PROBLEMAS DEL TEOREMA DE STOKES

ENUNCIADO DEL TEOREMA DE STOKES

Sea S una superficie orientada y suave a trozos, acotada por una curva C suave a trozos, cerrada y simple, cuya orientación es positiva. Sea $\mathbf{F}$ un campo vectorial cuyas componentes tienen derivadas parciales continuas sobre una región abierta en $\mathbf{R}^3$ que contiene a S. Entonces:

$$\int_C \mathbf{F}\cdot \mathbf{dr} = \iint_S \operatorname{rot}\mathbf{F}\cdot \mathbf{dS} = \iint_S \nabla\times\mathbf{F}\cdot \mathbf{dS}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1) *Verificación del Teorema de Stokes*. Verificar el teorema de Stokes para el campo vectorial $\mathbf{F}(x;y;z) = 3y\mathbf{i} + 4z\mathbf{j} - 6x\mathbf{k}$ y la parte de la superficie paraboloidal $z = 9 - x^2 - y^2$ ubicada sobre el plano xy y orientada hacia arriba.

2) *Transformación de una integral de superficie en otra más sencilla usando el Teorema de Stokes.* Utilice el teorema de Stokes para evaluar la integral del rotacional del campo vectorial $\mathbf{F}(x; y; z) = xyz\mathbf{i} + xy\mathbf{j} + x^2yz\mathbf{k}$ sobre el dominio S consistente en la unión de la parte superior y de las cuatro caras laterales (pero no el fondo) del cubo con vértices $(\pm1; \pm1; \pm1)$, orientado hacia afuera.

3) *Aplicación al concepto de circulación de un campo.* Calcular la circulación del campo de velocidades de un fluido $\mathbf{F}(x;y;z) = (\tan^{-1}(x^2);\ 3x;\ e^{3z}\tan z)$ a lo largo de la intersección de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ con el cilindro $x^2 + y^2 = 1$, con $z > 0$.