

Examen de Ampliación de Topología

11 de junio de 2020

Cada ejercicio tiene una puntuación máxima de 2.5 puntos. En todos ellos hay que razonar la respuesta.

Ejercicio 1.

Sea A la frontera, en el plano \mathbb{R}^2 , de $[-1, 1] \times [-1, 1]$. **Pruebe** que A es un **retracto de deformación** de $[-1, 1] \times [-1, 1] - \{(0, 0)\}$.

Ejercicio 2.

Determine el grupo fundamental del espacio:

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 1)^2 + y^2 = 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^2 + y^2 = 1\},$$

considerado como subespacio topológico del plano \mathbb{R}^2 .

Ejercicio 3.

Sean $E = \mathbb{R}$, y $B = X$ el subespacio topológico de \mathbb{R}^2 definido en el ejercicio 2 anterior. **Estudie** si existe una aplicación $p : E \rightarrow B$, que sea una proyección recubridora, con $p(E) = B$.

Ejercicio 4.

Determine el grupo de homología simplicial $H_1(K)$, siendo K un c. s. g. o. tal que $|K| \approx B^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$, considerado como subespacio topológico del plano \mathbb{R}^2 .