

# Estudio de sistemas con regiones de variación fuerte mediante desarrollos asintóticos conectados

## PROBLEMA (4 puntos):

Consideramos el siguiente problema lineal de segundo orden para  $y(x)$  con  $x \in [0, 1]$

$$\varepsilon y'' - x^2 y' - y = 0$$

$$y(0) = y(1) = 1$$

en el límite  $\varepsilon \ll 1$ .

1. Demuestre que este problema tiene una zona de variación rápida o *capa límite* (*boundary layer*) en cada uno de los extremos  $x \rightarrow 0$  y  $x \rightarrow 1$  [1 punto].
2. Calcule cómo varía el orden de magnitud de los espesores de ambas capas límite en función del parámetro  $\varepsilon$  [1 punto].
3. Encuentre una solución aproximada uniformemente válida en el intervalo  $[0, 1]$  por medio del método de los desarrollos asintóticos conectados (calcule el término dominante [1 punto] y la primera corrección [1 punto de dicho desarrollo]).