

No se permite el uso de ningún tipo de material

Todas las respuestas deben estar justificadas

Ejercicio 1. (2 puntos) Calcular

$$\lim_n \frac{n}{\sqrt[n]{n!}}.$$

Ejercicio 2. (2 puntos) Sea $A \subset \mathbb{R}$ un conjunto abierto, no necesariamente un intervalo, y sea $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ un conjunto finito de puntos. Demostrar que

$$A - \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

es un conjunto abierto.

Ejercicio 3. (2 puntos) Para cada $b > 0$ encontrar razonadamente el número de soluciones reales de la ecuación

$$e^x = bx.$$

Ejercicio 4. (2 puntos) Calcular las ecuaciones de todas las asíntotas de la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{2xe^x}{e^x - 1}.$$

Ejercicio 5. (2 puntos) Estudiar la convergencia de la serie dada por

$$1 + \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \dots$$

Tiempo: 2 horas