

No se permite el uso de ningún tipo de material

Todas las respuestas deben estar justificadas

Ejercicio 1. (2 puntos) Calcular

$$\lim_n \frac{\sqrt{1+2^2} + \sqrt{1+3^2} + \cdots + \sqrt{1+n^2}}{n^2 + n + 1}.$$

Ejercicio 2. (2 puntos)

- a) Definir conjunto abierto de \mathbb{R} y conjunto cerrado de \mathbb{R} .
- b) Demostrar que la unión de cualquier colección de conjuntos abiertos de \mathbb{R} es un conjunto abierto de \mathbb{R} .
- c) ¿Es cierto que la intersección de cualquier colección de conjuntos abiertos de \mathbb{R} es un conjunto abierto de \mathbb{R} ? Justificar la respuesta.

Ejercicio 3. (2 puntos) Estudiar la continuidad y la derivabilidad en toda la recta real de la función

$$f(x) = \frac{|x|}{e^{|x-1|}}.$$

Nota: $|x|$ es el valor absoluto de x y $|x-1|$ es el valor absoluto de $x-1$.

Ejercicio 4. (2 puntos) Determinar, si existen, los extremos de la función

$$f(x) = 2x - 3x^{2/3}$$

en el intervalo cerrado $[-1, 3]$.

Ejercicio 5. (2 puntos) Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y las asíntotas a la gráfica de la función

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}.$$

Tiempo: 2 horas