Pregunta 1 (3 puntos)
Dados tres subconjuntos cualesquiera A, B y C de un conjunto no vacío U, demuestre que

a) $A \triangle B = A \cap B \iff A = B = \emptyset$;

b) $A \triangle B = \emptyset \iff A = B$;

c) $A \triangle C = B \triangle C \iff A = B$.

Pregunta 2 (2 puntos) Se dice que un conjunto ordenado $(U, \preceq)$ es un retículo si existen el supremo y el ínfimo de dos elementos cualesquiera a y b de U.

Dado los grafos dirigidos (V, G) y (V, G') de la figura, donde $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $G = \{21, 32, 42, 53, 54\}$ y $G' = \{21, 42, 53, 54\}$, se consideran los pseudo-grafos obtenidos al añadir las aristas que unen cada punto con sí mismo. Se define en V las relaciones $\leqslant_G$ y $\leqslant_{G'}$ mediante:

$$G: \quad \begin{tikzcd} 5 \arrow[r] \arrow[d] & 4 \arrow[d] & \\ 3 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 1 \end{tikzcd}$$

$$G': \quad \begin{tikzcd} 5 \arrow[r] \arrow[d] & 4 \arrow[r] & 2 \arrow[d] \\ 3 & & 1 \end{tikzcd}$$

$x \leqslant_G y$ (respectivamente $x \leqslant_{G'} y$) si y sólo si existe un camino que empieza en x y termina en y en el pseudografo de G (respectivamente de G').

a) Compruebe si $(V, \leqslant_G)$ es un retículo.

b) Compruebe si $(V, \leqslant_{G'})$ es un retículo.

Pregunta 3 (2,5 puntos) Determine razonadamente si los siguientes conjuntos con la operación considerada forman un grupo.

a) $A = (-1, 1)$ y la operación $*$ definida mediante $x * y = \dfrac{x+y}{1+xy}$.

b) $B = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 2\}$ con el producto usual de números complejos.

Pregunta 4 (2,5 puntos)

a) Sean ω_1, ω_2 y ω_3 las tres raíces cúbicas, distintas entre sí, de un mismo número complejo. Determine razonadamente ω_2 y ω_3 en función de ω_1.

b) Resuelva en $\mathbb{C}$ la ecuación $z^6 - (1+2i)z^3 + i - 1 = 0$.