Álgebra lineal II, Grado en Matemáticas

Junio 2017, 1ª. Semana

No se permite el uso de material impreso (libros, apuntes) ni ningún tipo de calculadora.
Todas las soluciones tendrán que darse suficientemente razonadas.

Defina los siguientes conceptos: (2 puntos)
Importante: utilice una única cara para las cuatro definiciones. Si utiliza más espacio no se tendrá en cuenta.

(a) Isometría vectorial.
(b) Polinomio anulador y polinomio mínimo.
(c) Forma cuadrática y forma polar.
(d) Proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial.

Ejercicio 1: (2 puntos)
Sea $(V, <, >)$ un espacio vectorial euclídeo. Demuestre que si los vectores $v_1, \dots, v_k$ de V son ortogonales dos a dos, entonces son linealmente independientes.

Ejercicio 2: (3 puntos)
Sea $A \in \mathfrak{M}_3(\mathbb{K})$ una matriz invertible de orden 3 que cumple: $A^{-1} = \dfrac{A^2 - 5A + 7I_3}{3}$
(a) Determine un polinomio anulador de A.
(b) Sabiendo que A no es diagonalizable, determine las posibles matrices de Jordan semejantes a A.

Ejercicio 3: (3 puntos)
(a) Determine la matriz de una forma cuadrática $\Phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tal que:

(1) El conjugado de la recta $R = L(1,0,0)$ es $R^c \equiv x + y + z = 0$.

(2) $\Phi(0,0,1) = 1$.

(3) La signatura de Φ es $(1,0)$.

(b) Encuentre una base de vectores conjugados