Por favor, comprueba que tienes en tu poder los enunciados de las cinco cuestiones a responder.

Enunciado 1 (**Modelo de cola con clientes impacientes**) En una oficina, en el instante que consideramos incicial, $t = 0$, hay un servidor atendiendo a un cliente y dos clientes esperando en cola. El orden de la cola es el siguiente: primero está C_1 y detrás C_2. Tan pronto el servidor quede libre, el cliente que en esté primero en la cola pasará a ser atendido y el segundo pasará a la primera posición de la cola.

Pero los clientes son impacientes y no están dispuestos a esperar en cola todo tiempo que sea necesario hasta que llegue su turno, sino que tienen ciertas restricciones. Así, el cliente C_1 no está dispuesto a esperar en la cola más de un tiempo aleatorio T_1, de manera que si transcurre ese tiempo sin haber pasado a ser atendido, C_1 abandonará la cola. Análogamente, el cliente C_2 esperará en cola hasta que haya transcurrido un tiempo aleatorio T_2; transcurrido ese tiempo, si antes no ha pasado a ser atendido, también abandonará la cola.

Los clientes, una vez han sido servidos o han abandonado la cola, salen inmediatamente de la oficina.

Supongamos que las variables T_1, T_2 son independientes y tienen distribución exponencial de parámetro λ_1 y λ_2, respectivamente; que el tiempo de servicio de cada cliente es exponencial de parámetro $\lambda > 0$ y que todas estas variables son independientes.

Cuestión 1. (1 punto) Calcular la probabilidad de que C_1 sea atendido.

Cuestión 2. (2 puntos) Hallar la distribución del tiempo que tarda en salir de la oficina. Comprobar el resultado de la cuestión anterior.

Cuestión 3. (2 puntos) Calcular la probabilidad de que C_2 sea atendido.

Enunciado 2 (**Modelo de envejecimiento con sustitución.**) Cierta componente está sometida a un proceso de envejecimiento de suerte que su tasa de fallo $\lambda(t) = \lambda t$, es proporcional a su tiempo de vida, siendo $\lambda > 0$ constante; es decir, si la pieza alcanza un tiempo de vida t sin haber sufrido algún fallo, la probabilidad de que sufra uno entre t y $t + \Delta t$ es igual $\lambda(t)\Delta t$, para todo Δt suficientemente pequeño.

Cuando la componente sufre un fallo, queda inservible y es inmediatamente reemplazada por una nueva. Además, toda componente que alcanza un tiempo de vida $R > 0$ establecido de antemano, es reemplazada por una nueva.

Cuestión 4. (2 puntos) A largo plazo, ¿cuántas componentes son reemplazadas por unidad de tiempo? Si $R \to \infty$, ¿cuál es número límite de piezas reemplazadas por unidad de tiempo?

Enunciado 3 (**Sistema óptimo con componentes diversas**) Un sistema debe estar formado por dos subsistemas colocados en serie; a su vez, cada subsistema está compuesto de dos componentes en paralelo, como se muestra en la figura 1.

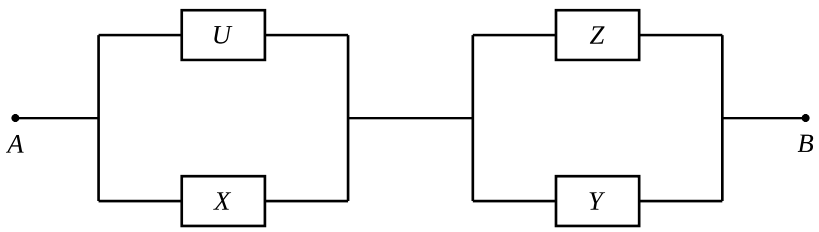

Figura 1

Para construir el sistema se dispone de cuatro componentes de cuatro fabricantes distintos: A_i, $i = 1, \ldots, 4$. La probabilidad de fallo de la componente A_i es p_i, donde $0 < p_1 < p_2 < p_3 < p_4 < 1$.

Cuestión 5. (1 punto) Estudiar en función de p_1, p_2, p_3 y p_4, cómo deben disponerse las componentes (qué componente debe disponerse en X, Y, Z y U) para que la probabilidad de fallo del sistema sea mínima. Aceptaremos que las componentes fallan o no independientes unas de otras.