Examen de Ampliación de Topología
13 de junio de 2020

Cada ejercicio tiene una puntuación máxima de 2.5 puntos. En todos ellos hay que razonar la respuesta.

Ejercicio 1.

Sea $S^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$, y sea $C = \{(x, y, z) \in S^2 \mid z = 0\}$, considerados como subespacios topológicos de $\mathbb{R}^3$. **Pruebe** que C es un **retracto de deformación** de $S^2 - \{(0, 0, 1), (0, 0, -1)\}$.

Ejercicio 2.

Determine el grupo fundamental del espacio:

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 1)^2 + y^2 = 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^2 + y^2 = 1\},$$

considerado como subespacio topológico del plano $\mathbb{R}^2$.

Ejercicio 3.

Sean $E = \mathbb{R}$, y $B = [-1, 1]$, subespacio topológico de $\mathbb{R}$. **Estudie** si la aplicación $p : E \to B$, definida mediante $p(t) = \cos 2\pi t$, es una proyección recubridora.

Ejercicio 4.

Determine el grupo de homología simplicial $H_1(K)$, siendo K un c. s. g. o. tal que $|K| \approx [-1, 1] \times [-1, 1]$, considerado como subespacio topológico del plano $\mathbb{R}^2$.