

Todas las soluciones tendrán que darse suficientemente razonadas.

Ejercicio 1 de 4. (2 puntos) En el dominio euclídeo $\mathbb{Z}[i]$ de los enteros de Gauss, determine todas las soluciones de la ecuación diofántica

$$(2+i)X + (3+i)Y = 1.$$

Ejercicio 2 de 4. (2 puntos) Determine el resto de la división entera de

$$300^{3000}$$

entre 17.

Ejercicio 3 de 4. (3 puntos) Estudie si el polinomio

$$f = T^4 + 8$$

es irreducible en $\mathbb{Z}[T]$, donde \mathbb{Z} es el anillo de los números enteros.

Ejercicio 4 de 4. (3 puntos) Sea $u = \sqrt{2-v}$, siendo $v = \sqrt{2}$ la raíz cuadrada positiva de 2 (u y v son números reales).

- a) Determine el polinomio mínimo de u sobre \mathbb{Q} , el cuerpo de los números racionales.
- b) Determine si la extensión de cuerpos $\mathbb{Q}(u)/\mathbb{Q}$ es de Galois.