1 .- Dado el tensor $s \in \mathcal{L}^3(\mathbb{R}^4)$ definido por

$$s = e'_3 \otimes e'_2 \otimes e'_4$$

el tensor alterno asociado $e'_2 \Lambda e'_3 \Lambda e'_4$ es:

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [ ] $(1/6)(e'_3 \otimes e'_2 \otimes e'_4 - e'_3 \otimes e'_4 \otimes e'_2 + e'_4 \otimes e'_3 \otimes e'_2 - e'_4 \otimes e'_2 \otimes e'_3)$
- [ ] $(1/6)(e'_3 \otimes e'_2 \otimes e'_4 + e'_4 \otimes e'_3 \otimes e'_2 + e'_2 \otimes e'_4 \otimes e'_3 + e'_4 \otimes e'_2 \otimes e'_3 + e'_3 \otimes e'_4 \otimes e'_2 + e'_2 \otimes e'_3 \otimes e'_4)$
- [x] $(1/6)(e'_3 \otimes e'_2 \otimes e'_4 + e'_4 \otimes e'_3 \otimes e'_2 + e'_2 \otimes e'_4 \otimes e'_3 - (e'_4 \otimes e'_2 \otimes e'_3 + e'_3 \otimes e'_4 \otimes e'_2 + e'_2 \otimes e'_3 \otimes e'_4))$

2 .- Si $\overline{A} : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ es la aplicación lineal definida por

$$\overline{A}(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_3, x_3, x_4, x_4)$$

entonces se verifica que

$\overline{A} * (e'_2 \Lambda e'_3 \Lambda e'_4)$ es de la forma:

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [x] $\overline{A} * (e'_2 \Lambda e'_3 \Lambda e'_4) = 0$
- [ ] $\overline{A} * (e'_2 \Lambda e'_3 \Lambda e'_4) = e'_2 \Lambda e'_3 \Lambda e'_4$
- [ ] $\overline{A} * (e'_2 \Lambda e'_3 \Lambda e'_4) = e'_1 \Lambda e'_2 \Lambda e'_3$

3 .- Dadas las formas diferenciables:

$$\Psi(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_3}{1+x_1^2} e'_1 \Lambda e'_2 + \frac{x_1}{1+x_1^2} e'_1 \Lambda e'_3 + \frac{x_1}{1+x_1^2} e'_2 \Lambda e'_3$$

y

$$\Upsilon(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_3}{1+x_2^2+x_3^2} e'_1 + \frac{x_1}{1+x_2^2+x_3^2} e'_2 + \frac{x_2}{1+x_2^2+x_3^2} e'_3$$

la forma $\Psi \wedge \Upsilon$ es:

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [x] $\Psi \wedge \Upsilon = \left(\frac{x_2x_3 - x_1^2 + x_1x_3}{(1+x_1^2)(1+x_2^2+x_3^2)}\right) e'_1 \wedge e'_2 \wedge e'_3$
- [ ] $\Psi \wedge \Upsilon = 0$
- [ ] $\Psi \wedge \Upsilon = \left(\frac{x_2x_3 - x_1x_2 + x_1x_3}{(1+x_1^2)(1+x_2^2+x_3^2)}\right) e'_1 \wedge e'_2 \wedge e'_3$

4 .- Dada la forma diferencial $\Psi : \mathbb{R}^3 \to \Omega^2(\mathbb{R}^3)$ definida por:

$$\Psi(x_1,x_2,x_3) = \frac{x_3}{1+x_1^2}\, e_1'\Lambda e_2' + \frac{x_1}{1+x_2^2}\, e_1'\Lambda e_3' + \frac{x_1}{1+x_1^2}\, e_2'\Lambda e_3'$$

se verifica que $d\Psi$ es:

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [x] $d\Psi = \left(\frac{2}{(1+x_1^2)^2} + \frac{2x_1x_2}{(1+x_2^2)^2}\right) e_1'\Lambda e_2'\Lambda e_3'$
- [ ] $d\Psi = \left(\frac{2-x_1^2}{1+x_1^2} + \frac{2x_1x_2}{(1+x_2^2)^2}\right) e_1'\Lambda e_2'\Lambda e_3'$
- [ ] $d\Psi = \left(\frac{2+4x_1^2}{1+x_1^2} + \frac{2x_1x_2}{(1+x_2^2)^2}\right) e_1'\Lambda e_2'\Lambda e_3'$

5 .- Dada la siguiente forma diferencial $\Upsilon : \mathbb{R}^3 \to \Omega^1(\mathbb{R}^3)$ definida por:

$$\Upsilon(x_1,x_2,x_3) = x_1x_2e_1' + arctagx_2e_2' + e^{x_3}e_3'$$

y dado el recorrido $\overline{\varphi} : (0,\pi/2) \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ definido por

$$\overline{\varphi}(t) = (t, tag(t), \ln(1+t^2))$$

la forma diferencial $\overline{\varphi} * \Upsilon$ es:

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [x] $\overline{\varphi} * \Upsilon(t) = \left(t\left(tag(t) + tag(t)^2\right) + 3t\right)e'$
- [ ] $\overline{\varphi} * \Upsilon(t) = t\left(tag(t) + \frac{(1+t)^2}{1+t^2}\right)e'$
- [ ] $\overline{\varphi} * \Upsilon(t) = t(tag(t)^2 + 3t)e'$

6 .- Sea Ψ la forma diferencial

$$\Psi(x_1,x_2,x_3) = \frac{x_3}{1+x_1^2}\, e_1'\Lambda e_2' + \frac{x_1}{1+x_1^2}\, e_1'\Lambda e_3' + \frac{x_1}{1+x_1^2}\, e_2'\Lambda e_3'$$

y sea $\overline{\varphi}$ el recorrido definido por:

$$\overline{\varphi}(u,v) = (u+v, u-v, uv)$$

Entonces la forma diferencial $\overline{\varphi} * \Psi$ es:

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [x] $\overline{\varphi} * \Psi(u,v) = \frac{2u}{1+(u+v)^2}\left(-ve_1' \wedge e_2' + (u+v)e_1' \wedge e_3'\right)$
- [ ] $\overline{\varphi} * \Psi(u,v) = \frac{u^2+v^2}{1+(u+v)^2}\left(e_1' \wedge e_2' + e_1' \wedge e_3'\right)$
- [ ] $\overline{\varphi} * \Psi(u,v) = \frac{uv}{1+(u+v)^2}\left(-e_1' \wedge e_2' + ve_2' \wedge e_3'\right)$

7 .- La forma diferencial $\Upsilon : \mathbb{R}^3 \to \Omega^1(\mathbb{R}^3)$ de la pregunta 5 verifica:

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [ ] es exacta
- [ ] es cerrada
- [x] no es cerrada ni exacta

8 .- El siguiente conjunto:

$$M = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^5 ; \bar{x} = (u, v, sen(uv), u+v, u-v) : \text{ para } u \in \mathbb{R} \text{ y } v \in \mathbb{R}\}$$

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [ ] es una variedad de dimensión 3
- [x] es una variedad de dimensión 2
- [ ] no es una variedad

9 .- El conjunto de puntos:

$$M = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^4 : e^{x+y+z+t} = 7\}$$

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [x] es una variedad de dimensión 3
- [ ] no es una variedad
- [ ] es una variedad de dimensión 1

10 .- El conjunto:

$$M = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^6 : \bar{x} = t(1,1,1,0,0,0) + s(0,0,-1,2,3,0) : \text{ para } t \in \mathbb{R} \text{ y } s \in \mathbb{R}\}$$

(puede tener más de una respuesta correcta) 1 -.25

- [ ] no es una variedad
- [x] es una variedad de dimensión 2
- [ ] es una variedad de dimensión 3