

# Prueba de evaluación

Muy importante: Escribir como máximo un folio por las dos caras

## Topología. Curso 2016-17

### Problema

Sea  $X$  el intervalo cerrado  $[-1, 1]$  y sea

$$T = \{A \subset X \mid 0 \notin A\} \cup \{A \subset X \mid A \supset (-1, 1)\}$$

- a) Probar que  $(X, T)$  es un espacio topológico. (4 puntos)
- b) Estudiar si el espacio es de Hausdorff. (3 puntos)
- c) Calcular el interior del intervalo  $[0, 1]$ . (3 puntos)

### Solución

a) Es inmediato porque

I)  $\emptyset$  y  $X \in T$  puesto que  $\emptyset \in A$  y  $X \in B$

II) Sea  $\{A_i\}_{i \in I}$  si todos los  $A_i$  pertenecen a  $A$ , entonces  $\bigcup_{i \in I} A_i \in A$ . Si existe un

$j \in I$  tal que  $A_j \in B$ , entonces  $\bigcup_{i \in I} A_i \in B$

III) Sean  $A_i, A_j \in T$ . Si  $A_i, A_j \in B$  entonces  $A_i \cap A_j \in B \subset T$ . Si  $A_i$  u  $A_j \in A$ , entonces  $A_i \cap A_j \in A \subset T$

b) No es de Hausdorff porque el 0 y 0,5 no se pueden separar por abiertos, ya que cualquier abierto del 0 contiene al 0,5.

c) El interior del  $[0, 1]$  es  $(0, 1]$ .