

1. En \mathbb{Z} , resolver el sistema en congruencias

$$n \equiv 2 \pmod{3}$$

$$n \equiv 2 \pmod{4}$$

$$n \equiv 2 \pmod{5}$$

2. Sea X una indeterminada sobre Q , y sea

$$h = \frac{X^5 + 1}{X - 1} \in Q(X).$$

(a) Calcular el polinomio mínimo de X sobre $Q(h)$.

(b) Calcular el grado $[Q(X) : Q(h)]$.

(c) Calcular los grados de trascendencia siguientes

$$\text{gr.trans.}(Q(X)/Q), \text{gr.trans.}(Q(h)/Q), \text{gr.trans.}(Q(X)/Q(h)).$$

3. Consideremos las extensiones finitas de cuerpos:

$$K \hookrightarrow L \hookrightarrow E$$

donde E/K es de Galois. Probar que si $G(E : L)$ es un subgrupo normal de $G(E : K)$, entonces todo automorfismo $\phi \in G(E : K)$ verifica

$$\phi(L) \subseteq L.$$

4. Sea A un anillo, probar que un elemento $a \in A$ es una unidad, si y sólo si no pertenece a ningún ideal maximal.