

# ACM 算法与微应用实验室 2021 年 11 月月赛题目

2021 年 12 月 1 日

## 比赛信息

赛制	语言	时长	题目数量
ACM   个人赛   不封榜	C/C++, Python, Java	3 小时	6

## 题目概况

题目编号	题目名称	运行时间上限	运行内存上限	题目类型	命题人
A	克隆干员	1000ms	128M	传统	AgOH
B	中转站	1000ms	128M	传统	AgOH&Tifa
C	三斜求积术	1000ms	128M	传统	AgOH
D	子树大小	1000ms	128M	传统	AgOH
E	雷立方阵列	1000ms	128M	传统	Tifa
F	Go	1000ms	128M	传统	AgOH

## 编译命令

参见 OJ 帮助

## 注意事项

- C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
- C/C++ 代码必须完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。
- C/C++ 代码中允许使用 STL 类库。

祝大家取得好成绩！

# A. 克隆干员

运行时间上限：1000ms    运行内存上限：128M    题目类型：传统    命题人：AgOH

## 题目描述

不久前，明日方舟中添加了克隆干员的新玩法（误），AgOH迫不及待地想要尝试一下。

进入战场后AgOH瞬间就放下了好几个**同一名**干员，而且因为AgOH手抖，各干员的朝向并不完全相同，正当AgOH窃喜之时，他发现了一个严重的问题：干员的攻击范围显示不知为何消失了。

AgOH知道这名干员的攻击范围是多大，但因为AgOH太菜了，他想不出多个这名干员同时在场时的总攻击范围是什么样子的，你能帮帮他吗？

注：战场为一个  $10 \times 10$  的矩形。

## 输入格式

首先，一个  $7 \times 7$  的矩形，表示这名干员站在矩形中点  $(4, 4)$  并朝上时的攻击范围。矩形中能被干员攻击到的位置用1表示，不能被干员攻击到的位置用0表示。

接下来一行，一个整数  $n$  ( $1 \leq n \leq 10$ )，代表AgOH放下了多少个这名干员。

接下来  $n$  行，每行三个整数  $x, y, f$  ( $1 \leq x, y \leq 10$ ;  $1 \leq f \leq 4$ )，分别代表干员所站的位置  $(x, y)$  及朝向。 $f = 1, 2, 3, 4$  时干员分别朝向上、下、左、右。

## 输出格式

一个  $10 \times 10$  的矩形，其中能被干员攻击到的位置用1表示，不能被干员攻击到的位置用0表示。

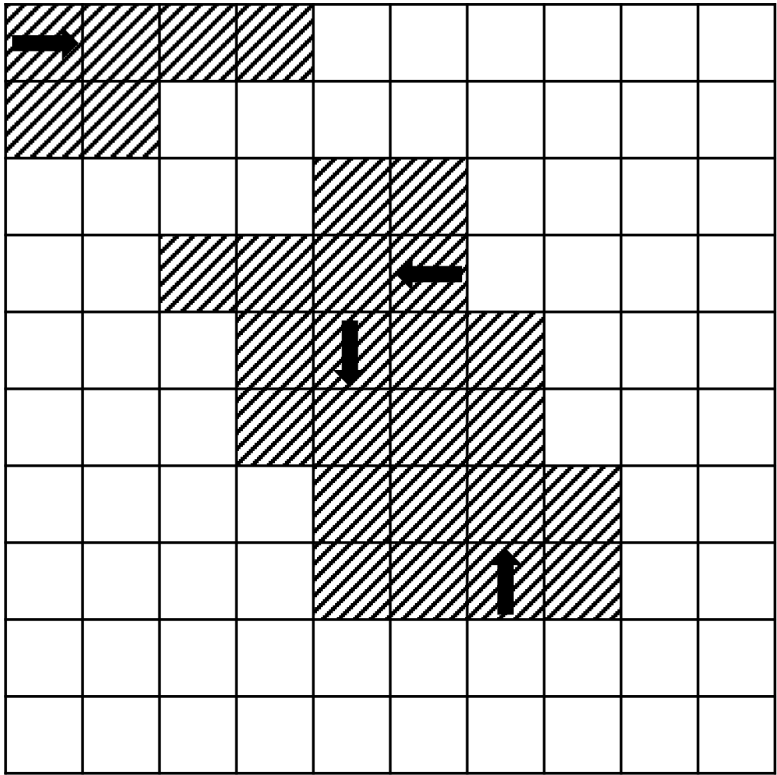
## 输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
0001000	1111000000
0001000	1100000000
0011100	0000110000
0011100	0011110000
0000000	0001111000
0000000	0001111000
0000000	0000111100
4	0000111100
1 1 4	0000000000
5 5 2	0000000000
4 6 3	
8 7 1	

说明/提示

【样例解释】

4 个这个干员放下后，战场情况如图所示：



## B. 中转站

运行时间上限：1000ms    运行内存上限：128M    题目类型：传统    命题人：AgOH&Tifa

### 题目描述

小 Z 发明了一个游戏，内容是这样的：玩家一开始站在 A 点，目标是去往 B 点，但 A 点与 B 点之间并没有直达线路，必须要从 C 点中转。从 A 点到 C 点共有  $n$  条线路可供选择，每条线路的分数分别为  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ；从 C 点到 B 点也有  $n$  条线路可供选择，每条线路的分数分别为  $b_1, b_2, \dots, b_n$ 。若玩家采取线路  $a_i, b_j$  来到达 C 点，他将获得  $a_i \times b_j$  分。整个游戏的总分为玩家走所有可行的路线能获得的分数的和（即  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i b_j$ ）。

小 Z 自己试玩了几局后很快就厌倦了，因为他发现每次玩游戏得到的分数都是一样的，一点趣味都没有，于是他找到 Tifa，询问能否让这个游戏的每次获得的分数都不一样。Tifa 在思索了  $1\mu s$  后想到了改进方式：规定一个区间  $[l, r]$  ( $1 \leq l \leq r$ )，并限制玩家只可以走线路  $a_l, a_{l+1}, \dots, a_r$  以及线路  $b_l, b_{l+1}, \dots, b_r$ ，这样随着规定区间的不同，玩家所能获得的分数也就不一样了。

小 Z 非常高兴，他马上就想把自己的这个游戏推广出去，他找到了你并让你玩这个游戏。为了让你多玩几局，小 Z 让你计算出在所有可能的区间约束下，每次你能获得的分数的总和。他觉得你只有玩很多很多局游戏后才能计算出他想要的结果，得意地离开了。

现在请你计算出正确答案，并回答小 Z。因为答案可能过大，你只需要输出答案对  $10^9 + 7$  取模的结果即可。

### 输入格式

- 第一行，一个整数  $n$  ( $3 \leq n \leq 5 \times 10^5$ )。
- 第二行， $n$  个整数，代表  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ )。
- 第三行， $n$  个整数，代表  $b_i$  ( $1 \leq b_i \leq 10^9$ )。

### 输出格式

一行，一个整数，代表结果。

### 输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
2 1 2 3 4	32
输入样例 2	输出样例 2
5 1 2 3 4 5 5 4 3 2 1	889

---

## 说明/提示

### 【样例解释】

在样例 1 中：

若Tifa 限制的区间为  $[1, 1]$ ，那么小 Z 可以采取的线路有：

$$A \xrightarrow{a_1} C \xrightarrow{b_1} B, \text{ score} = a_1 \times b_1 = 3$$

他共可以获得 3 分。

若Tifa 限制的区间为  $[1, 2]$ ，那么小 Z 可以采取的线路有：

$$A \xrightarrow{a_1} C \xrightarrow{b_1} B, \text{ score} = a_1 \times b_1 = 3$$

$$A \xrightarrow{a_1} C \xrightarrow{b_2} B, \text{ score} = a_1 \times b_2 = 4$$

$$A \xrightarrow{a_2} C \xrightarrow{b_1} B, \text{ score} = a_2 \times b_1 = 6$$

$$A \xrightarrow{a_2} C \xrightarrow{b_2} B, \text{ score} = a_2 \times b_2 = 8$$

他共可以获得  $3 + 4 + 6 + 8 = 21$  分。

若Tifa 限制的区间为  $[2, 2]$ ，那么小 Z 可以采取的线路有：

$$A \xrightarrow{a_2} C \xrightarrow{b_2} B, \text{ score} = a_2 \times b_2 = 8$$

他共可以获得 8 分。

故答案为  $3 + 21 + 8 = 32$ 。

## C. 三斜求积术

运行时间上限：1000ms 运行内存上限：128M 题目类型：传统 命题人：AgOH

### 题目描述

给出一个三角形三条边的边长，请算出这个三角形的面积。

### 输入格式

第一行，一个整数  $t$  ( $1 \leq t \leq 10^5$ )，代表共有  $t$  组数据。

对于每组数据：

一行，三个整数  $a, b, c$  ( $1 \leq a, b, c \leq 10^4$ )，代表三角形三条边的长度。

### 输出格式

对于每组数据，在一行内输出一个实数（四舍五入保留 2 位小数），代表答案。

### 输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
3	3.90
3 3 3	6.00
3 4 5	2.83
2 3 3	

### 说明/提示

#### 海伦公式

海伦公式又译作希伦公式、海龙公式、希罗公式、海伦—秦九韶公式。它是利用三角形的三条边的边长直接求三角形面积的公式。

假设在平面内，有一个三角形，边长分别为  $a, b, c$ ，三角形的面积  $S$  可由以下公式求得：

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

其中  $p$  为三角形的半周长（周长的一半）：

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

# D. 子树大小

运行时间上限：1000ms    运行内存上限：128M    题目类型：传统    命题人：AgOH

## 题目描述

对于一棵树，有定义如下：

**定义 D.1 (树的大小)**

树中存在的结点的数量叫做这棵树的大小。



给定一棵树，请分别计算出以各结点作为根结点时各子树的大小。

## 输入格式

第一行，两个整数  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^4$ )，代表给定的树的大小。

接下来的  $n - 1$  行，每行两个整数  $u, v$  ( $1 \leq u, v \leq n$ )，代表结点  $u$  与结点  $v$  之间有一条边。

## 输出格式

输出共  $n$  行，每行  $n$  个整数  $s_1, s_2, \dots, s_n$ 。  $s_i$  代表以  $i$  为根结点的子树的大小。

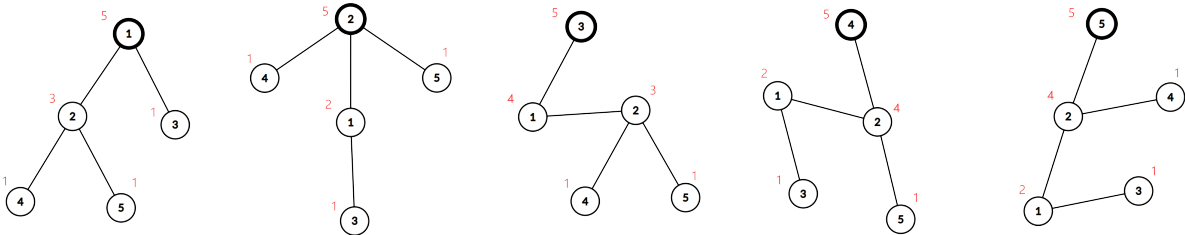
## 输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
5	5 3 1 1 1
1 2	2 5 1 1 1
1 3	4 3 5 1 1
2 4	2 4 1 5 1
2 5	2 4 1 1 5

## 说明/提示

【样例解释】

分别以 1 ~ 5 号结点作为根结点时，各子树大小：



## E. 雷立方阵列

运行时间上限: 1000ms 运行内存上限: 128M 题目类型: 传统 命题人: Tifa

### 题目描述

Tifa 在提瓦特世界里发现了一个奇妙的机关: 雷立方体。



这个机关上面有  $p$  个灯, 每个雷立方体受到一次攻击时便点亮一个灯, 当  $k$  个灯全部被点亮并受到一次攻击后会熄灭所有的灯。

现在 Tifa 面前有  $n$  个雷立方体, 编号为  $1, 2, \dots, n$ 。Tifa 会对其中若干个雷立方体攻击若干次, 在这之后 Tifa 想知道其中某些雷立方体中哪个点亮的灯最多。

由于 Tifa 太菜了, 所以他来求助你。又由于 Tifa 急着去雪山堆雪人, 所以你只有 1s 的时间回答 Tifa 的问题。

### 输入格式

第一行, 两个整数  $n, p$  ( $1 \leq n \leq 10^5, 2 \leq p \leq 10^9 + 7$ ), 含义见题目描述。

第二行,  $n$  个整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $0 \leq a_1, a_2, \dots, a_n \leq p$ ), 表示编号为  $1, 2, \dots, n$  的雷立方体, 共  $n$  个。

第三行, 一个整数  $q$ , ( $1 \leq q \leq 2 \times 10^5$ ), 表示操作次数。

接下来  $m$  行, 每行均为且仅为如下格式之一:

- 1 x y k: 攻击  $a_x, a_{x+1}, \dots, a_y$   $k$  次;
- 2 x y: 输出  $a_x, a_{x+1}, \dots, a_y$  间的最大值以及对应的编号。

注意, 如果某次操作的区间不合法, 则应输出 `invalid` 并忽略该次操作

### 输出格式

输出  $m$  行, 每次操作后均需输出一行, 其中:

- 若操作的区间不合法 (即不满足  $1 \leq x \leq y \leq n$ ), 则输出 `invalid`;
- 若为操作 1 且  $1 \leq x \leq y \leq n$ , 则输出 `valid`;
- 若为操作 2 且  $1 \leq x \leq y \leq n$ , 则输出结果。



# 输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
5 100	5
1 5 4 2 3	valid
5	6
2 2 4	invalid
1 2 3 2	7
2 3 4	
1 5 1 1	
2 1 4	

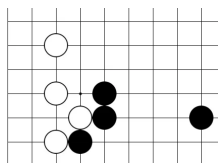
## F. Go

运行时间上限：1000ms 运行内存上限：128M 题目类型：传统 命题人：AgOH

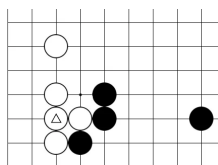
### 题目描述

围棋是一种策略型两人棋类游戏，是我国的非物质文化遗产。围棋使用正方形格状棋盘及黑白二色圆形棋子进行对弈，棋盘上有纵横各  $n$  条线段将棋盘分成  $n^2$  个交叉点，棋子必须走在交叉点上，双方交替行棋，落子后不能移动。

我们管棋盘中的每部分连接在一起的棋子叫做一块棋，例如下图中黑棋有 3 块棋，而白棋有 4 块棋。



若一着棋落下后，其将本方的若干块之前未连接在一起的棋连接在了一起成为了一块棋，那么这着棋叫做“粘”，例如下图中白  $\Delta$  子就是一手“粘”：



现给出一局围棋的进行过程，请你计算出：

- 共有几手棋是“粘”？
- 最终局面下黑白双方各有多少块棋？

注意：

- 黑棋先行；
- 为使问题简单，不必考虑“提”的情况；
- 所有棋子并不一定全部下完。

### 输入格式

第一行，一个整数  $n$  ( $1 \leq n \leq 500$ )，代表棋盘的边长。

第二行，一个整数  $c$  ( $1 \leq c \leq n^2$ )，代表双方共下了几着棋。

接下来  $c$  行，每行两个整数  $x, y$  ( $1 \leq x, y \leq n$ )，代表一着棋所下的位置。数据保证不会出现重复落子的情况（也就是说数据一定合法）。注意黑白双方是交替行棋的，也就是说奇数行的棋子是黑方下的，偶数行的棋子是白方下的。

### 输出格式

第一行，两个整数，分别代表黑白双方行棋过程中各有几手棋是“粘”。

第二行，两个整数，分别代表黑白双方最终局面下各有多少块棋。

---

# 输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
4	0 1
8	3 2
2 2	
3 3	
2 3	
1 3	
1 1	
3 2	
3 4	
4 4	