

No se permite el uso de ningún tipo de material

Todas las respuestas deben estar justificadas

Ejercicio 1. (2 puntos) Consideremos el siguiente conjunto A de números racionales:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Q} : x = (-1)^n + \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

¿Existen el supremo y el ínfimo de A en \mathbb{Q} ? Justificar la respuesta. En caso afirmativo, calcularlos.

Ejercicio 2. (2 puntos) Sea $A \subset \mathbb{R}$ un subconjunto de \mathbb{R} .

- a) Definir punto adherente, punto interior y punto frontera de A .
- b) Demostrar que $\text{adh}(A) = \text{int}(A) \cup \text{fr}(A)$.
- c) Deducir que $\text{adh}(A)$ es un conjunto cerrado.

Ejercicio 3. (2 puntos) Estudiar la continuidad y la derivabilidad de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = |x^2 - 4|.$$

Ejercicio 4. (2 puntos) Calcular el valor máximo de las áreas de todos los rectángulos de base x y altura y que verifican $2x + 5y = 16$.

Ejercicio 5. (2 puntos) Estudiar el carácter de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \left(1 + \frac{2}{n(n+3)} \right).$$

En caso de convergencia, calcular su suma.

Tiempo: 2 horas