Examen F1V2 - 2020 - J1

Pregunta 1. Si $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ es derivable en un punto $a \in (0,1)$ entonces:

A) f es continua en el punto a

B) f es derivable en todo $x \in (0,1)$

C) Ninguna de las otras dos es cierta.

Pregunta 2. Si $J(a) = \int_0^a \frac{1}{a} \log^4\left(\frac{t}{a}\right)dt$ con $a > 0$ entonces $J(a)$

A) Es una integral impropia no convergente para todo $a > 0$.

B) $J(a)$ es un número natural para todo $a > 0$.

C) Ninguna de las otras dos es cierta.

Pregunta 3. Si $f : [0, 2\pi]$ es integrable Riemann, entonces $\lim_{n\mapsto\infty} \int_0^{2\pi} \frac{f(x)}{\sin^2 x+n} dx$

A) Existe y vale 0.

B) No existe.

C) Existe y es mayor que 1.

Pregunta 4. Dada la ecuación $\int_0^x f(t)dt = \int_x^1 tf(t)dt + x + C$ donde $f(t) : [0,1] \to \mathbb{R}$ es continua y C es una constante, entonces

A) Existe una función racional f y una constante C que cumple la ecuación.

B) Existe una función $f(t) = e^{at}$ con $a \in \{1, 2, 3, \cdots\}$ y una constante C que cumple la ecuación.

C) Ninguna de las otras dos es cierta.

Pregunta 5. La serie de potencias $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log(n)}{n^3} x^n$ converge absolutamente.

A) En todo $\mathbb{R}$.

B) En $x < 1$.

C) Ninguna de las otras dos es cierta.

Pregunta 6. La serie de potencias $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log(n)}{n^3} x^n$

A) Converge en $x = 1$ y $x = -1$

B) Diverge en $x = 1$ y converge en $x = -1$

C) Ninguna de las otras dos es cierta.

Pregunta 7. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ periódica y derivable en todo $x \in \mathbb{R}$. Entonces

A) La derivada $f'(x)$ es periódica.

B) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ es convergente.

C) Ninguna de las otras dos es cierta.

Pregunta 8. Sea la serie $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n(x-1)}{n!}$

A) $S(x)$ es convergente en todo $x \in \mathbb{R}$ y $S(2) = 1$

B) $S(x)$ es convergente en todo $x \in \mathbb{R}$ y $S(2) = e^2 - 1$

C) Ninguna de las otras dos es cierta.

Pregunta 9. Sea la sucesión de funciones $f_n(x) = \tanh(nx), n \in \mathbb{N}$, donde $\tanh(nx)$ es la función "tangente hiperbólica". Entonces

A) La sucesión no tiene límite puntual.

B) La sucesión tiene límite puntual y no es continua

C) Ninguna de las otras dos es cierta.

Pregunta 10. Considerando $I = \int_1^n \log(x)dx$ y la partición $P = \{1 < 2 < 3 < \cdots < n\}$ se tiene que

A) La suma inferior $L(\log(x), P) =$ suma superior $U(\log(x), P)$.

B) $\log((n-1)!) \leq n\log(n) - n + 1 \leq \log(n!)$

C) Ninguna de las otras dos es cierta.