Álgebra lineal II, Grado en Matemáticas

Junio 2015, 1ª Semana

No se permite el uso de material impreso (libros, apuntes) ni ningún tipo de calculadora.
Todas las soluciones tendrán que darse suficientemente razonadas.

Defina los siguientes conceptos: (2 puntos)
(a) Complemento ortogonal de un subespacio vectorial.
(b) Subespacio propio.
(c) Forma bilineal.
(d) Forma polar.

Ejercicio 1: (2 puntos)
Demuestre el siguiente resultado: Sea Φ una forma cuadrática de un espacio vectorial V. Entonces, para cada subconjunto no vacío S de V el conjunto S^c (conjugado de S respecto a Φ) es un subespacio vectorial de V. Además, $S^c = L(S)^c$.

Ejercicio 2: (2 puntos)
Determine la forma de los vectores $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tales que su proyección ortogonal sobre el plano de ecuación $x - y = 0$ forme un ángulo de 180^0 con el vector $(0, 0, 1)$.

Ejercicio 3: (4 puntos)
a) Determine la forma canónica de Jordan J del endomorfismo de $\mathbb{R}^4$ cuya matriz en la base canónica es

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

El polinomio característico es $p(\lambda) = (\lambda - 2)^4$.
b) Obtenga una matriz de paso P tal que $J = P^{-1}AP$.
c) ¿Existe algún plano invariante contenido en un hiperplano invariante y que contenga infinitas rectas invariantes?