \Delta x | X > x) = \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{1 - F(x)} \quad (3.1.2.2)$$

reemplazando:

$$\begin{aligned} u_x &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x * (1 - F(x))} \\ u_x &= \frac{1}{(1 - F(x))} * \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \\ u_x &= \frac{1}{(1 - F(x))} * F'(x) \end{aligned}$$

$$u_x = \frac{F'(x)}{1 - F(x)} \quad (3.1.2.3)$$

se sabe que:

$$1 - F(x) = S(x)$$

$$F'(x) = -S'(x)$$

reemplazando:

$$u_x = -\frac{S'(x)}{S(x)} = -\frac{d}{dx} \ln(S(x)) \quad (3.1.2.4)$$

Procedemos a integrar entre $x_0 < X < x_0 + t$:

$$\int_{x_0}^{x_0+t} u_x dx = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + t)) \quad (3.1.2.5)$$

Segundo supuesto : *Fuerza de Mortalidad Constante.* El supuesto consiste en que la fuerza de mortalidad μ se mantiene constante entre un rango de edades exactas; es decir para una edad exacta x_0 , se tiene una variable X dentro de un rango de $x_0 \leq X < x_0 + t$ donde la fuerza de mortalidad no cambia. Lo anterior significa que la fuerza de mortalidad μ_{x_0} no depende del valor de t siempre y cuando t este entre los rangos de $0 < t < 1$. A esta Fuerza de Mortalidad constante la vamos a denominar μ_x^* .

En la ecuación 3.1.2.5 aplicamos el segundo supuesto

$$\int_{x_0}^{x_0+1} \mu_x^* dx = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + 1))$$

$$\mu_x^*(x_0 + 1 - x_0) = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + 1))$$

$$\mu_x^* = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + 1)) \quad (3.1.2.6)$$

En la ecuación 3.1.2.5 aplicamos el segundo supuesto para un periodo de tiempo t

$$\int_{x_0}^{x_0+t} \mu_x^* dx = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + t))$$

$$\mu_x^* t = \ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + t))$$

$$\ln(S(x_0 + t)) = \ln(S(x_0)) - \mu_x^* t$$

$$\ln(S(x_0 + t)) = \ln(S(x_0)) - (\ln(S(x_0)) - \ln(S(x_0 + 1)))t$$

$$\ln(S(x_0 + t)) = (1 - t)\ln(S(x_0)) + t * \ln(S(x_0 + 1)) \quad (3.1.2.7)$$

3.1.3. Supuesto Balducci

Capítulo 4

Aplicación

Capítulo 5

Conclusiones

Bibliografía

- [1] "David C.M. Dickson. Mary R. Hardy y Howards R. Waters ". *Actuarial Mathematics for Life Contingent - Second Edition*. Cambridge University Press", "2013", "21".