Cuestiones y problemas
Tema 4. Campo electromagnético:
Campo magnético

Supóngase que las velocidades instantáneas de un positrón (carga $+e$) y un electrón (carga $-e$) son paralelas y tienen el mismo sentido. Cómo es la fuerza magnética que el electrón ejerce sobre el positrón?

a) repulsiva (V)
b) atractiva
c) perpendicular al plano formado por ambas velocidades

Sabiendo que el Polo Norte magnético está en el Polo Sur geográfico aproximadamente, queremos que un protón orbite alrededor del ecuador bajo la acción de la fuerza debida al campo magnético terrestre, como será el giro?

a) Es imposible que gire en el plano del ecuador bajo la única acción del campo magnético terrestre
b) De oeste a este
c) De este a oeste (V)

Supongamos un conductor rectilíneo infinitamente largo por el que circula un corriente *I*. En un determinado momento, un electrón con velocidad *v* perpendicular al conductor pasa a una distancia *r* del conductor. ¿Cómo influirá el campo magnético generado por la corriente sobre el electrón?

a) Sufrirá una fuerza que le hará desviarse de su trayectoria apartándose del conductor
b) De ninguna forma porque no sufrirá fuerza alguna debida al campo magnético (V)
c) Sufrirá una fuerza hacia el conductor que hará que el electrón comience a girar en torno al eje definido por el conductor describiendo una circunferencia

Supongamos un electrón que se mueve con una cierta velocidad *v*. Detrás de él en la misma dirección y sentido y protón le persigue con la misma velocidad. ¿Cómo influirá el campo magnético producido por el protón sobre el electrón?

a) de ninguna manera puesto que el campo magnético será nulo sobre el electrón (V)
b) el campo magnético producirá una fuerza sobre el electrón que hará que éste se desvíe de la trayectoria que llevaba
c) el campo magnético producirá una fuerza sobre el electrón que hará que éste disminuya su velocidad

Supongamos dos conductores rectilíneos infinitamente largos colocados perpendicularmente entre sí a una distancia *l*. Por uno de ellos circula una corriente *I* en la dirección positiva del eje *x* y por el otro circula la misma corriente *I* en la dirección positiva del eje *y*. ¿Cómo es la fuerza que se ejercen mutuamente en los dos puntos de máximo acercamiento?

a) 0 N (V)
b) atractiva de valor $\dfrac{2k_m I^2}{l}$ N
c) repulsiva de valor $\dfrac{2k_m I^2}{l}$ N

Un protón de carga *q* y masa *m* entra con velocidad $\vec{v} = (v, 0, 0)$ en una región de inducción magnética uniforme $\vec{B} = (0, 0, -B)$ y campo eléctrico constante $\vec{E} = (0, -E, 0)$.
- ¿En qué condiciones la velocidad de la partícula adquirirá una componente positiva en la dirección *y*?

a) Siempre que $v < \frac{B}{E}$

b) Siempre que $v < \frac{E}{B}$

c) Siempre que $v > \frac{E}{B}$ (V)

- ¿Cuánto se habrá desviado el protón en la dirección *y* al cabo de 1s?

a) $\frac{q}{2m}(E - vB)$

b) $\frac{q}{2m}(vB - E)$ (V)

c) $\frac{m}{2q}(B - vE)$

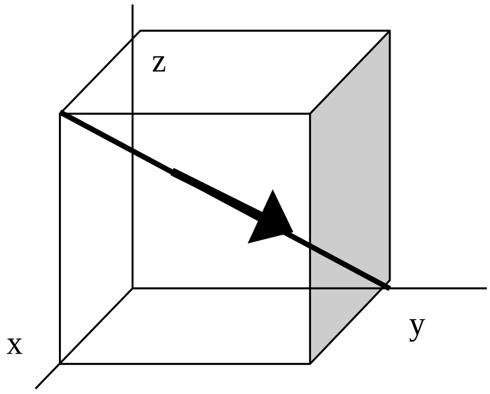
La fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga eléctrica en movimiento
a) depende del valor de la carga pero no depende de la velocidad de esta
b) es proporcional a los valores de la carga y de la velocidad, siendo paralela al campo
c) es proporcional a los valores de la carga y de la velocidad, siendo perpendicular al velocidad de la carga (V)

Supóngase que las velocidades instantáneas de dos electrones son paralelas y tienen el mismo sentido. ¿Cómo es la fuerza magnética que se ejerce entre los electrones?
a) atractiva (V)
b) repulsiva
c) perpendicular al plano formado por ambas velocidades

Una carga en movimiento ejerce sobre una carga en reposo
a) sólo una fuerza eléctrica (V)
b) sólo una fuerza magnética
c) tanto una fuerza eléctrica como magnética

La Tierra es un inmenso imán cuyo "polo sur" se encuentra, en realidad, en el hemisferio norte (al norte del Canadá). Para entender esta aparente contradicción piense hacia dónde se dirige el "polo norte" de una brújula. Por lo tanto, el polo norte magnético de la Tierra está en el Polo Sur geográfico aproximadamente. Queremos que un electrón orbite alrededor del ecuador bajo la acción de la fuerza debida al campo magnético terrestre, ¿como será el giro?
a) De oeste a este (V)
b) De este a oeste
c) Es imposible que gire en el plano del ecuador bajo la única acción del campo magnético terrestre

Un segmento de hilo conductor viene definido por la diagonal de un cubo imaginario de lado $a = 20cm$. Si la diagonal en cuestión es la definida por los puntos $(a,0,a)$ y $(0,a,0)$, la intensidad de la corriente es $I = 12\,\mathrm{A}$, su dirección es de izquierda a derecha, como indica el dibujo, y el campo magnético es $\vec{B} = 0,9\mathrm{T}\,\vec{k}$, encontrar el módulo y dirección de la fuerza ejercida sobre el segmento de hilo.



<u>Solución:</u>

El vector que define el segmento diagonal es $(-a,a,-a)$, de módulo $a\sqrt{3}$. La fuerza sobre éste es $\vec{F} = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right) = 0,9Ia\left(\vec{i} + \vec{j}\right)$.

$$\vec{l} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -a & a & -a \\ 0 & 0 & 0,9 \end{vmatrix} = 0,9a\vec{i} + 0,9a\vec{j}$$

En una misma región del espacio coexisten un campo eléctrico uniforme de valor 0.5 10^4 V/m y un campo magnético uniforme de valor 0.3 T, siendo sus direcciones perpendiculares entre si. ¿Cuál debería ser la energía cinética de un protón que penetra en esa región en dirección perpendicular a ambos campos para que pase a través de la misma sin ser desviado? (Datos: masa del protón m_p = 1.672 10^{-27} kg)

<u>Solución:</u>

Al entrar una carga q con velocidad v dentro de esta región, se ve sometida a una fuerza magnética y otra fuerza eléctrica. Si la carga no se desvía, quiere decir que ambas fuerzas son iguales y de sentidos opuestos:

$$F_e = q\ E$$

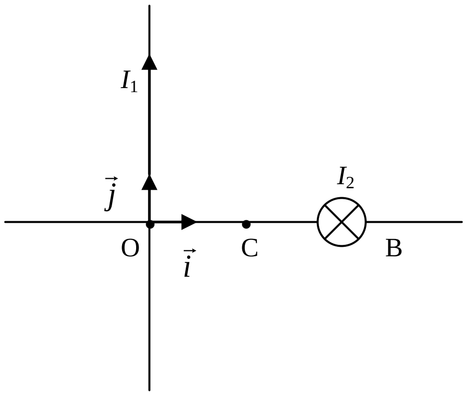
$$F_m = q\ v\ B\ \text{sen}\ 90 = q\ v\ B$$

Como $F_e = F_m$, tenemos que q E = q v B, por lo que v = E / B = 1.67 10^4 m/s.

Si la carga fuera un protón, debería llevar una energía cinética de valor:

$$Ec = m\ v^2/2 = 2.33\ 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Dos conductores rectilíneos infinitamente largos están situados en planos perpendiculares tal y como se muestra en la figura. Por el primero de ellos circula una corriente en el sentido positivo del eje *y* de intensidad $I_1 = 2\,\mathrm{A}$, mientras que por el segundo conductor la corriente es $I_2 = 3\,\mathrm{A}$ y tiene la dirección del eje *z* y sentido negativo (entrando en el papel). Calcular el vector inducción magnética en el punto C, si OC=CB=1 cm. *Datos*: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$



<u>Solución:</u>

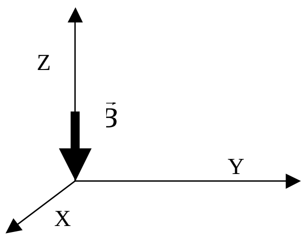
$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x_1}\vec{k}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_2}\vec{j}$$

$$\vec{B}_C = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

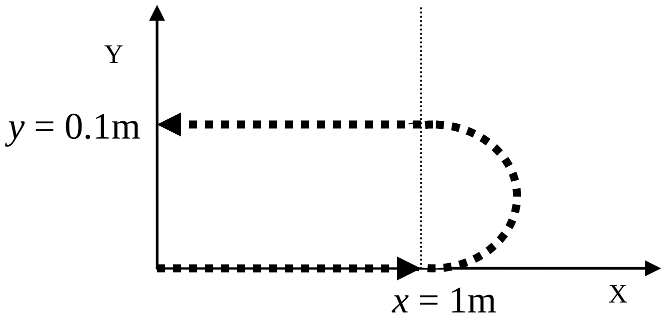
$$\left|\vec{B}_C\right| = \frac{\mu_0\sqrt{I_1^{\,2} + I_2^{\,2}}}{2\pi x} = 7.2\ 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

En un plano XY imaginemos un hilo conductor situado a lo largo del eje Y. Conectamos un campo magnético paralelo al eje Z, tal como indica la figura. Cuando se haga circular una corriente por el hilo conductor en el sentido positivo del eje Y, ¿en qué sentido se desplazará el hilo?



<u>Solución:</u>
Se desplazará en el sentido negativo del eje X

Un electrón se sitúa en reposo en el origen de coordenadas. Mediante la acción de un campo eléctrico y otro magnético, <u>constantes</u> y <u>uniformes</u>, queremos que describa la trayectoria indicada en la figura, acabando en el punto (0, 0.1, 0)m con velocidad nula. La curva descrita por el electrón a partir del punto (1, 0, 0)m es una semicircunferencia en el plano XY.



- Determinar la dirección y sentido del campo eléctrico y del campo magnético, ambos constantes e uniformes, que debemos emplear, así como la región del espacio en la que deben ser aplicados, para que el electrón describa la trayectoria de forma espontánea, únicamente bajo la acción de los citados campos.

- Sabiendo que el módulo de $\vec{B}$ es 0,001 T, determinar el módulo del campo eléctrico que debemos emplear. (Dato: relación carga/masa del electrón $q_e / m_e =$ 1,76 10^{11} C/kg)

Solución:

En la región del plano XY, con $0 \leq x \leq 1$, debe existir un campo eléctrico en la dirección X y sentido negativo para que el electrón se mueva espontáneamente hacia la derecha. Este campo es $\vec{E} = -E\vec{i}$, ya que por el enunciado sabemos que es constante. La fuerza que experimenta el electrón será $\vec{F} = Eq_e\vec{i}$ y la aceleración $\vec{a} = Eq_e / m_e\vec{i}$, por lo que después de recorrer una distancia d su velocidad será:

$$v^2 = 2ad \rightarrow v = \sqrt{2\frac{q_e}{m_e}Ed}$$

con d = 1m.

Para que el electrón describa una órbita circular debe entrar dentro de un campo magnético. Como la trayectoria es circular en el plano XY, el campo magnético debe ser perpendicular al plano XY, es decir, sólo tiene componente Z. La fuerza que experimenta el electrón será

$$\vec{F} = -q_e\vec{v} \times \vec{B},$$

ya que la carga es negativa. En el momento en el que el electrón entra en el campo magnético $\vec{v} = v\vec{i}$, y por el movimiento sabemos que $\vec{F} = F\vec{j}$, por lo que $\vec{B} = B\vec{k}$. Es decir, el campo magnético sale del papel.

$$q_e vB = m_e \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{q_e}{m_e}Br = v$$

$$E = \frac{q_e}{m_e}\frac{B^2 r^2}{2d} = 220 \text{ N/C}$$

Supongamos un sistema formado por dos conductores rectilíneos iguales y paralelos que se encuentran unidos por un material no conductor. Por ellos circulan dos corrientes con el mismo módulo de intensidad *I*. El sistema se introduce en un campo magnético constante B perpendicular a los dos conductores. Queremos que la fuerza neta que el campo magnético

ejerce sobre el sistema formado por los dos conductores sea nula. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta? Razonar la respuesta
- La fuerza neta será nula si las cargas que producen la corriente en un conductor son negativas mientras que en el otro conductor son positivas moviéndose en sentidos opuestos.
- La fuerza neta será nula si las cargas que producen la corriente en los dos conductores son electrones y en ambos conductores se mueven en el mismo sentido.
- La fuerza neta será nula si las cargas que producen la corriente en un conductor son negativas mientras que en el otro conductor son positivas y ambas cargas se mueven en el mismo sentido.
- La fuerza neta será siempre 0, independientemente del tipo de carga que circula por los dos conductores ya que el campo magnético es perpendicular a ellos.
Nunca se podrá hacer cero la fuerza neta ya que la fuerza que ejerce un campo magnético sobre una corriente no depende del sentido de la corriente, sino del módulo de la intensidad *I*, y éste es el mismo.

Solución:
Al introducir un conductor rectilíneo por el que circula una corriente dentro de un campo magnético, éste experimenta una fuerza perpendicular a la dirección de la corriente y al campo:

$$\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B}\,.$$

Puesto que la dirección de la corriente es la misma en ambos conductores (son paralelos), la única forma de que la fuerza neta sobre el sistema de los dos conductores sea 0 es que por ellos circulen corrientes en sentidos opuestos: $\vec{L}_1 = -\vec{L}_2$. La única repuesta que consigue esto es la c), ya que el movimiento de cargas negativas en un sentido es equivalente al movimiento de cargas positivas en el contrario.

Supongamos un segmento de un conductor rectilíneo situado en el eje X y comprendido entre $x=-L$ y $x=L$. Por él circula una corriente *I* en el sentido positivo. Este conductor se encuentra en una región del espacio en la que existe un campo magnético B dirigido en la dirección Y que varía con *x* de la siguiente forma $\mathbf{B}=Bx\,\mathbf{j}$.

- Calcular la fuerza que el campo magnético ejerce sobre el segmento de conductor comprendido entre los puntos $x=0$ y $x=L$.

- Calcular la fuerza magnética sobre el segmento completo (desde $x=-L$ hasta $x=L$) y describir cualitativamente cuál será el efecto del campo magnético sobre el segmento de conductor suponiendo que éste puede moverse libremente.

Solución:
Aplicamos la ecuación

$$d\mathbf{F} = Id\ell\times\mathbf{B}\,,$$

con $d\ell = dx\mathbf{i}$ y $\mathbf{B}=Bx\mathbf{j}$.
Entonces tenemos que

$$\mathbf{F} = I\mathbf{k}\int_0^L Bxdx = \frac{IBL^2}{2}\mathbf{k}$$

Cuando consideramos el segmento completo tenemos que $\mathbf{F}=0$, ya que el campo magnético cambia de signo con *x*. Sin embargo, aunque la fuerza neta es cero, sobre el segmento se ejerce un par de fuerzas que lo hacen girar en el plano XZ con respecto al eje Y, tendiendo a alinear el segmento con el eje Z, que representa la posición de equilibrio en el que la fuerza magnética es cero sobre todos los puntos del segmento. De este modo tendremos un movimiento oscilatorio.

Sabemos que en una región del espacio existe un campo magnético B constante. Para determinar su módulo, dirección y sentido, lanzamos una partícula con carga positiva *q*, masa *m* y velocidad v en diferentes direcciones del espacio y medimos la fuerza F que experimenta en el momento en

el que la partícula penetra en la región donde existe el campo. Cuando $\mathbf{v} = v_0\mathbf{k}$, la partícula no se desvía de su trayectoria al penetrar en el campo; sin embargo, cuando $\mathbf{v} = v_0\mathbf{j}$, la partícula experimenta una fuerza $\mathbf{F} = -F\mathbf{i}$ debido a la presencia del campo magnético.

- Determinar B en función de *q*, v_0 y *F*.

- Supongamos que la región donde existe el campo magnético está comprendida por todos aquellos punto del espacio en los que la coordenada *y* es mayor o igual que 0. Si en el segundo experimento la partícula es introducida en el origen de coordenadas, describir el movimiento de la partícula en la región donde existe el campo magnético.

- Calcular el tiempo que la partícula está en la región del campo magnético y en qué punto del espacio abandona dicho campo.

Solución:
Como en el primer ensayo la partícula no se desvía, la fuerza que experimenta es nula. Aplicando
$$\mathbf{F} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B} = 0,$$
tenemos que $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$.
En el segundo caso, la fuerza que experimenta es
$$\mathbf{F} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B} = qv_0B\mathbf{i}.$$
Igualando a la fuerza obtenida en el experimento tenemos que $B = \frac{-F}{qv_0}$, por lo que finalmente:
$$\mathbf{B} = -\frac{F}{qv_0}\mathbf{k}.$$
Al penetrar la partícula en la región donde existe el campo magnético con una velocidad perpendicular al campo, describirá entonces un movimiento circular con velocidad constante ya que en todo momento la fuerza que experimenta es perpendicular a la velocidad. El plano del movimiento será el plano XY y la trayectoria descrita será un semicírculo de radio
$$r = \frac{mv_0}{qB} = \frac{mv_0^{\ 2}}{F},$$
por lo que abandonará el campo en el punto $(-2\frac{mv_0^{\ 2}}{F}, 0, 0)$, con una velocidad $\mathbf{v} = -v_0\mathbf{j}$, después de un tiempo igual a la mitad del periodo del movimiento circular, o periodo ciclotrón,
$$t = \frac{1}{2}T = \frac{\pi m}{qB} = \frac{v_0\pi m}{F}$$

En un plano XY imaginemos un hilo conductor situado a lo largo del eje Y. Conectamos un campo magnético dirigido hacia este plano XY. Cuando se haga circular una corriente por el hilo conductor en el sentido positivo del eje Y, el hilo:

a) se desplazará en el sentido negativo del eje X (V)
b) no se moverá
c) se desplazará en el sentido positivo del eje X

En el modelo de Bohr para el átomo de hidrógeno, el electrón se mueve describiendo órbitas circulares alrededor del núcleo, formado por un único protón, debido a la atracción culombiana entre ambos (de forma similar al movimiento de los planetas alrededor del Sol). Si el radio de la órbita es de $53\ 10^{-12}$ m:

(***Datos***: $e = 1.6\ 10^{-19}$ C, $m_e = 9.1\ 10^{-31}$ kg, $k = 9\ 10^{9}$ Nm^2/C^2, $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ N/A^2 **)**

-Calcular la velocidad lineal con la que el electrón gira alrededor del núcleo.

- El giro periódico del electrón alrededor del núcleo puede ser interpretado como una espira por la que circula una corriente, ¿qué intensidad tiene la corriente producida por el movimiento del electrón?

- Calcular el módulo de la inducción magnética *B* que genera el electrón en el núcleo.

Solución:

La fuerza coulombiana de atracción es la responsable de la órbita del electrón:

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{ke^2}{m_e r}}\,.$$

La intensidad es la carga que circula por un punto de la espira por unidad de tiempo. En un periodo habrá circulado la carga de un electrón.

$$I = \frac{e}{T}\,.$$

Ahora calculamos el periodo:

$$v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r \rightarrow T = \frac{2\pi}{v} r = 1.51\ 10^{-16}\,\mathrm{s}\,,$$

por lo que finalmente tenemos

$$I = \frac{e}{T} = 1.06\ 10^{-3}\,\mathrm{A}\ .$$

Por último, el módulo de la inducción magnética que genera el electrón en el núcleo viene dado por el módulo de la inducción magnética generada en el centro de una espira de radio *r* por la que circula una corriente *I*:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} = 12.5\,\mathrm{T}\,.$$

En un plano XY imaginemos un hilo conductor situado a lo largo del eje Y. Conectamos un campo magnético dirigido hacia este plano XY. Cuando se haga circular una corriente por el hilo conductor en el sentido positivo del eje Y. ¿En qué sentido se desplazará el hilo?

Solución:

En el sentido negativo del eje X.

En un haz de partículas sometidas a un campo magnético uniforme de 1000 Gauss se observan trayectorias curvas de 10.2 cm de radio. Se sabe que las partículas tienen la misma carga que un electrón y una energía de 3.4 MeV ($1eV = 1.602\cdot 10^{-19}\ J$ **). ¿Cúal es su masa?**

Solución:

La fuerza debida al campo magnético es igual a la fuerza centrípeta:

$$F = qvB = mv^2 / R.$$

Teniendo en cuenta que $mv = RqB = \sqrt{2mE}$ resulta $m = 2.44\cdot 10^{-30}$ Kg.

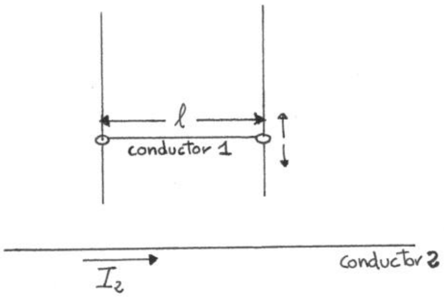
¿Cuál es la intensidad del campo magnético en el centro de un solenoide de longitud infinita, sobre el que se han bobinado tres capas superpuestas de hilo de 1,2 mm de diámetro, y por el que se hace circular una corriente de 8 amperios? ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\, T \cdot m / A$ **)**

Solución:

$\frac{1000}{1,2} \cdot 3 = 2500$ espiras por metro.

$B = \mu_0 n I = 2,5 \cdot 10^{-2}$ T.

Por un conductor infinitamente largo (conductor 2) circula una corriente de intensidad I_2. El conductor 1, de longitud *l*, se encuentra suspendido sobre el conductor 2 y es libre de moverse paralelamente al conductor 2 en dirección vertical tal y como se muestra en la figura.



- El módulo de la inducción magnética $\vec{B}$ debida a la corriente que circula por el conductor 2 en un punto a una distancia *d* del mismo vale

a) $B = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d^2}$

b) $B = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$ (V)

c) $B = \frac{\mu_0 d}{2\pi I_2}$

- El sentido de la corriente que tiene que circular por el conductor 1, I_1, para que éste sea repelido por el conductor 2 es

a) igual que I_2

b) contrario a I_2 (V)

- El valor de I_1 para que el conductor 1, de masa *m*, quede suspendido en equilibrio a una distancia *d* del conductor 2

a) $I_1 = \frac{2\pi d I_2}{\mu_0 l m g}$

b) $I_1 = \frac{2\pi m g l}{\mu_0 I_2 d}$

c) $I_1 = \frac{2\pi d m g}{\mu_0 l I_2}$ (V)

En una zona del espacio hay un campo eléctrico en la dirección y sentido positivo del eje *z*, $\mathbf{E} = 1000\ \mathbf{k}\ \ \mathrm{N/C}$ y un campo magnético en la dirección y sentido positivo del eje *y*, $\mathbf{B} = 0.5\ \mathbf{j}\ \ \mathrm{T}$. Se lanza un protón en esa zona del espacio perpendicularmente a ambos campos. Calcular el vector velocidad con el que el protón debe penetrar en los campos para que una vez dentro de ellos su velocidad no varíe ni en dirección ni en módulo.

Solución:

De la geometría del problema está claro que el vector velocidad sólo puede tener componente no nula en la dirección del eje: $\mathbf{v} = v\ \mathbf{i}\ \ \mathrm{m/s}$. Por otro lado

$$\mathbf{F}_e = q\mathbf{E} = 1000q\ \mathbf{k}\ \ \mathrm{N}$$

$$\mathbf{F}_m = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = qv 0.5\ \mathbf{k}\ \ \mathrm{N}$$

Como $\sum \mathbf{F} = 0$ entonces tenemos que $\mathbf{F}_m = -\mathbf{F}_e \Rightarrow v = -2000$ y por consiguiente

$$\mathbf{v} = -2000\ \mathbf{i}\ \ \mathrm{m/s}.$$

Una carga puntual q se mueve con velocidad constante v a lo largo del eje X en la dirección positiva. Determinar la fuerza que ejerce el campo magnético creado por esa carga, sobre otra carga de igual valor que se mueve sobre el eje Y en la dirección positiva, también con velocidad v, en el momento en el que la primera carga pasa por el origen de coordenadas y la segunda carga pasa por el punto (0, b, 0).

Solución:

$$\vec{v}_1 = v\vec{i}$$

$$\vec{v}_2 = v\vec{j}$$

$$\vec{r} = b\vec{j}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{b^2 4\pi} q\vec{v}_1 \times \vec{j} = \frac{\mu_0 qv}{b^2 4\pi}\vec{k}\ \ \mathrm{T}$$

$$\vec{F} = q\vec{v}_2 \times \vec{B} = \frac{\mu_0 (qv)^2}{b^2 4\pi}\vec{i}\ \ \mathrm{N}$$

Una carga q_1 se mueve con velocidad *v*₁ a lo largo del eje X en el sentido positivo. En un momento dado, cuando q_1 se encuentra en el punto (-1,0,0)m, otra carga q_2 que se mueve a lo largo del eje Y en el sentido también positivo con velocidad v_2, pasa por el origen de coordenadas. Discutir de forma razonada cuál de las dos cargas siente en ese momento la fuerza producida por el campo magnético inducido por la otra carga, y obtener el valor de la fuerza en función de q_1, q_2, v_1 y v_2.

Solución:

El campo magnético creado por una carga puntual en movimiento es

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^2}.$$

Está claro entonces que la carga 2 no experimentará ninguna fuerza ya que el campo magnético producido por la carga 1 en el origen de coordenadas es 0.

Por otro lado, el campo magnético producido por la carga 2 en el punto
(-1,0,0) es

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q_2 v_2 \vec{z}.$$

La fuerza que ejerce este campo magnético sobre la carga 1 será

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} q_1 v_1 q_2 v_2 \vec{y}.$$

Supongamos una espira cuadrada de lado *a* por la que circula una corriente de intensidad *I*. La espira se encuentra en un campo magnético uniforme B. Si suponemos que la espira puede moverse libremente en el espacio, razonar en cuál de los dos casos siguientes se moverá y cómo será el movimiento:
a) cuando el plano de la espira es perpendicular a B, de forma que los cuatro lados de la espira son perpendiculares a B;
b) cuando dos de los lados de la espira están alineados con B.
Solución:
La fuerza que siente cada lado de la espira es

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}.$$

En el caso a, los lados opuestos de la espira siempre experimentarán fuerzas iguales en módulo y dirección, y de sentidos opuestos ya que las corrientes son antiparalelas, por lo que se cancelarán y el resultado neto será 0. Estas fuerzas estarán contenidas en el plano de la espira, por lo que tenderán a “contraer” o a “dilatar” la espira, dependiendo del sentido del campo magnético en relación con la corriente que circula por la espira
En el caso b, los dos lados de la espira alineados con **B** no sentirán fuerza alguna, mientras que los otros dos lados sentirán fuerzas iguales en módulo y dirección, y de sentidos opuestos, que provocarán un par de fuerzas sobre la espira y que la harán girar buscando la posición de equilibrio descrita en el caso a.

Consideremos un solenoide muy largo de radio *R* por el que circula una corriente. Podemos suponer entonces que el campo magnético generado en el interior del solenoide es constante y uniforme. Como sabemos, las líneas del campo magnético en su interior tendrán la dirección del eje del solenoide y su densidad será constante. La Ley de Ampère dice que la circulación del campo B a lo largo de la curva cerrada *C*, $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\ell$, es igual a $\mu_0 I_C$, siendo I_C la corriente que atraviesa la superficie limitada por esa curva cerrada. Apliquemos esa Ley para calcular el campo en el interior del solenoide considerando una circunferencia de radio *r* coaxial con el solenoide (es decir, el eje del solenoide pasa por el centro de nuestra circunferencia y es perpendicular es ésta). Como la corriente que atraviesa la superficie encerrada por la circunferencia es cero, aplicando la Ley de Ampère uno puede pensar que el campo B en el interior del solenoide será cero, aunque sabemos que esto no es cierto, ¿dónde falla nuestro razonamiento?
Solución:
Lo que la Ley de Ampère predice es que la circulación del campo **B** a lo largo de la circunferencia será cero, no que el campo sea nulo. En efecto, esta circulación se hace cero porque el campo magnético en el interior del solenoide es perpendicular a la curva en todos los puntos de la misma, por lo que el producto escalar $\mathbf{B} \cdot d\ell$ se hace cero, aunque **B** es no nulo.

Una partícula de masa *m* y carga *q* entra con una velocidad v en una región donde existe un campo magnético B uniforme y constante. La velocidad v forma un ángulo θ con B. Después de que la partícula se ha movido una distancia *d* medida a lo largo de la dirección de B, la velocidad de la partícula tiene la misma dirección que cuando entra en el campo. Calcular esta distancia *d*.
Solución:

El movimiento de la partícula en la dirección del campo no se ve afectado por la presencia de éste, por lo que la partícula seguirá moviéndose en esta dirección con la misma velocidad con la que entró en el campo:

$$v_{\parallel} = v\cos\theta \,.$$

Sin embargo, al tener la partícula una componente perpendicular al campo $v_{\perp} = v\sin\theta$ experimentará una fuerza debida a éste

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B} \,,$$

y cuyo módulo es $F = qv_{\perp}B$, que la hará describir un movimiento circular por ser perpendicular a **v**. Por consiguiente la partícula describirá un movimiento helicoidal (en hélice), describiendo círculos perpendiculares a la dirección del campo, mientras que avanza a lo largo de esta dirección con velocidad constante. Para que la partícula tenga la misma dirección que cuando entró en el campo debe haber descrito un círculo completo. El periodo de estos círculos se obtiene igualando la fuerza producida por el campo con la fuerza centrípeta:

$$qv_{\perp}B = m\frac{v_{\perp}^{2}}{r}$$

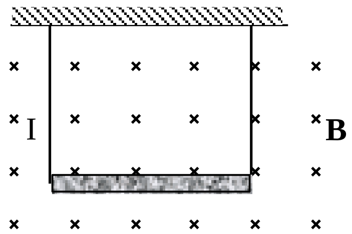
$$q\omega rB = m\omega^{2}r$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Durante este tiempo la partícula ha recorrido una distancia *d* en la dirección del campo que viene dada por

$$d = v_{\parallel}T = v\cos\theta\,\frac{2\pi m}{qB}$$

Un conductor se encuentra suspendido del techo por dos alambres como se muestra en la figura. El conductor tiene una masa por unidad de longitud de 0.04 kg/m. ¿Qué corriente I debe atravesar el conductor para que la tensión en los alambres del soporte sea cero, si el campo magnético sobre la región es de 3,6 T hacia la página? ¿Cuál es la dirección requerida para la corriente?



Solución:
Tenemos un campo magnético de módulo constante y apuntando hacia dentro de la página. Si por el conductor de la figura, que tiene una densidad de masa $\lambda = 0.04\ \mathrm{kg/m}$, circula una corriente I en sentido de izquierda a derecha, la fuerza que está ejerciendo el campo magnético sobre un elemento diferencial de longitud $d\mathbf{l}$ del conductor es igual a

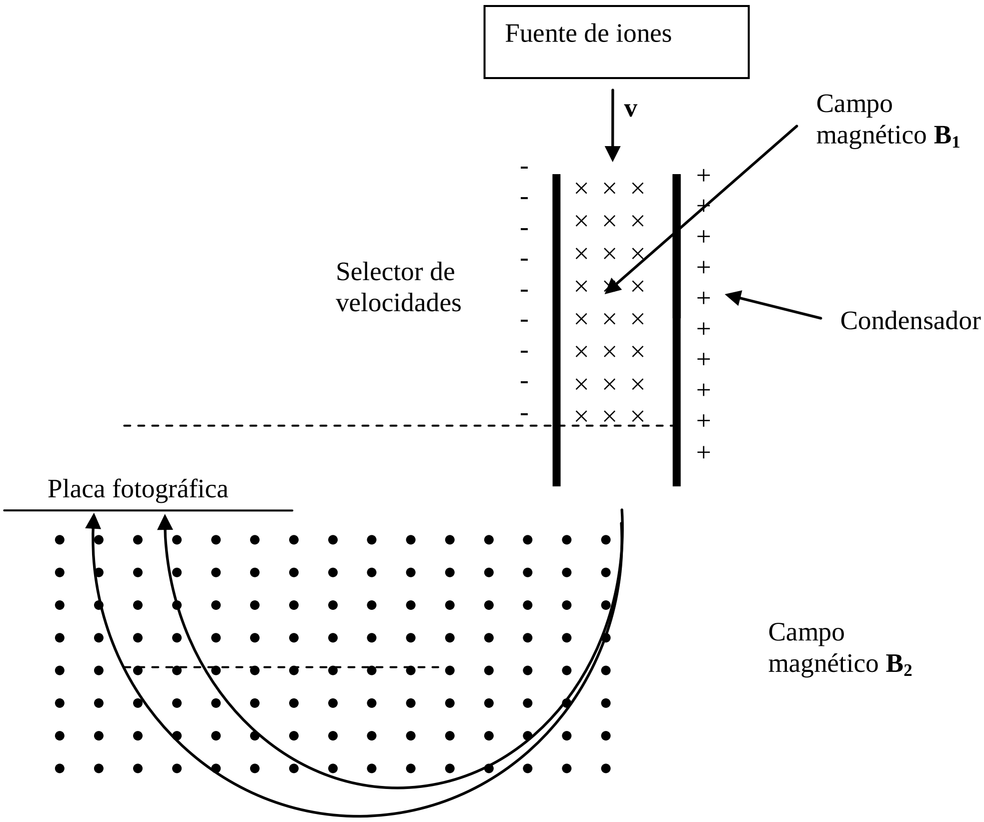
$$d\mathbf{F} = Id\mathbf{l}\times\mathbf{B} \,,$$

que tiene módulo $dF = IdlB$ y sentido vertical hacia arriba. La fuerza total debida al campo magnético que actúa sobre el conductor es entonces IlB, con l la longitud del conductor. Si esta fuerza tiene que equilibrar el peso del conductor para que así no haya tensión en las cuerdas, entonces

$$IlB = l\lambda g$$

de donde se despeja I.

Un espectrógrafo de masas es un dispositivo que se utiliza para separar iones de elementos o de isótopos. El esquema del espectrógrafo ha sido ilustrado en la figura. Los iones salen de una fuente y penetran en un selector de velocidades que consiste en un electroimán y un condensador. El electroimán crea un campo magnético constante B_1 (en nuestro caso dirigido hacia dentro del papel) y el condensador crea un campo eléctrico constante E perpendicular al campo magnético del electroimán. Una vez acelerados, penetran en otro campo magnético B_2 perpendicular a la dirección de la velocidad con la que salen del selector y dirigido hacia fuera del papel. Dentro del campo magnético, los iones describen una semicircunferencia antes de impresionar una placa fotográfica.



- A la primera parte del espectrógrafo se le denomina selector de velocidades porque su función es seleccionar aquellos iones que tienen una determinada velocidad, es decir, sólo aquellos iones que tengan esa velocidad atravesarán el selector y podrán penetrar en el campo B_2. Supongamos que los iones procedentes de la fuente penetran en el selector con velocidades que tiene la misma dirección (apuntando hacia el eje *y* negativo, tal y como se muestra en la figura) pero con diferentes módulos ¿Cuál será la velocidad seleccionada?

-Supongamos que el haz que entra en el selector de velocidades es una mezcla de iones de carbono ($m_C = 12\ \mathrm{u}$), oxígeno ($m_O = 16\ \mathrm{u}$) y de un elemento cuya masa se desea determinar. Todos ellos tienen la misma carga. La placa fotográfica muestra que las manchas debidas al oxígeno y al carbono están separadas 2,250 cm. Los iones del elemento conocido producen una mancha entre aquellas dos, y situada a 1,160 cm de la mancha debida al carbono. ¿Cuál es la masa del elemento desconocido?

<u>Solución:</u>

De acuerdo con la disposición de cargas en las placas del condensador, el campo eléctrico será $\mathbf{E} = -E\mathbf{i}$ y creará una fuerza $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E} = -qE\mathbf{i}$. Como $\mathbf{v} = -v\mathbf{j}$, la fuerza del campo magnético $\mathbf{B}_1 = -B_1\mathbf{k}$ será

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v}\times\mathbf{B}_1 = qvB_1\mathbf{i}$$

Por consiguiente, para que las partículas atraviesen el selector y salgan por el otro lado, es decir, describan una trayectoria rectilínea, estas fuerzas se deben anular $\mathbf{F}_e = -\mathbf{F}_m$. De lo contrario los iones chocarán con las placas del condensador. Esto se consigue cuando el módulo de la velocidad de las partículas es

$$v = \frac{E}{B_1}$$

Como se puede comprobar, esta velocidad es independiente de la carga y de la masa de las partículas en el haz, sólo depende de la relación de los campos en el selector.

Al entrar en el campo magnético los iones experimentan una fuerza perpendicular a su velocidad y al campo. Esa fuerza actúa como una fuerza centrípeta que obliga a los iones a describir una trayectoria circular de radio

$$R_i = \frac{m_i v}{q_i B_2}$$

por lo que los iones impactarán a una distancia del colimador dada por $2R_i$. La separación entre las marcas dejadas sobre la placa fotográfica por los iones de carbono y oxígenos es

$$d = 2R_O - 2R_C = 2(m_O v - m_C v)/qB = 2,250 \text{ cm}$$

Despejando tenemos que

$$\frac{2v}{qB} = \frac{2,250}{(m_O - m_C)}$$

En el caso del elemento desconocido tenemos

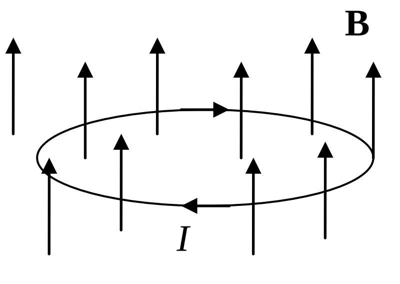
$$d = 2R_X - 2R_C = 2(m_X v - m_C v)/qB = 1,160 \text{ cm}$$

Despejando tenemos

$$m_X = m_C + 1,160\frac{qB}{2v} = m_C + 1,160\frac{(m_O - m_C)}{2,250} = 14,06 \text{ u}$$

Buscando en la tabla periódica comprobamos que el elemento desconocido es el nitrógeno.

Una espira circular de radio *R* por la que circula una corriente de intensidad *I* en el sentido mostrado en la figura se encuentra dentro de un campo magnético B constante y perpendicular al plano de la espira, tal y como se muestra en la figura.



- Calcular y dibujar el vector fuerza $d\mathbf{F}$ ejercido por el campo magnético sobre un elemento de corriente dl de la espira. ¿Qué efecto producirá la fuerza total debida al campo magnético sobre la espira?

<u>Solución:</u>

La fuerza ejercida por un campo magnético sobre un elemento diferencial de corriente es

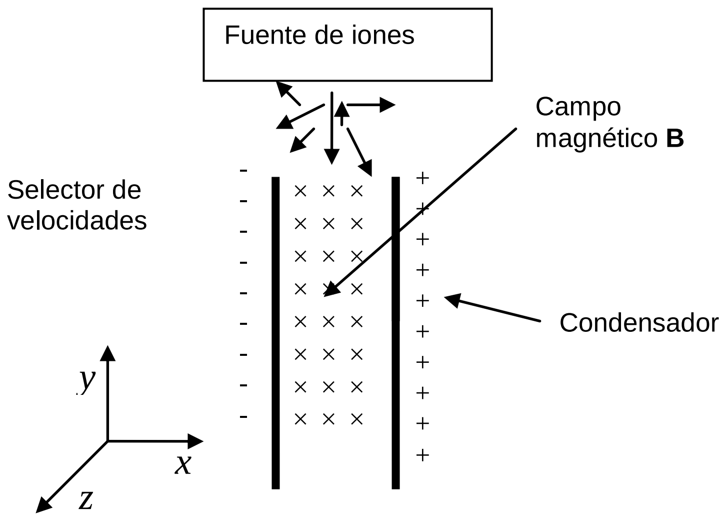
$$d\mathbf{F} = Id\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

En nuestro caso, cualquier elemento diferencial de corriente será tangente a la circunferencia definida por la espira y, por tanto, será perpendicular al campo. Así pues, tendremos

$$d\mathbf{F} = -IdlB\,\hat{\mathbf{r}}$$

donde $\hat{\mathbf{r}}$ es el vector unitario en la dirección radial que sale desde el centro de la espira y pasa por el elemento de corriente. Por consiguiente, el efecto de la fuerza debida al campo magnético será el de contraer la espira, es decir, de aumentar su radio.

Supongamos el selector de velocidades mostrado en la figura. En su interior hay un campo magnético constante B dirigido hacia dentro del papel (sentido *z* negativo), mientras que las paredes del selector son las placas de un condensador que crea un campo eléctrico constante E perpendicular al campo magnético. Una fuente de iones produce un haz de partículas cargadas que penetran en el selector. Estas cargas se mueven en <u>todas las direcciones del espacio y sus velocidades tienen distintos módulos</u>. De este haz de entrada, sólo unas pocas consiguen atravesar el selector y salir por el otro extremo.



- Calcular la fuerza total que experimentarán las cargas al entrar en el selector.
- A partir de esta fuerza, si suponemos que el canal formado por el condensador es suficientemente largo, discutir cuáles serán las velocidades seleccionadas por el selector, es decir, de la distribución inicial de velocidades, ¿cuáles de ellas consiguen atravesar el selector?

<u>Solución:</u>
De acuerdo con la disposición de cargas en las placas del condensador, el campo eléctrico será $\mathbf{E} = -E\mathbf{i}$ y creará una fuerza $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E} = -qE\mathbf{i}$. Por otro lado, la fuerza del campo magnético $\mathbf{B} = -B\mathbf{k}$ será

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Si hacemos $\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$ tenemos que

$$\mathbf{F}_m = q(-v_yB\mathbf{i} + Bv_x\mathbf{j})$$

La fuerza total que actuará sobre un ión dentro del selector será

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = -q(E + v_yB)\mathbf{i} + qBv_x\mathbf{j}$$

En primer lugar, es fácil darse cuenta que aquellas partículas con una componente no nula de la velocidad en la dirección *x* tarde o temprano colisionarán con las placas del condensador. La componente horizontal de la fuerza es $F_x = -q(E + v_y B)$. Si esta fuerza se anula, si v_x es distinto de cero el ión se moverá en esta dirección con un moviendo rectilíneo uniforme y acabará colisionando. Si la fuerza no se anula, como el conducto es suficientemente largo, esta fuerza provocará una deriva en esa dirección que de nuevo llevará a la carga hacia una de las placas del selector. Por consiguiente, si v_x es cero, la fuerza total será

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = -q(E + v_y B)\mathbf{i}$$

Para que la partícula no se desvíe horizontalmente esta fuerza se debe anular: $\mathbf{F}_e = -\mathbf{F}_m$. De lo contrario los iones chocarán con las placas del condensador. Esto se consigue cuando la componente *y* de las partículas sea

$$v_y = -\frac{E}{B}$$

Por último, la componente *z* de la velocidad no tiene ninguna influencia ya que es paralela al campo magnético (no induce ninguna fuerza). Por lo tanto, esta componente no se ve afectada ni por el campo magnético ni por el eléctrico.

Así pues, el selector seleccionará aquellas cargas que tengan una velocidad

$$\mathbf{v} = (0, -E/B, v_z).$$

Iones de litio con la misma carga de $1,6\times10^{-19}$ C pero con dos masas diferentes, $10,05\times10^{-27}$ kg y $11,72\times10^{-27}$ kg, son acelerados desde el reposo en la dirección positiva del eje *x* mediante un campo eléctrico uniforme de módulo $E = 5000$ N/C en el que recorren una distancia de 1 m. Una vez acelerados penetran en un espectrógrafo de masa, que consiste básicamente en un campo magnético perpendicular a la dirección de la velocidad, dirigido hacia fuera del papel y de intensidad 0,05 T. Dentro del campo magnético, los iones describen una semicircunferencia antes de impresionar una placa fotográfica. Encontrar la separación entre las marcas producidas por los dos isótopos.

<u>Solución:</u>

El campo eléctrico acelera las cargas hasta una velocidad:

$$v = \sqrt{2sa} = \sqrt{\frac{2sqE}{m}}$$

Las velocidades finales de los isótopos correspondientes son

$$v_1 = 3,99\times10^5 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 3,69\times10^5 \text{ m/s}$$

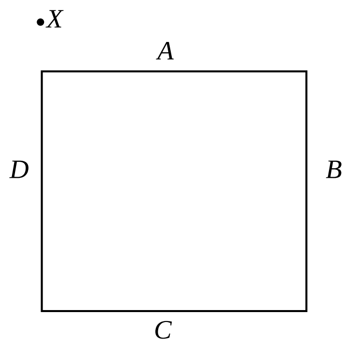
Al entrar en el campo magnético los iones experimentan una fuerza perpendicular a su velocidad y al campo. Esa fuerza actúa como una fuerza centrípeta que obliga a los iones a describir una trayectoria circular de radio

$$R = \frac{mv}{qB}$$

La placa fotográfica está situada en el plano $x = 0$ por lo que los iones impactarán en el eje *y* en las posiciones $(0, -2R_1, 0)$ y $(0, -2R_2, 0)$. La separación entre las marcas dejadas sobre la placa fotográfica será

$$d = |2R_2 - 2R_1| = |2(m_2 v_2 - m_1 v_1)/qB| = 8,1 \text{ cm}$$

Supongamos que tenemos la espira cuadrada mostrada en la figura por la que circula una corriente. ¿Qué lados de la espira contribuirán al campo magnético producido en el punto *X* indicado en la figura? Justificar la respuesta.

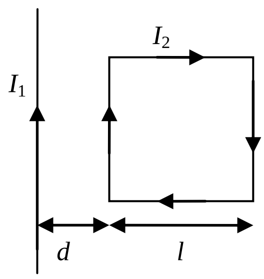


<u>Solución:</u>
Según la ley de Biot y Savart, el campo magnético $d\mathbf{B}$ producido por un elemento de corriente Idl viene dado por la ecuación

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Este campo será nulo cuando $d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}} = 0$, es decir, cuando el elemento de corriente tenga la misma dirección que el vector posición del punto con respecto al elemento de corriente. En nuestro problema esto ocurrirá para todos los elementos de corriente del lado *D*, por lo que sólo contribuirán los lados *A*, *B* y *C*.

Supongamos que tenemos la configuración mostrada en la figura. A la izquierda tenemos un conductor rectilíneo de longitud infinita por el que circula una corriente I_1. A su derecha tenemos una espira cuadrada de lado l colocada con dos lados paralelos al conductor y a una distancia mínima d. Por la espira circula una corriente con intensidad I_2 en el sentido de las agujas del reloj. Explicar razonadamente qué efecto producirá sobre la espira la presencia de la corriente rectilínea.



<u>Solución:</u>
El conductor rectilíneo crea a su alrededor un campo magnético cuyo sentido viene dado por la regla de la mano derecha, por lo que en el dibujo el campo entraría en el papel, y su valor es:

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x},$$

siendo x la distancia del punto al conductor. En el caso de los lados de la espira paralelos al conductor, el campo será constante, mientras que en los lados perpendiculares, el campo disminuirá a medida que nos alejamos del conductor.

Como por la espira circula una corriente eléctrica, aparecerá una fuerza magnética de valor

$$d\mathbf{F} = I_2 d\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

Lado paralelo más cercano. Todos sus puntos están a la misma distancia del conductor por lo que el campo magnético en ellos es el mismo y la fuerza será constante sobre todos los puntos. Esta fuerza F_1 será perpendicular al lado de la espira y apuntando hacia el conductor, esto es, atractiva (dirección X negativa).

Lado paralelo más lejano. Todos sus puntos están a la misma distancia del conductor por lo que el campo magnético en ellos es el mismo y la fuerza será constante sobre todos los puntos. Esta fuerza F_2 será perpendicular al lado de la espira y repulsiva (dirección X positiva), pero de valor inferior a la fuerza sobre el lado paralelo más cercano: $F_2 < F_1$

Lado perpendicular superior. Los puntos están a distinta distancia del conductor por lo que el campo magnético en ellos dependerá de *x* y la fuerza no será constante sobre todos los puntos. Esta fuerza F_3 será perpendicular al lado de la espira y hacia arriba (dirección Y positiva).

Lado perpendicular inferior. Los puntos están a distinta distancia del conductor por lo que el campo magnético en ellos dependerá de *x* y la fuerza no será constante sobre todos los puntos. Esta fuerza F_4 será perpendicular al lado de la espira y hacia abajo (dirección Y negativa), y su módulo es igual a F_3.

Como $F_3 = F_4$ y $F_2 < F_1$, el resultado final será que la espira sentirá una fuerza neta de atracción hacia la corriente rectilínea. Por otro lado, la presencia de esta corriente producirá una deformación de la espira ya que todas fuerzas actuando sobre los lados de la misma tienden a expandirla.