Aula virtual de Examen. UNED

Tiempo disponible para adjuntar
00:08:31

Salida del examen

Adjuntar imágenes

Pregunta 1

Instrucciones. Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

Enunciado Pregunta

Consideramos el método de Newton para resolver la siguiente ecuación no lineal

$$\frac{1}{x} = a.$$

en donde $a > 0$ es un número real positivo cualquiera. Sea $f\left(x\right) = \frac{1}{x} - a$ y tome como punto inicial $x^{(0)} \in \left(0, \frac{1}{a}\right)$.

Se pide lo siguiente (todos los apartados puntúan igual):

(a) Calcule razonadamente la sucesión generada de aplicar el método de Newton.

(b) Pruebe que la sucesión $\left\{x^{(n)}\right\}$ en (a) converge a $\frac{1}{a}$.

(c) Compruebe que para este caso el orden de convergencia es 2.

En la parte del recuadro de texto, se debe señalar necesariamente la sucesión en (a), así como una explicación de los razonamiento que se utilizan en (b) y (c). Para ello basta utilizar cualquier notacion de tipo pseudocódigo que sea entendible.

Algunos ejemplos:

-$x^{(n+1)} = \left(x^{(n)}\right)^2 - 7x^{(n)} \approx$x(n+1)=x(n)^2-7x(n).

-$\lim x^{(n)} = -12 \approx$ lim x(n)=-12.

Instrucciones: Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

Enunciado Pregunta
Consideramos el método de Newton para resolver la siguiente ecuación no lineal

$$\frac{1}{x} = a$$

en donde $a > 0$ es un número real positivo cualquiera. Sea $f(x) = \frac{1}{x} - a$ y tome como punto inicial $x^{(0)} \in \left(0, \frac{1}{a}\right)$. Se pide lo siguiente (todos los apartados puntúan igual):

(a) Calcule razonadamente la sucesión generada de aplicar el método de Newton.

(b) Pruebe que la sucesión $\{x^{(n)}\}$ en (a) converge a $\frac{1}{a}$.

(c) Compruebe que para este caso el orden de convergencia es 2.

En la parte del recuadro de texto, se debe señalar necesariamente la sucesión en (a), así como una explicación de los razonamiento que se utilizan en (b) y (c). Para ello basta utilizar cualquier notacion de tipo pseudocódigo que sea entendible.
Algunos ejemplos:

- $x^{(n+1)} = \left(x^{(n)}\right)^2 - 7x^{(n)} \approx$x(n+1)=x(n)^2-7x(n).
- $\lim x^{(n)} = -12 \approx$ lim x(n)=-12.

a) Utilizando la fórmula genérica del método de Newton, y sustituyendo en ella la expresión de la f dada y de su derivada f', obtenemos que la sucesión pedida, expresada en forma recursiva, será x(n+1) = 2*x(n)-a*x(n)^2.

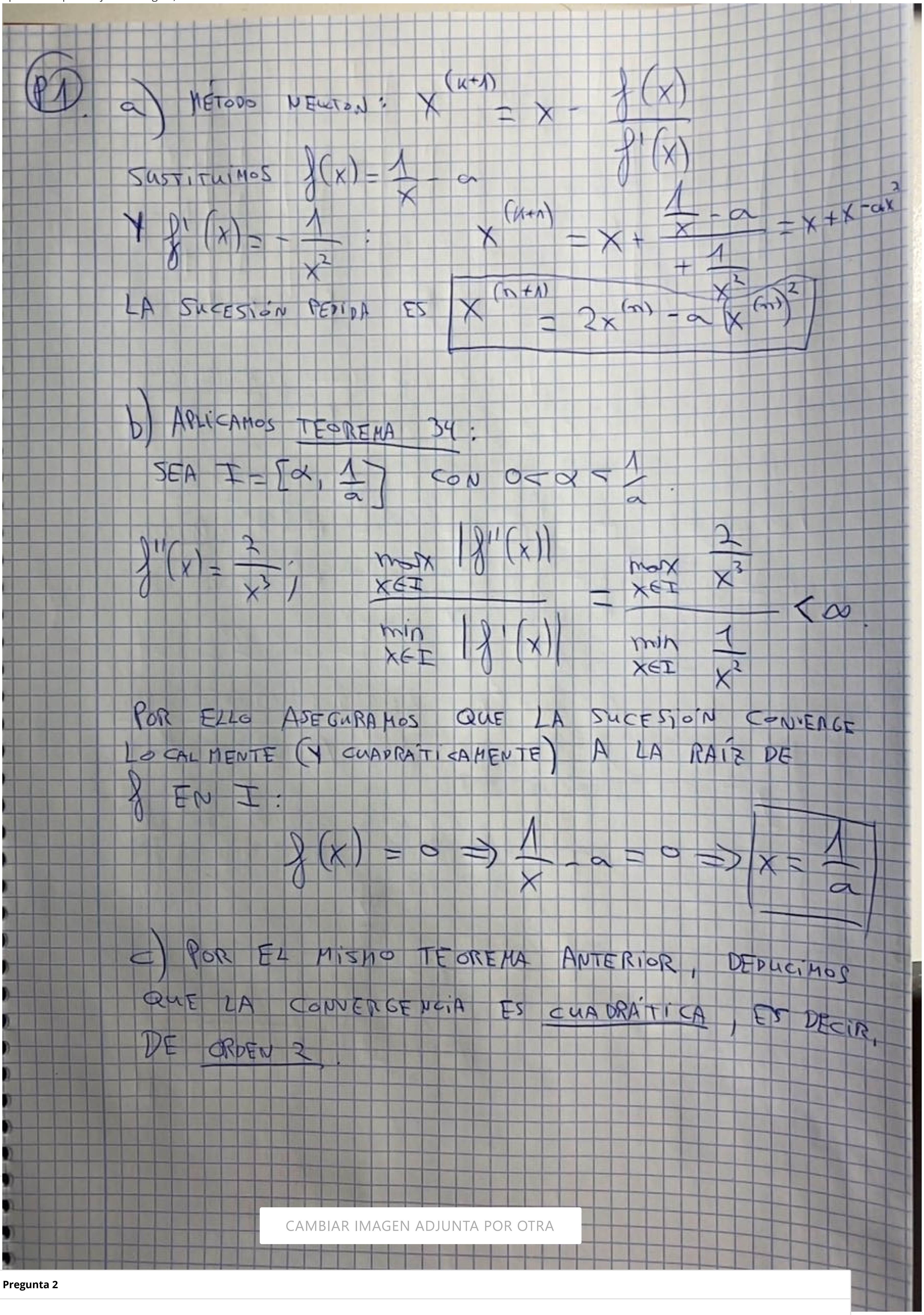
b) Vemos que la f dada cumple el teorema 34 del libro de texto, por tanto, la sucesión que genera el método de New[...] localmente a la raíz de f(x), que es precisamente 1/a.

c) Por el mismo teorema del apartado anterior, se puede deducir que la convergencia es cuadrática, o l oque es lo mismo, que el orden de convergencia es 2.

Tiempo disponible para adjuntar

00:08:31

7500 caracteres restantes (Esta pregunta requerirá que se adjunte imagen del desarrollo en papel. Una vez finalizado el examen siga las instrucciones que le aparecerán para adjuntar imagen.)



P1. a) MÉTODO NEWTON: $X^{(k+1)} = X - \frac{f(X)}{f'(X)}$

SUSTITUIMOS $f(x) = \frac{1}{x} - a$

Y $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$: $X^{(k+1)} = X + \frac{\frac{1}{x} - a}{+\frac{1}{x^2}} = x + x - ax^2$

LA SUCESIÓN PEDIDA ES $\boxed{X^{(n+1)} = 2x^{(n)} - a\left(X^{(n)}\right)^2}$

b) APLICAMOS TEOREMA 34:

SEA $I = [\alpha, \frac{1}{a}]$ CON $0 < \alpha < \frac{1}{a}$.

$f''(x) = \frac{2}{x^3}$; $\frac{\max_{x\in I} |f''(x)|}{\min_{x\in I} |f'(x)|} = \frac{\max_{x\in I} \frac{2}{x^3}}{\min_{x\in I} \frac{1}{x^2}} < \infty$.

POR ELLO ASEGURAMOS QUE LA SUCESIÓN CONVERGE LOCALMENTE (Y CUADRÁTICAMENTE) A LA RAÍZ DE f EN I:

$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} - a = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{a}}$

c) POR EL MISMO TEOREMA ANTERIOR, DEDUCIMOS QUE LA CONVERGENCIA ES CUADRÁTICA, ES DECIR, DE ORDEN 2.

CAMBIAR IMAGEN ADJUNTA POR OTRA

Pregunta 2

Instrucciones. Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

Tiempo disponible para adjuntar

00:08:31

Enunciado Pregunta

En este ejercicio estudiamos el siguiente sistema no lineal

$$\left.\begin{array}{r} x^2 - 1 = 0 \\ \operatorname{sen} x - y = 0 \end{array}\right\}$$

Se pide lo siguiente (los dos apartados puntúan igual):

(a) Determine razonadamente las soluciones del sistema. Para cada una de las soluciones defina una iteración de punto fijo y estudie si existe convergencia local aplicando el Teorema de Ostrowski.

(b) Determine razonadamente la iteración de Newton para resolver dicho problema y haga una iteración con punto inicial $\left(x^{(0)}, y^{(0)}\right) = (0, 1)$.

En la parte del recuadro de texto, en el apartado (a) se debe señalar explícitamente las soluciones del sistema, así como las funciones de punto fijo asociadas y un razonamiento básico de la aplicación del Teorema de Ostrowski. En el apartado (b) se debe señalar explícitamente la fórmula general y el valor de la iteración. Si es necesario hacer algún tipo de cálculo (derivadas, matricial, etc) basta que ponga el resultado, utilizando notación de tipo pseudocódigo que sea entendible}.

Algunos ejemplos:

- x0=[3;2]

-G(x,y)=x^2*y^3

-GradG(x,y)=[2xy^3 ; 3x^2y^2]

-HG(x,y)=[2y^3 , 6xy^2 ; 6xy^2, 6x^2y]

-$x_{n+1} = e^{x_n} + \cos(x_n + y_n)$ ≈xn+1=exp(xn)+cos(xn+yn)

Instrucciones: Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

Enunciado Pregunta

En este ejercicio estudiamos el siguiente sistema no lineal

$$\left.\begin{array}{r} x^2 - 1 = 0 \\ \operatorname{sen} x - y = 0 \end{array}\right\}$$

Se pide lo siguiente (los dos apartados puntúan igual):

(a) Determine razonadamente las soluciones del sistema. Para cada una de las soluciones defina una iteración de punto fijo y estudie si existe convergencia local aplicando el Teorema de Ostrowski.

(b) Determine razonadamente la iteración de Newton para resolver dicho problema y haga una iteración con punto inicial $(x^{(0)}, y^{(0)}) = (0, 1)$.

En la parte del recuadro de texto, en el apartado (a) se debe señalar explícitamente las soluciones del sistema, así como las funciones de punto fijo asociadas y un razonamiento básico de la aplicación del Teorema de Ostrowski. En el apartado (b) se debe señalar explícitamente la fórmula general y el valor de la iteración. Si es necesario hacer algún tipo de cálculo (derivadas, matricial, etc) basta que ponga el resultado, utilizando notación de tipo pseudocódigo que sea entendible. Algunos ejemplos:

- x0=[3;2]
- G(x,y)=x^2*y^3,
- GradG(x,y)=[2xy^3 ; 3x^2y^2]
- HG(x,y)=[2y^3 , 6xy^2 ; 6xy^2, 6x^2y]
- $x_{n+1} = e^{x_n} + \cos(x_n + y_n)$ ≈xn+1=exp(xn)+cos(xn+yn)

a) Primero despejamos x de la primera ecuación, obteniendo dos soluciones, x= 1 y x=-1. Después despejamos y en la segunda ecuación, sustituyendo cada una de las soluciones obtenidas para x, y vemos que y=sen(1) e y=sen(-1). Por tanto, existen dos soluciones, la primera es {x=1; y=sen(1)} y la segunda es {x=-1; y=-sen(1)}.

Para la primera solución, una función de punto fijo asociada es G(x,y)=(x,y)-F(x,y)=(x-x^2+1, 2y-sen(x)). Para la segunda solución, valdría la misma G(x,y) anterior.

Aplicando el teorema de Ostrowski, vemos que el jacobiano G'(x,y)=(1-2x, 0; -cos(x), 0), para la primera solución es G'(1,sen(1))=
(-1 0; -2/3 0) de radio espectral = 1, por lo que no converge localmente. Para la segunda solución G'(-1,-sen(1))=(3 0; 2/3 0), de

7500 caracteres restantes   (Esta pregunta requerirá que se adjunte imagen del desarrollo en papel. Una vez finalizado el examen siga las instrucciones que le aparecerán para adjuntar imagen.)

Tiempo disponible para adjuntar

00:08:31

(P2). a) $x^2 - 1 = 0$, $\operatorname{sen} x - y = 0$ $\Big|$ $x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

$y = \operatorname{sen} x = \pm \operatorname{sen} 1.$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{SOLUCIÓN 1: } \{x = 1;\ y = \operatorname{sen}(1)\} \\ \text{SOLUCIÓN 2: } \{x = -1;\ y = -\operatorname{sen}(1)\} \end{array}}$$

$F(x,y) = (x^2 - 1, \operatorname{sen}(x) - 1)$

$G_1(x,y) = (x,y) - F(x,y) = (x - x^2 + 1, 2y - \operatorname{sen} x)$

$\downarrow$

FUNCIÓN DE PTO. FIJO (LA MISMA EN AMBAS SOLUCIONES).

$G_2(x,y) = G_1(x,y)$

$$G_1'(x,y) = \begin{pmatrix} 1-2x & 0 \\ -\cos x & 0 \end{pmatrix}$$

AUTOVALORES

$|G_1(1, \operatorname{sen}(1)) - \lambda I| = 0$

$-\lambda(-1-\lambda) = 0$

$\lambda = 0$, $\lambda = -1$ $\Big|$ RADIO ESPECTRAL $1 \Rightarrow$ NO CONVERGE.

$|G_1(-1, -\operatorname{sen}(1)) - \lambda I| = 0$

$-\lambda(3-\lambda) = 0$ $\begin{cases} \lambda = 0 \\ \lambda = 3 \end{cases}$ RADIO ESPECTRAL $3 \Rightarrow$ NO CONVERGE.

b) $F(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 - 1 \\ \operatorname{sen}(x) - y \end{pmatrix}$; $F(0,1) = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

JACOBIANO

$\hookrightarrow F'(x,y) = \begin{pmatrix} 2x & 0 \\ \cos(x) & -1 \end{pmatrix}$; $F'(0,1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$ SISTEMA INCOMPATIBLE

CAMBIAR IMAGEN ADJUNTA POR OTRA

Pregunta 3

Instrucciones. Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

Enunciado Pregunta

Tiempo disponible para adjuntar
00:08:31

Determine razonadamente la solución de la ecuación en diferencias

$$x_{n+1} + 4x_n + 4x_{n-1} = 0$$

que cumple $x_0 = 10$, $x_1 = 20$.

En la parte del recuadro de texto debe incluir el razonamiento básico, incluyendo necesariamente la solución obtenida. Utilice notación de tipo pseudocódigo para expresar las fórmulas.

Un ejemplo:

-$x_n = 3^n + \frac{1}{n} \approx$ xn=3^n+(1/n)

`Instrucciones:` Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

`Enunciado Pregunta`
Determine razonadamente la solución de la ecuación en diferencias

$$x_{n+1} + 4x_n + 4x_{n-1} = 0$$

que cumple $x_0 = 10$, $x_1 = 20$.

En la parte del recuadro de texto debe incluir el razonamiento básico, incluyendo necesariamente la solución obtenida. Utilice notación de tipo pseudocódigo para expresar las fórmulas. Un ejemplo:

- $x_n = 3^n + \dfrac{1}{n} \approx$xn=3ˆn+(1/n)

Obtenemos una solución general de la ecuacuión homogénea, mediante el cálculo de las raíces de la ec. característica t^2+4t+4=0. Dichas raíces son t=-2, con multiplicidad doble. Por ello, y como el rango de la matriz A+2I, siendo A la matriz de compañía, es 1, podemos escribir la solución general como

x_n = c_1*(-2)^n + c_2*n*(-2)^(n-1)

Finalmente, aplicamos las condiciones iniciales, siendo x_0=c_1=10, y siendo x_1=-2*c_1+c_2=20, de donde obtenemos el valor de las constantes c_1=10 y c_2=40. La solución final queda

7500 caracteres restantes (Esta pregunta requerirá que se adjunte imagen del desarrollo en papel. Una vez finalizado el examen siga las instrucciones que le aparecerán para adjuntar imagen.)

Tiempo disponible para adjuntar
00:08:31

P3.

$$\lambda^2+4\lambda+4=0$$

$$\lambda=\frac{-4\pm\sqrt{16-16}}{2}=-2$$

$$A=\begin{pmatrix}0&1\\-4&-4\end{pmatrix}$$

$$rg(A+2I)=rg\begin{pmatrix}2&1\\-4&-2\end{pmatrix}=1.$$

$$J=\begin{pmatrix}-2&1\\0&-2\end{pmatrix}$$, PUES $rg(J)=1$.

SOL. GENERAL:

$$X_n=C_1(-2)^n+C_2\,n(-2)^{n-1}$$

APLICAMOS C.I.:

$$X_0=\boxed{C_1=10}$$

$$X_1=-2C_1+C_2=20\Rightarrow\boxed{C_2=40}$$

$$\boxed{X_n=10\cdot(-2)^n+40\cdot n(-2)^{n-1}}$$

CAMBIAR IMAGEN ADJUNTA POR OTRA

Pregunta 4

Instrucciones: Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

Enunciado Pregunta

Tiempo disponible para adjuntar
00:08:31

Estudiar la consistencia, cero-estabilidad, convergencia y orden del siguiente esquema multipaso

$$x_{n+1} = -x_n + 2x_{n-1} + \frac{h}{2}(5f_n + f_{n-1})$$

para resolver el problema de valor inicial $x(t_0) = x_0$, $\frac{dx}{dt}\Big(t\Big) = f\Big(t, x\Big(t\Big)\Big)$, $t \in I$.

En la parte del recuadro de texto aparte de las conclusiones se debe citar los resultados del libro de texto que se están aplicando así como un breve razonamiento justificando lo hecho. Tablas, cálculos, etc, deben ir en el folio de la fotografía.

`Instrucciones:` Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

`Enunciado Pregunta`
Estudiar la consistencia, cero-estabilidad, convergencia y orden del siguiente esquema multipaso

$$x_{n+1} = -x_n + 2x_{n-1} + \frac{h}{2}(5f_n + f_{n-1})$$

para resolver el problema de valor inicial $x(t_0) = x_0$, $\frac{dx}{dt}(t) = f(t, x(t))$, $t \in I$.

En la parte del recuadro de texto aparte de las conclusiones se debe citar los resultados del libro de texto que se están aplicando así como un breve razonamiento justificando lo hecho. Tablas, cálculos, etc, deben ir en el folio de la fotografía.

Analizamos primero la consistencia del esquema, mediante la elaboración de las tablas de coeficientes de las x_k y las f_k, a los que llamamos vectores a y b respectivamente. Se utiliza también el vector i^m=(k^m, (k-1)^m, ... 1^m, 0^m). Vemos que se cumplen las dos igualdades necesarias para que el esquema sea consistente.

A continuación, y con el análisis de estas mismas tablas, vemos que el orden del esquema es p=2, pues se cumple que -a*i^m+m*b*i^(m-1)=0 solamente hasta m=2. Para m=3 ya no se cumple la igualdad.

Después vemos la cero-estabilidad, obteniendo las raíces del primer polinomio característico, que en este caso es r^2+r-2. Como no se cumple el criterio de la raíz, pues una de las raíces obtenidas, r=-2, tiene módulo mayor que 1, podemos afirmar que el

7500 caracteres restantes (Esta pregunta requerirá que se adjunte imagen del desarrollo en papel. Una vez finalizado el examen siga las instrucciones que le aparecerán para adjuntar imagen.)

Tiempo disponible para adjuntar

00:08:31

P4

a	i^0	i^1	i^2	i^3
2	1	2	4	8
-1	1	1	1	1
-1	1	0	0	0
$a \cdot i^m$	0	3	7	15

b	i^0	i^1	i^2
1/2	1	2	4
5/2	1	1	1
0	1	0	0
$b \cdot i^m$	3	7/2	9/2

CONSISTENCIA: $\rightarrow a \cdot i^0 = 0$ ✓

$\rightarrow -a \cdot i^1 + b \cdot i^0 = -3 + 3 = 0$ ✓

SÍ ES CONSISTENTE.

ORDEN: $\xrightarrow{m=2} -a \cdot i^2 + 2 \cdot b \cdot i^1 = -7 + \cancel{2} \cdot 7/\cancel{2} = 0$ ✓

$\xrightarrow{m=3} -a \cdot i^3 + 3 \cdot b \cdot i^2 = -15 + 3 \cdot 9/2 \neq 0$

SU ORDEN ES 2

CERO - ESTABILIDAD: $\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$

(1er POL. CARACT.)

$$\lambda = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

NO SE CUMPLE CRITERIO DE LA RAÍZ, PUES EL MÓDULO DE $\lambda = -2$ ES MAYOR QUE 1.

$\Downarrow$

NO ES CERO - ESTABLE

CONVERGENCIA: COMO EL ESQUEMA NO ES CERO - ESTABLE, NO PUEDE SER CONVERGENTE (TEOREMA 46)

CAMBIAR IMAGEN ADJUNTA POR OTRA

Pregunta 5

Instrucciones. Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

Enunciado Pregunta

Tiempo disponible para adjuntar

00:08:31

En este ejercicio consideramos el siguiente problema de contorno

$$-\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{du}{dx}=1,\ 0\leq x\leq 1,\quad \frac{du}{dx}(0)=1,\ \frac{du}{dx}\left(1\right)=-1.$$

Se pide lo siguiente (los dos apartados puntúan igual):

(i) Exprese el sistema de ecuaciones que resulta al aproximar la solución de este problema de contorno usando un método estándar de diferencia finitas para la siguiente discretización $x_i=\frac{i}{4},\ \left(i=0,\ldots,4\right)$ de nodos equiespaciados. Utilice para ello las siguientes fórmulas de diferencias

$$\frac{d^2u}{dx^2}\left(x_i\right)\approx\frac{u_{i+1}-2u_i+u_{i-1}}{h^2},\ \frac{du}{dx}\left(x_i\right)\approx\frac{u_i-u_{i-1}}{h}\ .$$

(ii) Calcule la solución aproximada en dicho caso.

En la parte del recuadro de texto se debe especificar al menos las ecuaciones del sistema, así como la solución aproximada, asimismo se debe añadir una explicación razonada de cómo se llega a dicho sistema. Para ello basta utilizar cualquier notación de tipo pseudocódigo que sea entendible. Algunos ejemplos:

- x0=[3;2,1]

-G(x,y,z)=(x-2y,3x+4y,z),

-JG(x,y)=[1, -2, 0; 3, 4, 0 ; 0, 0, 1]

-Matriz identidad de orden 3 .I=[1, 0, 0 ; 0, 1, 0; 0, 0, 1]

-$x_{n+1}=e^{x_n}+\cos(x_n+y_n)\approx$ xn+1=exp(xn)+cos(xn+yn)

Instrucciones: Responda brevemente en texto plano en el recuadro, justificando en la medida de lo posible sus razonamientos. Recuerde que al final de la entrega se le va a pedir que entregue una fotografía de sus hojas de respuesta en donde debe detallar sus razonamientos.

Enunciado Pregunta
En este ejercicio consideramos el siguiente problema de contorno

$$-\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{du}{dx}=1,\ 0\leq x\leq 1,\quad \frac{du}{dx}(0)=1,\ \frac{du}{dx}(1)=-1.$$

Se pide lo siguiente (los dos apartados puntúan igual):

(i) Exprese el sistema de ecuaciones que resulta al aproximar la solución de este problema de contorno usando un método estándar de diferencia finitas para la siguiente discretización $x_i=\dfrac{i}{4}$ $(i=0,...,4)$ de nodos equiespaciados. Utilice para ello las siguientes fórmulas de diferencias

$$\frac{d^2u}{dx^2}(x_i)\approx\frac{u_{i+1}-2u_i+u_{i-1}}{h^2},\ \frac{du}{dx}(x_i)\approx\frac{u_i-u_{i-1}}{h}.$$

(ii) Calcule la solución aproximada en dicho caso.

En la parte del recuadro de texto se debe especificar al menos las ecuaciones del sistema, asÃ- como la solución aproximada, asimismo se debe añadir una explicación razonada de cómo se llega a dicho sistema. Para ello basta utilizar cualquier notación de tipo pseudocódigo que sea entendible. Algunos ejemplos:

- x0=[3;2,1]
- G(x,y,z)=(x-2y,3x+4y,z),
- JG(x,y)=[1, -2, 0; 3, 4, 0 ; 0, 0, 1]
- Matriz identidad de orden 3 .I=[1, 0, 0 ; 0, 1, 0; 0, 0, 1]
- $x_{n+1}=e^{x_n}+\cos(x_n+y_n)\approx$xn+1=exp(xn)+cos(xn+yn)

Para resolver el ejercicio debemos suponer que hay una errata en la condición de contorno para x=0, y que realmente quiere decir que u(0)=1, ya que si tomamos la derivada en ese punto y usamos la aproximación en diferencias dada, estaríamos utilizando un punto fuera del dominio de la función, u_(-1), que se corresponde con x=-1/4. Así pues, asumimos esa corrección.

Sustituyendo la aproximación de la segunda y primera derivada de u dadas en la ec.diferencial, y dando valores a i=1,2,3 obtenemos un sistema de 3 ecuaciones con las incógnitas u_1, u_2 y u_3. Siendo conocidas u_0 y u_4 por la aplicación de las condiciones de contorno. En concreto, u_0=1 (asumiendo la errata comentada al inicio) y u_4=-h+u_3 (obteniendo el valor de u_3 del sistema sabremos cuánto vale u_4, por lo que no hace falta incluirla en dicho sistema).

7500 caracteres restantes (Esta pregunta requerirá que se adjunte imagen del desarrollo en papel. Una vez finalizado el examen siga las instrucciones que le aparecerán para adjuntar imagen.)

Tiempo disponible para adjuntar 00:08:31

P5 a) $$\frac{-u_{i+1}+2u_i-u_{i-1}}{h^2}+\frac{u_i-u_{i-1}}{h}=1$$

$\boxed{i=1,2,3}$

$$-u_{i+1}+2u_i-u_{i-1}+hu_i-hu_{i-1}=h^2$$

SUPONEMOS ERRATA EN C.C. $\frac{du}{dx}(0)=1$, Y SUPONEMOS QUE ES $u(0)=1 \Rightarrow \boxed{u_0=1}$

$$\frac{du}{dx}(1)=-1 \Rightarrow \frac{u_4-u_3}{h}=-1 \Rightarrow \boxed{u_4=u_3-h}$$

$\boxed{i=1} \Rightarrow -u_2+2u_1-\cancel{u_0}^{1}+hu_1-h\cancel{u_0}^{1}=h^2$

$\boxed{i=3} \Rightarrow -\underbrace{u_4}_{u_3-h}+2u_3-u_2+hu_3-hu_2=h^2$

$$A=\begin{pmatrix}2+h & -1 & 0\\ -1-h & 2+h & -1\\ 0 & -1-h & ^{(*)}1+h\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}h^2+h+1\\ h^2\\ h^2-h\end{pmatrix}$$

CON $h=\frac{1}{4}$. SU SOLUCIÓN ES

b) $\{u_1=0'994;\ u_2=0'924;\ u_3=0'774\}$

Y SABEMOS QUE $u_0=1$, $u_4=0'774-\frac{1}{4}=0'524$.

(*) EN EL RECUADRO DE AVEX HAY UNA ERRATA EN ESTE TÉRMINO.

$\boxed{i=2} \Rightarrow -u_3+2u_2-u_1+hu_2-hu_1=h^2$.

CAMBIAR IMAGEN ADJUNTA POR OTRA

ADJUNTAR IMÁGENES CON OTRO DISPOSITIVO (CÓDIGO QR)

Observaciones

Si lo desea puede realizar alguna observación para el equipo docente. A continuación pulse "Terminar".

Tiempo disponible para adjuntar

00:08:31

TERMINAR