

ACM 算法与微应用实验室 2021 年 11 月月赛题目

2021 年 12 月 1 日

比赛信息

赛制	语言	时长	题目数量
ACM 个人赛 不封榜	C/C++, Python, Java	3 小时	6

题目概况

题目编号	题目名称	运行时间上限	运行内存上限	题目类型	命题人
A	克隆干员	1000ms	128M	传统	AgOH
B	中转站	1000ms	128M	传统	AgOH&Tifa
C	三斜求积术	1000ms	128M	传统	AgOH
D	子树大小	1000ms	128M	传统	AgOH
E	雷立方体阵列	1000ms	128M	传统	Tifa
F	pro6	1000ms	128M	传统	AgOH

编译命令

参见 OJ 帮助

注意事项

- C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
- C/C++ 代码必须完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。
- C/C++ 代码中允许使用 STL 类库。

祝大家取得好成绩！

A. 克隆干员

运行时间上限：1000ms 运行内存上限：128M 题目类型：传统 命题人：AgOH

题目描述

不久前，明日方舟中添加了克隆干员的新玩法（误），AgOH迫不及待地想要尝试一下。

进入战场后AgOH瞬间就放下了好几个**同一名**干员，而且因为AgOH手抖，各干员的朝向并不完全相同，正当AgOH窃喜之时，他发现了一个严重的问题：干员的攻击范围显示不知为何消失了。

AgOH知道这名干员的攻击范围是多大，但因为AgOH太菜了，他想不出多个这名干员同时在场时的总攻击范围是什么样子的，你能帮帮他吗？

注：战场为一个 10×10 的矩形。

输入格式

首先，一个 7×7 的矩形，表示这名干员站在矩形中点 $(4, 4)$ 并朝上时的攻击范围。矩形中能被干员攻击到的位置用1表示，不能被干员攻击到的位置用0表示。

接下来一行，一个整数 n ($1 \leq n \leq 10$)，代表AgOH放下了多少个这名干员。

接下来 n 行，每行三个整数 x, y, f ($1 \leq x, y \leq 10$; $1 \leq f \leq 4$)，分别代表干员所站的位置 (x, y) 及朝向。 $f = 1, 2, 3, 4$ 时干员分别朝向上、下、左、右。

输出格式

一个 10×10 的矩形，其中能被干员攻击到的位置用1表示，不能被干员攻击到的位置用0表示。

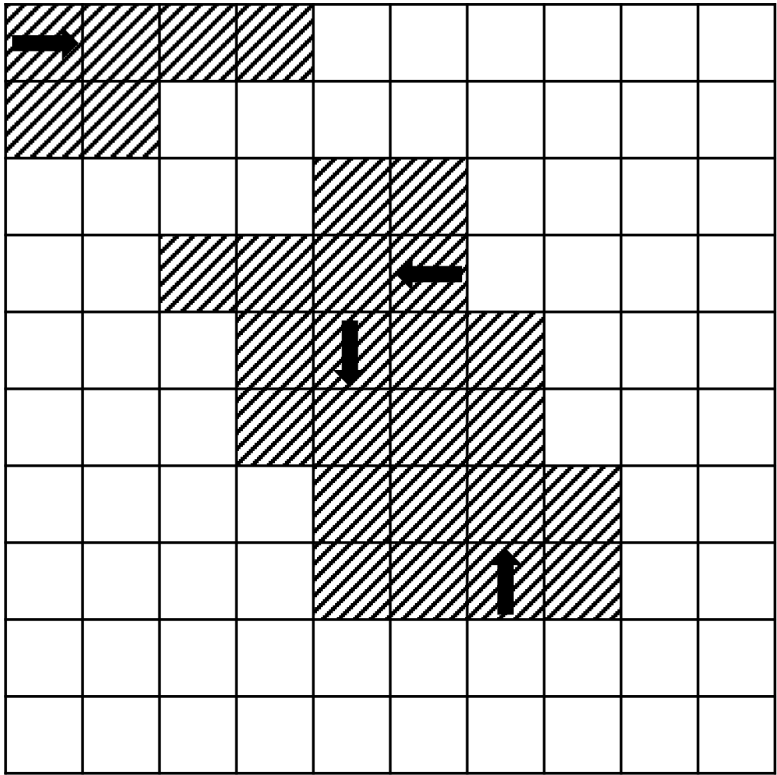
输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
0001000	1111000000
0001000	1100000000
0011100	0000110000
0011100	0011110000
0000000	0001111000
0000000	0001111000
0000000	0000111100
4	0000111100
1 1 4	0000000000
5 5 2	0000000000
4 6 3	
8 7 1	

说明/提示

【样例解释】

4 个这个干员放下后，战场情况如图所示：



B. 中转站

运行时间上限：1000ms 运行内存上限：128M 题目类型：传统 命题人：AgOH&Tifa

题目描述

小 Z 发明了一个游戏，内容是这样的：玩家一开始站在 A 点，目标是去往 B 点，但 A 点与 B 点之间并没有直达线路，必须要从 C 点中转。从 A 点到 C 点共有 n 条线路可供选择，每条线路的分数分别为 a_1, a_2, \dots, a_n ；从 C 点到 B 点也有 n 条线路可供选择，每条线路的分数分别为 b_1, b_2, \dots, b_n 。若玩家采取线路 a_i, b_j 来到达 C 点，他将获得 $a_i \times b_j$ 分。整个游戏的总分为玩家走所有可行的路线能获得的分数的和（即 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i b_j$ ）。

小 Z 自己试玩了几局后很快就厌倦了，因为他发现每次玩游戏得到的分数都是一样的，一点趣味都没有，于是他找到 Tifa，询问能否让这个游戏的每次获得的分数都不一样。Tifa 在思索了 $1\mu s$ 后想到了改进方式：规定一个区间 $[l, r]$ ($1 \leq l \leq r$)，并限制玩家只可以走线路 a_l, a_{l+1}, \dots, a_r 以及线路 b_l, b_{l+1}, \dots, b_r ，这样随着规定区间的不同，玩家所能获得的分数也就不一样了。

小 Z 非常高兴，他马上就想把自己的这个游戏推广出去，他找到了你并让你玩这个游戏。为了让你多玩几局，小 Z 让你计算出在所有可能的区间约束下，每次你能获得的分数的总和。他觉得你只有玩很多很多局游戏后才能计算出他想要的结果，得意地离开了。

现在请你计算出正确答案，并回答小 Z。因为答案可能过大，你只需要输出答案对 $10^9 + 7$ 取模的结果即可。

输入格式

- 第一行，一个整数 n ($3 \leq n \leq 5 \times 10^5$)。
- 第二行， n 个整数，代表 a_i ($1 \leq a_i \leq 10^9$)。
- 第三行， n 个整数，代表 b_i ($1 \leq b_i \leq 10^9$)。

输出格式

一行，一个整数，代表结果。

输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
2 1 2 3 4	32
输入样例 2	输出样例 2
5 1 2 3 4 5 5 4 3 2 1	889

说明/提示

【样例解释】

在样例 1 中：

若Tifa 限制的区间为 $[1, 1]$ ，那么小 Z 可以采取的线路有：

$$A \xrightarrow{a_1} C \xrightarrow{b_1} B, \text{ score} = a_1 \times b_1 = 3$$

他共可以获得 3 分。

若Tifa 限制的区间为 $[1, 2]$ ，那么小 Z 可以采取的线路有：

$$A \xrightarrow{a_1} C \xrightarrow{b_1} B, \text{ score} = a_1 \times b_1 = 3$$

$$A \xrightarrow{a_1} C \xrightarrow{b_2} B, \text{ score} = a_1 \times b_2 = 4$$

$$A \xrightarrow{a_2} C \xrightarrow{b_1} B, \text{ score} = a_2 \times b_1 = 6$$

$$A \xrightarrow{a_2} C \xrightarrow{b_2} B, \text{ score} = a_2 \times b_2 = 8$$

他共可以获得 $3 + 4 + 6 + 8 = 21$ 分。

若Tifa 限制的区间为 $[2, 2]$ ，那么小 Z 可以采取的线路有：

$$A \xrightarrow{a_2} C \xrightarrow{b_2} B, \text{ score} = a_2 \times b_2 = 8$$

他共可以获得 8 分。

故答案为 $3 + 21 + 8 = 32$ 。

C. 三斜求积术

运行时间上限：1000ms 运行内存上限：128M 题目类型：传统 命题人：AgOH

题目描述

给出一个三角形三条边的边长，请算出这个三角形的面积。

输入格式

第一行，一个整数 t ($1 \leq t \leq 10^5$)，代表共有 t 组数据。

对于每组数据：

一行，三个整数 a, b, c ($1 \leq a, b, c \leq 10^4$)，代表三角形三条边的长度。

输出格式

对于每组数据，在一行内输出一个实数（四舍五入保留 2 位小数），代表答案。

输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
3	3.90
3 3 3	6.00
3 4 5	2.83
2 3 3	

说明/提示

海伦公式

海伦公式又译作希伦公式、海龙公式、希罗公式、海伦—秦九韶公式。它是利用三角形的三条边的边长直接求三角形面积的公式。

假设在平面内，有一个三角形，边长分别为 a, b, c ，三角形的面积 S 可由以下公式求得：

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

其中 p 为三角形的半周长（周长的一半）：

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

D. 子树大小

运行时间上限：1000ms 运行内存上限：128M 题目类型：传统 命题人：AgOH

题目描述

对于一棵树，有定义如下：

定义 D.1 (树的大小)

树中存在的结点的数量叫做这棵树的大小。



给定一棵树，请分别计算出以各结点作为根结点时各子树的大小。

输入格式

第一行，两个整数 n ($1 \leq n \leq 10^4$)，代表给定的树的大小。
接下来的 $n - 1$ 行，每行两个整数 u, v ($1 \leq u, v \leq n$)，代表结点 u 与结点 v 之间有一条边。

输出格式

输出共 n 行，每行 n 个整数 s_1, s_2, \dots, s_n 。 s_i 代表以 i 为根结点的子树的大小。

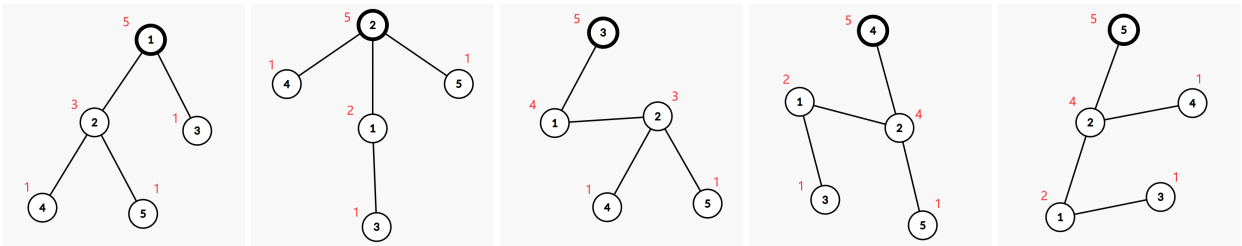
输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
5	5 3 1 1 1
1 2	2 5 1 1 1
1 3	4 3 5 1 1
2 4	2 4 1 5 1
2 5	2 4 1 1 5

说明/提示

【样例解释】

分别以 1 ~ 5 号结点作为根结点时，各子树大小：



E. 雷立方体阵列

运行时间上限: 1000ms 运行内存上限: 128M 题目类型: 传统 命题人: Tifa

题目描述

Tifa 在提瓦特世界里发现了一个奇妙的机关: 雷立方体。



这个机关上面有 p 个灯, 每个雷立方体受到一次攻击时便点亮一个灯, 当 k 个灯全部被点亮并受到一次攻击后会熄灭所有的灯。

现在 Tifa 面前有 n 个雷立方体, 编号为 $1, 2, \dots, n$ 。Tifa 会对其中若干个雷立方体攻击若干次, 在这之后 Tifa 想知道其中某些雷立方体中哪个点亮的灯最多。

由于 Tifa 太菜了, 所以他来求助你。又由于 Tifa 急着去雪山堆雪人, 所以你只有 1s 的时间回答 Tifa 的问题。

输入格式

第一行, 两个整数 n, p ($1 \leq n \leq 10^5, 2 \leq p \leq 10^9 + 7$), 含义见题目描述。

第二行, n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ($0 \leq a_1, a_2, \dots, a_n \leq p$), 表示编号为 $1, 2, \dots, n$ 的雷立方体, 共 n 个。

第三行, 一个整数 q , ($1 \leq q \leq 2 \times 10^5$), 表示操作次数。

接下来 m 行, 每行均为且仅为如下格式之一:

- 1 x y k: 攻击 a_x, a_{x+1}, \dots, a_y k 次;
- 2 x y: 输出 a_x, a_{x+1}, \dots, a_y 间的最大值以及对应的编号。

注意, 如果某次操作的区间不合法, 则应输出 `invalid` 并忽略该次操作

输出格式

输出 m 行, 每次操作后均需输出一行, 其中:

- 若操作的区间不合法 (即不满足 $1 \leq x \leq y \leq n$), 则输出 `invalid`;
- 若为操作 1 且 $1 \leq x \leq y \leq n$, 则输出 `valid`;
- 若为操作 2 且 $1 \leq x \leq y \leq n$, 则输出结果。

输入输出样例

输入样例 1	输出样例 1
5 100	5
1 5 4 2 3	valid
5	6
2 2 4	invalid
1 2 3 2	7
2 3 4	
1 5 1 1	
2 1 4	

F. pro6

运行时间上限：1000ms 运行内存上限：128M 题目类型：传统 命题人：AgOH

题目描述

输入格式

输出格式

输入输出样例