PROBLEMAS DE TEOREMA DE LA DIVERGENCIA

ENUNCIADO DEL TEOREMA

Sea E una región simple sólida cuya superficie frontera S tiene una orientación positiva (hacia afuera). Sea F un campo vectorial cuyas funciones componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta que contiene a E. Entonces:

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{dS} = \iiint_E \operatorname{div} \mathbf{F}\, dV$$

Recordar que otra notación para div **F** es $\nabla \cdot \mathbf{F}$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1.) Evaluar el flujo del campo vectorial

$$\mathbf{F}(x;y;z) = xy\mathbf{i} + (y^2 + e^{xz^2})\mathbf{j} + \text{sen}(xy)\mathbf{k}$$

a través de la superficie frontera de la región E acotada por el cilindro parabólico $z = 1 - x^2$ y los planos $z = 0$, $y = 0$, $y + z = 2$.

2.) Verificar el teorema de la divergencia para el campo vectorial $\mathbf{F} = |\mathbf{r}|\mathbf{r}$ y la superficie esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

3.) Calcular el flujo del campo $\mathbf{F}(x; y; z) = (0; e^{\text{sen}xz} + \tan z; y^2)$ a través del semielipsoide superior $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$, $z \geq 0$ con su normal apuntando hacia arriba.