TUTORIA INTERCAMPUS

MÉTODOS DE FOURIER Y ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

EXAMEN MUESTRA 2020

Ramón Miralles Rafart

Resolución modelo examen muestra 2020

La función $f(x) = |x|$ es una función par en $[-1, 1]$.

$$a_0 = \frac{2}{1}\int_0^1 x dx = 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = 1$$

$$a_n = \frac{2}{1}\int_0^1 x\cos(n\pi x)dx = 2\left[\frac{1}{\pi^2 n^2}(\cos\pi nx + \pi nx\sin\pi nx)\right]_0^1$$
$$= \frac{2}{\pi^2 n^2}[\cos(\pi nx) - 1] = \frac{2}{\pi^2 n^2}[(-1)^n - 1] = -\frac{4}{\pi^2}.\frac{1}{(2n-1)^2}.$$

Aplicando [c] de la página 22 del texto base resulta

$$S(x) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cos(n\pi x).$$

La función $f(x) = |x|$ es de clase C^1 a trozos en $[-1, 1]$ y la extendemos fuera del intervalo $[-1, 1]$ de forma 2-periódica. Entonces $S(x)$ converge a $f(x)$ en todo $\mathbb{R}$ y como $f(-1) = f(1) = 1$ converge uniformemente en todo intervalo cerrado de $\mathbb{R}$ (teorema 2 y consecuencias de la página 23 del texto base).

Para el cálculo de la integral $\int x\cos(n\pi x)dx$, se ha utilizado el método de integración por partes:

$$\int x\cos(n\pi x)dx = x\frac{\sin(n\pi x)}{n\pi} - \int 1.\frac{\sin(n\pi x)}{n\pi}dx = \frac{x\sin(n\pi x)}{n\pi} - \frac{1}{n\pi}\int\sin(n\pi x)$$
$$= \frac{x\sin(n\pi x)}{n\pi} + \frac{\cos(n\pi x)}{(n\pi)^2} = \frac{1}{\pi^2 n^2}(\cos\pi nx + \pi nx\sin\pi nx).$$

Pregunta 1

Respuesta correcta:$S(x) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cos(n\pi x)$.

Pregunta 2

Respuesta correcta:para todo $x \in [-1, 1]$.

Pregunta 3

Respuesta correcta:para todo $\mathbb{R}$.

Pregunta 4

Respuesta correcta:para todo intervalo cerrado de $\mathbb{R}$.