ANALISIS COMBINATORIO

En muchos casos el número de puntos muestrales en un espacio muestral no es muy grande y así la enumeración o cuenta directa de los puntos del muestreo necesarios para obtener las probabilidades no es difícil. Sin embargo, surgen problemas cuando la cuenta directa se convierte en una imposibilidad práctica. En tales casos se emplea el *análisis combinatorio*, que podría llamarse una *forma sofisticada* de contar.

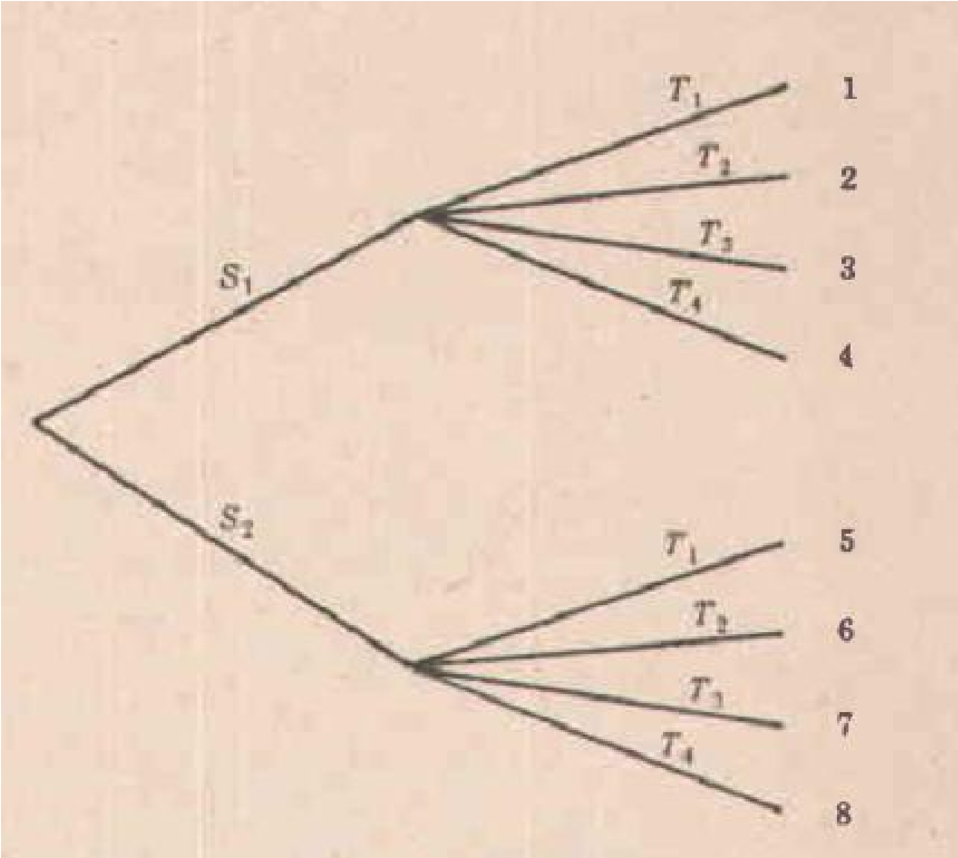
PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE CUENTA. DIAGRAMAS ARBOL

Si una cosa puede realizarse en n_1 maneras diferentes y después de esto una segunda cosa puede realizarse en n_2 maneras diferentes, . . . , y finalmente una k-ésima cosa puede realizarse en n_k maneras diferentes, entonces todas las k cosas pueden realizarse en el orden especificado en $n_1 n_2 \ldots n_k$ maneras diferentes.

EJEMPLO

Si un hombre tiene 2 camisas y 4 corbatas entonces tiene $2 \cdot 4 = 8$ maneras de escoger una camisa y luego una corbata.

Un diagrama, llamado *diagrama árbol* debido a su apariencia (Fig. 1-10), se emplea frecuentemente en conexión con el principio anterior.



PRINCIPIO ADITIVO

Para dos operaciones mutuamente excluyentes en donde la primera operación puede hacerse de m formas y la segunda operación de n formas.
entonces una o la otra pueden hacerse de:

M+N FORMAS

PRINCIPIO MULTIPLICATIVO

Si un experimento se realiza en r pasos y si el primer paso se realiza en n_1 formas, el segundo de n_2, el tercero de $n_{3,}$ y asi sucesivamente hasta n_r, entonces el experimento se pede llevar a cabo de:

$N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot ....\ \cdot N_r$ FORMAS

NOTACION FACTORIAL

El producto de los enteros positivos desde 1 hasta n incluso, se emplea con mucha frecuencia en matemáticas y aquí lo representaremos por el símbolo especial que es h!, el cual se lee "numero factorial de".

PRINCIPIO MULTIPLICATIVO

Si un experimento se realiza en r pasos y si el primer paso se realiza en n_1 formas, el segundo de n_2, el tercero de n_3, y asi sucesivamente hasta n_r, entonces el experimento se pede llevar a cabo de:

$$N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots \cdot N_r \text{ FORMAS}$$

Ejemplo 7.- los teléfonos de la ciudad de Mexicali cuentan con siete dígitos; el primero puede ser 5, 8 y 9; el segundo digito puede ser 5, 6, 7, 8 y 9; mientras el tercer digito puede ser del 2 al 9. los dígitos restantes pueden ser del 0 al 9. hallar el total de líneas telefónicas que pueden existir en Mexicali . aplicando el principio multiplicativo:

1 DIGITO	2 DIGITO	3 DIGITO	4 DIGITO	5 DIGITO	6 DIGITO	7 DIGITO
(3)	(5)	(8)	(10)	(10)	(10)	(10)

TOTAL DE LINEAS TELEFONICAS = $(3)\,(5)\,(8)\,(10)^{4}$
= 1'200,000

Ejemplo 8.- hallar el numero de placas para automóvil para el estado de baja California si cada placa consta de tres letras diferentes seguidas de 4 dígitos diferentes. la segunda letra debe ser exclusivamente a, b, c, d o e.
el tercer digito puede ser solo del 0 al 3; el cuarto digito puede ser del 0 al 2.
finalmente la tercer letra puede ser de la a a la f.
el alfabeto tiene 26 letras:

PRIMER LETRA (l)	SEGTUNDA l	TERCER l	PRIMER DIGITO (d)	SEGUNDO d	TERCER d	CUARTO d
(26)	(5)	(6)	(10)	(10)	(4)	(3)

TOTAL DE PLACAS EN BC = 936,000 JUEGOS DE PLACAS PARA AUTOMOVIL

NOTACION FACTORIAL

El producto de los enteros positivos desde 1 hasta n incluso, se emplea con mucha frecuencia en matemáticas y aquí lo representaremos por el símbolo especial que es h!, el cual se lee "numero factorial de".

Ejemplo 1.- hallar el valor de la notación factorial

(A) 4! (B) 6!

(A) $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

(B) $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

(C) $2! = 2 \cdot 1 = 2$

(D) $9! = \dfrac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \dfrac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$

POR DEFINICION: $0! = 1$

PERMUTACIONES

Una permutación es todo arreglo de números posibles en un experimento, en los que importa el orden, matemáticamente se expresa:

$$nPx = \frac{n!}{(n - x)!}$$

Ejemplo 2. calcular ${}_8P_5$

$${}_8P_5 = \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!}} = 336$$

Ejemplo:

Determinar el numero de permutaciones de las cuatro letras A,B,C y D

Tomadas de 3 en 3.

Ejemplo:
Determinar el numero de permutaciones de las cuatro letras A,B,C y D Tomadas de 3 en 3.

PERMUTACIONES

ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA
ABD, ADB, BAD, BDA, DAB, DBA
ACD, ADC, CAD, CDA, DAC, DCA
BCD, BDC, CBD, CDB, DBC, DCB

$$4P3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{24}{1} = \text{24 PERMUTACIONES}$$

COMBINACIONES

Una combinación es todo arreglo de numero posibles en un experimento en los que no importa el orden, matemáticamente se expresa:

$$nCx = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

Ejemplo 3. calcular ${}_{14}C_{11}$

$${}_{14}C_{11} = \frac{14!}{11!(14-11)!} = \frac{14!}{11!\,3!} = \frac{14\cdot 13\cdot 12}{3\cdot 2\cdot 1} = 364$$

Determinar el numero de combinaciones de las 4 letras a, b, c, d tomadas de tres en tres.

COMBINACIONES

ABC

ABD

ACD

BCD

COMPROBACION:

$$4C3 = \frac{4!}{3!\,(4-3)!} = \frac{4!}{3!\;1!} = \frac{24}{(6)\,(1)} = \text{4 COMBINACIONES}$$

PERMUTACIONES CON REPETICIONES

Con frecuencia se desea saber el numero de permutaciones de objetos, de los cuales algunos son iguales. El numero de permutaciones de n objetos de los cuales n_1 son iguales, n_2 son iguales, …n_r son iguales es:

$$\frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot n_3!\cdot \ldots n_r!}$$

Ejemplo 5. ¿Cuántas permutaciones distintas pueden formarse con todas las letras de cada una de las palabras?

(a) rara

(a) n=4 r=2 a=2 $${}_4P_{2,2} = \frac{4!}{2!\cdot 2!} = \frac{24}{2\cdot 2} = 6$$

(b) asadas

(b) n=6 a=3 s=2 d=1 $_{6}P_{3,2,1} = \dfrac{6!}{3!2!1!} = \dfrac{720}{6\cdot2\cdot1} = 60$

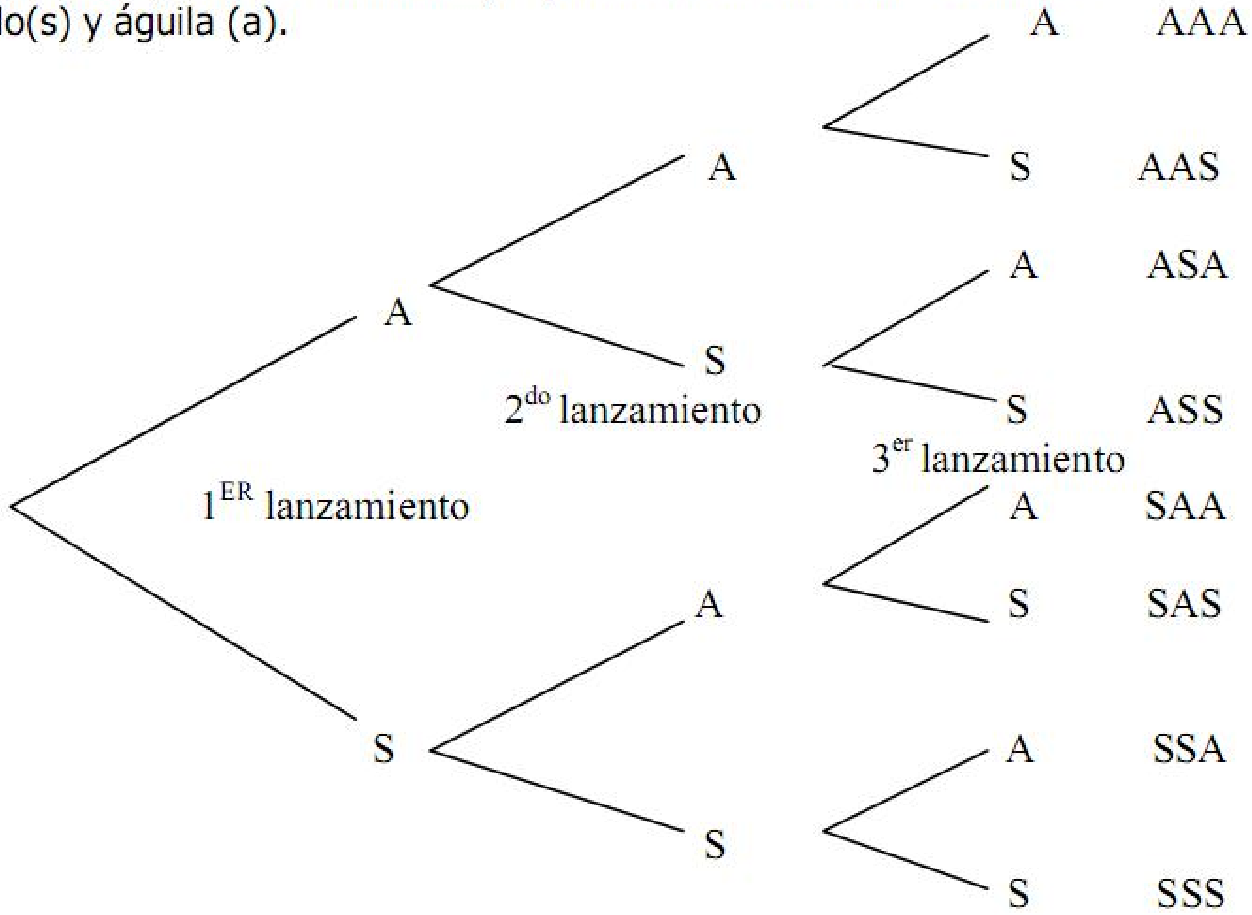
(c) Mississippi

(c) n=11 s=4 i=4 p=2 m=1 $_{11}P_{4,4,2,1} = \dfrac{11!}{4!4!2!1!} = \dfrac{39\,916\,800}{(24)(24)(2)(1)} = 34650$

DIAGRAMAS DE ARBOL

Un diagrama de árbol es el dibujo que se usa para enumerare todos los resultados posibles de una serie de experimentos en donde cada experimento puede en un numero finito de maneras.

Existen dos posibles resultados ya que una moneda tiene dos lados:
Sello(s) y águila (a).



Probabilidad es el estudio de experimentos aleatorios o libres de determinación. históricamente, la teoría de la probabilidad comenzó con el estudio de los juegos de azar tales como la ruleta y las cartas. la probabilidad "p" de un evento "a":
si "a" puede ocurrir de 5 maneras entre un total de igualmente posibles, entonces:

P (A) =

ESPACIO MUESTRAL:
el conjunto 5 de todos los resultados posibles de un experimento dado se llama espacio muestral o espacio muestra. un elemento de 5, se llama punto muestral o muestra.

EVENTO:
Un evento "a" es un conjunto de resultados o, en otras palabras, un subconjunto del espacio muestral 5. el evento {a} que consta de una muestra simple a ϵ 5 se le llama evento elemental.
para asignar probabilidades de los diversos puntos muestrales, las estadísticas han convenido en dos rectas.

1.- la probabilidad de cada muestra punto muestral debe estar entre 0 y 1.
2.- la suma de las probabilidades de todos los puntos muestrales debe ser igual a 1.