TEORIA DE JUEGOS

EJERCICIOS RESUELTOS

JUEGOS SUMA CERO

1.- HALLAR LAS ESTRATEGIAS ÓPTIMAS DE CADA JUGADOR:

		JB			
		b1	**b2**	**b3**	**b4**
JA	**a1**	3	5	4	6
	a2	5	6	3	8
	a3	8	7	9	7
	a4	4	2	8	3

SOLUCION

1ro Verificar si existe el punto silla.
JA= Maxi-***Min***
JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	**b3**	**b4**	***Min***	Maxi
a1	3	5	4	6	*3*	
a2	5	6	3	8	*3*	
a3	8	7	9	7	*7*	*7*
a4	4	2	8	3	*2*	
Max	*8*	*7*	*9*	*8*		
Mini		*7*				

Existe un punto silla por tanto el juego termina.

Resultados para el JA:

P(a1) = 0 ; P(a2) = 0 ; P(a3) = 1 ; P(a4) = 0 ; V*= 7

Resultados para el JB:

P(b1) = 0 ; P(b2) = 1 ; P(b3) = 0 ; P(b4) = 0 ; V*= 7

2.-HALLAR LAS ESTRATEGIAS ÓPTIMAS DE CADA JUGADOR:

		JB				
		b1	**b2**	**b3**	**b4**	**b5**
JA	**a1**	2	2	1	-2	-3
	a2	4	3	4	-2	0
	a3	5	1	2	5	6

SOLUCION

1ro Verificar si existe el punto silla.
JA= Maxi-***Min***
JB=Mini-***Max***

	B1	**B2**	**B3**	**B4**	**B5**	***Min***	Max
a1	2	2	1	-2	-3	***-3***	
a2	4	3	4	-2	0	***-2***	
a3	5	1	2	5	6	*1*	*1*
Max	*5*	*3*	*4*	*5*	*6*		
Mini		*3*					

No existe punto silla pero el valor del juego esta: 1<V*<3

2do Aplicar dominación.
JA: fila con elementos menores o iguales respecto a otra fila se elimina la fila menor.
JB: Columna con elementos mayores o iguales respecto a otra columna se elimina la columna mayor.

		JB				
		~~b1~~	b2	~~b3~~	b4	~~b5~~
JA	~~a1~~	~~2~~	~~2~~	~~1~~	~~-2~~	~~-3~~
	a2	~~4~~	3	~~4~~	-2	~~0~~
	a3	~~5~~	1	~~2~~	5	~~6~~

	b2	b4
a2	3	-2
a3	1	5

Aplicando nuevamente el punto silla:
JA= Maxi-***Min***
JB=Mini-***Max***

	b2	b4	***Min***	Max
a2	3	-2	**-2**	
a3	1	5	**1**	**1**
Max	**3**	**5**		
Mini	**3**			

No existe punto silla.
3er Métodos de solución

a) 2 x n (no) b) m x 2 (no) c) 2 x 2 **(si)** d) P.L. (no)

Método algebraico.

	b2	b4	
a2	3	-2	p1
a3	1	5	p2
	q1	q2	

Para el JA

p1+p2 = 1……….1

Determinando las ecuaciones:

E1 = 3p1 + 1p1 E2 = -2p1 + 5p2

Igualando E1 = E2

3p1 + 1p1 = -2p1 + 5p2
5p1 – 4p2 = 0……….2

Determinando el sistema de ecuaciones con 1 y 2

p1+p2 = 1
5p1 – 4p2 = 0

Resolviendo el sistema y hallando p1 y p2
p1 = 0.4444 p2 = 0.5556

Hallando el valor esperado.
P1 y p2 se remplaza en E1 ó E2

En E1:	En E2:
V*= 3*0.4444 + 1*0.5556	V* = -2*0.4444 + 5*0.5556
V* = 1.8888	V* = 1.8888
V* = 1.89	V* = 1.89

Para el JB

q1+q2 = 1……….3

Determinando las ecuaciones:

F1 = 3q1 – 2q1 F2 = 1q1 + 5q2

Igualando F1 = F2

$$3q_1 – 2q_1 = 1q_1 + 5q_2$$
$$\mathbf{2q_1 – 7q_2 = 0……….4}$$

Determinando el sistema de ecuaciones con 3 y 4

$$q_1+q_2 = 1$$
$$2q_1 – 7q_2 = 0$$

Resolviendo el sistema y hallando q_1 y q_2

q_1 = 0.7888 q_2 = 0.2222

Hallando el valor esperado.

q_1 y q_2 se remplaza en F1 ó F2

En F1:	En F2:
V*= 3*0.7778 – 2*0.2222	V* = 1*0.7778 + 5*0.2222
V* = 1.8888	V* = 1.8888
V* = 1.89	V* = 1.89

Resultados:

Para el jugador A

P(a1) = 0 P(a2) = 0.4444 P(a3) = 0.5556 V* = 1.89 u.m

Para el jugador B

P(b1) = 0 P(b2) = 0.7778 P(b3) = 0 P(b4) = 0.2222 P(b5) = 0 V* = 1.89 u.m

3.- HALLAR LAS ESTRATEGIAS ÓPTIMAS DE CADA JUGADOR:

		JB				
JA		**b1**	**b2**	**b3**	**b4**	**b5**
	a1	2	-1	5	-2	6
	a2	2	4	-3	1	0

SOLUCION

1ro Verificar si existe el punto silla.

JA= Maxi-***Min***

JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	**b3**	**b4**	**b5**	***Mini***	Max
a1	2	-1	5	-2	6	**-2**	**-2**
a2	2	4	-3	1	0	**-3**	
Max	**2**	**4**	**5**	**1**	**6**		
Mini				**1**			

No existe punto silla pero el valor del juego esta: -2<V*<1

2do Aplicar dominación.

JA: fila con elementos menores o iguales respecto a otra fila se elimina la fila menor.

JB: Columna con elementos mayores o iguales respecto a otra columna se elimina la columna mayor.

		JB				
JA		b1	b2	b3	b4	b5
	a1	2	-1	5	-2	6
	a2	2	4	-3	1	0

	b3	**b4**
a1	5	-2
a2	-3	1

Aplicando nuevamente el punto silla:

JA= Maxi-***Min***

JB=Mini-***Max***

	b3	**b4**	***Mini***	Max
a1	5	-2	**-2**	**-2**
a2	-3	1	**-3**	
Max	**5**	**1**		
Mini		**1**		

No existe punto silla.

3er Métodos de solución

a) 2 x n (no) b) m x 2 (no) c) 2 x 2 **(si)** d) P.L. (no)

Método algebraico.

	B3	**b4**	
a1	5	-2	p1
a2	-3	1	p2
	q1	q2	

Para el JA

p1+p2 = 1……….1

Determinando las ecuaciones:

E1 = 5p1 - 3p1 E2 = -2p1 + 1p2

Igualando E1 = E2

5p1 - 3p1= -2p1 + 1p2

7p1 – 4p2 = 0……….2

Determinando el sistema de ecuaciones con 1 y 2

p1+p2 = 1

7p1 – 4p2 = 0

Resolviendo el sistema y hallando p1 y p2

p1 = 0.3636 p2 = 0.6364

Hallando el valor esperado.

P1 y p2 se remplaza en E1 ó E2

En E1:	En E2:
V*= 5*0.3636 – 3*0.6364	V* = -2*0.3636 + 1*0.6364
V* = -0.091	V* = -0.091

Para el JB

q1+q2 = 1……….3

Determinando las ecuaciones:

F1 = 5q1 – 2q1 F2 = -3q1 + 1q2

Igualando F1 = F2

5q1 – 2q1= -3q1 + 1q2

8q1 – 3q2 = 0……….4

Determinando el sistema de ecuaciones con 3 y 4

q1+q2 = 1

8q1 – 3q2 = 0

Resolviendo el sistema y hallando q1 y q2

q1 = 0.2727 q2 = 0.7273

Hallando el valor esperado.

q1 y q2 se remplaza en F1 ó F2

En F1:	En F2:
V*= 5*0.2727 – 2*0.7273	V* = -3*0.2727 + 1*0.7273
V* = -0.091	V* = -0.091

Resultados:

Para el jugador A

P(a1) = 0.3636 P(a2) = 0.6364 V* = -0.091 u.m

Para el jugador B

P(b1) = 0 P(b2) = 0. P(b3) = 0.2727 P(b4) = 0.7273 P(b5) = 0 V* = -0.091u.m

4.- HALLAR LAS ESTRATEGIAS ÓPTIMAS DE CADA JUGADOR:

		JB				
		b1	**b2**	**b3**	**b4**	**b5**
JA	**a1**	-1	-2	-1	2	-3
	a2	-4	-3	-4	-2	-4
	a3	-4	-1	0	-5	6

SOLUCION

1ro Verificar si existe el punto silla.

JA= Maxi-***Min***

JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	**b3**	**b4**	**b5**	***Min***	Maxi
a1	-1	-2	-1	2	-3	***-3***	***-3***
a2	-4	-3	-4	-2	-4	***-4***	
a3	-4	-1	0	-5	6	***-5***	
Max	***-1***	***-1***	***0***	***2***	***6***		
Min	***-1***	***-1***					

No existe punto silla pero el valor del juego esta: -3<V*<-1

2do Aplicar dominación.

JA: fila con elementos menores o iguales respecto a otra fila se elimina la fila menor.

JB: Columna con elementos mayores o iguales respecto a otra columna se elimina la columna mayor.

		JB				
		b1	b2	~~b3~~	b4	b5
JA	a1	-1	-2	~~-1~~	2	-3
	~~a2~~	~~-4~~	~~-3~~	~~-4~~	~~-2~~	~~-4~~
	a3	-4	-1	~~0~~	-5	6

	b1	**b2**	**b4**	**b5**
a1	-1	-2	2	-3
a3	-4	-1	-5	6

Aplicando nuevamente el punto silla:

JA= Maxi-***Min***

JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	**b4**	**b5**	***Min***	Maxi
a1	-1	-2	2	-3	***-3***	***-3***
a3	-4	-1	-5	6	***-5***	
Max	***-1***	***-1***	***2***	***6***		
Min	***-1***	***-1***				

No existe punto silla.

3er Métodos de solución

a) 2 x n **(si)** b) m x 2 (no) c) 2 x 2 (no) d) P.L. (no)

Método grafico caso: 2 x n

Según este caso primero encontramos los resultados para el jugador A y luego para el jugador B

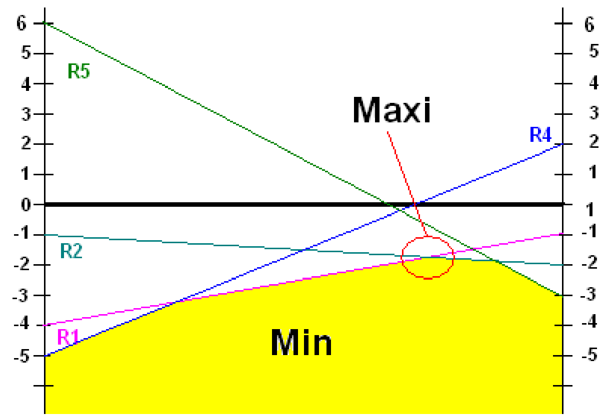
P1 Encontrando los valores para el jugador A determinando rectas:

		b1	**b2**	**b4**	**b5**
		y1	**y2**	**y4**	**y5**
a1	**x1**	-1	-2	2	-3
a3	**x3**	-4	-1	-5	6
		R1	**R2**	**R4**	**R5**

R1: [-1-(-4)]x1 + (-4) = **3x1 - 4**
R2: [-2 – (-1)]x1 + (-1) = **-x1 - 1**
R4: [2- (-5)]x1 +(-5) = **7x1- 5**
R5: [-3 - 6]x1 + 6 = **-9x1 + 6**

x1 + x3 = 1 ………1

P2 Graficando x1 [0;1] y aplicando **Maxi - Min**



Los puntos que cumplen con el **Maxi - Min** es R1 y R2
P3: Hallando los valores de x1 y x3

<u>R1 y R2</u>
Igualamos ambas ecuaciones:

3x1 – 4 = **-x1 - 1**
x1= 3/4

De la ecuación 1 se encuentra el valor de x3:

x3 = 1-x1
x3 = 1/4

P4: Hallando V*
El valor del juego se halla reemplazando x1 en la recta R1 ó R2

V*= R1= 3*(3/4) – 4 = -1.75
V* = -1.75

P5: Encontrando los valores para el jugador B determinando rectas, en base a R1 y R2

		b1	**b2**		
		y1	**y2**		
a1	**x1**	-1	-2	**T1:**[-1 – (-2)]y1 +(-2)	**T1**: y1 - 2
a3	**x3**	-4	-1	**T3:**[-4 – (-1)]y1 +(-1)	**T3**: -3y1 - 1

y1 +y2 = 1…..2

Igualando T1 con T3

$$y1 - 2 = -3y1 - 1$$
$$\mathbf{y1 = 1/4}$$

De la ecuación 2 se encuentra el valor de y2

$$y2 = 1 - y1$$
$$\mathbf{y2 = 3/4}$$

P6: Hallando V*
El valor del juego se halla reemplazando y1 en la recta T1 ó T3

$$V^* = T1 = 1/4 - 2$$
$$\mathbf{V^* = -1.75}$$

Resultados
Para el jugador A
P(a1) = 3/4 ; P(a2) = 0 ; P(a3) = 1/4 ; V* = -1.75
Para el jugador B
P(b1) = 1/4 ; P(b2) = 3/4 ; P(b3) =0 ; P(b4) =0 ; P(b5) =0 V* = -1.75

5.- HALLAR LAS ESTRATEGIAS ÓPTIMAS DE CADA JUGADOR:

		JB				
		b1	**b2**	**b3**	**b4**	**b5**
JA	**a1**	-7	15	0	-5	-2
	a2	-5	-4	-5	-4	-1
	a3	7	10	17	-10	7
	a4	0	-6	6	-6	18

SOLUCION

1ro Verificar si existe el punto silla.
JA= Maxi-***Min***
JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	**b3**	**b4**	**b5**	***Min***	Maxi
a1	-7	15	0	-5	-2	***-7***	
a2	-5	-4	-5	-4	-1	***-5***	***-5***
a3	7	10	17	-10	7	***-10***	
a4	0	-6	6	-6	18	***-6***	
Max	***7***	***15***	***17***	***-4***	***18***		
Min				***-4***			

No existe punto silla pero el valor del juego esta: -5<V*<-4

2do Aplicar dominación.
JA: fila con elementos menores o iguales respecto a otra fila se elimina la fila menor.
JB: Columna con elementos mayores o iguales respecto a otra columna se elimina la columna mayor.

		JB				
		b1	~~b2~~	~~b3~~	b4	~~b5~~
JA	~~a1~~	~~-7~~	~~15~~	~~0~~	~~-5~~	~~-2~~
	a2	-5	~~-4~~	~~-5~~	-4	~~-1~~
	a3	7	~~10~~	~~17~~	-10	~~7~~
	a4	0	~~-6~~	~~6~~	-6	~~18~~

	b1	**b4**
a2	-5	-4
a3	7	-10
a4	0	-6

Aplicando nuevamente el punto silla:

JA= Maxi-***Min***

JB=Mini-***Max***

	b1	**b4**	***Min***	Maxi
a2	-5	-4	***-5***	***-5***
a3	7	-10	***-10***	
a4	0	-6	***-6***	
Max	***7***	***-4***		
Min		***-4***		

No existe punto silla.

3er Métodos de solución

a) 2 x n (no) b) m x 2 **(si)** c) 2 x 2 (no) d) P.L. (no)

Método grafico caso: m x 2

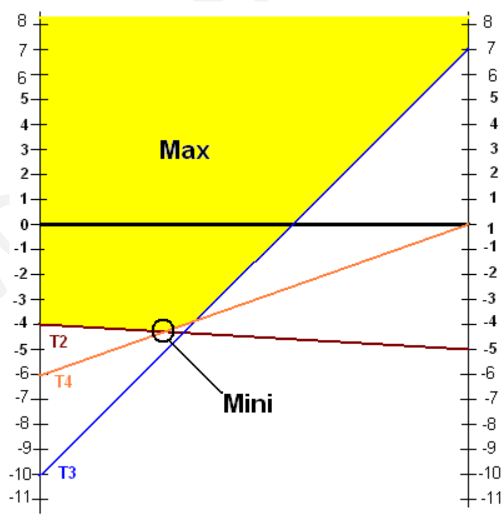
Según este caso primero encontramos los resultados para el jugador A y luego para el jugador B

P1 Encontrando los valores para el jugador B determinando rectas:

		b1	**b4**		
		y1	**y4**		
a2	**x2**	-5	-4	T2:(-5-(-4))y1+(-4)	T2: -y1-4
a3	**x3**	7	-10	T3:(7-(-10))y1+(-10)	T3:17y1-10
a4	**x4**	0	-6	T4:(0-(-6))y1+(-6)	T4:6y1-6

y1 + y4 = 1 1

P2 Graficando y1 [0;1] y aplicando **Mini - Max**



Los puntos que cumplen con el **Mini - Max** es T2 y T4

P3: Hallando los valores de y1 y y4

<u>T2 y T4</u>

Igualamos ambas ecuaciones:

-y1 - 4= 6y1 - 6

y1= 2/7

De la ecuación 1 se encuentra el valor de y4:

y4 = 1-y1

y4 = 5/7

P4: Hallando V*

El valor del juego se halla reemplazando y1 en la recta T2 ó T4

$$V^* = R1 = -(2/7) - 4$$

$$\mathbf{V^* = -4.286}$$

P5: Encontrando los valores para el jugador A determinando rectas, en base a T2 y T4

		b1	**b4**
		y1	**y4**
a2	**x2**	-5	-4
a4	**x4**	0	-6
		R1	R4

$$R1: (-5-0)x2 + 0 = -5x2$$

$$R2: (-4 - (-6))x2 + (-6) = 2x2 - 6$$

$$\mathbf{x2 + x4 = 1.....2}$$

Igualando R1 con R4

$$-5x2 = 2x2 - 6$$

$$\mathbf{-7x2 = -6}$$

$$\mathbf{x2 = 6/7}$$

De la ecuación 2 se encuentra el valor de x4

$$x4 = 1 - x2$$

$$\mathbf{x4 = 1/7}$$

P6: Hallando V*

El valor del juego se halla reemplazando x2 en la recta R1 ó R4

$$V^* = R1 = -2^*(6/7)$$

$$\mathbf{V^* = -4.286}$$

Resultados

Para el jugador A

P(a1) =0 ; **P(a2) = 6/7** ; P(a3) = 0; P(a4) = 1/7 V* = -4.286

Para el jugador B

P(b1) = 2/7; P(b2) = 0; P(b3) =0 ; **P(b4) = 5/7** ; P(b5) = 0 V* = -4.286

<u>6.- HALLAR LAS ESTRATEGIAS ÓPTIMAS DE CADA JUGADOR:</u>

		JB		
		b1	**b2**	**b3**
JA	**a1**	-1	-3	-1
	a2	-5	-1	3
	a3	-7	-9	-2
	a4	-4	-3	4
	a5	-2	-2	-1

<u>SOLUCION</u>

1ro Verificar si existe el punto silla.

JA= Maxi-***Min***

JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	**b3**	***Min***	Maxi
a1	-1	-3	-1	*-3*	
a2	-5	-1	3	*-5*	
a3	-7	-9	-2	*-9*	
a4	-4	-3	4	*-4*	
a5	-2	-2	-1	*-2*	***-2***
Max	***-1***	***-1***	***3***		
Mini	***-1***	***-1***			

No existe punto silla pero el valor del juego esta: -2<V*<-1

2do Aplicar dominación.
JA: fila con elementos menores o iguales respecto a otra fila se elimina la fila menor.
JB: Columna con elementos mayores o iguales respecto a otra columna se elimina la columna mayor.

		JB		
		b1	b2	~~b3~~
JA	a1	-1	-3	~~-1~~
	a2	-5	-1	~~3~~
	~~a3~~	~~-7~~	~~-9~~	~~-2~~
	~~a4~~	~~-4~~	~~-3~~	~~4~~
	a5	-2	-2	~~-1~~

	b1	b2
a1	-1	-3
a2	-5	-1
a5	-2	-2

Aplicando nuevamente el punto silla:

JA= Maxi-***Min***

JB=Mini-***Max***

	b1	b2	***Min***	Maxi
a1	-1	-3	***-3***	
a2	-5	-1	***-5***	
a5	-2	-2	***-2***	***-2***
Max	***-1***	***-1***		
Mini	***-1***	***-1***		

No existe punto silla.

3er Métodos de solución

a) 2 x n (no) b) m x 2 **(si)** c) 2 x 2 (no) d) P.L. (no)

Método grafico caso: m x 2

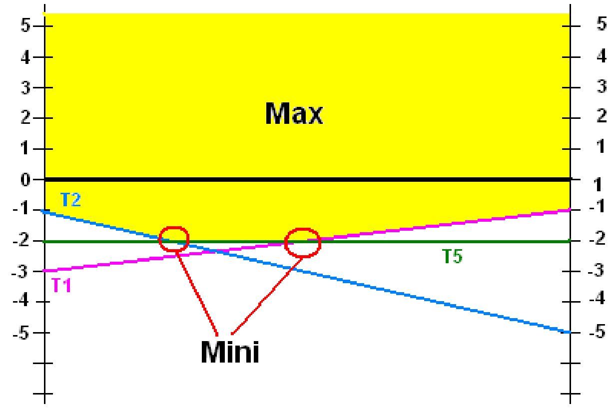
Según este caso primero encontramos los resultados para el jugador B y luego para el jugador A

P1 Encontrando los valores para el jugador B determinando rectas

		b1	b2		
		y1	y2		
a1	**x1**	-1	-3	T1: [-1-(-3)]y1 + (-3)	**T1: 2y1 - 3**
a2	**x2**	-5	-1	T2: [-5-(-1)]y1 + (-1)	**T2: -4y1 -1**
a5	**x5**	-2	-2	T5: [-2-(-2)]y1 + (-2)	**T5: -2**

y1 + y2 = 1 1

P2 Graficando y1 [0;1] y aplicando **Mini - Max**



Encontramos 2 puntos que cumplen con el criterio del Mini – Max T1 con T5 y T2 con T5

P3: Hallando los valores de y1 y y2

<u>T1 y T5</u>

Igualamos ambas ecuaciones:

$$2y1 - 3 = -2$$
$$\mathbf{y1 = 1/2}$$

De la ecuación 1 se encuentra el valor de y2:

$$y2 = 1 - y1$$
$$\mathbf{y2 = 1/2}$$

P4: Hallando V*

El valor del juego se halla reemplazando y1 en la recta T1 ó T5

$$V^* = T1 = 2^*(1/2) - 3 = -2$$
$$\mathbf{V^* = -2}$$

P5: Encontrando los valores para el jugador A determinando rectas, en base a T1 y T5

		b1	**b2**
		y1	**y2**
a1	**x1**	-1	-3
a5	**x5**	-2	-2
		R1	**R5**

R1: $[-1-(-2)]x1+(-2) = x1 - 2$

R5: $[-3-(-2)]x1+(-2) = -x1 - 2$

x1 + x5 = 1……2

Igualando R1 con R5

$$x1 - 2 = -x1 - 2$$
$$\mathbf{x1 = 0}$$

De la ecuación 2 se encuentra el valor de x5

$$x5 = 1 - x1$$
$$\mathbf{x5 = 1}$$

P6: Hallando V*

El valor del juego se halla reemplazando x1 en la recta R1 ó R5

$$V^* = R1 = 0 - 2$$
$$\mathbf{V^* = -2}$$

Resultados

Para el jugador A

P(a1) = 0 ; P(a2) = 0 ; P(a3) = 0 ; P(a4) = 0 ; P(a5) = 1 ; V* = -2

Para el jugador B

P(b1) = ½ ; P(b2) = ½ P(b3) =0 ; V* = -2

T2 y T5
Igualamos ambas ecuaciones:

$$-4y1 -1= -2$$
$$\mathbf{y1= 1/4}$$

De la ecuación 1 se encuentra el valor de y2:

$$y2 = 1-y1$$
$$\mathbf{y2 = 3/4}$$

P7: Hallando V*
El valor del juego se halla reemplazando y1 en la recta T2 ó T5

$$V^*= T1= 2^*(1/2) – 3 = -2$$
$$\mathbf{V^* = -2}$$

P8: Encontrando los valores para el jugador A determinando rectas, en base a T2 y T5

		b1	**b2**
		y1	**y2**
a2	**X2**	-5	-1
a5	**x5**	-2	-2
		R2	**R5**

R2: [-5 - (-2)]x2+(-2) = -3x2 - 2
R5: [-1 – (-2)]x2 +(-2) = x2 -2
x2 + x5 = 1……3

Igualando R2 con R5

$$-3x2 - 2= x1 -2$$
$$\mathbf{x1 = 0}$$

De la ecuación 3 se encuentra el valor de x5

$$x5 = 1 – x2$$
$$\mathbf{x5 = 1}$$

P9: Hallando V*
El valor del juego se halla reemplazando x2 en la recta R2 ó R5

$$V^*= R2 = -3^*0 - 2$$
$$\mathbf{V^* = -2}$$

Resultados
Para el jugador A
P(a1) = 0 ; P(a2) = 0 ; P(a3) = 0 ; P(a4) = 0 ; P(a5) = 1 ; V* = -2
Para el jugador B
P(b1) = 1/4 ; P(b2) = 3/4 P(b3) = 0 ; V* = -2

7.- Dos líneas de buses, transportes Andino y transportes Flores, se disputan las líneas de transporte interdepartamental, estos por la gran cantidad de demanda de pasajeros. Las dos líneas de transporte tienen varias opciones; la línea de transporte Andino puede situar rutas en todo el territorio nacional, como también en el centro y norte, o solo en el norte. La línea de transporte Flores puede situar rutas de transporte en todo el territorio nacional o solo en el centro y sur. La cantidad de pasajeros con preferencia a la línea de transporte Andino se muestra en la siguiente tabla:

Rutas de Transporte		**Transportes Flores**	
		En todo el territorio nacional	**En el centro y el sur del territorio nacional**
Transportes Andino	**En todo el territorio nacional**	16000	26000
	En el norte del territorio nacional	15000	28000
	En el centro y norte del territorio nacional.	28000	25000

a) Determinar las estrategias óptimas de las líneas de buses.
b) Transportes Flores, tiene las posibilidades de incorporar nuevos buses en su línea, esto significa implantar una nueva opción de cobertura en los caminos, entonces, si transportes andinos esta en todo el territorio nacional, frente a esta nueva opción, captara 17000 pasajeros, si esta en el norte del territorio nacional, captara 14000 pasajeros y se está en el centro y norte del territorio nacional, lograra 18000 pasajeros ¿Cuál es la nueva solución incluyendo ahora esta nueva estrategia de transportes Flores?

SOLUCION

a) Determinar las estrategias óptimas de las líneas de buses.

JA: Transportes Andino.
a1: En todo el territorio nacional.
a2: En el norte del territorio nacional.
a3: En el centro y norte del territorio nacional.
JB: Transportes Flores.
b1: En todo el territorio nacional.
b2: En el centro y el sur del territorio nacional.

	b1	**b2**
a1	16	26
a2	15	28
a3	28	25

Miles de pasajeros

1ro Verificar si existe punto silla.
JA: Maxi – ***Min***
JB: Mini – ***Max***

	b1	**b2**	***Min***	***Max***
a1	16	26	**16**	
a2	15	28	**15**	
a3	28	25	**25**	**25**
Max	**28**	**28**		
Mini	**28**	**28**		

Miles de pasajeros.

No existe punto silla.
El valor del juego se encuentra: $25 < V^* < 28$

2do Aplicar dominación.
JA: fila con elementos menores o iguales respecto a otra fila se elimina la fila menor.
JB: Columna con elementos mayores o iguales respecto a otra columna se elimina la columna mayor.

No existe dominación.

3er Métodos de solución
Grafico: a) 2 x n (no) b) m x 2 **(si)** **Algebraico** c) 2 x 2(no) **Programación lineal** d) P.L. (no)

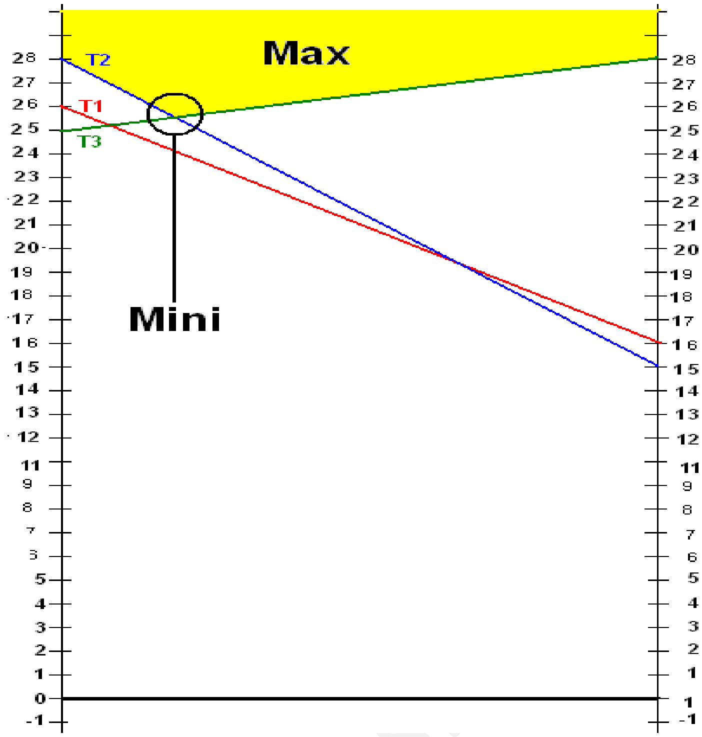
Método grafico caso: m x 2

P1 Encontrando los valores para el jugador B determinando rectas.

		b1	**b2**		
		y1	y2		
a1	x1	16	26	T1:[16-26]y1 + 26	**T1: -10y1 + 26**
a2	x2	15	28	T2:[15-28]y1 + 28	**T2: -13y1 + 28**
a3	x3	28	25	T3:[28-25]y1 + 25	**T3: 3y1 + 25**

$$y1 + y2 = 1 \;\ldots\ldots\ldots 1$$

P2 Graficando y1 [0;1] y aplicando **Mini – Max**



Encontramos 2 puntos que cumplen con el criterio del Mini – Max T2 con T3

<u>T2 y T3</u>
Igualamos ambas ecuaciones:

$$-13y1 + 28 = 3y1 + 25$$
$$\mathbf{y1 = 3/16}$$

De la ecuación 1 se encuentra el valor de y2:

$$y2 = 1 - y1$$
$$\mathbf{y2 = 13/16}$$

P4: Hallando V*
El valor del juego se halla reemplazando y1 en la recta T2 ó T3

$$V^* = T1 = -13*(3/16) + 28 = 25.5625$$

Pero como la matriz estaba en miles de pasajeros

$$\mathbf{V^* =} 25562.5$$
$$V^* \approx 25563$$

P5: Encontrando los valores para el jugador A determinando rectas, en base a T2 y T3

		b1	**b2**
		y1	y2
a2	x2	15	28
a3	x3	28	25
		R1	**R2**

R1: [15-28]x2 + 28 = -13x2 + 28
R2: [28-25)]x2 + 25 = 3x2 + 25
x2 + x3 = 1……2

Igualando R1 con R2

$$-13x2 + 28 = 3x2 + 25$$
$$\mathbf{x2 = 3/16}$$

De la ecuación 2 se encuentra el valor de x3

$$x3 = 1 - x2$$
$$\mathbf{x3 = 13/16}$$

P6: Hallando V*
El valor del juego se halla reemplazando x2 en la recta R1 ó R2

$$V^* = R1 = -13*(3/16) + 28$$
$$\mathbf{V^* =} 25.5625$$

Pero como la matriz estaba en miles de pasajeros

$$\mathbf{V^* =} 25562.5$$
$$V^* \approx 25563$$

RESULTADOS

Para el jugador A
P(a1) = 0 ; P(a2) = 3/16 ; **P(a3) = 13/16** ; V* = 25563
Para el jugador B
P(b1) = 3/16 ; **P(b2) = 13/16** ; V* = 25563

b) Transportes Flores, tiene las posibilidades de incorporar nuevos buses en su línea, esto significa implantar una **nueva opción** de cobertura en los caminos, entonces, si transportes andinos esta en **todo el territorio nacional**, frente a esta nueva opción, **captara 17000 pasajeros**, si esta en el **norte del territorio nacional, captara 14000 pasajeros** y se está en el **centro y norte del territorio nacional, lograra 18000 pasajeros** ¿Cuál es la nueva solución incluyendo ahora esta nueva estrategia de transportes Flores?

b3: Nueva opción

	b1	b2	**b3**
a1	16	26	**17**
a2	15	28	**14**
a3	28	25	**18**

Miles de pasajeros

SOLUCIÓN
1ro Verificar si existe punto silla.
JA: Maxi – ***Min;*** JB: Mini – ***Max***

	b1	b2	**b3**	***Min***	Maxi
a1	16	26	**17**	**16**	
a2	15	28	**14**	**14**	
a3	28	25	***18***	**18**	**18**
Max	28	28	**18**		
Mini			**18**		

Miles de pasajeros

xiste un punto silla por tanto el juego termina.

RESULTADOS

Para el jugador A
P(a1) = 0 ; P(a2) = 0 ; P(a3) = 1 ; V*= 18000

Para el jugador B
P(b1) = 0 ; P(b2) = 0 ; P(b3) = 1 ; V*= 18000

8.- La universidad estatal está a punto de jugar contra Ivy Collage por el campeonato estatal de tenis. El equipo de la universidad tiene dos jugadores (A y B), y el equipo de Ivy tiene tres jugadores (X, Y, Z) se conocen los siguientes hechos en relación con las habilidades de los jugadores: X siempre vence a B; Y le gana a A; A siempre es superior a Z. En cualquier otro encuentro, cada jugador tiene la probabilidad de ½ de ganar. Antes de que la universidad estatal juegue contra Ivy, el entrenador del equipo de la universidad tiene que determinar quien jugara el primer partido de individuales y quien jugara el segundo partido. El entrenador de Ivy después de seleccionar a los dos jugadores para los partidos individuales tiene que determinar también quien jugara el primer partido de individuales y quien el segundo. Suponga que cada entrenador quiere maximizar el número esperado de encuentros individuales ganados por su equipo. Aplique la teoría de juegos para determinar las estrategias óptimas y el valor del juego para cada equipo.

SOLUCION

Para la universidad estatal = JA; tiene las siguientes estrategias:
- a1: Usar el jugador A
- a2: Usar el jugador B

Para Ivy Collage = JB; tiene las siguientes estrategias:
- b1: Usar el jugador X
- b2: Usar el jugador Y
- b3: Usar el jugador Z

Gana: 1
Pierde: 0

	b1	b2	b3
a1	1*(1/2)	0*(1)	1*(1)
a2	0*(1)	1*(1/2)	1*(1/2)

1ro Verificar si existe el punto silla.
JA= Maxi-***Min***
JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	**b3**	***Min***	Maxi
a1	0.5	0	1	**0**	**0**
a2	0	0.5	0.5	**0**	**0**
Max	**0.5**	**0.5**	**1**		
Mini	**0.5**	**0.5**			

No existe punto silla pero el valor del juego esta: 0<V*<0.5
2do Aplicar dominación.
JA: fila con elementos menores o iguales respecto a otra fila se elimina la fila menor.
JB: Columna con elementos mayores o iguales respecto a otra columna se elimina la columna mayor.

	b1	**b2**	**b3**
a1	0.5	0	1
a2	0	0.5	0.5

Aplicando nuevamente el punto silla:
JA= Maxi-***Min***
JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	***Min***	Maxi
a1	0.5	0	**0**	**0**
a2	0	0.5	**0**	**0**
Max	**0.5**	**0.5**		
Mini	**0.5**	**0.5**		

No existe punto silla.

3er Métodos de solución

a) 2 x n (no) b) m x 2 (no) c) 2 x 2 **(si)** d) P.L. (no)

Método Algebraico.

P1 Asignación de probabilidades a la matriz de pagos:

	b1	**b2**	
a1	0.5	0	**p1**
a2	0	0.5	**p2**
	q1	**q2**	

Sabemos que:

p1+p2 = 1…………1

q1 + q2 = 1……………2

P2 Determinación de ecuaciones:

Para el jugador A

De la matriz

E1: 0.5*p1 + 0*p2 = 0.5p1

E2: 0*p1 + 0.5*p2 = 0.5p2

Igualando E1 y E2

0.5p1 = 0.5p2

0.5p1 - 0.5p2 = 0

p1 - p2 = 0……..3

Armando el sistema de ecuaciones con 1 y 3

p1+p2 = 1

p1 - p2 = 0

Resolviendo el sistema de ecuaciones

p1= 0.5

p2= 0.5

Hallando el valor del juego se puede remplazar en la ecuación E1 o E2

V*= E1 = 0.5p1= 0.5*0.5 = 0.25

V*=0.25

Para el jugador B

De la matriz

S1: 0.5*q1 + 0*q2 = 0.5q1

S2: 0*q1 + 0.5*q2 = 0.5q2

Igualando S1 y S2

0.5q1 = 0.5q2

0.5q1 - 0.5q2 = 0

q1 - q2 = 0……..4

Armando el sistema de ecuaciones con 2 y 4

q1+q2 = 1

q1 - q2 = 0

Resolviendo el sistema de ecuaciones

q1= 0.5

q2= 0.5

Hallando el valor del juego se puede remplazar en la ecuación S1 o S2

V*= S1 = 0.5q1= 0.5*0.5 = 0.25

V*=0.25

P3 Resultados

Para el jugador A es decir la universidad estatal.

P(a1) = 0.5; P(a2)= 0.5 V*= 0.25

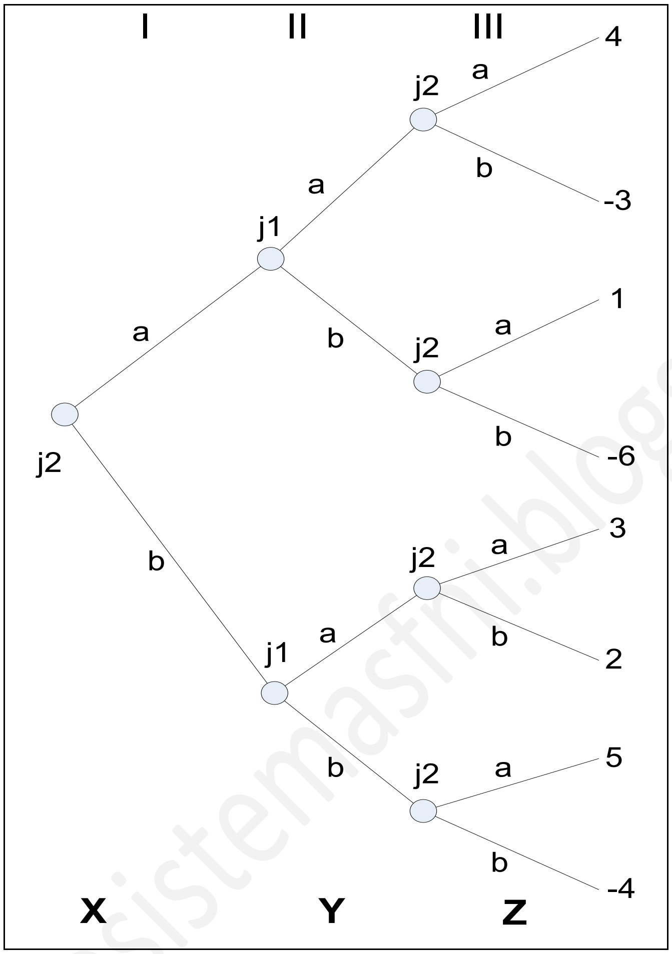
La universidad estatal puede poner a cualquiera de los dos jugadores para el partido de individuales y al jugador restante para el segundo partido.

Para el jugador B es decir para Ivy Collage.

P(b1) = 0.5; P(b2) = 0.5; P(b3) = 0; V* = 0.25

Ivy Collage solo puede elegir a los jugadores X y Y, y puede poner a cualquiera de los dos jugadores para el partido de individuales y al jugador restante para el segundo partido.

9.- Hallar la forma extensiva y normal del siguiente juego: **I**: J2 elige X {a,b}. **II**: J1 conoce X, y elige Y {a,b}. **III**: J2 conoce X, Y y elige Z {a,b}. la función de paso es: M{a,a,a}=4; M{b,a,a}=3; M{a,a,b}=-3; M{b,a,b}=2; M{a,b,a}=1; M{b,b,a}=5;
M{a,b,b}=-6; M{b,b,b}=-4; determine el valor del Juego, Punto Silla si es que existen.



	(b,a,a)	(b,a,b)	(b,b,a)	(b,b,b)
(a,a,a)	(4+3) = 7	(4+2) = 6	(4+5) = 9	(4- 4) = 0
(a,a,b)	(-3+3) = 0	(-3+2) = -1	(-3+5) = 2	(-3- 4) = -7
(a,b,a)	(1+3) = 4	(1+2) = 3	(1+5) = 6	(1- 4) = -3
(a,b,b)	(-6+3) = -3	(-6+2) = -4	(-6+5) = -1	(-6- 4) = -10

Verificar si existe punto silla:

	(b,a,a)	(b,a,b)	(b,b,a)	(b,b,b)	*Min*	Maxi
(a,a,a)	7	6	9	***0***	**0**	**0**
(a,a,b)	0	-1	2	-7	**-7**	
(a,b,a)	4	3	6	-3	**-3**	
(a,b,b)	-3	-4	-1	-10	**-10**	
Max	**7**	**6**	**9**	**0**		
Mini				**0**		

Existe punto silla.

10.- El ejercito azul y el ejército rojo están peleando 2 campos aéreos valuados en 20 y 8 millones de dólares respectivamente. El ejército azul debe atacar a uno o a ambos aeropuertos y provocar un daño máximo, la tarea del ejército rojo es minimizar las perdidas.
Una instalación experimentara un daño del 25% si se le ataca y defiende con la fuerza total pero solo tendrá daños del 10% si se le ataca y defiende con la mitad de las fuerzas. Si una instalación es atacada con fuerza total, pero se defiende con la mitad experimentara un daño de 50%, cualquier instalación que sea atacada con la mitad o la totalidad de las fuerzas pero que no sea defendida experimentara destrucción total. Una instalación a la que se ataque con la mitad de la fuerza y que se defienda con la totalidad de la fuerza no sufrirá daños.

SOLUCIÓN

Jugadores:

Ejército Azul = JA
Ejército rojo = JB

Estrategias:

JA	JB
a_1 = Atacar con fuerza total al campo de 20 millones $	b_1 = Defender con fuerza total el campo de 20 millones $
a_2 = Atacar con fuerza total al campo de 8 millones $	b_2 = Defender con fuerza total el campo de 8 millones $
a_3 = Atacar ambos campos con fuerza media	b_3 = Defender con fuerza media ambos campos

Matriz de pagos:

	b_1	b_2	b_3
a_1	5	20	10
a_2	8	2	4
a_3	8	20	2.8

Función de pagos:

$f(a_1,b_1)$ = 20*0.25 = 5
$f(a_1,b_2)$ = 20*1 = 20
$f(a_1,b_3)$ = 20*0.5 = 10
$f(a_2,b_1)$ =8*1 = 8
$f(a_2,b_2)$ = 8*0.25 = 2
$f(a_2,b_3)$ = 8*0.5 = 4
$f(a_3,b_1)$ =20*0 + 8*1 = 8
$f(a_3,b_2)$ =20*1 + 8*0 = 20
$f(a_3,b_3)$ =20*0.1 + 8*0.1 = 2.8

1ro Verificar si existe el punto silla.

JA= Maxi-***Min***
JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	**b3**	***Min***	Maxi
a1	5	20	10	**5**	
a2	8	2	4	**2**	
a3	8	20	2.8	**2.8**	**2.8**
Max	**8**	**20**	**10**		
Mini	**8**				

No existe punto silla pero el valor del juego esta: 2.8 <V*<8

2do Aplicar dominación.

No existe dominación

3er Métodos de solución

a) 2 x n (no) b) m x 2 (no) c) 2 x 2 (no) d) P.L. **(si)**

Programación lineal

Para el jugador A

Para armar el P.L. para el jugador A transponer la matriz de pagos

5	8	8
20	2	20
10	4	2.8

Max Z = V

s.a.

$v \leq 5x_1 + 8x_2 + 8x_3$

$v \leq 20x_1 + 2x_2 + 20x_3$

$v \leq 10x_1 + 4x_2 + 2.8x_3$

$x_1 + x_2 + x_3 = 1$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$; v nrs

Max Z = V

s.a.

$-5x_1 - 8x_2 - 8x_3 + v \leq 0$

$-20x_1 - 2x_2 - 20x_3 + v \leq 0$

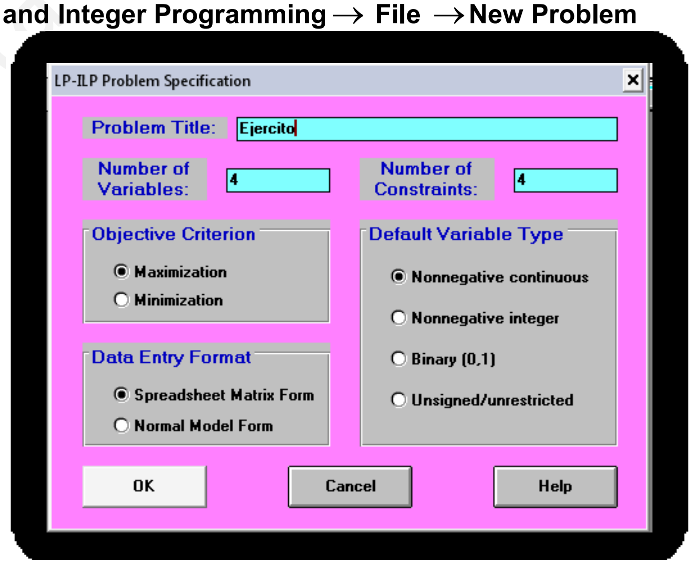
$-10x_1 - 4x_2 - 2.8x_3 + v \leq 0$

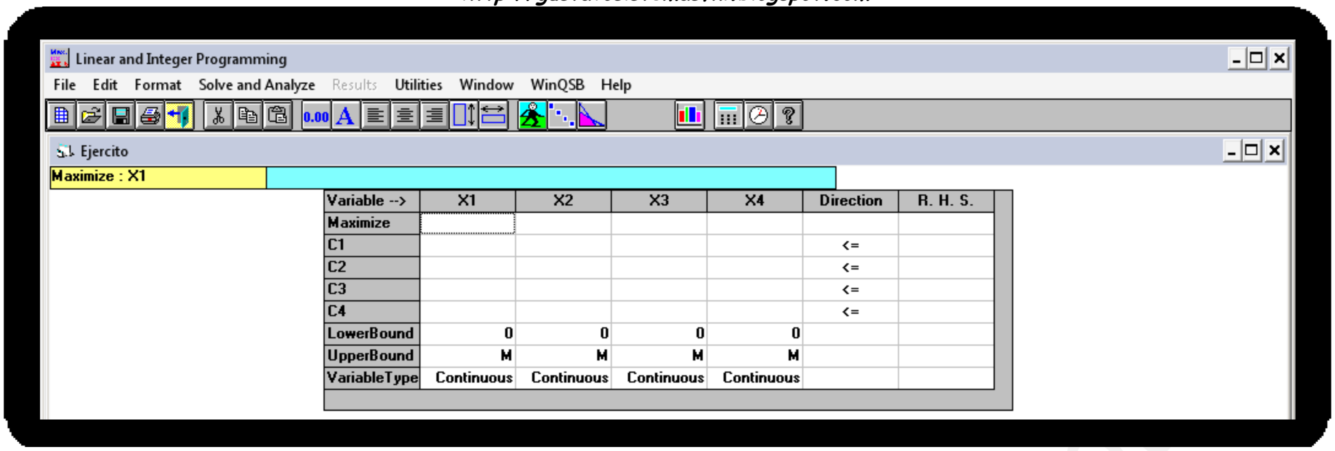
$x_1 + x_2 + x_3 = 1$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$; v nrs

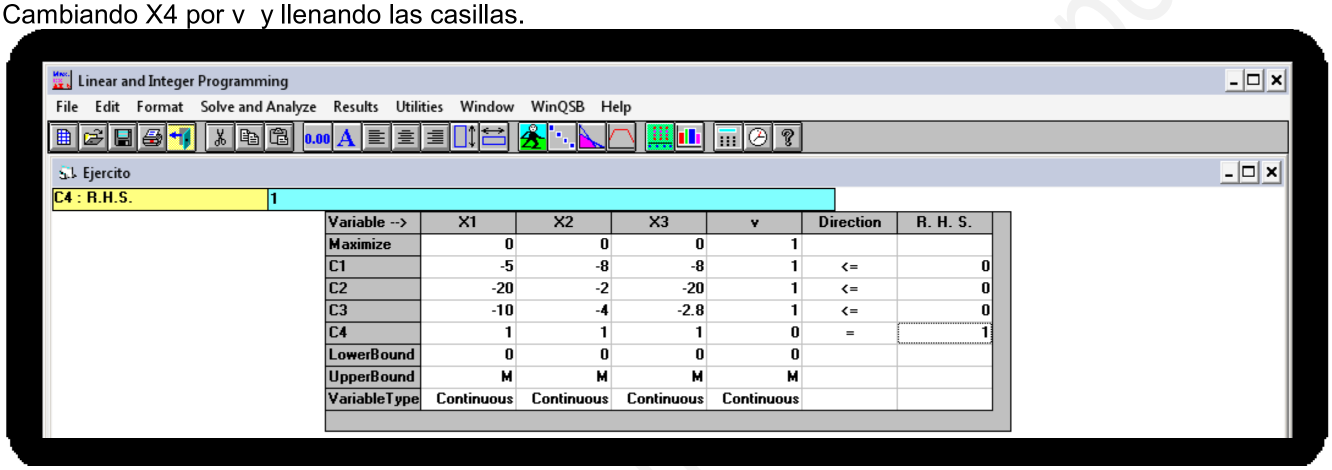
Resolviendo por WinQSB

Inicio $\rightarrow$ WinQSB $\rightarrow$ Linear and Integer Programming $\rightarrow$ File $\rightarrow$ New Problem

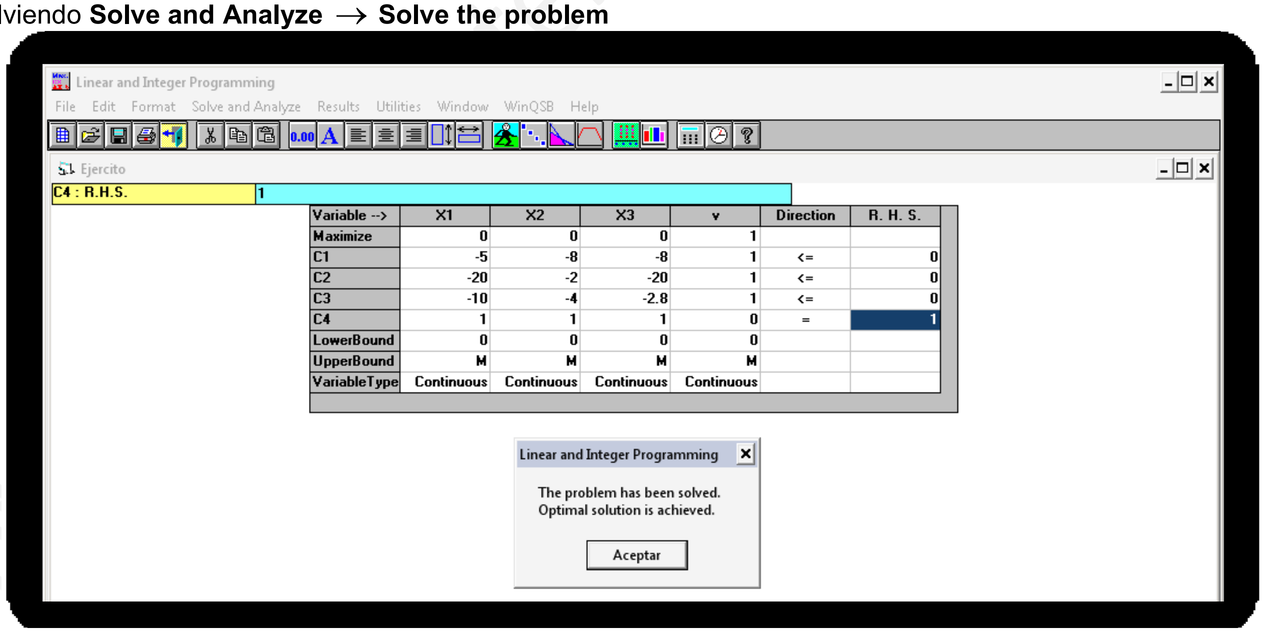


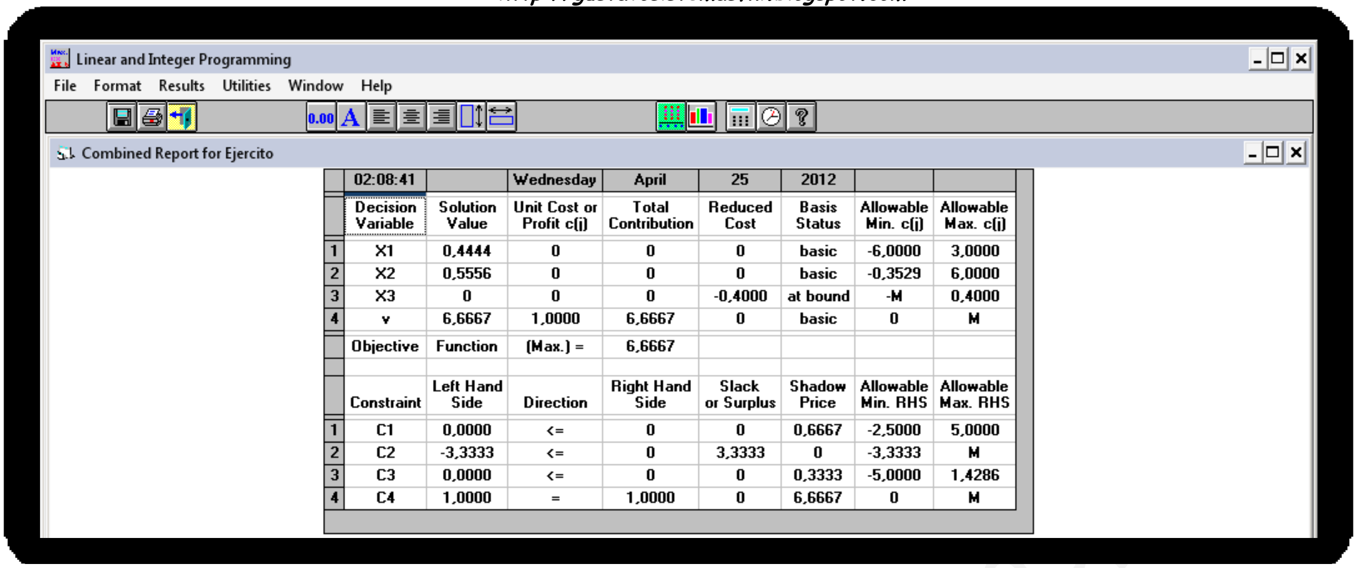


Cambiando X4 por v y llenando las casillas.



Resolviendo **Solve and Analyze** → **Solve the problem**





	02:08:41		Wednesday	April	25	2012		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0.4444	0	0	0	basic	-6.0000	3.0000
2	X2	0.5556	0	0	0	basic	-0.3529	6.0000
3	X3	0	0	0	-0.4000	at bound	-M	0.4000
4	v	6.6667	1.0000	6.6667	0	basic	0	M
	Objective	Function	(Max.) =	6.6667				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	0.0000	<=	0	0	0.6667	-2.5000	5.0000
2	C2	-3.3333	<=	0	3.3333	0	-3.3333	M
3	C3	0.0000	<=	0	0	0.3333	-5.0000	1.4286
4	C4	1.0000	=	1.0000	0	6.6667	0	M

Resultados:

$P(a_1)$ = X1 = 0.4444 ; $P(a_2)$ = X2 = 0.5556; $P(a_3)$ = 0; V* = v = 6.6667

Para el jugador B

La matriz de pagos como esta:

5	20	10
8	2	4
8	20	2.8

Min Z = V

s.a.

v $\geq$ 5 y_1 + 20 y_2 + 10 y_3

v $\geq$ 8 y_1 + 2 y_2 + 4 y_3

v $\geq$ 8 y_1 + 20 y_2 + 2.8 y_3

$y_1 + y_2 + y_3 = 1$

$y_1, y_2, y_3 \geq 0$; v nrs

Min Z = V

s.a.

-5 y_1 - 20 y_2 - 10 y_3 + v $\geq$ 0

-8 y_1 - 2 y_2 - 4 y_3 + v $\geq$ 0

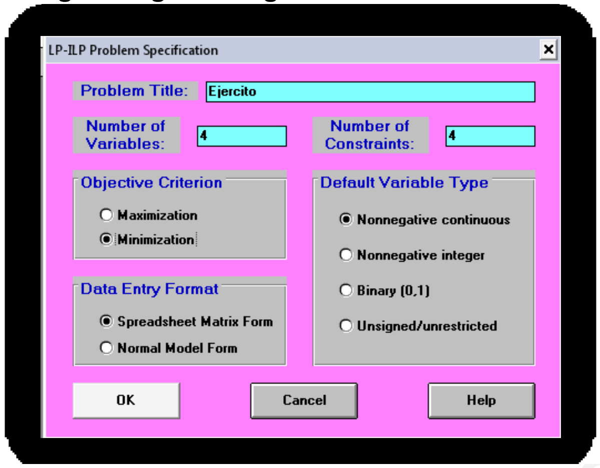
-8 y_1 - 20 y_2 - 2.8 y_3 + v $\geq$ 0

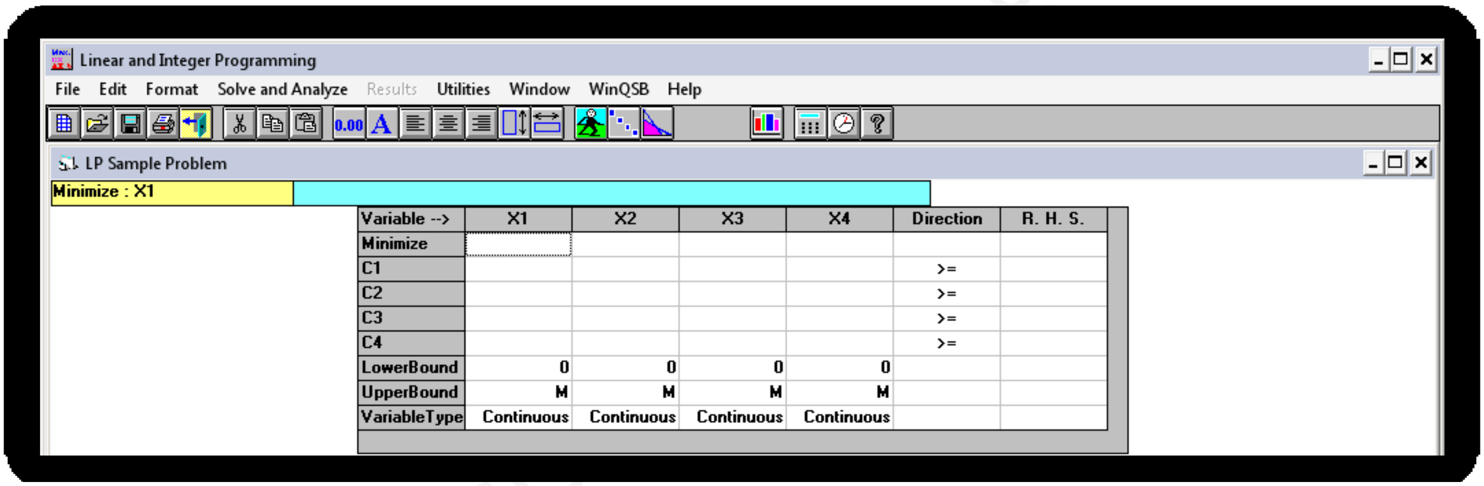
$y_1 + y_2 + y_3 = 1$

$y_1, y_2, y_3 \geq 0$; v nrs

Resolviendo por WinQSB

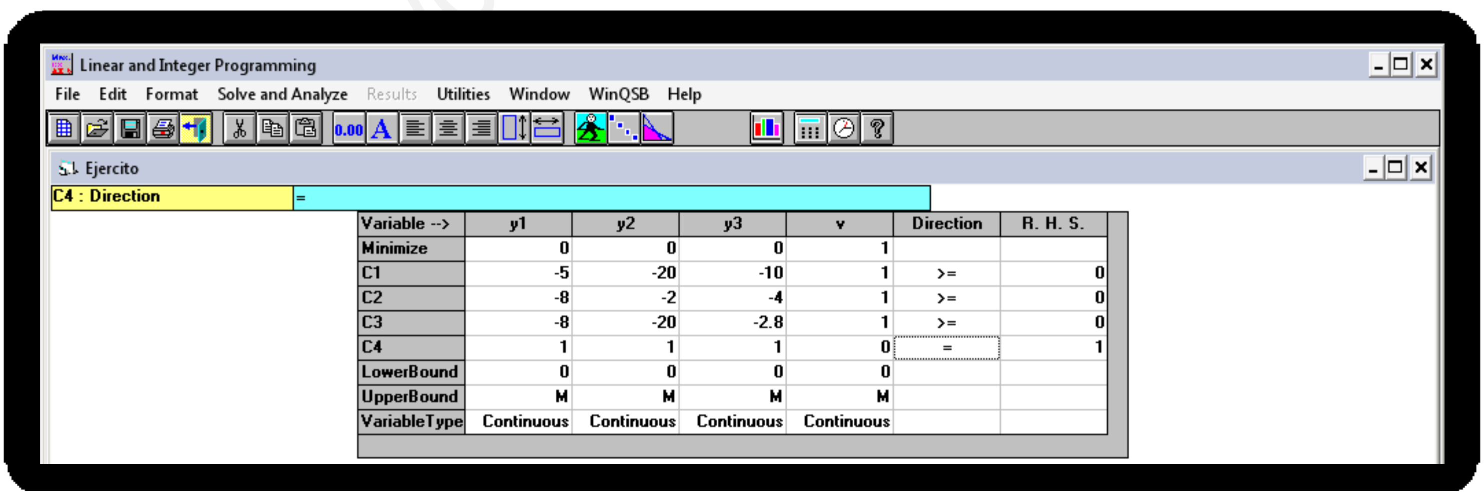
Inicio → WinQSB → Linear and Integer Programming → File → New Problem





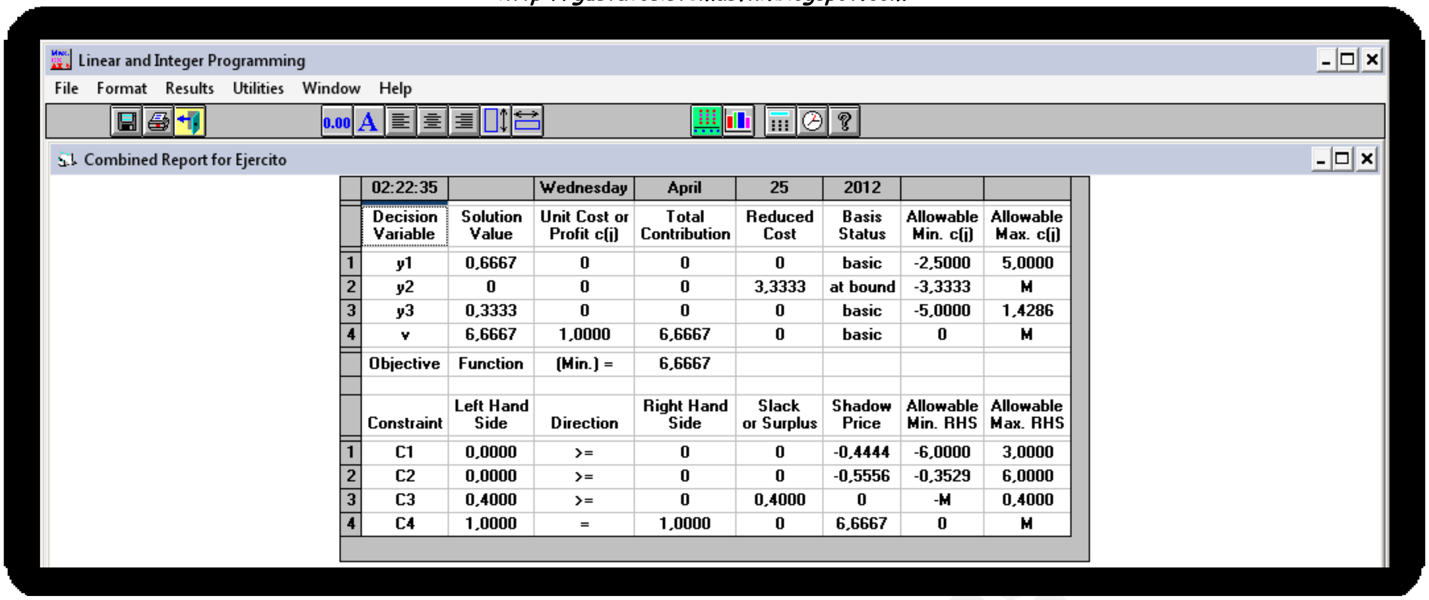
Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Minimize						
C1					>=	
C2					>=	
C3					>=	
C4					>=	
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Cambiando X1, X2, X3, X4 por y1, y2, y3, v respectivamente y llenando las casillas.



Variable -->	y1	y2	y3	v	Direction	R. H. S.
Minimize	0	0	0	1		
C1	-5	-20	-10	1	>=	0
C2	-8	-2	-4	1	>=	0
C3	-8	-20	-2.8	1	>=	0
C4	1	1	1	0	=	1
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Resolviendo **Solve and Analyze → Solve the problem**



02:22:35		Wednesday	April	25	2012		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 y1	0,6667	0	0	0	basic	-2,5000	5,0000
2 y2	0	0	0	3,3333	at bound	-3,3333	M
3 y3	0,3333	0	0	0	basic	-5,0000	1,4286
4 v	6,6667	1,0000	6,6667	0	basic	0	M
Objective	Function	(Min.) =	6,6667				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 C1	0,0000	>=	0	0	-0,4444	-6,0000	3,0000
2 C2	0,0000	>=	0	0	-0,5556	-0,3529	6,0000
3 C3	0,4000	>=	0	0,4000	0	-M	0,4000
4 C4	1,0000	=	1,0000	0	6,6667	0	M

Resultados:

$P(b_1)$ = y1 = 0.6667 ; $P(b_2)$ = y2 = 0 ; $P(b_3)$ = 0.3333 V* = v = 6.667

RESULTADOS FINALES

Para el jugador JA

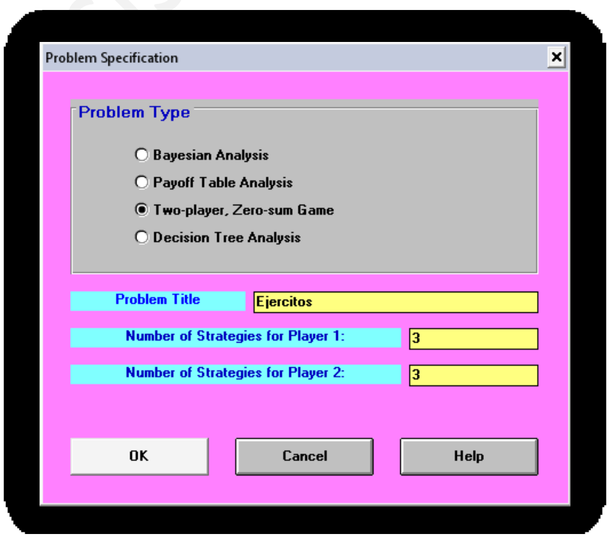
$P(a_1)$ = X1 = 0.4444 ; $P(a_2)$ = X2 = **0.5556**; $P(a_3)$ = 0; V* = v = 6.6667

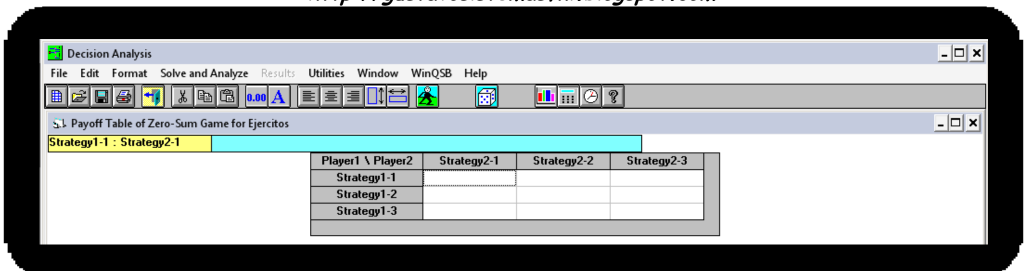
Para el jugador JB

$P(b_1)$ = y1 = **0.6667** ; $P(b_2)$ = y2 = 0 ; $P(b_3)$ = 0.3333 V* = v = 6.667

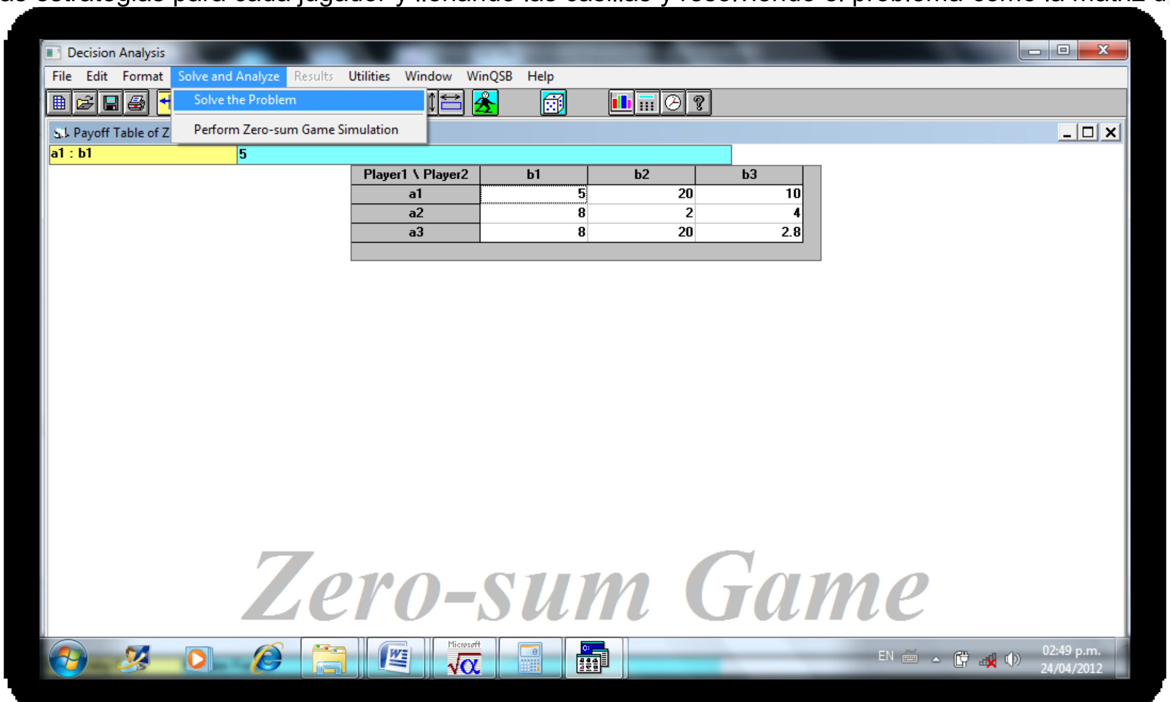
OTRA MANERA MAS RAPIDA DE RESOLVER EL MISMO PROBLEMA COM WINQSB

Inicio → WinQSB → Decision Anaysis → File → New Problem → Two player, Zero Sum game





Editando las estrategias para cada jugador y llenando las casillas y resolviendo el problema como la matriz de pagos



04-24-2012	Player	Strategy	Dominance	Elimination Sequence
1	1	a1	Not Dominated	
2	1	a2	Not Dominated	
3	1	a3	Not Dominated	
4	2	b1	Not Dominated	
5	2	b2	Not Dominated	
6	2	b3	Not Dominated	
	Player	Strategy	Optimal Probability	
1	1	a1	0,44	
2	1	a2	0,56	
3	1	a3	0	
1	2	b1	0,67	
2	2	b2	0	
3	2	b3	0,33	
	Expected	Payoff	for Player 1 =	6,67

Resultados

Para el ejército azul JA	Para el ejército rojo JB
$P(a_1) = 0.44$	$P(b_1) = 0.67$
$P(a_2) = 0.56$	$P(b_2) = 0$
$P(a_3) = 0$	$P(b_3) = 0.33$
V* = 6.67	V* = 6.67

11.- Considere un juego de mesa para dos jugadores. Cada uno comienza con tres fichas: una roja, una blanca y una azul. Cada ficha se puede usar una sola vez.
Al iniciar, cada jugador elige una de sus fichas y la coloca tapada, sobre la mesa, después ambos la destapan y determinan el pago para el ganador. En particular, si ambos tiene el mismo color, es un empate; de otra manera, la tabla que sigue indica el ganador y el pago que recibe del otro jugador. En seguida, cada jugador elige una de sus dos fichas restantes y se repite el proceso con un nuevo pago de acuerdo con la tabla. Por último, cada jugador juega la ficha que le queda y se determina el tercer pago.

Ficha ganadora	**Pago $**
Rojo mata blanco	50
Blanco mata azul	40
Azul mata rojo	30
Fichas iguales	0

Formule este problema como un juego de dos personas y suma cero, identifique la forma de las estrategias y pagos.

SOLUCION

Jugadores:

Jugador A = JA
Jugador B = JB

Estrategias:

JA	JB
a_1 = Elegir ficha Roja.	b_1 = Elegir ficha Roja.
a_2 = Elegir ficha Blanca.	b_2 = Elegir ficha Blanca.
a_3 = Elegir ficha Azul.	b_3 = Elegir ficha Azul.

Matriz de pagos:

	b_1	b_2	b_3
a_1	0	50	-30
a_2	-50	0	40
a_3	30	-40	0

Función de pagos:

$f(a_1,b_1) = 0$
$f(a_1,b_2) = 50$
$f(a_1,b_3) = -30$
$f(a_2,b_1) = -50$
$f(a_2,b_2) = 0$
$f(a_2,b_3) = 40$
$f(a_3,b_1) = 30$
$f(a_3,b_2) = -40$
$f(a_3,b_3) = 0$

1ro Verificar si existe el punto silla.

JA= Maxi-***Min***

JB=Mini-***Max***

	b1	**b2**	**b3**	***Min***	Maxi
a1	0	50	-30	**-30**	**-30**
a2	-50	0	40	**-50**	
a3	30	-40	0	**-40**	
Max	**30**	**50**	**40**		
Mini	**30**				

No existe punto silla pero el valor del juego esta: -30 <V*<30

2do Aplicar dominación.

No existe dominación

3er Métodos de solución

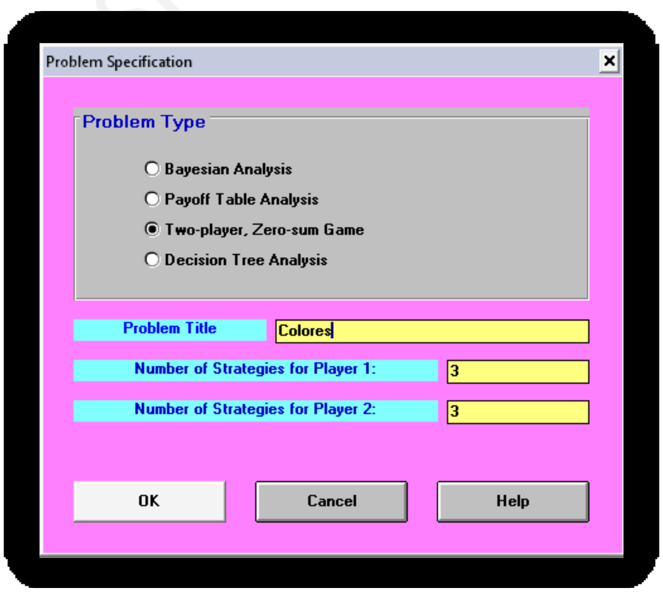
a) 2 x n (no) b) m x 2 (no) c) 2 x 2 (no) d) P.L. **(si)**

Armando el programa lineal para cada jugador

JA	**JB**
Max Z = V s.a. $-0\,x_1 + 50\,x_2 - 30\,x_3 + v \leq 0$ $-50\,x_1 + 0\,x_2 + 40\,x_3 + v \leq 0$ $30\,x_1 - 40\,x_2 + 0\,x_3 + v \leq 0$ $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ $x_1, x_2, x_3 \geq 0$; v nrs	Min Z = V s.a. $0\,y_1 - 50\,y_2 + 30\,y_3\ v \geq 0$ $50\,y_1 + 0\,y_2 - 40\,y_3\ v \geq 0$ $-30\,y_1 + 40\,y_2 + 0\,y_3\ v \geq 0$ $y_1 + y_2 + y_3 = 1$ $y_1, y_2, y_3 \geq 0$; v nrs

Resolviendo por WinQSB de manera rápida

Inicio $\rightarrow$ WinQSB $\rightarrow$ Decision Anaysis $\rightarrow$ File $\rightarrow$ New Problem $\rightarrow$ Two player, Zero Sum game



Editando las estrategias de ambos jugadores y llenando las casillas tal como la matriz de pagos y resolviendo el problema.

Payoff Table of Zero-Sum Game for Colores

a1 : b2 | 50

Player1 \ Player2	b1	b2	b3
a1	0	50	-30
a2	-50	0	40
a3	30	-40	0

04-25-2012	Player	Strategy	Dominance	Elimination Sequence
1	1	a1	Not Dominated	
2	1	a2	Not Dominated	
3	1	a3	Not Dominated	
4	2	b1	Not Dominated	
5	2	b2	Not Dominated	
6	2	b3	Not Dominated	
	Player	Strategy	Optimal Probability	
1	1	a1	0,33	
2	1	a2	0,25	
3	1	a3	0,42	
1	2	b1	0,33	
2	2	b2	0,25	
3	2	b3	0,42	
	Expected	Payoff	for Player 1 =	0

Resultados:
Para el jugador JA
$P(a_1)$ = 0.33; $P(a_2)$ = 0.25; $P(a_3)$ = **0.42;** V* = 0
Para el jugador JB
$P(b_1)$ = 0.33; $P(b_2)$ = 0.25; $P(b_3)$ = **0.42;** V* = 0

<u>JUEGOS SUMA DISTINTO DE CERO</u>

12.- En una localidad de valencia hay únicamente dos autoescuelas que compiten por la cuota de mercado. Las estrategias que pueden utilizar en el mes de abril para capturar clientes son las siguientes:

E1: precio único de matrícula y 10 clases prácticas.
E2: descuento de un 15% si la matricula de formaliza antes del 15 de noviembre.
E3: las tres primeras clases prácticas gratuitas.

Dependiendo de la estrategia seguida por cada autoescuela, se puede estimar el número de nuevos alumnos matriculados en el mes de noviembre, estimación que se recoge en la siguiente tabla:

	E1	**E2**	**E3**
E1	3;1	1;3	0;2
E2	3;5	0;4	1;3
E3	0;4	2;1	0;3

a) Caracterice el juego propuesto.
-Juego Bipersonal
-Suma distinto de cero.
-Los pagos esperados del jugador A (filas) son los elementos de la izquierda.
-Los pagos esperados del jugador B (Columnas) son los elementos de la derecha.

b) compruebe si existe equilibrio de nash

1er método Dominación.

En la dominación hay que eliminar las filas (Elementos de la izquierda) o columnas (Elementos de la derecha) con elementos menores o iguales respecto a otras filas o columnas.
En este caso no existe dominación.

2do Máximo pago

Simplemente hay que buscar los pagos máximos de ambos jugadores.

	E1	E2	E3
E1	$\underline{3}$;1	1;3	0;2
E2	$\underline{3}$;$\underline{5}$	0;$\underline{4}$	1;$\underline{3}$
E3	0;4	$\underline{2}$;1	0;$\underline{3}$

Existe un punto de equilibrio en las estrategias E2 (JA) y E1 (JB)

13.-Dos niños juegan en una fiesta al tradicional juego de roca (R) papel (P) tijeras (T). El premio es un cierto número de caramelos dependiendo de la combinación ganadora, las reglas del juego establecen que roca gana a tijeras con tres caramelos, papel gana a roca con 2 caramelos y tijeras gana a papel con un caramelo. En caso de empate el numero de caramelos que reciben los dos jugadores también depende de la combinación, de forma que empate con roca otorga dos caramelos a cada niño, empate con papel un caramelo a cada uno y empate con tijeras no tiene premio.

Construya la matriz del juego bipersonal planteado y busque una solución.

Jugadores

Niño A

Niño B

Estrategias de cada jugador

Para el niño A

a_1 = Elegir roca.

a_2 = Elegir papel.

a_3 = Elegir tijera.

Para el niño B

b_1 = Elegir roca.

b_2 = Elegir papel.

b_3 = Elegir tijera.

Matriz de pagos

	b_1	b_2	b_3
a_1	**2; 2**	**0; 2**	**3; 0**
a_2	**2; 0**	**1; 1**	**0; 1**
a_3	**0; 3**	**1; 0**	**0; 0**

Función de pagos

$f(a_1,b_1)$ = (2; 2)

$f(a_1,b_2)$ = (0; 2)

$f(a_1,b_3)$ = (3; 0)

$f(a_2,b_1)$ = (2; 0)

$f(a_2,b_2)$ = (1; 1)

$f(a_2,b_3)$ = (0; 1)

$f(a_3,b_1)$ = (0; 3)

$f(a_3,b_2)$ =(1; 0)

$f(a_3,b_3)$ =(0; 0)

Máximo pago

	b_1	b_2	b_3
a_1	2; 2	0; 2	3; 0
a_2	2; 0	1; 1	0; 1
a_3	0; 3	1; 0	0; 0

Con el método de máximo pago no se encontró un punto de equilibrio.

Dominación

b_2 domina a b_3 por tanto se elimina la columna b_3

	b_1	b_2	~~b_3~~
a_1	2; 2	0; 2	~~3; 0~~
a_2	2; 0	1; 1	~~0; 1~~
a_3	0; 3	1; 0	~~0; 0~~

	b_1	b_2
a_1	2; 2	0; 2
a_2	2; 0	1; 1
a_3	0; 3	1; 0

a_2 domina a a_1 por tanto se elimina la fila a_1

	b_1	b_2
~~a_1~~	~~2; 2~~	~~0; 2~~
a_2	2; 0	1; 1
a_3	0; 3	1; 0

	b_1	b_2
a_2	2; 0	1; 1
a_3	0; 3	1; 0

a_2 domina a a_3 por tanto se elimina la fila a_3

	b_1	b_2
a_2	2; 0	1; 1
~~a_3~~	~~0; 3~~	~~1; 0~~

	b_1	b_2
a_2	2; 0	1; 1

b_2 domina a b_1 por tanto se elimina la columna b_1

	~~b_1~~	b_2
a_2	~~2; 0~~	1; 1

	b_2
a_2	1; 1

Punto de equilibrio El niño A debe elegir a_2 : papel y el niño B debe elegir b_2 : papel porque representa el mejor beneficio para ambos.