Pregunta 1 (2,5 puntos))
Sea $(A, +, \cdot)$ un anillo conmutativo. Dado $x \in A$ se dice que

$$x \text{ es nihilpotente si } \exists n \in \mathbb{N}^* \text{ tal que } x^n = 0.$$

Sean $x, y \in A$ tales que x e y son nihilpotentes. Demuestre que:

a) $x \cdot y$ es nihilpotente.

b) $x + y$ es nihilpotente.

c) $1 - x$ no es nihilpotente.
Indicación: Calcule previamente $(1-x)(1+x+\cdots+x^k)$ siendo $k \in \mathbb{N}^*$.

Pregunta 2 (2,5 puntos)
¿Cuántas aplicaciones sobreyectivas existen del conjunto $A = \{1, 2, 3, \cdots, n+1\}$ al conjunto $B = \{1, 2, 3, \cdots, n\}$? Justifique la respuesta.

Pregunta 3 (2,5 puntos)
Demuestre que para todo $n \in \mathbb{N}^*$ se tiene que

$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}\,.$$

Pregunta 4 (2,5 puntos) (1+1,5)

a) Resuelva en $\mathbb{C}$ la ecuación $z^2 - 6z + 12 = 0$.

b) Sea $\omega = 3 + i\sqrt{3}$. Calcule el módulo y el argumento de los números ω, $\omega - 4$, $\dfrac{\omega}{\omega - 4}$ y $\dfrac{\overline{\omega}}{\overline{\omega} - 4}$, siendo $\overline{\omega}$ el conjugado de ω.