

ÁLGEBRA . GRADO EN MATEMÁTICAS.

No se permite el uso de material impreso
(libros, apuntes), ni ningún tipo de calculadora.
Todas las soluciones tendrán que darse suficientemente razonadas.

Definiciones y / o enunciados: (2 puntos)

- (1) Ideal finitamente generado.
- (2) Teorema de Gauss para anillos de polinomios.
- (3) Grado de trascendencia de una extensión finitamente generada.
- (4) Teorema fundamental de la teoría de Galois.

Ejercicio 1: (2 puntos)

Estudie si son isomorfos los anillos unitarios y conmutativos

$$A = \frac{\mathbb{Z}}{(49)} \quad \text{y} \quad B = \frac{\mathbb{Z}}{(7)} \times \frac{\mathbb{Z}}{(7)}.$$

Ejercicio 2: (3 puntos)

Estudie si el polinomio

$$f = T^4 + T^3 + 1 \in \mathbb{Z}[T]$$

es **irreducible** en $\mathbb{Z}[T]$ y en $\mathbb{Q}[T]$.

Ejercicio 3: (3 puntos)

Sea $f = T^4 + T^2 + 2 \in \mathbb{Q}[T]$, y sea u un número complejo tal que $f(u) = 0$.

Calcule el grado $[\mathbb{Q}(u) : \mathbb{Q}]$ de la extensión $\mathbb{Q}(u) / \mathbb{Q}$.

Determine una base de $\mathbb{Q}(u)$ como espacio vectorial sobre \mathbb{Q} .