Funciones de Varias Variables I. CC. Matemáticas.
Prueba Presencial Ordinaria. Junio 2018

2S

La puntuación máxima de cada preguntase indica en cada una de ellas. Se valorará la exposición de las respuestas dadas. No se permite el uso de ningún tipo de material.

1. (2 puntos) Estudiar la continuidad de la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

2. (2 puntos) Sea la función

$$f(x,y) = 2x^2 + 5y^2$$

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva de nivel que pasa por el punto $P(2,1)$. ¿Cuál es la dirección en la que la función crece más rápidamente desde el punto P?.

3. (3 puntos) Sean $\mathbf{c} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ y $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ las funciones definidas por

$$\mathbf{c}(t) = (e^t, e^{-t}) \quad \text{y} \quad f(x,y) = \left(\frac{x-y}{1+x^2+y^2}, \frac{x+y}{1+x^2+y^2} \right)$$

- Calcular el vector velocidad $\mathbf{c}'(t)$ y la recta tangente a la trayectoria en un punto $\mathbf{c}(t_0)$ arbitrario.
- Escribir la versión de la regla de la cadena para $\mathbf{D}(f \circ \mathbf{c})(t)$.
- Si llamamos $\mathbf{d}(t) = f(\mathbf{c}(t))$, describir la aplicación que lleva $\mathbf{c}'(t)$ en $\mathbf{d}'(t)$ para cada $t \in \mathbb{R}$.

4. (3 puntos) Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + xy - 3z - 2$$

estudiar y clasificar los puntos críticos de f.