

Algunos ejercicios de combinatoria sencillos

Expondremos a continuación algunos ejercicios sencillos con el objeto de identificar los distintos procedimientos para ***contar*** y los modelos combinatorios correspondientes.

- 1.** *¿Cuál es la probabilidad de que una familia con 2 hijos tenga un varón por lo menos?*

Solución:

Qué no hacer

Sea el suceso $M = \text{Número de varones}$

$P(M = 0) = \frac{1}{3}$, $P(M = 1) = \frac{1}{3}$ y $P(M = 2) = \frac{1}{3}$. Ya que $M=0,1$ o 2 son equiprobables.

Eso implica: $P(M = 1 \text{ o } 2) = \frac{2}{3}$ **ERROR**

Qué hacer

El espacio muestral es $E = \{HV, HH, VH, VV\}$ donde H =hembra y V =varón

Así se obtiene, $P(VH) = P(HH) = P(HV) = P(VV) = \frac{1}{4}$,

por lo tanto $P(M = 1 \text{ o } 2) = \frac{3}{4}$

2.- Formas de ordenar una estantería con 6 libros diferentes

$$P_6 = 6! = 720 \text{ formas}$$

3.- Lanzamos una moneda 10 veces, se pide:

a) Probabilidad de obtener 3 caras

b) Probabilidad de obtener a lo sumo 3 caras.

Solución:

$$\text{a) } P = \frac{\binom{10}{3}}{2^{10}} = 0.1172$$

$$\text{b) } P = \frac{\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3}}{2^{10}} = 0.1719$$

4.- En una clase hay 15 chicos y 30 chicas y se necesitan 10 estudiantes para una tarea. ¿Cuál es la probabilidad de que se seleccionen 3 chicos?

Solución:

$$P = \frac{\begin{pmatrix} 15 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 30 \\ 7 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 45 \\ 10 \end{pmatrix}} = 0.2904$$

5.1- *En una urna hay 7 bolas blancas y 5 negras. Se sacan 4 bolas, ¿cuál es la probabilidad de que sean 3 blancas? (Dist. Hipergeométrica)*

5.2- *En una fiesta hay 20 personas, 14 casadas y 6 solteras. Elegimos a tres personas. ¿Cuál es la probabilidad de que sean solteras? (Dist. Hipergeométrica)*

Solución:

$$\text{a) } P = \frac{\binom{7}{3} \binom{5}{1}}{\binom{12}{4}} = 0.3535$$

$$\text{a) } P = \frac{\binom{6}{3} \binom{14}{0}}{\binom{20}{3}} = 0.0175$$

6.1- *En una urna hay 7 bolas blancas, 3 bolas verdes y 4 amarillas. Se sacan 3 bolas, ¿cuál es la probabilidad de que sean de diferente color?
(Dist. Multihipergeométrica)*

6.2- *En una caja hay 17 lápices, 10 amarillos, 3 azules y 4 rojos. Sacamos 7 lapiceros. ¿Cuál es la probabilidad de que sean 5 amarillos y 2 rojos?
(Dist. Multihipergeométrica)*

Solución:

$$\text{a) } P = \frac{\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 14 \\ 3 \end{pmatrix}} = 0.2307$$

$$\text{a) } P = \frac{\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 17 \\ 7 \end{pmatrix}} = 0.0777$$

7.1- Se presentan 4 partidos a las elecciones. Obtuvieron los siguientes votos $A=40\%$, $B=30\%$, $C=20\%$ y $D=10\%$. ¿De cuántas formas podemos elegir un grupo de 5 personas 3 de A, 1 de B y otro de C? (Dist. Multinomial)

7.2- En una fiesta son Españoles= 20% , Franceses= 30% , Italianos= 40% y Portugueses= 10% . ¿De cuántas formas podemos elegir un grupo de 4 con 2 españoles y 2 portugueses? (Dist. Multinomial)

Solución:

$$\text{a) } P = \frac{5!}{3!0!1!1!} = 20$$

$$\text{a) } P = \frac{4!}{2!0!2!0!} = 6$$