**Estructuras Algebraicas**

**1- Pregunta**

Sea $G$ un conjunto con una operación binaria $\diamondsuit$. Supongamos que $G$ con esta operación binaria verifica:

i) $(a\diamondsuit b)\diamondsuit c = a\diamondsuit(b\diamondsuit c)$ para todos $a,b,c \in G$.

ii) Las ecuaciones $a\diamondsuit x = b$ e $y\diamondsuit a = b$, pueden ser resueltas para $x,y \in G,$ donde $a$ y $b$ son elementos arbitrarios de $G$.

Entonces: A) $G$ con esta operación es un grupo. B) $G$ con esta operación no es un grupo porque no tiene elemento neutro. C) $G$ con esta operación no es grupo porque no todo elemento tiene inverso.

**2- Pregunta**

Dados los tres enunciados

i) $f : (\mathbb{Q}^+,\cdot) \to (\mathbb{Q}^+,\cdot)$ definida por $f(x) = 3x$ es un isomorfismo, donde $(\mathbb{Q}^+,\cdot),$ son los números racionales positivos respecto al producto.

ii) $(\mathbb{Z},\blacktriangle)$ es isomorfo a $(\mathbb{Z},+)$ , donde la operación $\blacktriangle$ es definida por $a\blacktriangle b = a+b-7$.

iii) $f : (\mathbb{Q} \ ,+) \to (\mathbb{Q} \ ,+)$ definida por $f(x) = 3x$ es un isomorfismo, donde $(\mathbb{Q} \ ,+)$ son los números racionales respecto a la suma.

Entonces una de las siguientes afirmaciones es correcta.

A) i) y ii) son correctos. B) ii) y iii) son correctos. C) i) y iii) son correctos.

**3- Pregunta**

Sea $G$ un grupo, $H$ y $K$ subgrupos, entonces una de las siguientes afirmaciones es falsa:

A) Si $H \triangleleft G$ y $K \triangleleft G$, entonces $H \cap K \triangleleft G$ (donde $\triangleleft$ indica subgrupo normal).

B) Si $H \triangleleft G$ y $K \triangleleft G$, entonces el grupo generado por $H$ y $K$,$< HUK >$ es normal en $G$.

C) Si $H \triangleleft K \triangleleft G$, entonces $H \triangleleft G$.

**4- Pregunta**

Sea $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ el conjunto de todos los números racionales tales que $0 \leqslant x < 1$. Definimos la operación

$$x\nabla y = x+y \quad si \quad 0 \leqslant x+y < 1$$
$$x\nabla y = x+y-1 \quad si \quad 1 \leqslant x+y$$

Entonces una de las siguientes afirmaciones es falsa:

A) $(\mathbb{Q}/\mathbb{Z},\nabla)$ es un grupo infinito. B) Existen elementos de $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ de orden infinito.

C) Para cada $n \in \mathbb{Z}^+$, existen elementos de $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ de orden $n$.

**5- Pregunta**

Sea $G$ un grupo y sea $f : G \to G, \quad f(x) = x^2$.

Entonces una de las siguientes afirmaciones es falsa:

A) f es homomorfismo si y sólo si $G$ es abeliano. B) f es un homomorfismo inyectivo si y sólo si el orden de $G$ es par y $G$ es abeliano. C) f es un homomorfismo inyectivo si y sólo si el orden de $G$ es impar y $G$ es abeliano.

**Estructuras Algebraicas respuestas** (Solamente entregar esta hoja por esta cara)

1-　　　2.-　　　3.-　　　4.-　　　5.-

A continuación poner los razonamientos que han dado lugar a cada respuesta