Pregunta 1 (2,5 puntos)

Demuestre que dados tres subconjuntos A, B, y C de un conjunto U se tiene:

$$A \cap B = A \cap C \iff A \cap \overline{B} = A \cap \overline{C}$$

Pregunta 2 (2,5 puntos)

Se define en $\mathbb{R}$ la relación definida para todo $x, y \in \mathbb{R}$ mediante:

$$x \,\mathcal{R}\, y \ \text{ si y sólo si } \ x - y \in \mathbb{N}$$

a) Demuestre que $\mathcal{R}$ es una relación de orden en $\mathbb{R}$. ¿Es orden total?

b) Dado el subconjunto $A \subset \mathbb{R}$, $A = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1\right\}$, determine, respecto del orden $\mathcal{R}$ definido anteriormente, si A es un conjunto acotado en $\mathbb{R}$ y especifique los maximales del conjunto A.

Pregunta 3 (2,5 puntos)

Demuestre, utilizando la identidad de Bézout que,

$$5^{n+1} + 6^{n+1} \ \text{ y } \ 5^n + 6^n$$

son dos números primos entre sí para todo $n \in \mathbb{N}^*$.

Pregunta 4 (2,5 puntos)

Resuelva en $\mathbb{C}$ la ecuación:

$$\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$$