1. Demostrar que la trayectoria $\mathbf{c} : [-1, 1] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ definida por $\mathbf{c}(t) = (t^2 + t + 1, t^2 - 1, t + 2)$ se encuentra contenida en el plano $z = x - y$. Hallar la ecuación de la recta tangente a esta trayectoria en el punto $\mathbf{c}(0) \in \mathbb{R}^3$.

2. Demostrar que si $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ se tiene que $|x|^3 \leq (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}$. Utilizar este hecho para calcular

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$$

explicando todos los pasos que se dan para obtener el resultado.

3. Sea $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ una función diferenciable. Sea $g = (g_1, g_2, g_3)$ y supongamos que $\nabla g_1(0, 0) = (1, 2)$, $\nabla g_2(0, 0) = (0, 5)$ y $\nabla g_3(0, 0) = (-1, 3)$. Si $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ es una función diferenciable y tal que $\nabla f(g(0, 0)) = (3, -2, 4)$, hallar $\nabla(f \circ g)(0, 0)$.

4. Sea la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Estudiar la continuidad de f en $(0, 0)$.
- Hallar $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
- Estudiar la continuidad de $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ en $(0, 0)$.
- ¿Es f diferenciable en $(0, 0)$?