

# Álgebra lineal II, Grado en Matemáticas

Junio 2016, 2ª Semana

No se permite el uso de material impreso (libros, apuntes) ni ningún tipo de calculadora.

Todas las soluciones tendrán que darse suficientemente razonadas.

**Defina los siguientes conceptos:** (2 puntos)

Importante: utilice una única cara para las cuatro definiciones. Si utiliza más espacio no se tendrá en cuenta.

- (a) Matriz de Jordan.
- (b) Forma bilineal
- (c) Coeficientes de Fourier.
- (d) Isometría vectorial.

**Ejercicio 1:** (2 puntos)

Demuestre que dada una forma bilineal simétrica  $f$  en un  $\mathbb{K}$ –espacio vectorial  $V$  de dimensión finita  $n$ , existe una base de vectores conjugados respecto a  $f$ .

(Sugerencia: hágalo por inducción en la dimensión de  $V$ ).

**Ejercicio 2:** (3 puntos)

Si  $A$  es una matriz de orden 4, y  $p(x) = x^3$  es un polinomio anulador de  $A$ , ¿cuáles son las posibles matrices de Jordan semejantes a  $A$ ? Indique algún invariante lineal que determine cada caso.

**Ejercicio 3:** (3 puntos)

Determine dos productos escalares en  $\mathbb{R}^3$ : uno para el cual la base  $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$  sea ortonormal, y otro para el cual dicha base sea ortogonal y los 3 vectores tengan norma igual a 2, 3 y 4 respectivamente.