Cálculo de Probabilidades I

Tema: 4

Grado en Matemáticas

Tutor Intercampus: Sergio García Sánchez
CA Albacete

Tema 4:
Las fórmulas de inclusión-exclusión

Este capítulo combina las propiedades básicas de la probabilidad explicadas en el Capítulo 2 con los modelos combinatorios del Capítulo 3.

- Para las probabilidades de ciertos sucesos del tipo:

    - Ocurrencia de algún suceso
    - Ocurrencia de un número determinado de sucesos, de entre una lista

se dan las fórmulas llamadas de "inclusión-exclusión"

- Los espacios muestrales infinitos como límites de los espacios muestrales finitos.

Tema 4:
Las fórmulas de inclusión-exclusión

- Probabilidad de una unión de sucesos.
  - Al menos un atributo (Unión)

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} P(A_i \cap A_j) +$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n}\sum_{k>j}^{n} P(A_i \cap A_j \cap A_k) + \cdots + (-1)^{n+1} P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n)$$

Tema 4:
Las fórmulas de inclusión-exclusión

$$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} P(A_{i_1} \cap A_{i_2}) + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < i_3 \leq n} P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap A_{i_3}) + \cdots +$$

$$+ \cdots + (-1)^{n+1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n)$$

Tema 4:
Las fórmulas de inclusión-exclusión

- Probabilidad de que se realicen ***k*** sucesos
  - Que posean *k* atributos

$$N_{[k]} = S_k - \binom{k+1}{k} S_{k+1} + \binom{k+2}{k} S_{k+2} - \cdots + (-1)^{n-k} \binom{n}{k} S_n$$

$$S_m = \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \cdots < i_m \leq n} N(a_{i_1} \wedge a_{i_2} \wedge \cdots \wedge a_{i_m})$$

Tema 4: Las fórmulas de inclusión-exclusión

- Probabilidad de que se realicen al menos ***k*** sucesos
  - Que posean al menos *k* atributos

Si llamamos N_k al número de objetos que poseen al menos k atributos, se tendrá

$$N_k = N_{[k]} + N_{[k+1]} + \cdots + N_{[n]}$$

$$N_k = S_k - \binom{k}{k-1} S_{k+1} + \binom{k+1}{k-1} S_{k+2} - \cdots + (-1)^{n-k} \binom{n-1}{k-1} S_n$$

$$S_m = \sum_{1 \le i_1 < i_2 < \cdots < i_m \le n} N(a_{i_1} \wedge a_{i_2} \wedge \cdots \wedge a_{i_m})$$