# Álgebra lineal II, Grado en Matemáticas

Junio 2016, 1ª Semana

No se permite el uso de material impreso (libros, apuntes) ni ningún tipo de calculadora.
Todas las soluciones tendrán que darse suficientemente razonadas.

**Defina los siguientes conceptos**: (2 puntos)
Importante: utilice una única cara para las cuatro definiciones. Si utiliza más espacio no se tendrá en cuenta.

(a) Multiplicidad algebraica y geométrica de un autovalor.
(b) Polinomio anulador y polinomio mínimo.
(c) Forma cuadrática y forma polar.
(d) Proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial.

**Ejercicio 1**: (2 puntos)
Dada una forma bilineal simétrica $f$ de un $\mathbb{K}-$espacio vectorial $V$ y $u \in V$ un vector no autoconjugado, entonces se cumple que el subespacio $L(u)^c$, conjugado de la recta $L(u)$, es un hiperplano y $V = L(u) \oplus L(u)^c$.

**Ejercicio 2**: (3 puntos)
Sea $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base de un $\mathbb{K}-$espacio vectorial $V$ y $f$ un endomorfismo tal que

$$\operatorname{Ker}(f - \operatorname{Id}) \equiv \{\, x_1 = x_2 \,\}, \quad \operatorname{Ker}(f - 2\operatorname{Id}) \equiv \{\, x_1 = 2x_2 = 2x_3 \,\}$$

(a) Halle la matriz de $f$ en la base $\mathcal{B}$.
(b) Determine los subespacios invariantes irreducibles de $f$.

**Ejercicio 3**: (3 puntos)
En el espacio vectorial euclídeo $\mathbb{R}^3$, y respecto de la base canónica $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$, determine la matriz del giro $g$ de eje la recta $r \equiv \{x + y = 0,\ z = 0\}$ y ángulo $\alpha = \frac{\pi}{4}$.