

Modelos estocásticos

Prueba de evaluación continua, modelo 15

Abril 2021

Dr. Víctor Hernández

Universidad Nacional de Educación a distancia
Departamento de Estadística e Investigación operativa

Prueba de evaluación continua 2021. Modelo 15

Instrucciones: Responde razonada y rigurosamente a las cuestiones planteadas. Las respuestas debes enviarlas en un único archivo .pdf, con tu nombre en la primera página. Cada una de las tres cuestiones se puntuará de 0 a 10. La puntuación total de esta prueba equivale a 2 puntos de la nota final.

Enunciados

Enunciado 1 Para modelar de cierto mercado en competencia lo consideramos un juego en el que participan n empresas E_1, E_2, \dots, E_n que se rige por las reglas siguientes.

Al comienzo, como coste de participación, cada empresa pone una unidad monetaria en un “fondo” o “plato”. Luego, por orden, comenzando por E_1 y terminando por E_n , cada empresa realiza un “movimiento” que consiste en elegir al azar una bola de una urna que contiene cuatro bolas marcadas con las leyendas: “toma uno”, “pon uno”, “nada” y “toma todo”, respectivamente.

Cuando una empresa obtiene “toma uno”, tomará una unidad monetaria del fondo; igualmente, si obtiene “pon uno”, añadirá una unidad al fondo, si obtiene “nada” no hará nada y si obtiene “toma todo” tomará todas las unidades del fondo.

A continuación, pasa el turno a la siguiente empresa salvo que sea E_n , última empresa de la serie, en cuyo caso el juego ha terminado y el importe restante en el fondo se reparte a partes iguales entre las empresas participantes.

Si en algún momento intermedio del juego el plato queda vacío, todas las empresas vuelven a poner una unidad cada una en el plato.

Cuestión 1. (1 punto) Halla el beneficio esperado de cada empresa, esto es, la diferencia entre las cantidades esperadas que toma y las cantidades esperadas que pone.

Enunciado 2 Un sistema de comunicaciones recibe paquetes de 64 bits y los almacena en una memoria temporal o búfer hasta haber recibido un número determinado M de paquetes, entonces los vuelca en el sistema y el proceso comienza de nuevo. El volcado es instantáneo y se produce en el mismo momento en que recibe el M -ésimo paquete.

Los paquetes de bits llegan al búfer según un proceso de POISSON de parámetro $\lambda > 0$ y suponemos que en el origen de tiempos, $t = 0$, el búfer está vacío. Sean $N(t)$ el número de paquetes almacenados en el instante t , donde $N(0) = 0$, y sea $\tau = \min\{t ; N(t) = M\}$ el instante en que se produce el primer volcado.

Cuestión 1. (0.5 puntos) Calcular el valor esperado $E\{\tau\}$.

Cuestión 2. (0.5 puntos) Sea Z la variable aleatoria

$$Z = \int_0^{\tau} N(t) dt$$

Calcular $E\{Z\}$.

Indicación: ¿Qué significa la variable Z ?, ¿cuál es su interpretación?