# Álgebra lineal II, Grado en Matemáticas

Junio 2014, $1^a$ semana.

No se permite el uso de material impreso (libros, apuntes) ni ningún tipo de calculadora.
Todas las soluciones tendrán que darse suficientemente razonadas.

**Defina los siguientes conceptos**: (2 puntos)

(a) Matriz de Gram un producto escalar.
(b) Vectores conjugados respecto a una forma cuadrática.
(c) Polinomio anulador de un endomorfismo.
(d) Forma polar.

**Ejercicio 1**: (2 puntos)
Demuestre que, en un espacio vectorial euclídeo $(V, <, >)$, la matriz de cambio de base entre dos bases ortonormales $B$ y $B'$ es una matriz ortogonal.

**Ejercicio 2**: (3 puntos)
Sea $f$ la isometría vectorial de $\mathbb{R}^3$ cuya matriz en la base canónica es

$$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{2}/2 & 1/2 \\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ 1/2 & -\sqrt{2}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

Determine el tipo de isometría y los elementos geométricos que la caracterizan: eje de giro, ángulo, plano de simetría; según corresponda.

**Ejercicio 3**: (2 puntos)
Encontrar la matriz canónica de Jordan, $J$, de un endomorfismo $f$ de $\mathbb{K}^4$ que cumpla:

$$\begin{aligned} Ker(f-I)^3 &: x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ Ker(f-I)^2 &: (x_1 - x_2 + x_3 = 0,\ x_4 = 0) \\ Ker(f-I) &: (x_1 + x_3 = 0,\ x_4 = 0,\ x_2 = 0) \\ Ker(f) &: x_1 = x_2 = x_3 = 0 \end{aligned}$$

Determinar una base $B$ tal que $M_B(f) = J$.

**Ejercicio 4**: (1 punto)
Determine la signatura de una forma cuadrática $\Phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ que cumpla las siguientes condiciones:
a) Existe un plano $U \subset \mathbb{R}^3$, tal que, es el subespacio de mayor dimensión respecto al cual la restricción de $\Phi$ a $U$, $\Phi_{|U}$, es definida positiva.
b) En el subespacio conjugado de $U$ existen vectores autoconjugados no nulos.