Índice general

Capítulo 1

Introducción

En la escuela aprendimos a resolver ecuaciones lineales

$$aX + b = 0 \tag{1.1}$$

y cuadráticas

$$aX^2 + bX + c = 0 \tag{1.2}$$

donde a, b y c son números y supondremos que $a \neq 0$. Es bien sabido que la única solución de la ecuación 1.1 es $-\frac{b}{a}$ y que la ecuación 1.2 tiene a lo sumo dos soluciones que se obtienen al elegir el signo de la raíz cuadrada de la siguiente expresión:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1.3}$$

En realidad, si $b^2 = 4ac$, entonces la ecuación 1.2 tiene una única solución y, si nos restringimos a los números reales, entonces la ecuación no tiene solución si $b^2 - 4ac$ es negativo.

Las ecuaciones 1.1 y 1.2 aparecen naturalmente en multitud de problemas y sus soluciones son conocidas desde tiempos de los babilonios. Sin embargo, hasta el Renacimiento no se descubrieron fórmulas para resolver las ecuaciones de tercer y cuarto grado, conocidas con el nombre de cúbicas y cuárticas respectivamente. Al parecer Scipione del Ferro (1465?-1526) fue el primero en descubrir una fórmula para resolver ecuaciones de tercer grado. Los descubrimientos de del Ferro no fueron divulgados y fueron redescubiertos más tarde por Nicolo Fontana (1500?-1557), conocido con el nombre de Tartaglia ("El Tartamudo"). El método para resolver la cúbica fue guardado en secreto por Tartaglia hasta que se lo comunicó a Gerolamo Cardano (1501-1576) con la condición de que no lo hiciera público. Sin embargo, Cardano rompió su promesa con Fontana y en 1545 publicó la fórmula de Tartaglia en su libro *Artis Magnae sive de Regulis Algebricis*, más conocido con el nombre de *Ars Magna*. En este libro Cardano no sólo publica la fórmula de Tartaglia, sino también la solución de la cuártica que entretanto había sido descubierta por Ludovico Ferrai (1522-1565).

Vamos a ver como resolver la cúbica

$$aX^3 + bX^2 + cX + d = 0 \quad (a \neq 0) \tag{1.4}$$

Está claro que poniendo,

$$B = \frac{b}{a}, \quad C = \frac{c}{a}, \quad D = \frac{d}{a}$$

la ecuación anterior toma la forma

$$X^3 + BX^2 + CX + D = 0 \tag{1.5}$$

Después de la siguiente igualdad

$$X^3 + BX^2 + CX + D = \left(X + \frac{B}{3}\right)^3 + \left(C - \frac{B^2}{3}\right)\left(X + \frac{B}{3}\right) + D + \frac{2B^3}{27} - \frac{BC}{3}$$

podemos poner

$$Y = X + \frac{B}{3}, \quad p = C - \frac{B^2}{3}, \quad q = D + \frac{2B^3}{27} - \frac{BC}{3}$$

de forma que la ecuación anterior toma la forma $Y^3 + pY + q = 0$.

Por tanto podemos concentrarnos en las ecuaciones de la siguiente forma

$$X^3 + pX + q = 0 \tag{1.6}$$