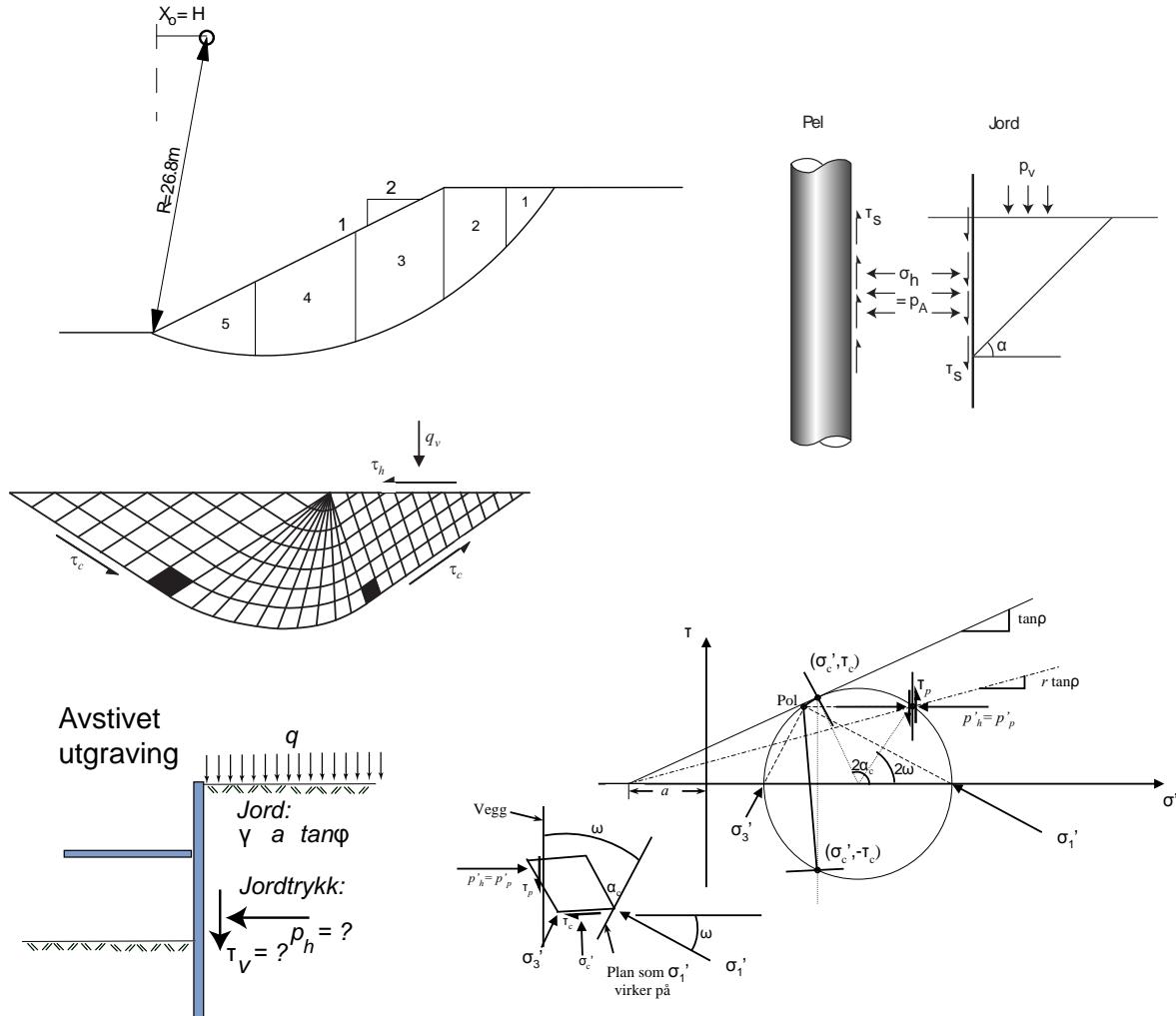


Arnfinn Emdal
Lars Grande
Steinar Nordal

Gudmund Eiksund
Gustav Grimstad

GEOTEKNIKK

BEREGNINGSMETODER



Geoteknikk Beregningsmetoder

Kompendiet benyttes som pensumlitteratur i emnet TBA4105
Geoteknikk Beregningsmetoder

Ettertrykk og kopiering av dette kompendiet er ikke tillatt uten skriftlig samtykke fra
forfatteren.

Faggruppe for Geoteknikk
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Trondheim 2016

Innhold

1 INTRODUKSJON	13
1.1 Innledning	13
2 SKJÆRSTYRKE	15
2.1 Innledning	15
2.2 Problemstillinger	16
2.3 Likevektsspenninger og skjærstyrke	18
2.4 Skjærstyrke på totalspenningsbasis og udrenert	19
2.4.1 Måling av udrenert skjærstyrke, s_u	22
2.4.2 s_u -avhengigheter	27
2.5 Treaksialforsøket	32
2.6 Skjærstyrke på effektivspenningsbasis	35
2.6.1 Coulomb-kriteriet som bruddkriterium	36
2.6.2 Friksjonsvinkel og attraksjon	37
2.6.3 Coulomb-kriteriet som brukskriterium	37
2.6.4 Coulomb-kriteriet fremstilt på andre måter	38
2.6.5 Poretrykksforhold i treaksen. Tolkning av dilatansparameter.	43
2.6.6 Normalverdier for attraksjon og friksjonsvinkel	44
2.7 Friksjonsvinkel i sand - overflatestabilitet	51
2.8 Jordtrykk	52
2.8.1 Jordtrykk, s_u -analyse	54
2.8.2 Jordtrykk, effektivspenningsanalyse, $r = 0$	56
2.9 Bæreevne	58
2.9.1 Bæreevne på s_u -basis	58
2.10 Metoder for stabilitetsberegning av skråninger	59
3 SKRÅNINGSSTABILITET	61
3.1 Innledning	61
3.2 Hva er skråningsstabilitet?	62
3.3 Faktorer som kan utløse ras, stabiliseringstiltak	65
3.4 Problemyper	66
3.4.1 Naturlige skråninger	66
3.4.2 Fylling på fast underlag	66
3.4.3 Fylling på svakt/bløtt underlag	67
3.4.4 Skjæringer og utgravninger	68
3.5 Definisjoner	68
3.6 Prinsipp for stabilitetsvurdering	69
3.7 Plane skjærflater	71

3.7.1	Grøftestabilitet	72
3.8	Grenselikevektsprinsippet	75
3.9	Sirkulærslindrisk skjærflate	76
3.9.1	Basisformler	76
3.9.2	s_u -analyse	77
3.9.3	Sirkulærslindrisk skjærflate, eksempel s_u -analyse	77
3.9.4	$a\phi$ -analyse	78
3.9.5	Eksempel $a\phi$ -analyse	81
3.9.6	Oppsummering sirkulære skjærflater	83
3.10	Skjærflate med vilkårlig form	83
3.10.1	Basisformler	83
3.10.2	s_u -analyse	88
3.10.3	$a\phi$ -analyse	88
3.10.4	Eksempel lamellemetoden	90
3.10.5	Oppsummering skjærflater av vilkårlig form	96
3.11	Stabilitetskart/ direktemetoden	96
3.11.1	Kritiske likevektskurver	96
3.11.2	Stabilitetskart for s_u -analyse	100
3.11.3	Stabilitetskart for $a\phi$ -analyse	104
3.12	Oppsummering gjennomsnittspenninger	109
3.12.1	Plane skjærflater	109
3.12.2	Sirkulærslindriske skjærflater	109
3.12.3	Skjærflater med vilkårlig form	109
3.12.4	Direktemetoden	109
4	BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTAND	111
4.1	Innledning	111
4.2	Geotekniske stabilitetsproblemer	112
4.3	Kompatibilitetskrav	114
4.3.1	Statisk kompatibilitet	114
4.3.2	Kinematisk kompatibilitet	115
4.4	Bruddbetrakninger	117
4.5	Beskrivelse av spenningstilstanden på et vilkårlig plan, $a\phi$ -analyse	119
4.5.1	Generelt	119
4.5.2	Mobiliseringsgraden f	122
4.5.3	Normaliserte spenningforhold bestemt av skjermobiliseringen $\tan \rho$	125
4.5.4	Normalisert spenningsforhold bestemt av ruhetsforhold r	130
4.6	Spenninger på kritiske og vilkårlige plan ved s_u -analyse	134
4.6.1	Hovedspenninger, kritiske spenninger	134
4.6.2	Spenninger på vilkårlig plan	135
4.7	Oppsummering av ligninger for spenningsrelasjoner	136
4.8	Eksempel, Mohr-sirkel	137
5	SPENNINGSFELT	139
5.1	Innledning	139
5.2	Generell problemstilling	140
5.3	$a\phi$ -analyser	141
5.3.1	Rankine-soner	141
5.3.2	Prandtl-soner	142

INNHOLD

5.4	s_u -analyser	146
5.4.1	Rankine-soner	146
5.4.2	Prandtl-soner	147
6	JORDTRYKK	151
6.1	Innledning	151
6.2	Aktivt og passivt jordtrykk	152
6.3	Vurdering av ruhetsforholdet	153
6.4	Jordtrykk - formelverk - vektløs jord	154
6.4.1	Kombinasjon av spenningssoner for jordtrykk	154
6.4.2	Utlendning av jordtrykkskoeffisienten for s_u -analyse	157
6.4.3	Utlendning av jordtrykkskoeffisienter for $a\phi$ -analyse	161
6.5	Romvektsledd	165
6.6	Praktisk beregningsgang med diagram	170
6.6.1	$a\phi$ -analyse	171
6.6.2	s_u -analyse	173
6.6.3	Komprimerte masser	175
6.6.4	Spesialtilfelle: Jordtrykk med hellende terreng, $a\phi$ -basis	175
6.6.5	Eksempler	177
7	BÆREEVNE	193
7.1	Generelt	195
7.2	Bæreevne, vektløs jord, sentrisk last	195
7.2.1	Spenningsfelt for s_u -analyse	196
7.2.2	Spenningsfelt for $a\phi$ -analyse	200
7.2.3	Netto fundamentspenning σ'_{vn}	207
7.2.4	Skjærflategeometri $a\phi$	209
7.2.5	Prinsipiell forskjell på s_u - og $a\phi$ -analyse	211
7.3	Effekten av jordens egen tyngde - romvektsleddet	212
7.3.1	s_u -analyse	212
7.3.2	$a\phi$ -analyse	213
7.4	Formfaktorer	221
7.4.1	Arealfaktor	221
7.4.2	Dybdefaktor	222
7.5	Eksentrisk last	224
7.5.1	Eksempler	226
7.5.2	Oppsummering - Formler for eksentrisk last	230
7.6	Kapasitetsdiagrammer og fugefriksjonstall	232
8	SPENNINGSFORDELING UNDER FUNDAMENT	235
8.1	Hensikt	235
8.2	Innledning	236
8.3	Elastisitetsteoretiske løsninger	237
8.3.1	Boussinesq (1885) Basisløsning	237
8.3.2	Linjelast	238
8.3.3	Jevnt fordelt stripelast ($L \gg B$) - Fleksibel	238
8.3.4	Stripelast ($L \gg B$) - Glatt, uendelig stift fundament	239
8.3.5	Oppsummering av løsninger basert på elastisitetsteorien	240
8.4	Plastisitetsteoretisk løsning, Janbu	240

8.4.1	Innledning	240
8.4.2	Grunnleggende antagelser for anslag av skjærspenninger	242
8.4.3	Matematiske tilpasningsfunksjoner	242
9	PELER	247
9.1	Innledning	248
9.2	Peltype	249
9.2.1	Betongpeler	249
9.2.2	Peler utstøpt i bakken	252
9.2.3	Stål peler - HP-profil	254
9.2.4	Store stålørspeler	256
9.2.5	Stålkjernepeler	260
9.3	Dimensjonering av peler	261
9.4	Pelens installerte kapasitet	262
9.5	Teoretisk beregning av pelers bæreevne	263
9.5.1	Beregning av spissmotstand	264
9.5.2	Beregning av sidefriksjon	268
9.6	Fordeling av spenninger og krefter med dybden	273
9.7	Rammeformel	279
9.7.1	Chellis' blyantstrek (genistrek)	279
9.7.2	Energibetraktnng	280
9.7.3	Stoppslagning, $s = 0$	283
9.8	Dimensjonering av peler etter Eurokode 7	284
9.8.1	Karakteristisk bæreevne	285
9.8.2	Bestemmelse av korrelasjonsfaktorer	286
9.8.3	Dimensjonerende bæreevne	288
9.9	Referanser	295
10	DIAGRAMMER OG FORMLER	297
10.1	Skråningsstabilitet	298
10.1.1	Plane skjærflater	298
10.1.2	Sirkulære skjærflater, $a\phi$ -basis	298
10.1.3	Direktemetoden	299
10.1.4	Korreksjonsfaktorene	301
10.2	Skjærstyrke, spenningsendringer og ruhetsforhold	303
10.3	Prandtl-sonen	304
10.4	Jordtrykk	305
10.5	Bæreevne	308
10.6	Peler	310

Symbolliste

NORSK

A	= areal
A	= arbeid (f.eks. ved stamping)
a	= areal
a	= attraksjon [kPa]
a	= spenningskomponent i modulformulering
B	= vanlig betegnelse på fundamentbredde
B_q	= poretrykk parameter ($= \frac{u_2 - u_o}{q_t - \sigma_{vo}}$)
C_1	= empirisk konstant Hazens fromel
C_u	= graderingstall for beskrivelse av korngradering
c	= kohesjon [kPa]
c_v	= konsolideringskoeffisient [$\text{m}^2/\text{år}$]
D	= dilatansparameter
D_r	= relativ lagringstetthet
d	= vanlig diameterbetegnelse
d_{10}	= 10 vektprosent av korn er mindre enn denne diameteren
d_n	= n vektprosent av korn er mindre enn denne diameteren
E	= Youngs modul eller elastisitetsmodulen [Pa]
e	= poretallet
F	= generell betegnelse for en enkeltkraft
F	= sikkerhetsfaktor
F_r	= normalisert friksjonsforhold ($= \frac{f_s}{q_t - \sigma_{vo}}$)
f	= mobiliseringsgrad ($f = 1/F$)
f_s	= sidefriksjon
G	= skjærmodul [Pa]
g	= tyngdens aksellerasjon [$9,81\text{m/s}^2$]
H, h	= vanlig betegnelser på lagtykkelse og lignende
H	= drenasjeveg
h_c	= generel betegnelse for potensialhøyde (energihøyde)
h_w	= høyde på vannsøyle i et stigerør
I_L	= plastisitetsindeks (Attebergs konsistensgrenser) ($= \frac{w_w - w_p}{w_L - w_p}$)
I_P	= flyteindeks (Attebergs konsistensgrenser) ($= w_L - w_p$)
i	= strømningsgradient
i_c	= kritisk strømningsgradient
i_x, i_y, i_z	= strømningsgradient i x-, y- og z-retning
dJ	= strømkraft
j	= strømkraft per volumenhet
K	= bulkmodul [Pa]

INNHOLD

K_o	= hviletrykkskoeffisient for totalspenninger ($= \frac{\sigma_{ho}}{\sigma'_{vo}}$)
K'_o	= hviletrykkskoeffisient for effektivspenninger ($= \frac{\sigma'_{ho}}{\sigma'_{vo}}$)
K_w	= Bulkmodul for vann ($= 2,3 \cdot 10^6$ kPa)
k	= permeabilitet [m/s]
k_x, k_y, k_z	= permeabilitet i x-, y- og z-retning
M	= grunnvannstand
M_{OC}	= endimensjonal modul under p'_c
m	= masse [kg]
m	= modultall
m_s	= masse av faststoff
m_w	= masse av vann
N, N_0, N_{cf}	= stabilitetstallet
N	= helning på brukstak i $\sigma_1 - \sigma_3$ -diagram ($= \tan^2 \alpha = \tan^2(45 \pm \rho/2) = \frac{1+\sin \rho}{1-\sin \rho}$)
N_f	= helning på bruddstak i $\sigma_1 - \sigma_3$ -diagram ($= \tan^2 \alpha = \tan^2(45 + \phi/2)$)
N_d	= antall ekvipotensialfall
N_{ke}	= bæreevnefaktor for s_u fra CPTU
N_{kt}	= bæreevnefaktor for s_u fra CPTU, spissmotstand
$N_{\Delta u}$	= bæreevnefaktor for s_u fra CPTU, poretrykk
n	= porøsitet
P	= vertikal last
P_A, P_P	= aktiv og passiv kraftkomponent
P_r	= relativ porøsitet
p	= gasstrykk
p	= generell betegnelse på spenning
p_0	= initiell vertikal spenning ($= \sigma'_0$)
p_A, p_P	= aktivt og passivt trykk
p'_c	= effektiv prekonsolideringstrykk ($= \sigma'_c$)
p_v	= vertikal spenning ($= \sigma'_v$)
Q	= vannmengde [volum]
Q_t	= normalisert spissmotstand ($= \frac{q_t - \sigma_{vo}}{\sigma'_{vo}}$)
q	= vanlig betegnelse på jevnfordelt last
q	= vannmengde per tidsenhet (f.eks. pumperate) [volum/tid]
q_c	= registrert spissmotstand
q_t	= korrigert spissmotstand ($= q_c + (1 + a)u_2$)
R, r	= vanlig betegnelse på radius
r	= ruhet
R_f	= normalisert friksjonsforhold ($= \frac{f_r}{q_t} 100\%$)
r_s	= kryptall
S	= stigning på linjen i NTNU-plot ($= \frac{\sin \phi}{1 - \sin \phi}$)
S_r	= metningsgrad
S_t	= sensitivitet
s_u	= undrinert skjærstyrke [kPa]
s_r	= omroert skjærstyrke [kPa]
T_s	= vannet overflatespenning ($= 7 \cdot 10^{-5}$ kN/m)
T_P	= primær tidsfaktor
t	= vanlig betegnelse for tid og for tykkelse
t	= skjærspenning som virker på en vegg
t_p	= primær konsolideringstid

U_P	=	konsolideringsgrad
u	=	poretrykk
u_0	=	poretrykk in situ
u_2	=	registrert poretrykk bak CPTU kjegle
u_3	=	registrert poretrykk på CPTU friksjonshylse
Δu	=	overporetrykk
V	=	volum
V_g	=	volum av gass
V_p	=	volum av porer
V_s	=	volum av fast stoff
V_w	=	volum av vann
v	=	stroemhastighet i Darcy's lov ($= k \cdot i$)
v_{pore}	=	vannets hastighet i porer
v_x, v_y, v_z	=	stroemhastighet i x-, y- og z-retning
W	=	tyngde ($= m \cdot g$) [N]
W_s	=	tyngde av fast stoff
W_w	=	tyngde av vann
w	=	vanninnhold
w_P	=	Attebergs plastisitetsgrense
w_L	=	Attebergs flytegrense
w_S	=	Attebergs svinngrense
w_{opt}	=	optimalt vanninnhold (gir størst tørr tyngdetetthet ved komprimering)
z	=	vanlig betegnelse på avstanden fra overflaten til et nivå i jorden, dybde
z	=	stedshøyde i uttrykk for potensialhøyde

GRESK

α	= vanlig vinkel betegnelse
α	= vinkel mellom planet og et hovedspenningsplan
α	= arealforhold av CPT kjegle ($=A_n/A_c$)
β	= helningsvinkel for fri skråningsoverflate
γ	= tyngdetethet [kN/m^3]
γ'	= effektiv tyngdetethet [kN/m^3]
$\bar{\gamma}$	= tyngdetethet justert for stroemkraft ved vertikal stroem [kN/m^3]
γ_d	= toerr tyngdetethet [kN/m^3]
$\gamma_{d,opt}$	= toerr tyngdetethet ved optimalt vanninnhold w_{opt} [kN/m^3]
γ_s	= tyngdetethet av faststoff (mineralet) [kN/m^3]
γ_w	= tyngdetethet for vann [kN/m^3]
δ	= setning eller deformasjon
δ_p	= primærsetning (kryp)
δ_s	= sekundærsetning (kryp)
Δu	= endring i poretrykk ($=u - u_o$)
ε	= toeyning ($\varepsilon = \delta/h_o$)
$\bar{\varepsilon}$	= representativ toeyning over hele setningsgivende dyp (NB! ikke gjennomsnittstoeyning)
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	= toeyning i hovedspenningsretningene
ε_f	= enaksprovens aksialtoeyning ved brudd
ε_p	= primærtoeyning (ved tid t_p)
ε_v	= volumtoeyning ($= \Delta V/V$)
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	= toeyning i x-, y- og z-retning
ν	= Poissons tall
ρ	= massetethet (densitet) [g/cm^3]
ρ	= mobilisert friksjonsvinkel ($\tan \rho = f \cdot \tan \phi$)
σ, σ'	= total og effektiv normalspenning
σ_1, σ'_1	= total og effektiv størst hovedspenning
σ_2, σ'_2	= total og effektiv mellomste hovedspenning
σ_3, σ'_3	= total og effektiv minste hovedspenning
σ_a	= aksial spenning
σ_a	= referansespenning ($= 1 \text{ atm} = 100 \text{ kPa}$)
σ'_c	= prekonsolideringsspenning ($= p'_c$)
σ'_c	= største tillatte normalspenning i brukstilstanden
σ_d	= deviatorspenning ($= \sigma_1 - \sigma_3$)
σ_f	= normalspenning ved brudd
σ_h, σ'_h	= total og effektiv horisontal spenning
$\sigma_{h0}, \sigma'_{h0}$	= total og effektiv initial horisontal spenning
σ_m	= middelspenning ($= \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$)
$\sigma_{p,m}$	= plan middelspenning ($= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$)
σ_r	= radielspenning
σ_v, σ'_v	= total og effektiv vertical spenning
$\sigma_{v0}, \sigma'_{v0}$	= total og effektiv initial vertikal spenning
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	= spenning i x-, y- og z-retning
$\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \sigma_{z0}$	= initiell spenning i x-, y- og z-retning
σ_α	= normalspenning på et plan med orientering gitt av vinkel α

τ	=	skjærspenning
τ_c	=	stoerste tillatte skjærspenning i brukstilstand
τ_f	=	skjærspenning ved brudd
τ_{xz}	=	skjærspenning som virker i z-retning på plan med flatenormal i x-retning
τ_α	=	skjærspenning pået plan med orientering gitt av vinkel α
φ	=	friksjonsvinkel
φ'	=	effektiv friksjonsvinkel

FORKORTELSER

<i>CAD</i>	=	“Consolidated Anisotropic Drained”
<i>CAUC</i>	=	“Anisotropic Consolidated Undrained Triaxial Test Sheared in Compression”
<i>CAUE</i>	=	“Anisotropic Consolidated Undrained Triaxial Test Sheared in Extension”
<i>CCV</i>	=	“Consolidated, Constant Volume”
<i>CID</i>	=	“Consolidated Isotropic Drained”
<i>CIU</i>	=	“Consolidated Anisotropic Undrained”
<i>CPT</i>	=	“Cone Penetration Test”
<i>CPTU</i>	=	“Cone Penetration Test with Pore Pressure”
<i>CRS</i>	=	“Cyclic Stress Ratio”
<i>EL</i>	=	ekvipotensiallinje
<i>GV</i>	=	grunnvannstand
<i>MG</i>	=	marin grense
<i>NC</i>	=	normalkonsolidert
<i>OC</i>	=	overkonsolidert
<i>OCR</i>	=	overkonsolideringsgrad
<i>POP</i>	=	“Preoverburden pressure”
<i>SL</i>	=	stroemlinje

SI-ENHETER

μm	=	mikrometer	=	$1/1000 \text{ mm}$
N	=	Newton	=	$\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$
Pa	=	Pascal	=	N/m^2
kPa	=	kilopascal	=	kN/m^2
MPa	=	megapascal	=	MN/m^2

| | | | | 100 kPa = 1,01325 atm |
| | | | | 100 kPa = 1 bar |

Kapittel 1

INTRODUKSJON

1.1 Innledning

Materialet for emnet Geoteknikk Beregningsmetoder er utviklet gjennom mange år, først ved NTH, Institutt for geoteknikk og deretter ved faggruppe geoteknikk ved NTNU Institutt for Bygg- anlegg og transport, basert på kompendier og delforedrag skrevet av de ansatte. Emnet tar sikte på å dekke de grunnleggende analysemetoder man benytter i geoteknikk for å kunne utføre de vanligste designoppgaver i forbindelse med etablering av bygninger, veger/jernbaner, utgravinger og fyllinger, stabilitet av landskap og fundamentering av konstruksjoner direkte på grunnen og på peler.

Fortsettende utdanning innen geoteknikk tilbys i emnene:

Geoteknikk, felt- og laboratorieundersøkelser

- et 4.års emne for analyseteknikker i laboratorium og felt og for forståelse for tolkning av jordegenskaper og parametre for bruk i avanserte analyseverktøy.

Geoteknikk Videregående Kurs

- 5.års videregående emne. Avanserte analysemetoder for samvirke jord-konstruksjon basert på FEM (endelig element metode)

Geoteknikk prosjekt og Geoteknikk hovedoppgave

- høst og vår 5. år, enten ved instituttet eller ved en av instituttets mange samarbeidspartnere.

I tillegg gis det emner (på engelsk): *Geohazards and Risk Analysis*

- passer for 4.års studenter i høstsemesteret

og *Foundations and Slopes*

- passer for 4.års studenter i vårsemesteret

Kapittel 2

SKJÆRSTYRKE

2.1 Innledning

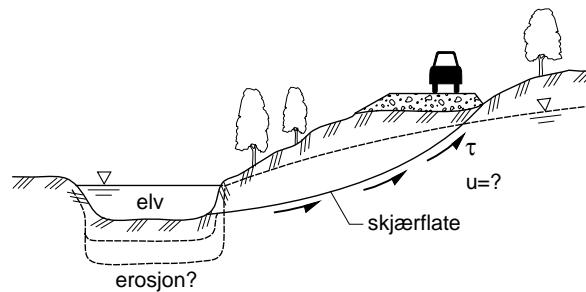
I dette kapittelet er hovedvekten lagt på å definere begrepet skjærstyrke og å beskrive hvordan man undersøker jorden for å kunne bestemme skjærstyrken på best mulig måte. Kapittelet inneholder også beskrivelser av koblingen mellom skjærstyrke og stabilitet for noen vanlige geotekniske problemstillinger. Disse beskrivelsene er innledende, og mer avanserte analyser blir dekket i andre deler av faget, spesielt under skråningsstabilitet, bæreevne og jordtrykk.

2.2 Problemstillinger

Naturlig skråning

I figur 2.1 er vist en skråning hvor det øverst skal anlegges en veg. For å bygge vegen kreves det at skråningen, som i utgangspunktet er stabil, forblir stabil også etter at tilleggstasten fra vektkroppen er kommet på. Vi ser videre at en elv renner i nedkant av skråningen. Erosjon fra denne kan gi lavere elvebunn og ugunstig endring av profilenes geometri med økt fare for brudd i skråningen.

Grunnvannsspeilet i skråningen kan variere med nedbørsforholdene. En stigning i grunnvannsspeilet vil føre til lavere effektivspenninger i jorden og til lavere skjærstyrke. Det er hovedsaklig dette som fører til øket rasfrekvens i områder som er utsatt for lengre perioder med kraftig nedbør.



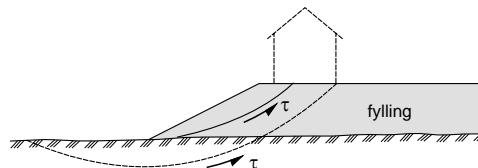
Figur 2.1: Skråningsstabilitet - eksempel

Den beregningsmessige sikkerhet skråningen har vil altså avhenge av:

- inngrep i profilet
- erosjon (som skaper endret profil)
- grunnvannsstrømning og endrede effektivspenningsforhold
- belastning av terrenget

Fylling

I figur 2.2 er vist hvordan brudd i fylling kan oppstå, enten internt i fyllingen eller også både i fyllingen og i grunnen under fyllingen.

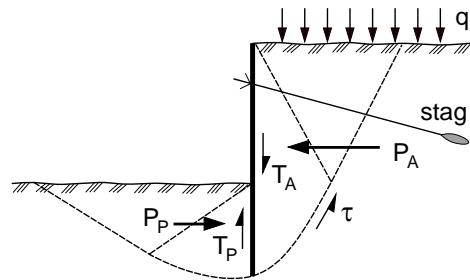


Figur 2.2: Brudd i fylling

2. SKJÆRSTYRKE

Vi ser at når skjærflaten går kun gjennom fyllingen er dette et enkelt stabilitetsproblem som kun inkluderer ett materiale (som er kunstig laget). Et fyllingsmateriale med tilstrekkelig skjærstyrke må velges. Dersom skjærflaten også går gjennom grunnen under fyllingen, vil en stabilitetsanalyse inkludere vurdering av de enkelte materialers skjærstyrke og problemet blir mer komplekst.

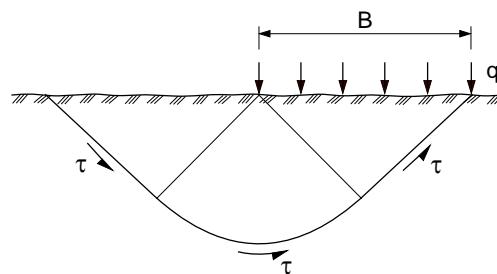
Støttevegg



Figur 2.3: Jordtrykk mot støttevegg - kraft og spenningskomponenter

I stabilitetsvurdering av en støttevegg inngår kreftene som holder veggen i likevekt og de spenninger som settes opp i jorden. Disse kreftene avhenger av jordens skjærstyrke (som også bestemmer dens evne til å stå uten støtte). Uten avstivning er det begrenset hvor dypt man kan grave foran spunken uten å benytte en svært stiv konstruksjon som drives langt ned i jorden. Veggens kapasitet blir derfor oftest forbedret ved å installere strekkstag slik som vist i figur 2.3 slik at man kan gå ned i veggdimensjon. Veggdimensjon, stagkrefter og drivedybde må bestemmes slik at stabilitet opprettholdes og deformasjonene er innefor de grenser som kreves.

Bæreevne



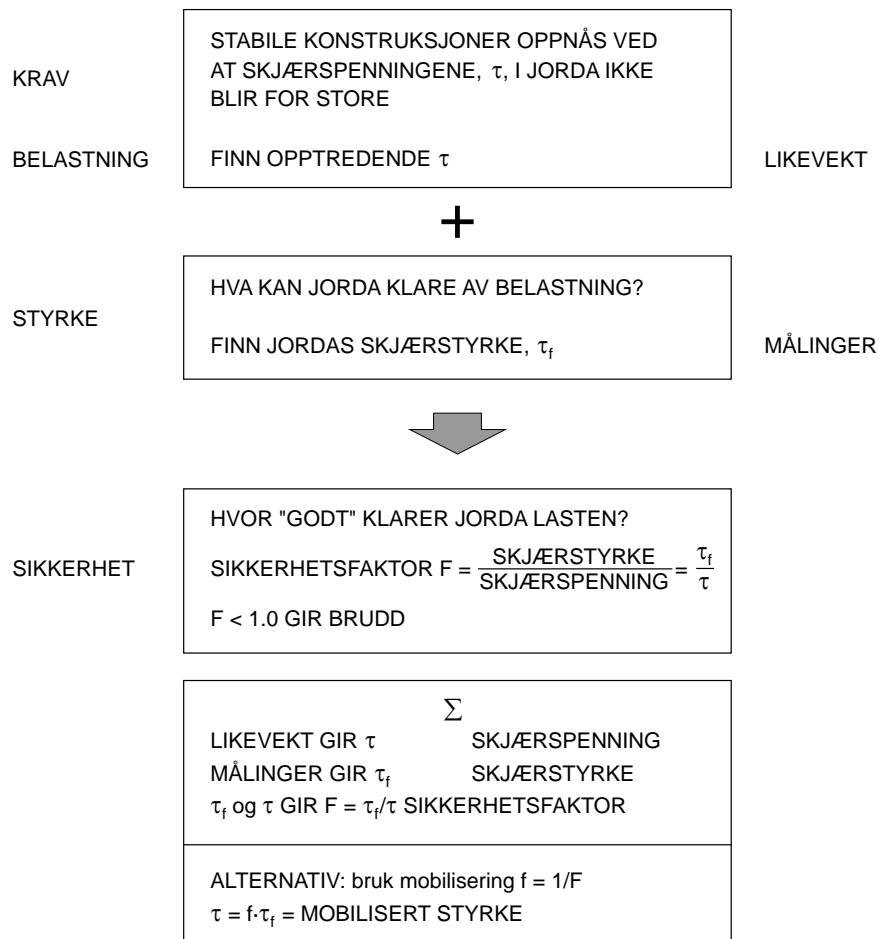
Figur 2.4: Prinsippskisse for bæreevneproblem

En direkte lastning av jordoverflaten vil føre til spenningsendringer i jorden. Dersom fundamentet har begrenset utstrekning og lasten er stor nok vil et bæreevnebrudd kunne oppstå, og grunnen under fundamentet svikter. Fundamentet vil trenge ned i jorden og

masser vil bli skjøvet opp på en eller flere sider. Ved slik direkte belastning settes det opp skjærspenninger i jorden og vi skal siden beregne hvilken belastning q som fører til brudd langs skjærflaten som er vist i figur 2.4.

2.3 Likevektsspenninger og skjærstyrke

Vi kan forenklet skissere en fremgangsmåte for å vurdere hvor sterkt jorden er belastet med hensyn på skjærspenningstilstand.



Figur 2.5: Vurdering av sikkerhet

2.4 Skjærstyrke på totalspenningsbasis og udrenert

Skjærstyrke på totalspenningsbasis er relevant for belastninger av kohesjonsjordarter (leire) som belastes slik at tilstanden kan sies å være udrenert, og vi benevner skjærstyrken i dette tilfelle som udrenert skjærstyrke, s_u .

Når situasjonen er udrenert har vi tidligere sett at (dersom vi idealiserer) en endring i total middelspenning ikke resulterer i endret middelspenning i kornskjelettet, men kun i en momentan poretrykksøkning. Det er altså ingen endring i det spenningsnivået som gjelder for den del av jorden som skal ta hånd om en eventuell skjærpåkjenning. Det er derfor heller ingen grunn til å tro at skjærstyrken skulle variere med middelspenningsnivået, og vi får den viktige observasjonen at:

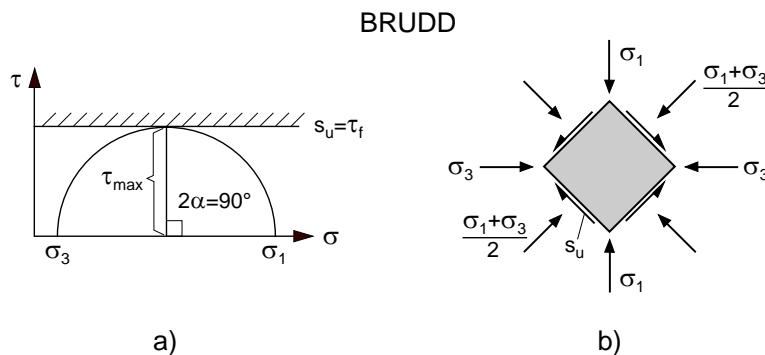
Udrenert skjærstyrke, s_u , karakteriseres ved at den er konstant og uavhengig av middelspenningsnivå.

Bruddkriterium på totalspenningsbasis

Bruddkriteriet på totalspenningsbasis er definert ved at den maksimale skjærspenning ved brudd ($F = 1$) er lik den udrenerte skjærstyrke, s_u :

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_f = s_u \quad (2.1)$$

Om vi tegner opp dette bruddkriteriet i et Mohr-diagram får vi figur 2.6.



Figur 2.6: (a) Bruddkriterium på totalspenningsbasis (b) Kritisk bruddelement

Det kritiske bruddelement viser at de plan som har den største skjærspenning først vil nå maksimal skjærstyrke og gå til brudd. Disse plan er orientert 45° i forhold til hovedspenningsretningen. Vi ser i figur 2.6 at bruddkriteriet kommer frem som et bruddtak som ikke kan overskrides. Den maksimale sirkelradius som kan tillates følger derfor av ligning 2.1.

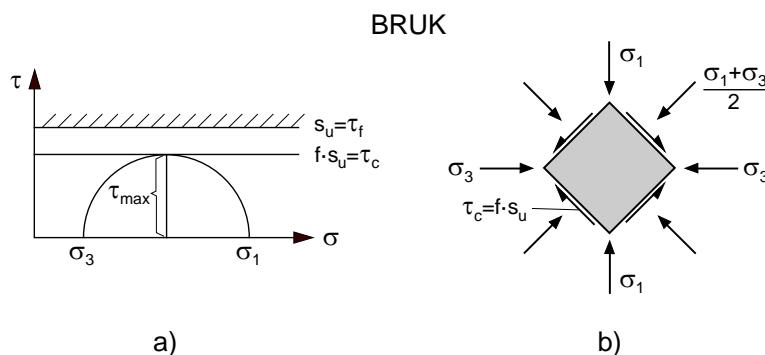
Brukskriterium på totalspenningsbasis

For brukstilstanden settes det krav om at den maksimalt opptrædende skjærspenning skal være en andel av den udrenerte skjærstyrken, og vi får brukskriteriet på totalspenningsbasis:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_c = f \cdot s_u \quad (2.2)$$

hvor f (som er mellom 0 og 1,0) beskriver i hvilken grad materialets skjærstyrke er mobilisert, derav navnet *mobiliseringsgrad*.

Inntegnet i $\tau - \sigma$ - diagrammet blir situasjonen som vist i figur 2.7.



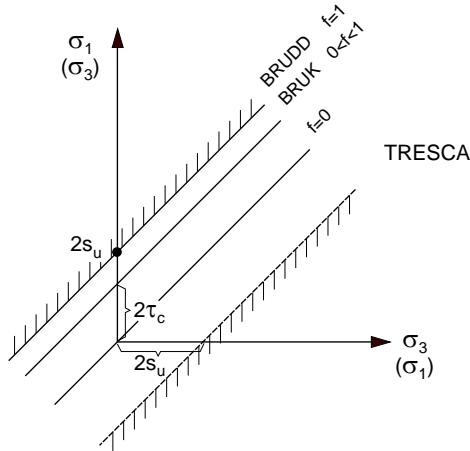
Figur 2.7: (a) Bruddkriterium på totalspenningsbasis (b) Kritisk likevektslement

Vi ser at brukskriteriet senker taket for tillatt skjærspenning ved bruk av f . I praksis vil et krav til sikkerhetsmargin bli formulert som en sikkerhetsfaktor f.eks. $F = 1,25$, eller som en maksimalt tillatt mobilisering f.eks. $f < 0,8$.

Dette kriteriet kalles Tresca-kriteriet (1864) og om vi tegner det opp i et *hovedspenningsdiagram* får vi figur 2.8 hvor den største og minste hovedspenning (σ_1 og σ_3) er ordinat og abscisse. Bruddtaket kommer frem som en linje med 45° helning og med skjæring av σ_1 -aksen for en spenning lik $2s_u$. Dette skjæringspunktet gir oss materialets enaksielle styrke, da vi i denne tilstand har at minste hovedspenning $\sigma_3 = 0$.

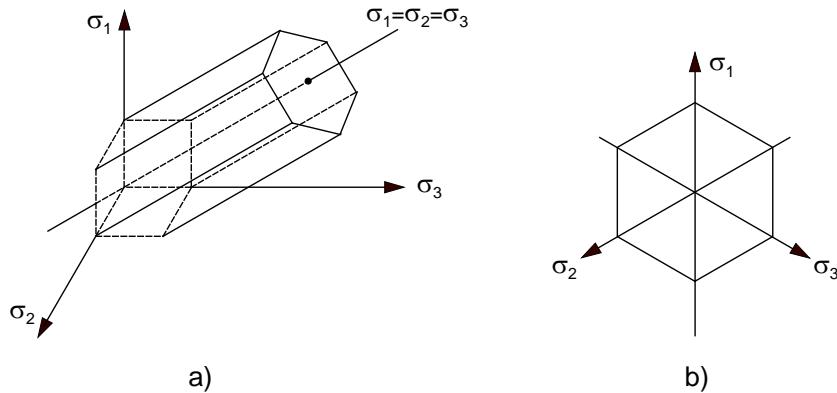
Diagrammet viser også (med σ_1 og σ_3 på aksene) at spenningstilstandene under linjen $f = 0$ ikke kan forekomme og at brukskriteriet igjen kan beskrives som et nedjustert bruddtak, her en linje for en gitt mobilisering, f , mellom bruddtaket og $f = 0$ -linjen.

Om vi i diagrammet lar største og minste hovedspenning skifte plass (σ_1 blir abscisse osv) vil en tilsvarende bruddlinje skjære abscissen i $2s_u$ -punktet og vi får en øvre og nedre avgrensning av tillatt forskjell mellom spenningen langs de to akser, uavhengig av størrelse på den mellomste hovedspenning, σ_2 .



Figur 2.8: Tresca-kriteriet i hovedspenningsdiagram

Om vi nå inkluderer σ_2 og betrakter et tre-dimensjonalt spenningsrom der de tre akseretningene sammenfaller med hovedspenningsretningene blir Tresca-kriteriet slik som vist i figur 2.9



Figur 2.9: (a) Tresca-kriteriet i et tredimensjonalt spenningsrom. (b) Tresca-kriteriet i π -planet

Vi ser at strålen for $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ($f = 0$) ligger midt i det sekskantede volumet som Tresca-flaten omslutter. Om vi legger et plan normalt til denne strålen (dette planet kallas π -planet) kommer denne sekskantet klarere frem slik som vist i figur 2.9. Sekskanten beskriver yttergrensen for tillatt spenningstilstand og vi ser at den som forventet har samme størrelse for alle middelsspenningsnivå. Vi ser at i henhold til Tresca-kriteriet vil det være mulig å operere både i positiv (trykk) og negativ (strekk) spenningstilstand dersom vi ikke selv begrenser dette. I jordmaterialer er det naturlig å avgrense gyldighetsområdet til trykksiden, da jordarter normalt ikke har strekk-kapasitet.

2.4.1 Måling av udrenert skjærstyrke, s_u

Udrenert skjærstyrke kan finnes ved bruk av en rekke forsøksmetoder. I laboratoriet har vi:

- konusforsøk
- enaksialforsøk
- treaksialforsøk
- skjærboksforsøk

og i felt har vi

- vingeboring
- CPT

Basert på den målte skjærstyrke, betegnes leiren som vist i tabell 2.1 .

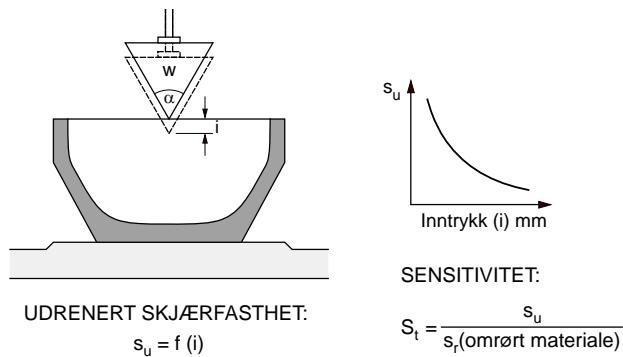
Betegnelse	s_u [kPa]
Bløt	< 25
Middels fast	25 - 50
Fast	> 50

Tabell 2.1: Betegnelse av leire etter udrenert skjærstyrke, s_u

Konusforsøket

Dette forsøk inngår i rutineundersøkelsene og er en enkel og rask metode til å vurdere materialets udrenerte skjærstyrke.

Fra prøvesylinderen avsettes det ett eller flere stykker for konustesting. Prøvestykket renkutes i enden og monteres inn i konusapparatet som vist i figur 2.10. Et konisk lodd senkes ned slik at spissen er i nivå med prøvestykkelets overflate. Loddet frigjøres, spissen trenger inn i overflaten av prøven og inntrengningen måles. Det gjennomføres 3 slike målinger på det samme prøvestykkelets overflate, og den midlere inntrengning for de 3 målingene beregnes. Ved hjelp av den midlere inntrengningsverdi finner en den udrenerte skjærstyrken fra en s_u -inntrengning-kurve slik som vist i figur 2.10, eller i praksis fra tabellerte verdier.



Figur 2.10: Konustest-prinsippskisse

2. SKJÆRSTYRKE

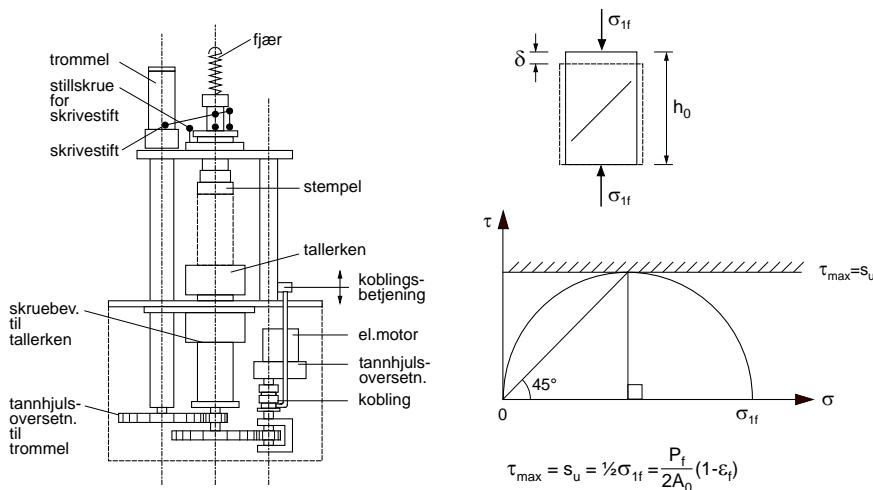
Konustesten gjennomføres både på uomrørt prøve (som beskrevet ovenfor), og på det samme materialet i omrørt tilstand. Ved omrørt måling bearbeides prøvestykket grundig, legges i en prøveskål og overflaten avrettes. Ved måling på omrørt prøve fås den omrørte skjærstyrken s_r , og sensitiviteten $S_t = s_u / s_r$ kan beregnes.

Enaksialforsøket

I enaksialforsøket settes et ca. 10 cm langt prøvestykke, som er tatt direkte fra prøvesylinderen og avrettet i endeflatene, inn i en apparatur som kan påføre aksial deformasjon. Oppstillingen er vist i figur 2.11. Denne påføres ved at sokkelen som prøven er montert på, beveger seg oppover med konstant hastighet. Prøven blir kun belastet på endeflatene, og den aksielle spenning blir dermed den største ($\sigma_a = \sigma_1$). Den radielle blir den minste (lik 0) og vi har $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$.

Den aksielle kraften opptas i en fjær på toppen av riggen, og en målestift avsetter en kurve på et indikatorpapir. Kurven beskriver en sammenheng mellom kraften i fjæren og den aksielle tøyning. Kurven vil i begynnelsen stige og etter en tid flate ut som indikasjon på brudd (mer deformasjon gir ikke lenger mer aksial kraft).

Resultatet tolkes deretter ved bruk av tolkningsdiagram som er tilpasset stivheten til den benyttede fjær. Maksimal last og deformasjon leses av der kurven indikerer at brudd har oppstått.



Figur 2.11: Enaksialforsøk-prinsippskisse

Den udrenerte skjærstyrken bestemmes deretter fra enaksforsøk ved:
Prøvens volummet er uendret

$$\begin{aligned}
 \Delta V &= 0 \\
 A_0 \cdot h_0 &= A_f(h_0 - \delta) \\
 A_0 \cdot h_0 &= A_f \cdot h_0(1 - \epsilon_f) \\
 \text{Det fører til } A_f &= \frac{A_0}{1 - \epsilon_f} \\
 s_u &= \frac{P}{2A_0} (1 - \epsilon_f)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

der P er aksial last i prøven ved brudd, A_0 er prøvens areal ($23,2 \text{ cm}^2$) ved start av forsøket, og ε_f er prøvens aksialtøyning ved brudd $= \delta/h_0$.

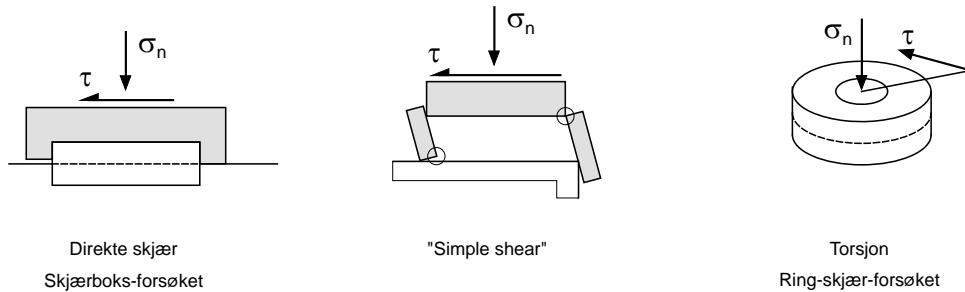
Treaksialforsøket

Treaksialforsøket skiller seg fra enaksialforsøket ved det er mulig å kontrollere den radielle spenning ved å påføre et væsketrykk på prøvens utside. Det er da mulig å lage spennings-tilstander der $\sigma_r > 0$, og kjennskap til spenningskomponentene i aksial og radiell retning gir grunnlag for bestemmelse av skjærspenninger i prøven.

Treaksialforsøket er nærmere beskrevet i et eget kapittel, kapittel 2.5.

Skjærboksforsøket

Forskjellige varianter av skjærbokstesting er vist i figur 2.12.



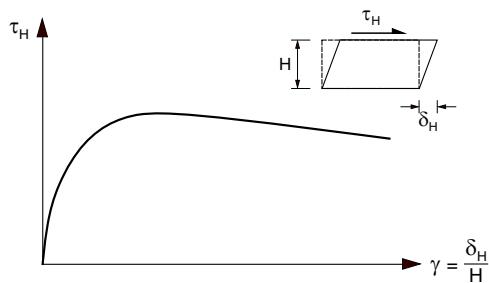
Figur 2.12: Forskjellige prinsipper for skjærboksforsøk

I *direkte skjær-forsøket* blir en skjærflate påtvunget et prøvestykke i et forhåndsbestemt snitt, mens det i *"simple shear"*-forsøket påføres en skjærtøyning γ over hele prøvestykrets tykkelse. Skjærtøyning er definert ved (jfr. også figur 2.13):

$$\gamma = \frac{\delta_h}{H} \quad (2.4)$$

hvor δ_h er langsgående forskyvning av den ene prøveflaten i forhold til den andre, og H er avstanden mellom prøveflatene.

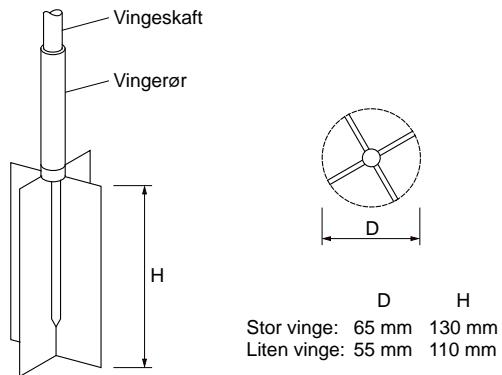
I en opptegning av den påførte skjærspenning τ_h mot γ vil et forløp som skissert i figur 2.13 oppstå, og man kan finne den største skjærspenning materialet tåler under de gitte forsøksbetingelser.



Figur 2.13: Opptegning av resultat fra “simple shear”-test

Feltbestemmelse av s_u vha vingebor

Prinsippskisse av vingeboret er vist i figur 2.14.



Figur 2.14: Vingebor

I felt presses vingeboret ut gjennom en nedføringshylse og inn i en uforstyrret del av jorden. Deretter settes det moment på vingeboret, og sammenhengen moment-rotasjon måles. Ved brudd vil vingeboret ha skåret ut et sylinderisk volum av jorden, og det målte moment gir anledning til å beregne de samsvarende skjærspenninger som virket på utsiden av dette volumet ved brudd. Fra dette og ved bruk av empirisk bestemte korreksjoner bestemmes den udrenerte skjærstyrken s_u .

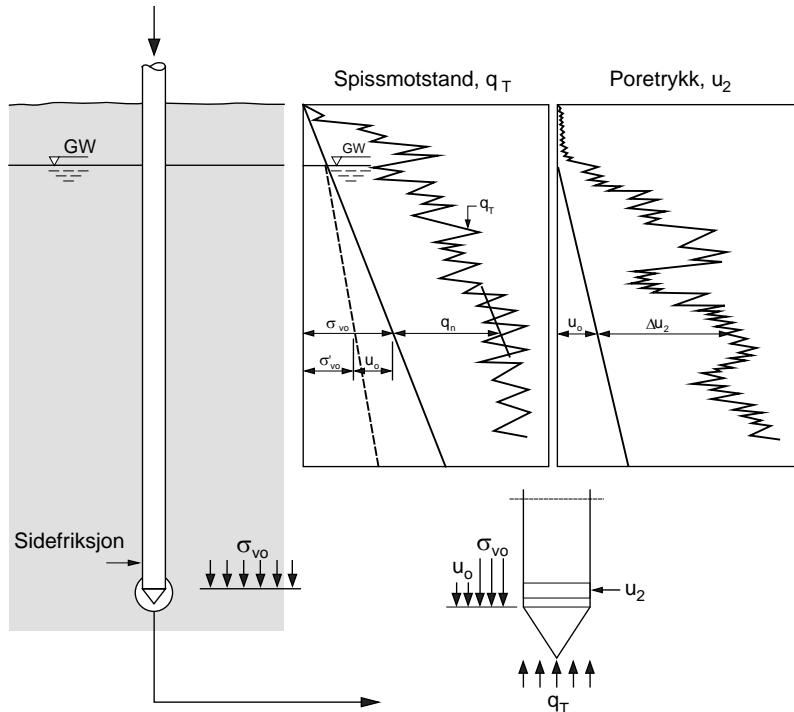
Feltbestemmelse av s_u vha Cone Penetration Test (CPT)

CPT¹ Forsøket kalles på norsk *trykksondering* og består i at en sylinderisk sonde med kon spiss trykkes ned i jorden. Nedpressingen foregår ved hjelp av en rigg, og sonderinger kan utføres til dyp opp til 40-50 m. På sonden er det normalt målere for registrering av poretrykk, spissmotstand og sidefriksjon og metodens store fordel er at de elektroniske

¹Beskrivelsen av CPT-forsøket er tatt fra artikkelen: Rolf Sandven, 1991: “Trykksondering med poretrykksmåling - mer enn bare sondering?”, Geoteknikk-dagen, 1991, og fra Sandvens doktoravhandling 1990.

følere ligger nær målepunktet. En CPT-spiss vil derfor kunne fange opp tynne lag i jorden og vise disse i opptegning av dybdeprofil av f.eks. spissmotstand. En skisse av CPT-utstyret er vist i Figur 2.15.

Målinger fra CPT-forsøket fremstilles mot dybden som vist i figur 2.16.



Figur 2.15: Prinsippskisse av oppsett for trykksondring (Fra Sandven,1990)

Udrenert skjærstyrke fra CPT kan bestemmes ved følgende relasjon:

$$s_u = \frac{(q_T - \sigma_{v0})}{N_{kt}} \quad (2.5)$$

der q_T er spissmotstand, σ_{v0} er in situ total vertikal overlagringsspenning, og N_{kt} er en bæreevnefaktor.

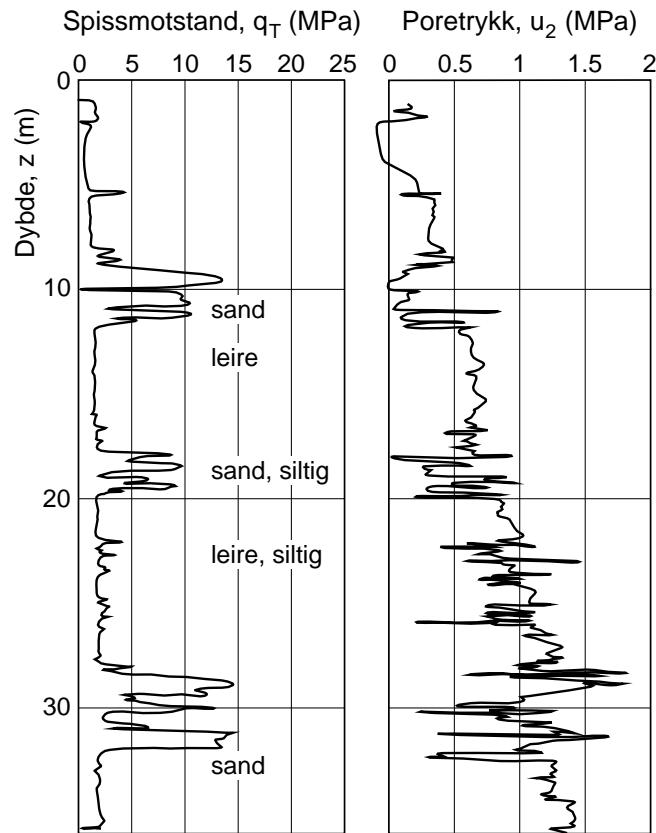
N_{kt} vil i henhold til bæreevneteori være 6-9, men en N_{kt} -verdi i området 10-20 er funnet ved sammenligning (kalibrering) av CPT-spissmotstand mot s_u -resultater fra laboratorieforsøk (f.eks. treaksialforsøk).

Alternativt kan s_u bestemmes fra det målte poretrykk under penetrasjon slik:

$$s_u = \frac{\Delta u}{N_{\Delta u}} \quad (2.6)$$

der Δu er poretrykk målt ved spissen, og $N_{\Delta u}$ er en bæreevnefaktor på poretrykksbasis.

I bløte leirer vil $N_{\Delta u}$ variere fra 5 til 9, mens vi i stivere overkonsoliderte leirer vil ha $N_{\Delta u} = 4 - 6$ som vanlige verdier.



Figur 2.16: Eksempel på trykksonderingsmåledata

2.4.2 s_u -avhengigheter

Variasjon med dybden

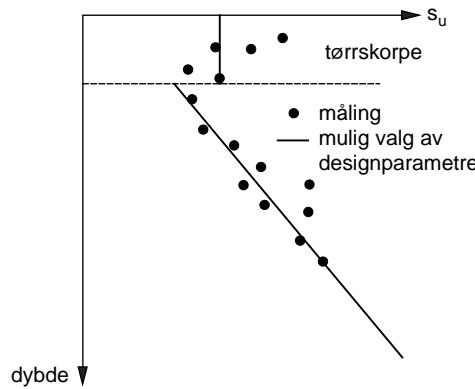
Ved opptegning av s_u -dybdeprofil i kohesjonsjordarter vil det i toppen ofte være markert sterkere materiale enn i de nærmest påfølgende lag i dybden. Et eksempel på slik opptegning er vist i figur 2.17. Denne ekstra styrken skyldes endringer i grunnvannsspeilet, og der av endring/økning i effektivspenninger. Disse endringene fører til at den øverste sonen i materialet, har fått en prekonsolidering. Denne sonen kalles *tørrskorpen* og er mer kompakt (har lavere porositet) og har lavere vanninnhold enn det vi finner i leiren like nedenfor.

Når s_u måles i dypere lag finner vi (som rimelig er?) at den øker med dybden og vi finner at den øker på en måte som gjør at vi kan hevde at:

$$\frac{s_u}{p'_0} \approx \text{konstant} \quad (2.7)$$

hvor p'_0 er effektiv vertikal spenning i det nivå i jorden hvor man måler s_u . ($p'_0 = \sigma'_{v0}$ effektiv overlagringsspenning)

I norske leirer er dette forholdet i området 0.1-0.3.



Figur 2.17: s_u -profil med dybden.

Vi finner altså at s_u øker med dybden og med effektiv overlagringsspenning. Hvordan kan dette skje når vi samtidig hevder at s_u ikke endrer seg med spenningsnivået (jfr. Tresca-kriteriet)?

Forklaringen er denne:

- når vi snakker om skjærstyrke s_u i kohesjonsmateriale i forbindelse med korttids belastning, forutsetter vi at en udrenert situasjon oppstår. Et prøvestykke tatt ut av jorden vil derfor ikke gi større eller lavere styrke selv om vi endrer middelspenningsnivået i prøveapparatet vårt.
- i et eksisterende (gammelt) sediment er situasjonen for to elementer på forskjellig dyp svært forskjellig. De to elementene kan begge sies å være ferdig konsolidert for de spenningsnivå de er utsatt for (p'_0). Altså vil det dypest liggende materiale være mest sammenpresset, ha minst porevolum, ha lavest vanninnhold, og størst kontakttrykk mellom kornene. Det er dette som fører til at materialet har større styrke med dybden.

Variasjon med prekonsolideringsspenningen

I overkonsoliderte leirer ($p'_c > p'_0$) har materialet opplevd tidligere høyere spenninger. Er det da slik at dette fører til et enda høyere nivå for s_u ? Vi finner erfaringmessig at:

$$\frac{s_u}{p'_c} \approx \text{konstant} \quad (2.8)$$

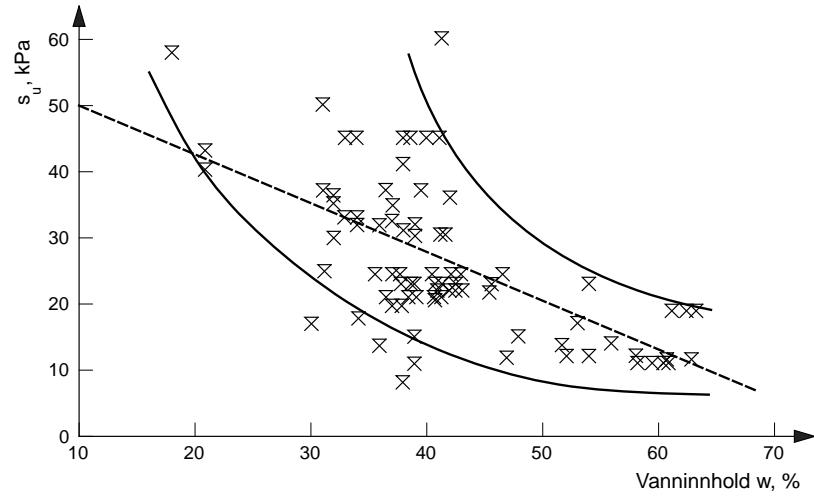
i likhet med ligning 2.7. Her er forholdet for norske leirer ca. 0,2-0,35.

Variasjon med vanninnhold

Generelt vet vi at s_u blir lavere dersom vanninnholdet øker, altså at en vannrik leire har lav skjærstyrke. Denne trend finner vi dersom vi fra et større datamateriale plotter opp s_u-w slik som vist i figur 2.18.

Figuren viser 88 måleverdier fra middels sensitive norske leirer, og vi ser at for vanninnhold ned mot 20% vil skjærstyrken stort sett være større enn 50 kPa, mens leirer med vanninnhold over 50% har $s_u = 20$ kPa eller mindre.

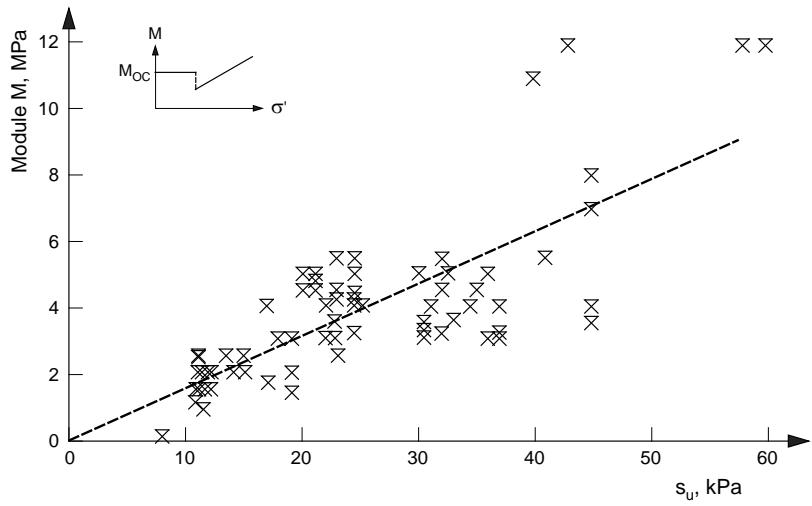
Sterkere krav til statistisk utvelgelse av punkter for presentasjon vil kunne redusere den store spredning vi ser i figur 2.18, figur 2.19 og figur 2.20.



Figur 2.18: Udrynert skjærstyrke s_u mot vanninnhold for middels sensitive norske leirer.

Variasjon med ødometermodul

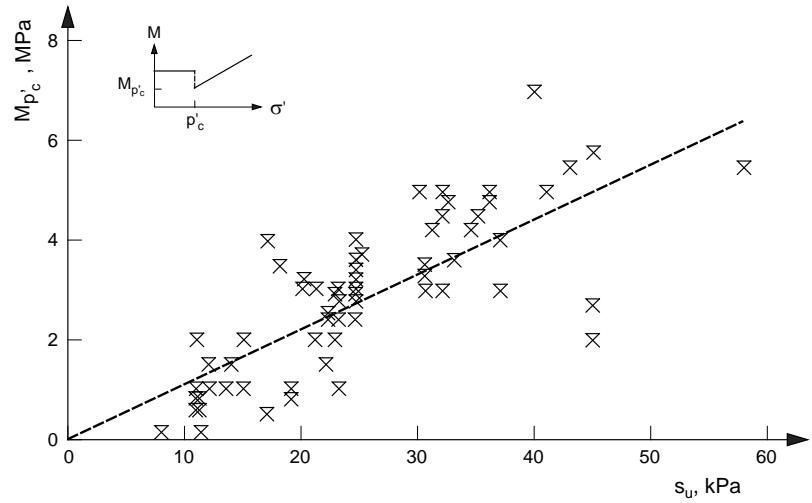
For de samme leirer som er vist i figur 2.18 får vi frem en klar sammenheng mellom jordens stivhet M og udrynert skjærstyrke slik som vist i figur 2.19. Figuren gjelder for spenninger lavere enn prekonsolideringstrykket (eller p'_0 dersom NC-leire). Vi kaller stivheten i dette området M_{OC} .



Figur 2.19: Udreneret skjærstyrke, s_u , mot ødometermodul i OC-området, M_{OC} .

Vi ser at den udrenerte skjærstyrken øker slik at M_{OC} er 100-200 ganger s_u .

En tilsvarende sammenheng finner vi for modul ved p'_c , M_{pc} , mot s_u slik som vist i figur 2.20 hvor vi grovt kan si at M_{pc} er 50-150 ganger s_u .



Figur 2.20: Udreneret skjærstyrke, s_u , mot ødometermodul ved prekonsolideringstrykket.

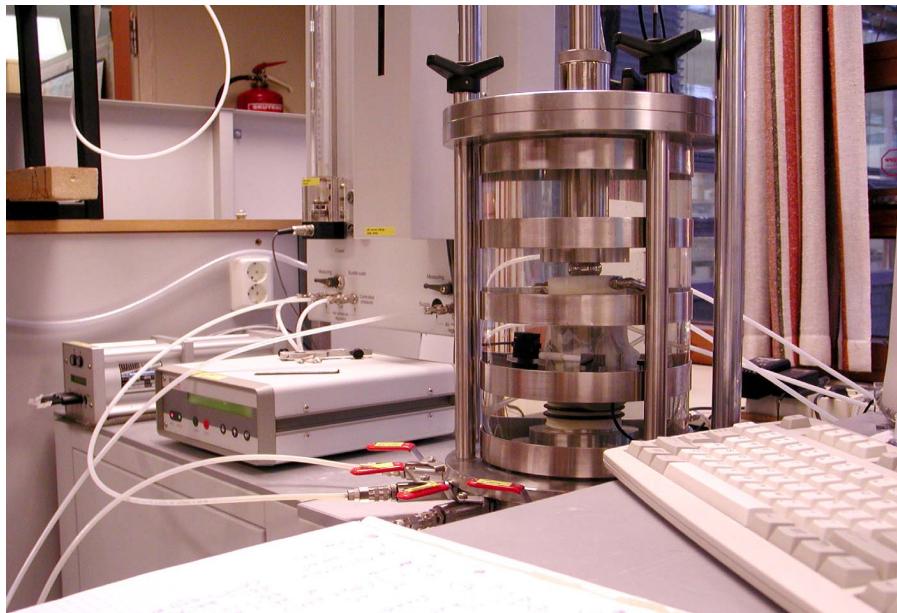
Merk: Disse grove sammenhengene som er satt sammen ved hjelp av erfaringsdata gir oss muligheten til å estimere udrenert skjærstyrke fra andre materialparametere. Anslagene vil naturlig nok bli grove og for å finne bedre og mer nøyaktige verdier må laboratorieforsøk gjennomføres.

Eksempel:

Dersom vi har i en leire har $M_{pc} = 1 \text{ MPa}$ blir $s_u = 6 - 20 \text{ kPa}$. Om vi har et modultall $m = 15$ (typisk for norsk leire) tilsvarer modulen en $p'_c = 1000/15 = 67 \text{ kPa}$. Overslaget er basert på ligningen for stivhet av normalkonsolidert leire: Vi ser at $s_u = 0.1 - 0.3p'_c$.

2.5 Treaksialforsøket

Treaksialforsøk kan foretas på alle typer jordmaterialer. Ved kjøring på leire tas et prøveemne fra prøvesylinderen, emnet trimmes til et prøvestykke av forhåndsbestemt dimensjon, og prøvestykket monteres i treaksen slik som vist i figur 2.21. En prinsippskisse for treaksialforsøk er vist i figur 2.23.



Figur 2.21: Treaksialcelle

I treaksialforsøket kan man i tillegg til aksial deformasjon (eller last) også kontrollere den radielle spenning på prøven. Dette skjer ved at prøven i apparatet omsluttet av en væske som står under et kontrollerbart trykk. For at prøven ikke skal påvirkes direkte av væsken er den omsluttet av en tynn gummihud. Væsken (som oftest er vann) kan dermed ikke trenge inn i prøven. I hver ende av prøven er det påsatt filter og i kommunikasjon med disse er det ledninger som fører et eventuelt utpresset porevann til et måleglass (byrette). Mellom gummihuden og prøven er det lagt inn et filterpapir som gjør at vann som presses ut av prøven kan strømme langsetter prøvens overflate mot utløpsledningen i endene av prøven. Dette reduserer den tid som går med til å presse ut vann av prøven da strømningsvegen blir kortest mulig.

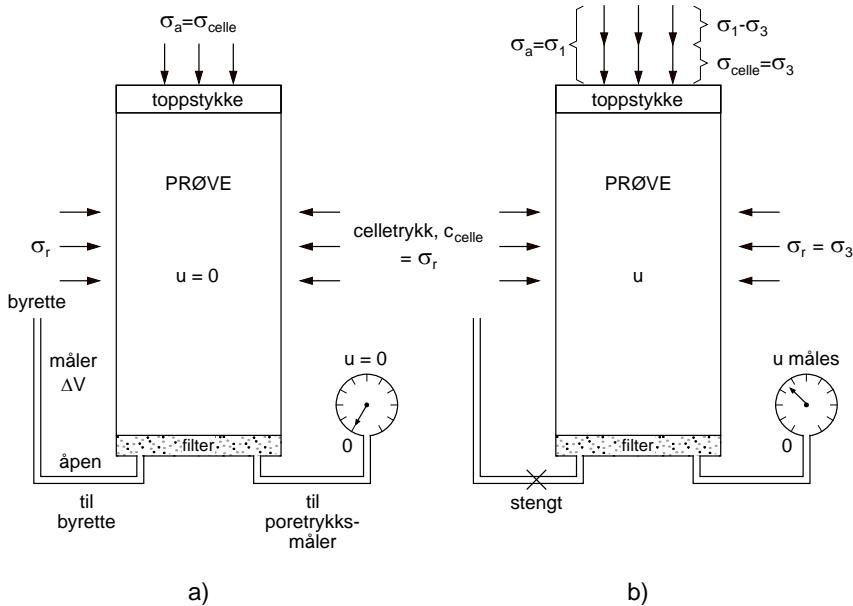
Figur 2.22 viser oppsettet av treaksprøven før yttersylinderen av glass settes på og en kan se både toppstykket med koblinger, gummihud og bunnstykket samt skimte papirstripene under gummihuden.



Figur 2.22: Treaksialprøve slik den er preparert før cellen settes på. Foto: Mike Long.

Porevannsledningene kan stenges og dette vil føre til at porevannet er hindret fra å forlate prøven, prøven vil være i en *udrenert* tilstand. I udrenert (avstengt) tilstand blir vanntrykket på prøvesiden av kranen målt, og vi får kjennskap til poretrykket som til enhver tid er i prøven.

Dersom man skal undersøke jordarter som ikke lar seg skjære ut til et passende prøvestykke (sand o.l.) blir materialet bygget inn i en sylinderisk holder etter faste prosedyrer.



Figur 2.23: Prinsipp for triaksialtesting (a) konsolideringsfase (her: isotrop) (b) udrenert tilstand

Vi er altså i triaksen i stand til å:

- kontrollere aksial spenning, σ_a
- kontrollere radiell spenning, σ_r
- måle aksial tøyning, ε_a , og i noen apparater også radiell tøyning ε_r .
- måle utpresset porevann, og derfra beregne volumendring i prøven
- (ved lukket system) måle trykket i porevannet i prøven.

Dette gir muligheter til å plassere en prøve i en apparatur og i fase 1; etterlign den tilstand den har i naturen, og deretter i fase 2; belaste prøven på en måte som mest mulig ligner det belastningstilfelle som jorden vil oppleve under den byggeprosess som undersøkelsen er lagt opp for.

Konsolidering i triaks

Vi kaller Fase 1) for *konsolideringsfasen*. Prøven settes inn i apparatet, porevannskanalene er åpne, og spenning påføres prøven. Dette gjøres ved å øke celletrykket. Spenningen på prøven vil dermed være lik i alle retninger, og vi kaller det en *isotrop* konsolidering. Et slikt tilfelle er vist i figur 2.23. Normalt vil man sette på en spenning som tilsvarer den spenning som er i jorden, et slikt tilfelle kalles derfor en p'_0 -konsolidering. Etter en tid vil porevannet i prøven være utpresset og prøven er ferdig konsolidert. Effektivspenningen inne i prøven er nå kjent og lik celletrykket.

2. SKJÆRSTYRKE

Dersom man vet at effektivspenningstilstanden i jorden er anisotrop, kan man etterligne dette ved at man i tillegg til celletetrykket setter på en aksial spenning slik at man får en *anisotrop* konsolidering.

Skjær forsøk i treaks

Fase 2) kalles *skjær forsøket* fordi vi nå vil utsette prøven for forskjell i hovedspenninger slik at skjærspenninger oppstår. Ved å registrere aksial last, poretrykk, celletetrykk og deformasjoner kan vi siden beregne skjærspenningsforløpet og fra dette finne verdier for materialets styrke. Skjær forsøket kan gjennomføres både med avstengte (udrenert) og med åpne (drenert) porevannskanaler. Forskjellen i hovedspenning kan oppnås på to måter:

1. Prøven presses sammen aksialt ved at nedre sokkel presses oppover mens celletetrykket holdes konstant. Den aksialle spenning vil bli den største hovedspenning ($\sigma_a = \sigma_1$) og den radiale blir den minste ($\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$). Dette kalles *et aktivt treaksialforsøk*. I figur 2.23 vises dette for en *udrenert* tilstand i prøven.
2. Prøvens strekkes i lengderetningen ved at toppstykket og bunnsokkel trekkes fra hverandre mens celletetrykket holdes konstant. Celletetrykkets spenningskomponent på endeflatene av prøven blir dermed motvirket av den aksialle strekkbelastning, og den resulterende aksialle spenning blir redusert $\sigma_a = \sigma_3$, $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_1$. Dette kalles *et passivt treaksialforsøk*.

Et treaksforsøk blir gitt en betegnelse etter den kjøreprosedyre som er benyttet:

CIU_C , CIU_E	:	konsolidert isotrop, udrenert skjær forsøk.
C	betyr	<i>COMPRESSION</i> altså et aktivt forsøk, mens
E	betyr	<i>EXTENSION</i> altså et passivt forsøk
CAU	:	konsolidert anisotrop, udrenert skjær forsøk
CID , CAD	:	konsolidert isotrop eller anisotrop, drenert skjær forsøk

Det finnes i tillegg spesielle forsøksprosedyrer som har egne betegnelser. Opptegning og tolkning av resultater fra treaksialforsøk er dekket i kapittel "Skjærstyrke på effektivspenningsbasis".

2.6 Skjærstyrke på effektivspenningsbasis

Vi skal i dette kapittel ta for oss Coulomb-kriteriet som beskriver hvordan et materials evne til å motstå skjærpåkjenninger endrer seg med spenningsnivået i materialet. Det skiller seg ved dette fra Tresca-kriteriet som er omtalt tidligere.

Coulomb benyttes for situasjoner hvor vi har drenert tilstand slik at en spenningsendring fører med seg en endring i effektivspenninger. Dette krever at det for kohesjonsjordarter er snakk om belastninger over lang tid slik at porevannet får anledning til å drenere bort. For jordarter som sand og grovere materialer vil det alltid være korrekt å benytte effektivspenninger i vurdering av skjærstyrke. Man kan imidlertid komme i grensetilfeller der materialer av type grov silt/finsand blir utsatt for raske pålastninger hvor grenseoppgangen mellom bruk av en udrenert skjærspenning s_u og bruk av skjærstyrke på effektivspenningsbasis blir vanskelig.

2.6.1 Coulomb-kriteriet som bruddkriterium

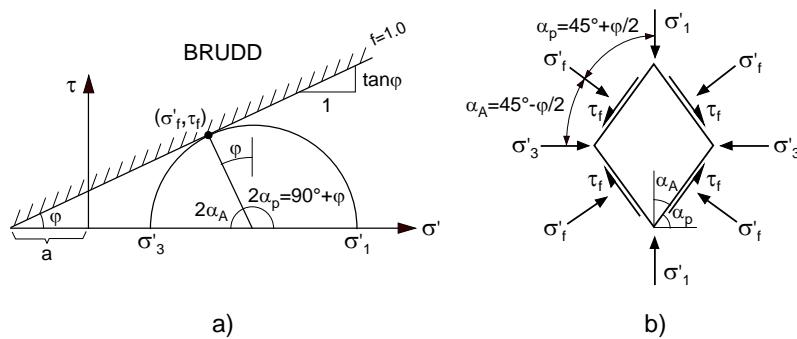
Coulomb-kriteriet beskriver hvordan den maksimale skjærspenning som kan tåles på et gitt plan i jorden varierer med normalspenningen til planet:

$$\tau_f = (\sigma'_f + a) \cdot \tan \phi \quad (2.9)$$

hvor

- τ_f er skjærspenningen på planet,
- σ'_f er den effektive normalspenningen på planet,
- a er attraksjonen, og
- ϕ er materialets friksjonsvinkel

og benyttet som bruddkriterium blir ligning 2.9 i et Mohr-diagram som vist i figur 2.24.



Figur 2.24: (a) Coulomb bruddkriterium (b) Kritisk bruddelement

Vi har tidligere sett at den maksimale skjærspenning oppstår på plan med 45° vinkel i forhold til hovedspenningsretningene, og at dette gjelder både for total- og effektivspenningstilstand.

For den udrenerte skjærstyrken, s_u , på totalspenningsbasis fant vi at brudd også ville oppstå på 45° -planet på grunn av at skjærstyrken var definert som et maksimumstak uansett spenningstilstand i materialet.

Dette er ikke tilfelle når vi vurderer skjærstyrke på effektivspenningsbasis.

Forklaringen er at det er langs det plan som har den mest ugunstige kombinasjon av normal- og skjærspenning at brudd først vil oppstå. Denne spenningskombinasjonen (σ'_f , τ_f) og den tilhørende orientering av bruddplanene finner vi fra Mohrs-sirkel i figur 2.24, og vi kan tegne opp det kritiske bruddelementet som vist i figur 2.24. Geometrien på bruddelementet bestemmes av friksjonsvinkelen ved at

$$\alpha = 45^\circ \pm \phi/2 \quad (2.10)$$

slik det fremgår av figuren. I et materiale med høy friksjonsvinkel vil vi altså få mer utpreget rombisk form på bruddelementet.

2.6.2 Friksjonsvinkel og attraksjon

Vi ser fra figur 2.24 at bruddkriteriet tillater en stadig større skjærspenning dersom normalspenningen til planet øker og at bruddkriteriet beskrives av en linje med stigning $\tan \phi$ som skjærer abscissen (σ' -aksen) for en verdi som ikke nødvendigvis er 0. Et materiale med stor friksjonsvinkel vil følgelig raskere utvikle evne til å motstå skjærspenninger ved øket normalspenning enn et material med lav ϕ .

Skjæringspunktet med σ' -aksen definerer *attraksjonen*, betegnes a , og indikerer at en strekkspenning ($\sigma' < 0$) er tillatt. Vi vil imidlertid normalt ikke akseptere at reelle strekkspenninger får oppstå i jorden, og det er heller ikke mange belastningstilfeller som setter opp en kombinasjon av negativ normalspenning sammen med skjærspenning på et plan i jorden.

Istedet for å koble attraksjonen til en "strekksstyrke" vil det være riktigere å betrakte a som en kurveparameter for å beskrive Coulomb-kriteriet.

2.6.3 Coulomb-kriteriet som brukskriterium

Etter å ha funnet bruddtaket som vist i figur 2.24, kan vi definere et justert kriterium som angir de spenningskombinasjoner som tillates i brukstilstanden. Dette gjøres som før ved å introdusere en mobiliseringsgrad, f , men i dette tilfelle brukes den til å nedjustere taket for spenningstilstander ved å spesifisere den andel av friksjonsvinkelen som tillates utnyttet. Inntrykket av attraksjonen som en kurveparameter blir her ytterligere forsterket ved at den ikke blir påvirket av mobiliseringsgraden.

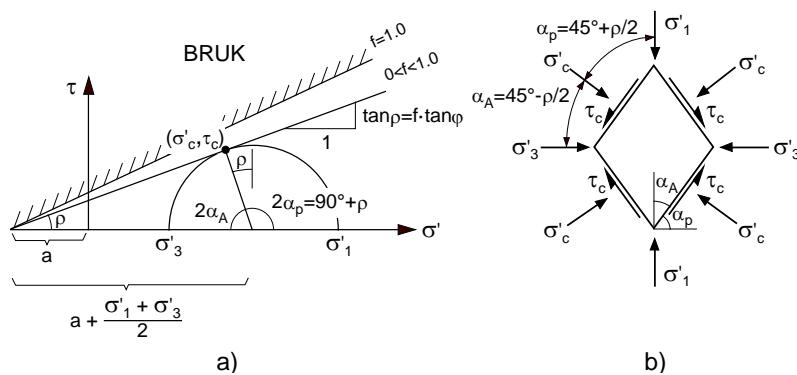
Med dette som bakgrunn kan vi sette opp Coulomb som brukskriterium:

$$\tau_c = (\sigma'_c + a) \cdot f \cdot \tan \phi = (\sigma'_c + a) \tan \rho \quad (2.11)$$

hvor

- τ_c er den kritiske skjærspenningen og
- $\tan \rho$ er *mobilisert friksjon*, $f \cdot \tan \phi$ der
- f er mobiliseringsgrad

Opptegnet i Mohr-diagram fås figur 2.25:



Figur 2.25: (a) Coulomb brukskriterium (b) Kritisk likevektselement

Figur 2.25 viser hvordan det tidligere bruddtaket nå justeres ned og danner taket for brukstilstanden. For et gitt spenningsnivå gir dette at de tillatte skjærspenninger blir lavere og at det kritiske likevektselement blir noe forskjellig fra bruddelementet. Vi får her at geometrien bestemmes av den mobiliserte friksjonsvinkel ρ :

$$\alpha = 45^\circ \pm \rho/2 \quad (2.12)$$

og vi ser at for stadig lavere mobilisering nærmer det kritiske bruddelementet seg 45° -elementet.

2.6.4 Coulomb-kriteriet fremstilt på andre måter

Vi har den generelle form av Coulomb-kriteriet:

$$\tau = (\sigma' + a) \cdot \tan \rho \quad (2.13)$$

og skal her vise noen alternative fremstillingsmåter.

Hovedspenningsdiagram

Vi ønsker å benytte et σ'_1 , σ'_3 -diagram, og søker derfor en sammenheng mellom hovedspenningene ved å se på Mohrs sirkel:

$$\frac{1}{2} (\sigma'_1 - \sigma'_3) = \left(a + \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \right) \cdot \sin \rho$$

som ved multiplikasjon med 2 på begge sider kan omgjøres

$$(\sigma'_1 + a) - (\sigma'_3 + a) = [(\sigma'_1 + a) + (\sigma'_3 + a)] \cdot \sin \rho$$

$$(\sigma'_1 + a) (1 - \sin \rho) = (\sigma'_3 + a) (1 + \sin \rho)$$

$$(\sigma'_1 + a) = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} (\sigma'_3 + a)$$

og vi får

$$(\sigma'_1 + a) = N (\sigma'_3 + a) \quad (2.14)$$

hvor

$$N = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} \quad (2.15)$$

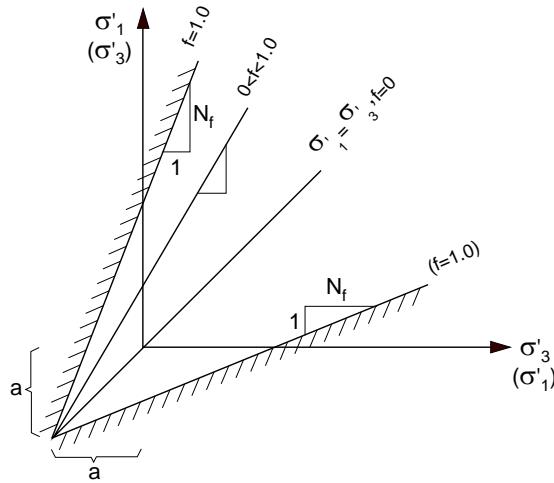
Det kan også vises at N kan uttrykkes ved α :

$$\tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{(1 - \cos 2\alpha)/2}{(1 + \cos 2\alpha)/2} = \frac{1 - (\cos 90^\circ \cdot \cos \rho - \sin 90^\circ \cdot \sin \rho)}{1 + (\cos 90^\circ \cdot \cos \rho - \sin 90^\circ \cdot \sin \rho)} = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho}$$

og altså $N = \tan^2 \alpha = \tan^2 (45^\circ \pm \rho/2)$

Om vi tegner opp Coulomb-kriteriet som vist i hovedspenningsdiagrammet i figur 2.26 får vi fra det ovenstående at det dannes et tak som skjærer gjennom attraksjonspunktet og som har en helning N . For bruddtaket er denne helning:

$$N_f = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (2.16)$$



Figur 2.26: Coulomb-kriteriet i et hovedspenningsdiagram

$\frac{1}{2}\sigma_d - \sigma'_3$ -diagram

Det er i norsk praksis vanlig å fremstille resultater i et diagram der den minste hovedspennin er lagt langs absissen og med $\frac{1}{2}\sigma_d = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ langs ordinaten. Sammenhengen finner vi fra Mohrs sirkel:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) &= \left(a + \sigma'_3 + \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3)\right) \cdot \sin \rho \\ \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3)(1 - \sin \rho) &= (\sigma'_3 + a) \sin \rho \\ \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) &= \frac{\sin \rho}{1 - \sin \rho} (\sigma'_3 + a) \end{aligned}$$

og vi får

$$\frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) = S(\sigma'_3 + a) \quad (2.17)$$

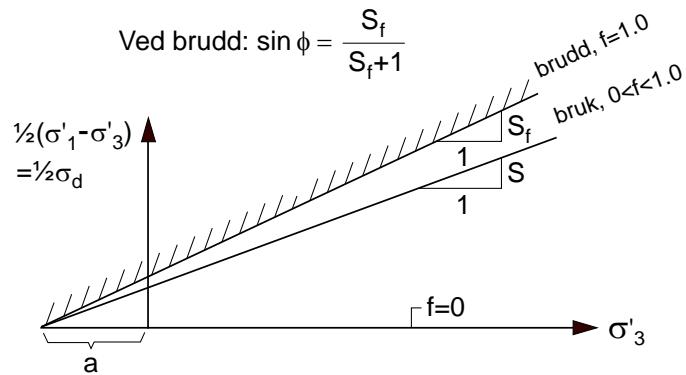
I diagrams form blir dette som vist i figur 2.27, og vi ser at bruddtaket kommer frem som en linje gjennom attraksjonspunktet og har stigning definert av stigningstallet S :

$$S = \frac{\sin \rho}{1 - \sin \rho} = \frac{N - 1}{2} \quad (2.18)$$

For å tolke treaksialresultater benyttes ofte følgende relasjon (den inverse av ligning 2.18):

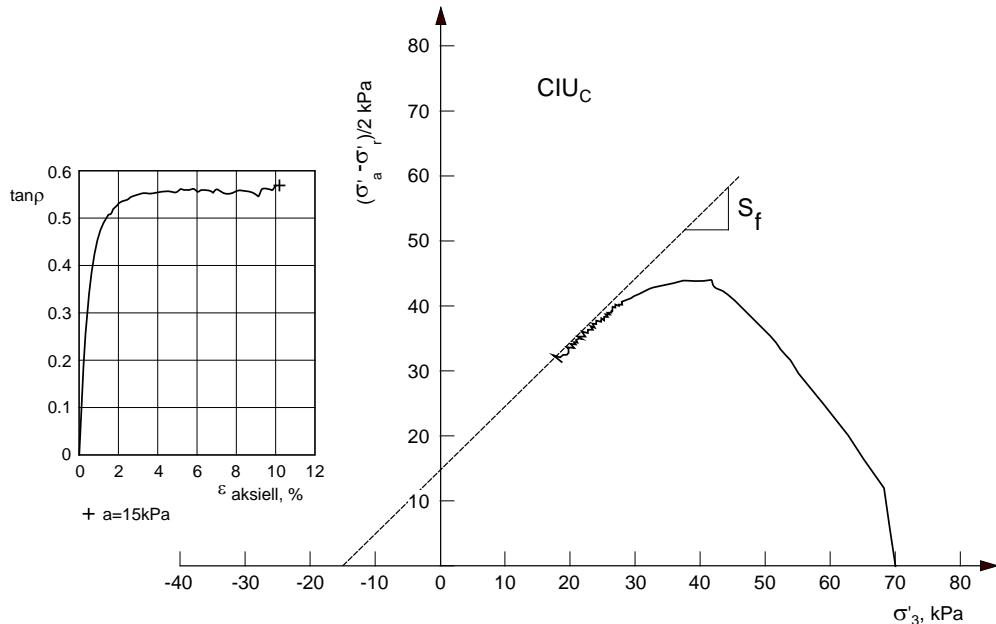
$$\sin \rho = \frac{S}{S + 1} \quad (2.19)$$

hvorfra vi finner ρ .



Figur 2.27: Coulomb-kriteriet i et $\frac{1}{2}\sigma_d - \sigma'_3$ -diagram

Ved gjennomføring av treaksialforsøk vil et resultat kunne fremstilles slik som vist i figur 2.28. Vi ser at i starttilstanden er deviatorspenningen lik 0, dvs. prøvestykket er utsatt for lik spenning i alle retninger, konsolideringen har altså vært isotrop. Vi kan videre se at $p'_0 = 70$ kPa, dette er altså den effektive spenningen som er oppnådd etter at prøven er konsolidert i treaksen.

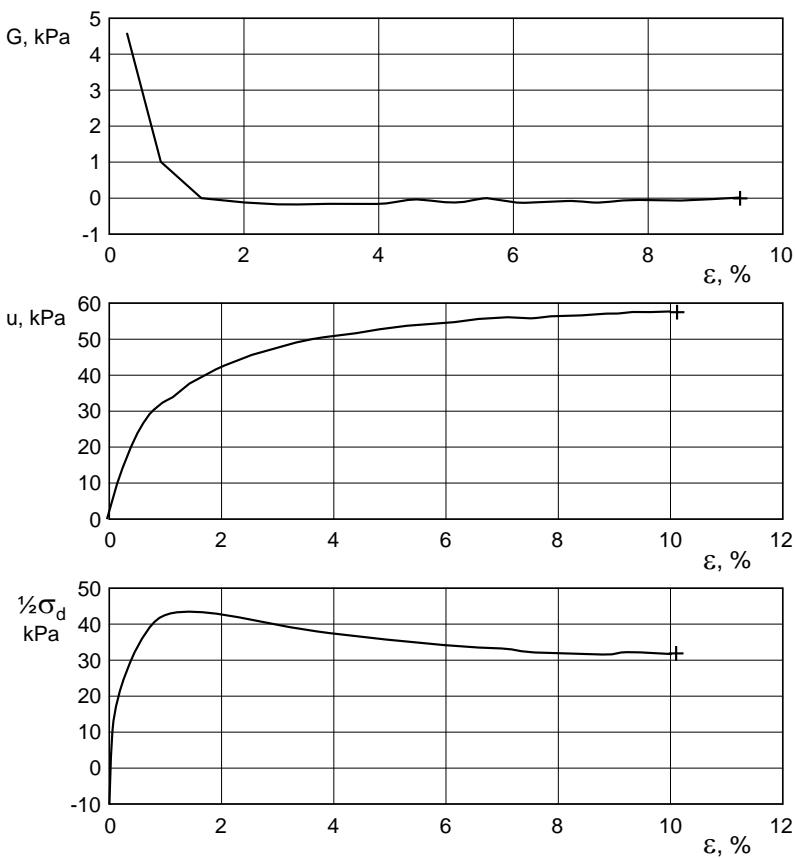


Figur 2.28: Eksempel på treaksialresultat fremstilt i $\frac{1}{2}\sigma_d - \sigma'_3$ -diagram og $\tan \rho$ mot aksiell tøyning

2. SKJÆRSTYRKE

Etter ferdig konsolidering stenges kranene til poretrykket, og skjærforsøket i figur 2.28 er kjørt udrenert. Dette er gjort ved at prøven er trykket sammen i aksial retning mens totalspenningen i radiell retning (celletrykket) er konstant. Resultatet er at den aksielle spenning øker når aksial tøyning påløper (prøven trykkes sammen). Med konstant celletrykk betyr dette at forskjellen mellom aksial og radiell spenning øker, dvs. at skjærspenningen øker. Når dette har gått langt nok går prøven til brudd og vi ser at den raskt utvikler stadig større tøyninger. I denne tilstanden er prøven fullt mobilisert, og vi får definert en bruddflate. Kurven som viser hvilke spenningstilstander prøven har vært i under forsøket kalles en *spenningststi*. Vi ser at dersom vi antar at materialet har en attraksjon $a = 15 \text{ kPa}$ og trekker en linje for å definere bruddtaket har vi samtidig definert en helning S_f for bruddflaten. Dette ser vi at av $\varepsilon - \tan \rho$ -diagrammet i figur 2.28 som viser verdier av $\tan \rho$ for tilhørende verdier av aksial tøyning. Den maksimale verdi for $\tan \rho$ (altså $\tan \phi$) blir her 0.55.

I figur 2.29 er vist andre resultater som kan finnes fra treaksforsøket, så som skjærmmodul $G = \tau / \gamma$ (motstand mot skjærtøyning), poretrykk og $\frac{1}{2} \sigma_d$, her plottet mot aksial tøyning.

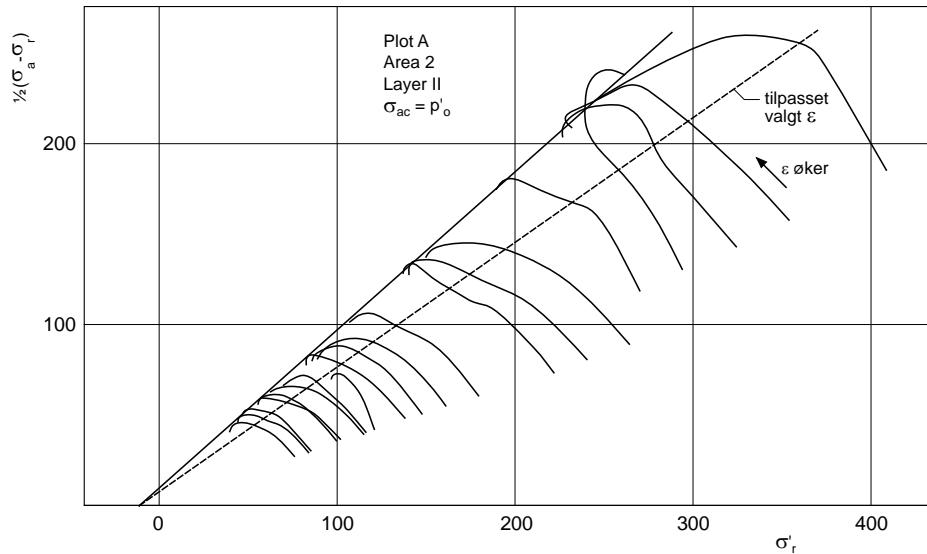


Figur 2.29: Treaksresultat - eksempel. G , u og $\frac{1}{2} \sigma_d$ mot aksial tøyning.

Ofte vil det ikke være lett å anta noen fornuftig verdi for a basert på enkeltforsøk. Det

er derfor vanlig å kjøre serier av treaksialforsøk med varierende konsolideringsspenning. En sammenstilling vil da kunne se ut som vist i figur 2.30, og vi ser at dette gir et langt bedre grunnlag for tolkning av attraksjon og friksjonsvinkel.

I et samleplott blir ofte et punkt for samme aksielle tøyning avmerket på alle spenningsstier. Om man tilpasser en rett linje til disse punkt vil man få et nedjustert Coulombtak for en maksimal tillatt tøyning, og attraksjon og friksjonsvinkel kan tolkes fra denne linjen.



Figur 2.30: Samleplott for treaksialresultat fra mange forsøk i samme jordlag konsolidert til forskjellig nivå. σ'_r er effektiv radiell spenning i treaksen.

Merk: Dersom en benytter et kriterium som definerer en maksimal tillatt tøyning, trenger dette ikke å tilfredsstille kravene til minste sikkerhet, dvs. tilstanden med maksimal tøyning kan gi høyere mobilisering enn tillatt.

2.6.5 Poretrykksforhold i treaksen. Tolkning av dilatansparameter.

Vi vet at et materiales tendens til å utvide eller minske sitt volum når det blir utsatt for udrenerte skjærspenninger (og skjærdeformasjon) vil påvirke poretrykket. Det er i treaksen vi har best anledning til å finne dette forholdet da vi jo har kontroll over både skjærspenning, middelspenning og poretrykk. Fra Janbus poretrykksligning finner vi et uttrykk for dilatansparametren D :

$$\Delta u = \Delta\sigma_m - D\Delta\sigma_d \Rightarrow D\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_m - \Delta u = \Delta\sigma'_m$$

$$D = \frac{\Delta\sigma'_m}{\Delta\sigma_d} \quad (2.20)$$

der $\Delta\sigma_m = \frac{1}{3}(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3)$ og $\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3$, og for et aktivt forsøk gjelder i tillegg at $\Delta\sigma'_m = \frac{1}{3}(\Delta\sigma'_1 + 2\Delta\sigma'_3)$. Innsatt i ligning 2.20 får vi:

$$\frac{1}{3}(\Delta\sigma'_1 + 2\Delta\sigma'_3) = D(\Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_3)$$

$$\frac{1}{3}(\Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_3) + \frac{3}{3}\Delta\sigma'_3 = D(\Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_3)$$

$$\frac{1}{3} + \frac{\Delta\sigma'_3}{\Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_3} = D$$

og vi finner en sammenheng mellom kurvens helning og D :

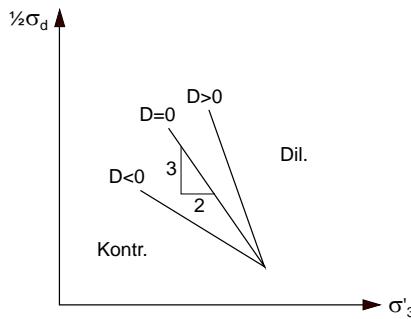
$$\frac{\Delta\sigma'_3}{\frac{1}{2}(\Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_3)} = 2D - \frac{2}{3} \quad (2.21)$$

Ved bruk av ligning 2.20 kan vi i et $\frac{1}{2}\sigma_d - \sigma'_3$ -diagram finne D fra en del av kurven.

For noen valgte verdier av D får vi:

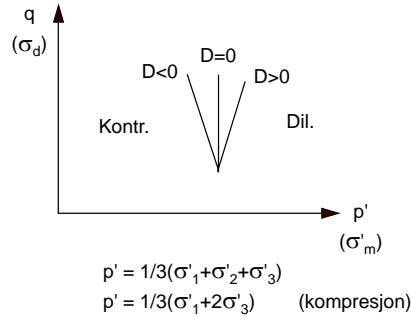
- $D = 0.5$ dilatant materiale, helning på spenningsstien $1-2/3=1/3$
 $D = 0$ ingen dilatans, helning på spenningsstien $0-2/3=-2/3$
 $D = -0.5$ kontraktant materiale, helning på spenningsstien blir $-1-2/3 = -5/3$

Helningen på spenningsstien for disse verdier av D er vist i figur 2.31.



Figur 2.31: Dilatanstolkning fra et $\frac{1}{2}\sigma_d - \sigma'_3$ -diagram

Det er verdt å merke seg at dersom man plotter treaksialresultatene i et $p' - q$ -diagram ($q = \sigma_d$, $p' = \sigma'_m$) vil dilatansparameteren fremkomme direkte som den deriverte av spenningsstien slik som vist i figuren nedenfor, jfr. ligning 2.20.



Figur 2.32: Dilatanstolkning fra et $p' - q$ -diagram

2.6.6 Normalverdier for attraksjon og friksjonsvinkel

Noen typiske verdier er gitt i tabellen nedenfor:

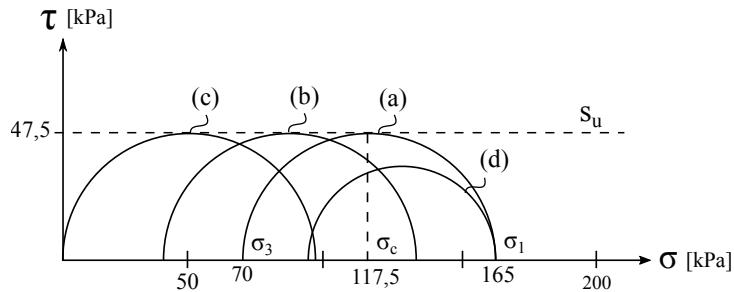
Jordart	attraksjon [kPa]	$\tan \phi$
Normalkonsolidert leire	0 – 25	0.3 – 0.6
Overkonsolidert leire	10 – 100	0.4 – 0.7
Silt	0 – 50	0.5 – 0.8
Sand	0 – 50	0.6 – 0.9
Morene	10 – 1000	0.5 – 1.0

Tabell 2.2: Typiske verdier for attraksjon og friksjonsvinkel

Merk: Verdiene i tabellen ovenfor er kun for å beskrive innen hvilke områder styrkeparametrene kan ligge, derfor det store variasjonsområdet. Den attraksjon for sand som er satt opp i tabellen er å betrakte som en kurvetilpasningsparameter, ikke som en reell attraksjon til bruk i lave spenningstilstander.

Eksempel: Vurdering av skjærstyrke

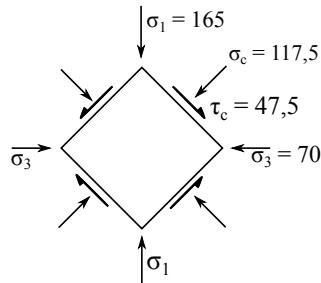
Gitt at en leire utsettes for rask pålastning (dvs. prøves i udrenert tilstand) i en treaksialcelle og går til brudd ved spenningene: $\sigma_1 = 165 kPa og $\sigma_3 = 70 kPa. Dette kan tegnes opp i Mohrs-sirkel-diagram slik, kurve (a):$$



Leiras udrenerte skjærstyrke, s_u kan beregnes ved:

$$s_u = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2} (165 - 70) = \frac{1}{2} \cdot 95 = 47.5 \text{ kPa}$$

Det kritiske bruddelement for leira med retning og tallverdi for $\sigma_1, \sigma_3, \tau_{max}$ og normalspenningen som virker på elementet kan deretter tegnes opp slik:

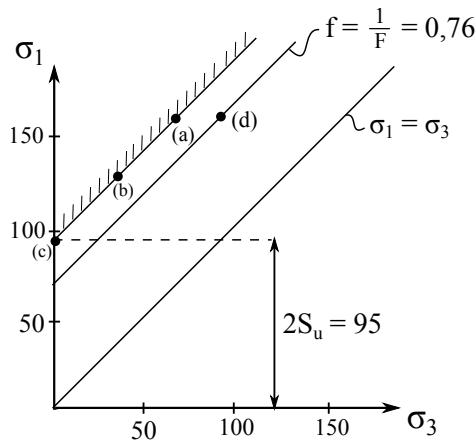


I treaksen er det en gummihud rundt prøven, og det er målinger av vanntrykket innenfor gummihuden. Dette trykket, poretrykket, ble ved bruddtilstanden i prøven målt til å være 30 kPa. Med denne informasjonen kan en nå tegne inn effektivspenningstilstanden i Mohrs-sirkeldiagrammet. Dette viser hvordan total og effektivspenningstilstandene blir liggende i forhold til hverandre, og er vist i figuren som sirkel (b).

Ved testing i enaksapparat er cellesystemet og gummihuden vekk, og kun totalspenning kan måles. Dersom prøven ble testet i et enaks-apparat, hvor stor enaksiell spenning ville den da tåle? Ved å tegne inn Mohrs sirkel for denne bruddtilstanden i diagrammet får vi kurve (c) som viser at den minste hovedspenningen er 0 og lik radiell spenning, mens aksialspenningen er σ_1 og har sin maksimale verdi begrenset av bruddtaket.

Diagrammet viser at her blir den maksimale σ_1 lik $2s_u = 95 kPa.$

Hovedspenningsdiagrammet er en annen presentasjonsform for den samme informasjonen. Det er i det foregående funnet et bruddkriterium på totalspenningsbasis. Dette kan tegnes inn i et hovedspenningsdiagram (σ_1, σ_3) som vist nedenfor, og det er også angitt innenfor hvilke grenser vi har tillatte spenningstilstander.



Figur 2.33: Hovedspenningsdiagram

Dersom det for brukstilstanden kreves en sikkerhetsfaktor $F = 1,3$, og σ_1 holdes uendret lik 165 kPa kan maksimal tillatt skjærspenning, τ_c , beregnes og derav kan den laveste tilatte verdi for minste hovedspenning, σ_3 , finnes.

Vi har:

$$\sigma_1 = 165 \text{ kPa}$$

$$s_u = 47,5 \text{ kPa}$$

$$\tau_c = s_u/F = 47,5/1,3 = 36,5 \text{ kPa}$$

$$\text{Minimum verdi av } \sigma_3 = \sigma_1 - 2\tau_c = 165 - 2 \cdot 36,5 = 92 \text{ kPa}$$

Denne spenningstilstanden er tegnet inn i Mohrs-sirkel-diagrammet merket (d) og også som et punkt i hovedspenningsdiagrammet.

Eksempel: Tolkning av treaksialforsøk

Følgende målinger er fra et forsøk i en treaksialcelle:

 (Maksimal skjærspenning $\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3)$)

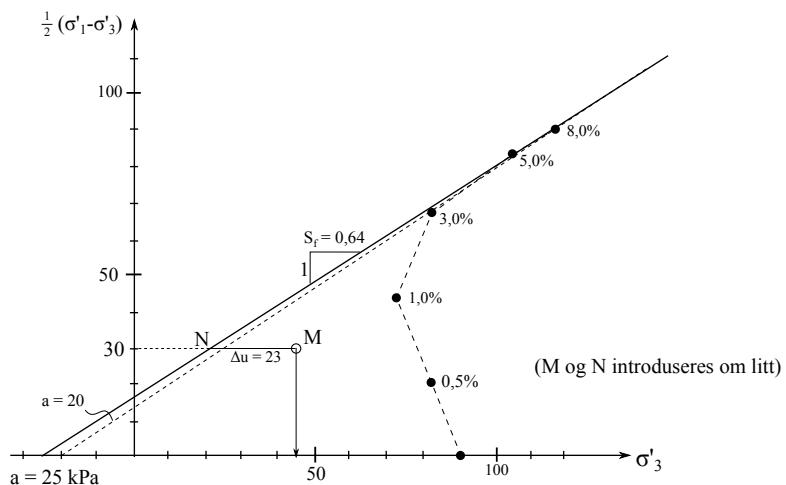
Målepunkt	Aksielletøyning ε_{aksiel} [%]	Aksiellespenning σ'_1 [kPa]	Aksiellespenning σ'_3 [kPa]	Radieell effektivspenning σ'_3 [kPa]	Maksimal skjærspenning τ_{max} [kPa]
1	0	90	90	90	0
2	0,5	122	82	82	20
3	1,0	161	73	73	44
4	3,0	218	82	82	68
5	5,0	271	105	105	83
6	8,0	298	118	118	90

Hvorden er dette forsøket konsolidert?

Om vi antar at det første målepunktet beskriver slutt på konsolideringsfasen og start på skjæringsforsøket kan dette kan leses direkte ut fra spenningsverdiene. Her er både aksiellespenning og radieell effektivspenning lik, og fra dette ser vi at forsøket er istropt konsolidert til spenning 90 kPa. Det vil si i konsolideringsfasen har celletetrykket vært 90 kPa og om vi antar at konsolideringen har gått så lenge at poretrykket inni prøven har sunket til 0 var også effektivspenningen i prøven lik 90 kPa og isotrop.

Effektivspenningssti

For å tolke forsøket er det vanlig å tegne opp effektivspenningsstien i et $\frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3)$ mot σ'_3 -diagram. Fra dette kan man da finne materialets attraksjon, a , og friksjon, $\tan \phi$.


Figur 2.34: $\frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3)$ mot σ'_3 -diagram

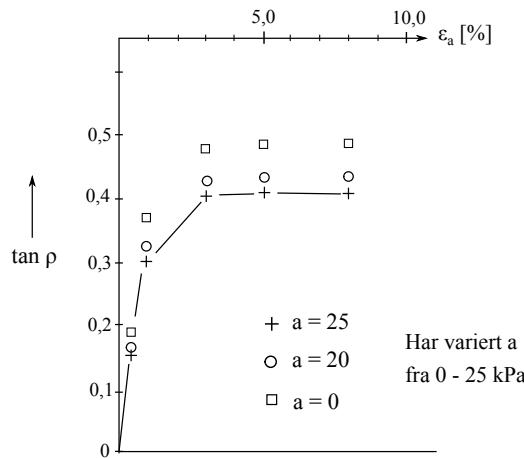
Materialets friksjon finnes ved å finne helningen av bruddtaket S_f og deretter beregne $\sin \phi$ som følger:

$$\sin \phi = \frac{S_f}{S_f + 1} = \frac{0.64}{1.64} = 0.39 \Rightarrow \tan \phi = 0.42$$

Fra diagrammet ser vi at skjæringen mellom bruddlinjen og σ'_3 -aksen går ca. 25 kPa på negativ side og tolker fra dette at attraksjonen er 25 kPa.

Mobiliseringsdiagram

En opptegning av mobilisert friksjon mot aksial tøyning er $\tan \rho - \varepsilon_{aksial}$ er ofte interessant for å se hvor stor tøyning som skal til før materialet går til brudd og beskriver materialets grad av sprøhet. Et materiale som har en slak kurve er seigt mens et materiale som har en steil kurve med skarp knekk er sprøtt. For dette tilfellet blir diagrammet slik:



Figur 2.35: Mobiliseringsdiagram

Det er tegnet inn kurver for forskjellige tolkninger av attraksjon, og vi ser at for a i området 20-25 er friksjonen ikke veldig forskjellig.

Dilatans

Om man benytter formeluttrykket for D og ved å tolke fra den rette linjen i forsøkets første fase kan dilatansparameteren finnes:

$$\frac{\Delta \sigma'_3}{\frac{1}{2}(\Delta \sigma'_1 - \Delta \sigma'_3)} = 2D - \frac{2}{3} \Rightarrow D = \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta \sigma'_3}{\frac{1}{2}(\Delta \sigma'_1 - \Delta \sigma'_3)} + \frac{2}{3} \right]$$

$$D = \frac{1}{2} \left[\frac{(73 - 90)}{\left(\frac{1}{2}(161 - 90) - (73 - 90) \right)} + \frac{2}{3} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{-17}{44} + \frac{2}{3} \right] = 0.14$$

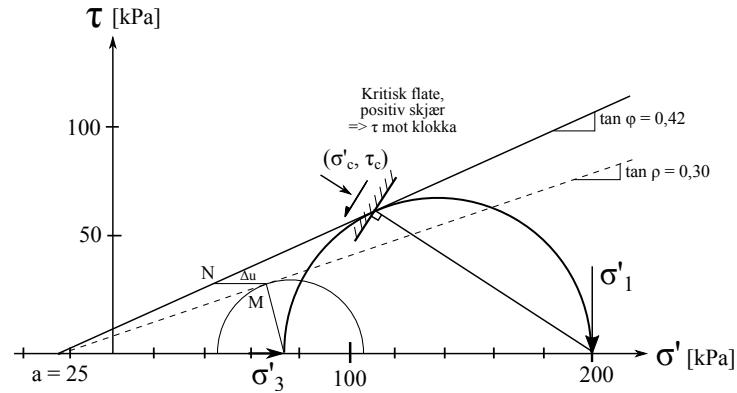
Det enkleste er likevel å gå rett til Janbus poretrykksformel, omforme den litt og sette inn verdier direkte:

2. SKJÆRSTYRKE

$$\begin{aligned}
 \Delta u &= \Delta\sigma_m - D\Delta\sigma_d \text{ (Janbus poretrykksformel)} \\
 \Delta\sigma_m - \Delta u &= D\Delta\sigma_d \\
 D &= \frac{\Delta\sigma'_m}{\Delta\sigma_d} = \frac{\frac{1}{3}((161 - 90) + 2(73 - 90))}{161 - 73} = 0.14
 \end{aligned}$$

Geometri og spenningsretninger

Ovenfor har vi funnet parametre som bestemmer bruddtaket i Coulomb-kriteriet. Inntegnet i et $\tau - \sigma'$ -diagram blir dette en linje med skjæring gjennom attraksjonspunktet (her 25 kPa) med en helning $\tan \phi$ (her 0.42):

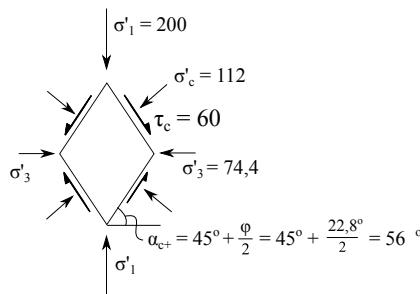


Dersom vi antar at et punkt i jorden har største hovedspenning $\sigma'_1 = 200$ kPa kan vi nå finne den laveste tillatte σ'_3 for dette punktet. Dette kan gjøres grafisk eller ved beregning. Ved litt regning finner man:

$$\sigma'_3 = \frac{\sigma'_1 - (\sigma'_1 + 2a) \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{200 - (200 + 2 \cdot 25) 0.387}{1 + 0.387} = 74.4 \text{ kPa}$$

Dette er tegnet i $\tau - \sigma'$ -diagrammet som en bruk av Mohrs-sirkel.

Vi har nå informasjon til å tegne opp det kritiske bruddelementet og til å vise spenningenes retninger og størrelse.



Et punkt i jorden som er undersøkt ovenfor har tilstanden $\sigma_1 = 120$ kPa, $\sigma_3 = 60$ kPa og $u = 15$ kPa. Hvor stor er mobiliseringsgraden og hvor stort tilleggsporetrykk tåles før bruddtilstanden nås?

$$\begin{aligned}
 \sigma'_1 &= 120-15 = 105 \text{ kPa} \\
 \sigma'_3 &= 60-15 = 45 \text{ kPa} \\
 \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) &= 30 \\
 \tan \rho &= 0.30 \\
 f &= \frac{\tan \rho}{\tan \phi} = \frac{0.3}{0.42} = 0.74
 \end{aligned}$$

Dette kan vises i både $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ - σ'_3 -diagrammet (figur 2.34) der det er tegnet inn som punkt M og i τ - σ -diagrammet (sirkel M).

Vi ser at et tilleggsopetrykk på $\Delta u \cong 23$ vil redusere σ'_3 slik at bruddtaket nås. Dette kan utregnes slik ved å betrakte punkt N i diagrammene:

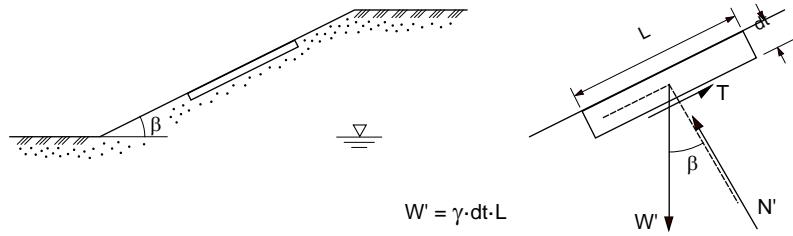
$$S_f = \frac{30}{\sigma'_{3N}} \Rightarrow \sigma'_{3N} = \frac{30}{0.64} = 22 \text{ kPa}$$

$$\Delta u_{M \rightarrow N} = \sigma'_{3M} - \sigma'_{3N} = 45 - 22 = 23 \text{ kPa}$$

Tilsvarende kan gjøres i τ - σ' -diagram. Den grafiske oppstilling under viser at dette ser rimelig ut.

2.7 Friksjonsvinkel i sand - overflatestabilitet

Om vi heller ut tørr sand vil en stabil skråning etableres, og helningsvinkelen vil være avhengig av materialets friksjon. I figur 2.36 er en slik situasjon vist.



Figur 2.36: Overflatestabilitet av skråning i sand

Ser vi på en tynn skive med tykkelse dt og med lengde L som ligger opp under overflaten vil denne være påvirket av sin tyngde W' og en resulterende skjærkraft T i kontaktflaten mellom skiven og jorden under. Dekomponeres W' i kraftkomponentene N' og T kan vi fra likevektsbetrakting sette opp:

$$W' \cdot \cos \beta = N'$$

$$W' \cdot \sin \beta = T$$

$$\sigma'_n = \frac{N'}{L}$$

$$\tau = \frac{T}{L}$$

Styrken formulert ved Coulomb gir: $\tau_f = (\sigma'_n + a) \tan \phi$
og vi kan finne et uttrykk for sikkerhet som for $a = 0$ blir:

$$\begin{aligned} F = \frac{\tau_f}{\tau} &= \frac{(\sigma'_n + a) \tan \phi}{\tau} = \frac{N'/L}{T/L} \tan \phi \\ &= \frac{N'}{T} \tan \phi \\ &= \frac{W' \cos \beta}{W' \sin \beta} \tan \phi \end{aligned}$$

Vi får fra dette:

$$F = \frac{\tan \phi}{\tan \beta} \rightarrow 1.0 \quad (2.22)$$

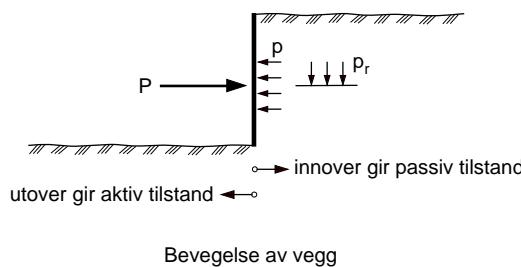
for $\beta \rightarrow \phi$ som betyr at overflaten av skråningen er stabil for alle verdier av helningen $\beta < \phi$.

2.8 Jordtrykk

Jordtrykk er her omtalt på enkleste måte. Dette er for å vise hvordan spenninger og skjærstyrke på total- og effektivspenningsbasis allerede på dette nivå kan brukes til å gjøre ingeniørmessige vurderinger.

Konstruksjonselementer i jorden utsettes for trykk fra jorden. Vi skal her se på trykk på vertikale plan av elementer som er i jorden. Analyser er mest aktuelt ved dimensjoner av spunt eller støttemurer, eller for vurdering av den motstand jorden yter mot konstruksjonsflater som påvirkes av horisontale krefter.

Om vi driver en vegg ned i jorden og graver ut massene på den ene siden får vi situasjonen som er vist i figur 2.37.



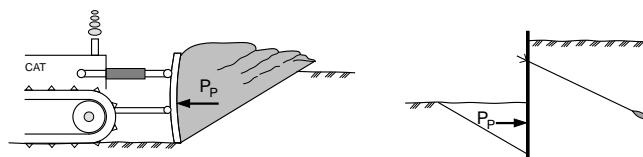
Figur 2.37: Jordtrykk - prinsippskisse

På fremsiden av veggens har vi en avlastning mens det på baksiden virker en resulterende kraft fra jorden. For at veggens skal være i likevekt må det derfor virke en kraft på veggens fremside. Vi skal vurdere denne kraftens størrelse avhengig av hvilken bevegelse vi lar veggens få.

Passivt jordtrykk

Om vi forsøker å presse veggens innover i jorden må kraften økes betydelig. Det oppstår et passivt trykk mellom vegg og jord (begrepet passivt er relatert til jordens passive rolle). Økes kraften tilstrekkelig vil det oppstå et brudd i jorden, og et legeme vil bli presset inn- og oppover som vist i figur 2.38. Kraften der dette skjer kalles P_P .

Passivt jordtrykk kan oppstå f.eks. foran et bulldoserskjær, foran den del av en spunt som stikker ned under bunn i byggegropa, eller foran skjørten på en plattform som er påvirket av horisontal bølgelast.

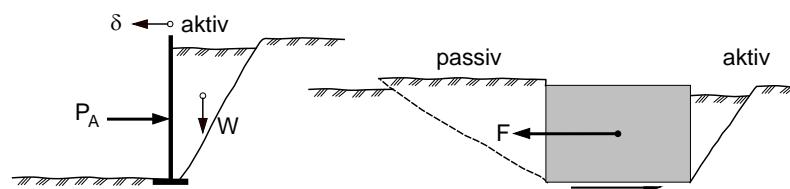


Figur 2.38: Eksempel på passivt jordtrykk

Aktivt jordtrykk

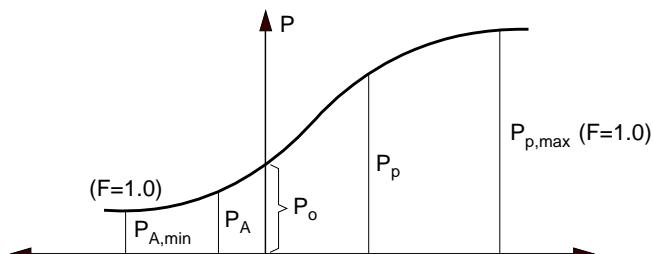
Dersom vi reduserer kraften på veggen i figur 2.37 vil trykket bak veggen reduseres, og vi sier at vi har et aktivt jordtrykk bak veggen. Jorden er her den aktive part i situasjonen. Vi finner at allerede ved en relativt beskjeden reduksjon i kraft vil det oppstå brudd i jorden og et trekantet legeme vil trenge veggen utover. Kraften i denne situasjonen kalles P_A .

Aktivt trykk vil vi normalt ha bak alle uavstivede støttemurer. Tar vi en uavstivet spuntvegg og installerer avstivning vil vi i utgangspunktet ha en aktiv tilstand som snur til passiv tilstand bak veggen når vi strammer opp stagene tilstrekkelig.



Figur 2.39: Eksempel på aktivt jordtrykk

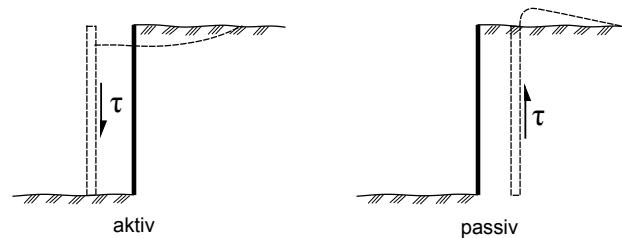
En sammenstilling av aktivt og passivt jordtrykk er vist i prinsipp i figur 2.40.



Figur 2.40: Aktiv-passiv jordtrykk sammenstilling

Ruhet og ruhetsforholdet

Om vi ser nærmere på tilstanden langs veggene finner vi at jordlegemene bevegelse vil føre til at det oppstår en skjærspenning, τ , i kontakten vegg-jord. I aktiv tilstand vil denne virke nedover på veggen, i passiv oppover slik som vist i figur 2.41.



Figur 2.41: Skjærspenninger i aktiv-passiv tilstand

Dersom vegggen er så ru at et brudd langs vegggen i praksis går gjennom jorden og ikke i kontaktflaten vegg-jord, vil skjærspenningen t være lik den kritiske skjærstyrken, τ_c , i materialet. For veggger som er slik at skjærspenningen som overføres er mindre enn denne tallfestes dette ved hjelp av ruhetsforholdet r som er:

$$r = \frac{t}{\tau_c} \quad (2.23)$$

altså vil $r = 0$ bety at ingen opp- eller nedadrettede krefter overføres fra jorden til vegggen.

På effektivspenningsbasis får vi at:

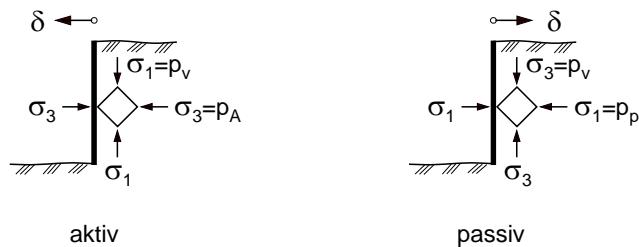
$$r = \frac{t}{\tau_c} = \frac{t}{\tan \rho \cdot (p' + a)} \quad (2.24)$$

mens ruhetsforholdet på totalspenningsbasis er:

$$r = \frac{t}{\tau_c} = \frac{t}{\frac{s_u}{F}} \quad (2.25)$$

Dersom $r = 0$ blir skjærspenningen $t = 0$. Dette fører til at veggplanet blir et hovedspenningsplan og vi får spenningstilstanden bak vegggen som vist i figur 2.42.

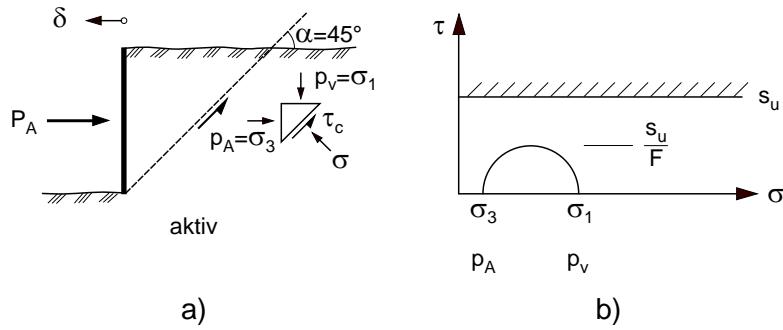
I det følgende skal vi se på noen jordtrykksvurderinger som er gjort med denne forenklingen.



Figur 2.42: Spenningstilstand bak vegg når $r = 0$.

2.8.1 Jordtrykk, s_u -analyse

I aktiv tilstand får vi en spenningssituasjon som vist i figur 2.43a.



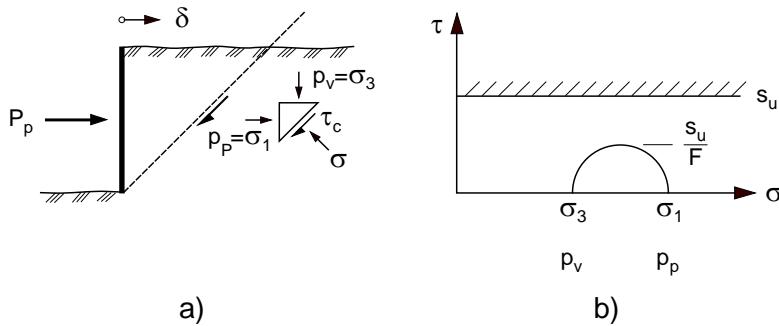
Figur 2.43: Aktivt jordtrykk, s_u -basis, $r = 0$.

2. SKJÆRSTYRKE

Den horisontale spenning avtar, og den største hovedspenningen blir den vertikale, altså er $p_v = \sigma_1$. Om vi benytter Mohrs sirkel som vist i figur 2.42b får vi for det aktive jordtrykk:

$$p_A = p_v - 2 \frac{s_u}{F} \quad (2.26)$$

For passiv tilstand fås at største hovedspenning er den horisontale og at $p_v = \sigma_3$. Dette er vist i figur 2.44.



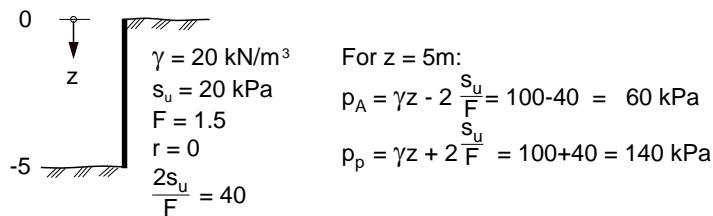
Figur 2.44: Passivt jordtrykk, s_u -basis, $r = 0$

Her gir bruk av Mohrs sirkel:

$$p_P = p_v + 2 \frac{s_u}{F} \quad (2.27)$$

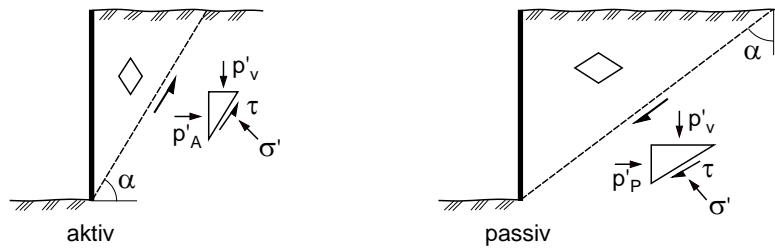
Eksempel: Jordtrykk på s_u -basis, $r = 0$.

Finn aktivt og passivt jordtrykk bak en vegg som støtter opp et jordvolum med tyngdetetthet $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ og $s_u = 30 \text{ kPa}$ for en sikkerhet mot brudd $F = 1,5$.



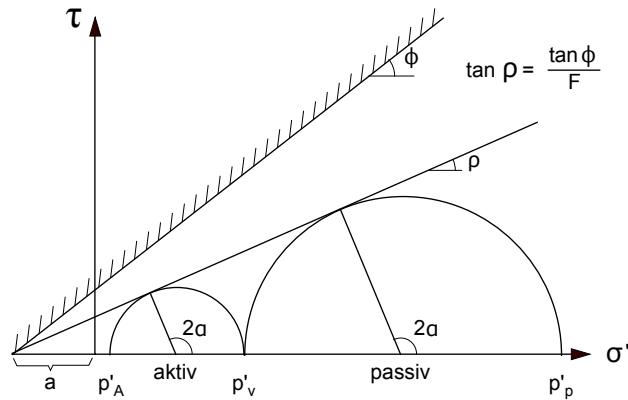
2.8.2 Jordtrykk, effektivspenningsanalyse, $r = 0$

Vi har tidligere funnet at bruddelementet på effektivspenningsbasis er avhengig av friksjonsvinkelen. Spenningen bak veggen i aktiv og passiv tilstand er vist i figur 2.45.



Figur 2.45: Aktivt og passivt jordtrykk, effektivspenningsanalyse

Spenningstilstanden kan settes opp i Mohrs-diagram som vist i figur 5.3. Da ser vi at vi for samme mobilisering f får samme geometri på bruddelementet men en rotasjon på 90° fra aktiv til passiv tilstand. I et materiale med høy friksjonsvinkel vil elementet bli mer langstrakt og bruddsonen i passiv tilstand vil strekke seg tilsvarende langt inn i jorden. Motstanden vil bli stor, og det passive jordtrykket vil være stort. I aktiv tilstand vil et desto mindre jordelement ønske å trykke veggens utover, og større styrke vil dermed gi lavere aktivt jordtrykk.



Figur 2.46: Spenninger og retninger for aktivt og passivt jordtrykk på effektivspenningsbasis

De analytiske uttrykk for p_A og p_P på effektivspenningsbasis blir med utgangspunkt i hovedspenningsforholdet:

$$\begin{aligned}\sigma'_1 + a &= N(\sigma'_3 + a), \quad N = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} \\ \sigma'_3 &= \frac{1}{N}(\sigma'_1 + a) - a\end{aligned}$$

For aktiv tilstand er $\sigma'_3 = p'_A$, og $\sigma'_1 = p'_v$:

$$p'_A = \frac{1}{N} (p'_v + a) - a \quad (2.28)$$

For passivt tilstand er $\sigma'_1 = p'_P$, og $\sigma'_3 = p'_v$:

$$p'_P = N (p'_v + a) - a \quad (2.29)$$

Eksempel: Aktivt og passivt trykk på effektivspenningsbasis.

Finn p'_A , og p'_P i dybde 5 m bak spuntvegg.

Effektiv tyngdetetthet $\gamma' = 10 \text{ kN/m}^3$, $\tan \phi = 0,5$, $F = 1,5$ som gir:
 $\tan \rho = \tan \phi / F = 0,5 / 1,5 = 0,333 \rightarrow \sin \rho = 0,316 \rightarrow N = 1,93$

Attraksjon $a = 20 \text{ kPa}$ gir:

$$\text{Aktivt trykk: } p'_A = \frac{1}{1,93} (50 + 20) - 20 = 16,3 \text{ kPa}$$

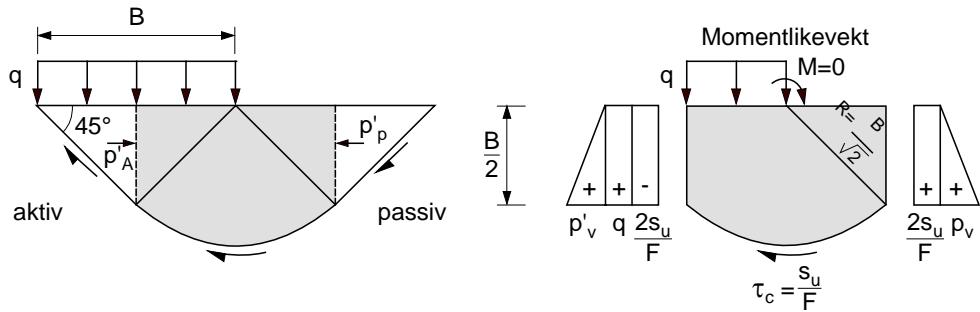
$$\text{Passivt trykk: } p'_P = 1,93 (50 + 20) - 20 = 115 \text{ kPa}$$

NB! Merk den store forskjellen i aktivt og passivt trykk.

2.9 Bæreevne

2.9.1 Bæreevne på s_u -basis

Vi skal ta for oss en enkel betrakning av en jords evne til å bære en vertikal last på en leire. Lasten q er ukjent mens jordens karakter er kjent, beskrevet ved s_u og den sikkerhet mot brudd som kreves, F . Vi vet at bruddelementet på s_u -basis har plan som står 45° på hovedspenningsretningene. Rett under lasten vil største hovedspenning være vertikal og vi kan tegne opp en bruddflate som vist i figur 2.47.



Figur 2.47: Bæreevne på s_u -basis. Bruddfigur og prinsippskisse for likevektsbetrakning.

Om vi vil se på likevekt av det skraverte jordvolumet kan vi benytte aktivt og passivt jordtrykk for å finne spenningene i venstre og høyre avgrensning av volumet. Det aktive jordtrykk på vertikalsnittet midt under lasten blir:

$$p_A = \gamma z + q - 2 \frac{s_u}{F}$$

og det passive jordtrykk i vertikalsnittet utenfor lasten blir:

$$p_P = \gamma z + 2 \frac{s_u}{F}$$

Langs den sirkulære del av skjærflaten virker det en kritisk skjærspenning

$$\tau_c = s_u/F$$

Likevekt gir:

$$-\left(2q - 2 \frac{s_u}{F}\right) \frac{B}{2} \frac{B}{4} + 2 \frac{s_u}{F} \frac{B}{2} \frac{B}{4} + \frac{s_u \pi}{F} \frac{B}{2} \frac{B}{\sqrt{2}} \frac{B}{\sqrt{2}} = 0$$

og vi får bæreevne på s_u -basis:

$$q = (2 + \pi) \frac{s_u}{F} \quad (2.30)$$

også skrevet som:

$$q = 5.14 \frac{s_u}{F} = N_c \frac{s_u}{F} \quad (2.31)$$

Om vi ser hva dette betyr for vanlige leirer får vi:

Tabell 2.3: Eksempel på bæreevne på leirer ved valgt $F = 2,0$

Leire type	s_u [kPa]	q [kPa]
Bløt leire	< 25	< 65
Middels fast	25-50	65-130
Fast	> 50	> 130

2.10 Metoder for stabilitetsberegning av skråninger

Lamellemetoden

Om vi har en skråning som vist i figur 2.48 og antar

1. totalspenningsanalyse,
2. sirkulær skjærflate,
3. sirkelens beliggenhet og
4. samme mobilisering gjelder langs hele skjærflaten, dvs. $F = 1/f$ er konstant ($\tau_c = s_u/F$ langs skjærflaten)

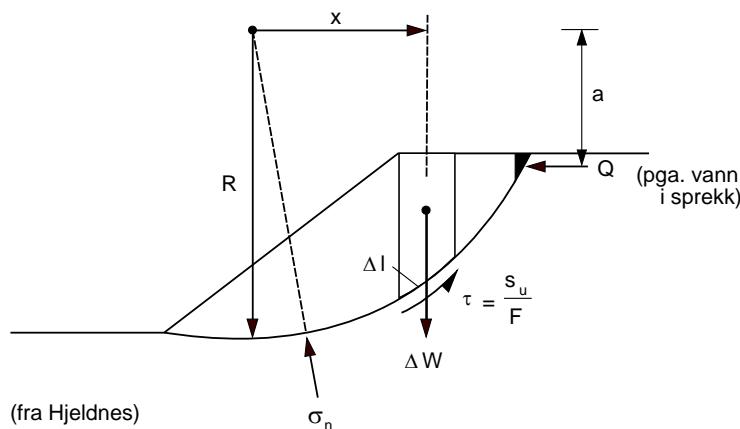
kan vi beregne sikkerheten F mot brudd ved å finne forholdet mellom de stabilisende krefter og de drivende krefter som virker på bruddlegemet. For å forenkle dette deles bruddlegemet opp i lameller. Lamellegrensene legges der dette er mest hensiktsmessig, f.eks. ved skarpe overganger i terrenget. Ved å vurdere momentlikevekt om sirkelens sentrum får vi:

$$Q \cdot a + \sum \Delta W \cdot x - \sum \frac{s_u}{F} \Delta l \cdot R = 0$$

og vi finner uttrykket for sikkerheten:

$$F = \frac{R \cdot \sum (s_u \cdot \Delta l)}{Q \cdot a + \sum (\Delta W \cdot x)} \quad (2.32)$$

De forskjellige symbolers betydning er vist i figur 2.48.



Figur 2.48: Lamellemetoden for skråningsstabilitet med sirkulærersylindrisk skjærflate

Ved å velge flere plasseringer og radier av sirkelen vil en kunne lete seg frem til en verdi av F som er nær F_{min} , og har altså funnet den sirkel som gir den laveste sikkerhet.

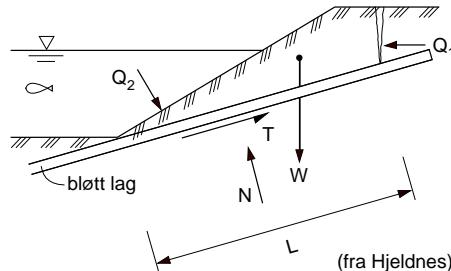
Metoden gir også anledning til å legge til effekter av byggverk, fyllinger osv. som innvirker på likevektsforholdene. Dette gjøres ved å legge inn flere laster av typen Q og ta dem med i momentbetraktingen.

Generelt kan en skjærflate gå gjennom mange lag av både kunstige og naturlige materialer. Den kritiske skjærspenning på skjærflaten vil da variere gjennom de forskjellige materialtyper, og en kan utnytte lamellemetoden ved at en legger lamellegrensene slik at den del av skjærflaten som ligger innen en lamell går gjennom kun ett materiale.

Mer avansert bruk av lamellemetoden inkluderer de skjær- og normalspenninger som er mellom lamellene i likevektsbetraktingen, og dersom en i tillegg frigjør seg fra kravet om en sirkulærsylindrisk skjærflate har vi den analysemetoden kalt GPS (General Procedure og Slices), første gang utviklet av Nilmar Janbu i 1954. Med denne metoden kan utføre stabilitetsanalyser av jord med kompleks lagdeling, skjærflater av tilfeldig fasong og med eksterne vertikal- og horisontalkrefter virkende på bruddlegemet.

En generell stabilitetsbetrakting på s_u -basis

Ved varierende kvalitet på de materialer som finnes i jorden vil en skjærflate normalt ikke bli sirkulær. Den vil forsøke å gå gjennom de svakeste områder, og det er her GPS har sin store styrke. Enkle tilfeller kan imidlertid vurderes fra enkel likevektbetrakting, slik som f.eks. tilstanden i figur 2.49.



Figur 2.49: Stabilitet av et fast jordlegeme over bløtt lag

Her er det et veldefinert bløtt lag og bruddet vil mest sannsynlig være lokalisert langssette dette. En stabilitetsanalyse kan dermed gjøres ved å regne likevekt av legemet som ligger over det bløte laget ved at alle kraktkomponenter (W, Q_1, Q_2) dekomponeres og likevekt regnes i retning parallelle med T . Sikkerheten mot glidning langs bruddplanet fremkommer da som:

$$F = \frac{s_u \cdot L}{T} \quad (2.33)$$

Disse temaene blir tatt opp i større detalj i senere deler av kurset.

Kapittel 3

SKRÅNINGSSSTABILITET

3.1 Innledning

Hensikten med dette kapittelet er å presentere formler/betrakninger som kan brukes til å vurdere spenningstilstanden i en skråning. Skråningen kan være en naturlig skråning utsatt for naturlig nedbrytning i form av erosjon og vannpågang, eller den kan være en menneskeskapt skråning i forbindelse med skjærings- og fyllingsarbeider.

Det er lagt vekt på å vurdere spenningstilstanden, ikke bare en tradisjonell sikkerhetsfaktor. Derfor er det også tatt med noen mer teoretiske betrakninger om plane skjærflater inklusive grøftestabilitet. Disse er fortrinnsvis ment som pedagogiske innfallsvinkler til en forståelse av hva kritiske likevektskurver egentlig er, før de tas i bruk for sirkulærslindriske flater.

Det forutsettes at man etter å ha arbeidet med stoffet skal:

1. kunne bruke stabilitetskartene til å bestemme sikkerhetsfaktor for en stilisert skråning
2. kunne stilisere en praktisk skråning slik at stabilitetskartene kan brukes med rimelig grad av nøyaktighet
3. kunne bruke stabilitetskartene til å vurdere bratteste helning for bearbeiding av en skråning for korttidstilstand og for langtidstilstand
4. forstå og kunne stille opp utgangsligningene for stabilitetsberegninger både for sirkulærslindriske skjærflater og for skjærflater av vilkårlig form (Lamellemetoden)
5. kunne utføre en praktisk stabilitetsberegning for en gitt skråning, basert på stabilitetskart og nøyere beregninger på utvalgte skjærflater nær den som ble funnet ved stabilitetskartene

3.2 Hva er skråningsstabilitet?

Skråninger som er for bratte i forhold til styrken av det materialet de er laget av, kan rase ut; det utløses et ras.

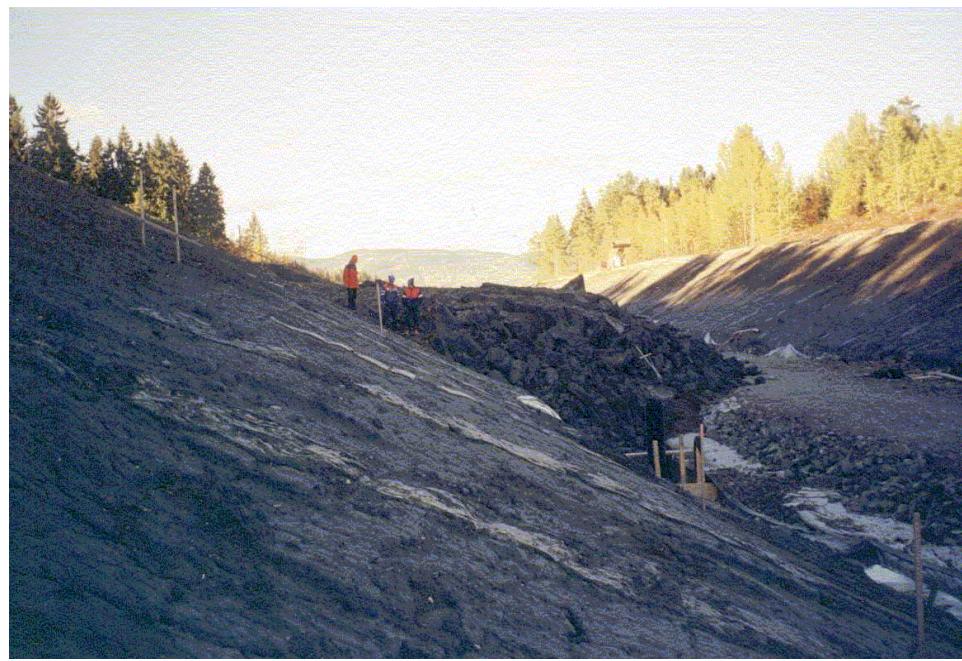
Snøskred, fjell- og jordras er dermed samme type mekanismer og kan i prinsippet beregnes på samme måte. I realiteten kan imidlertid forskjellige materialer kreve oppmerksomhet om forskjellige sider av problemet. Ved fjellras kan sprekkemønster og -utvikling være den vesentlige parameteren, mens ved snøskred kan hastigheter og utløpslengder være viktigere parametere å bedømme enn selve faren for skred.

Mens jord- og fjellras kan bedømmes rimelig nøyaktig ut fra tilstrekkelig omfattende grunnundersøkelser, kan snøskredfarene være vanskeligere å bedømme noen særlig lang tid i forvegen fordi snøens materialparametere varierer så sterkt med nedbørsforhold, temperaturer og vindfokk. I tillegg til hyppige prøvetakinger i utsatte og representative snøområder, må derfor snøskredvarslingen ha et stort element av meteorologiske data-vurderinger i seg, som for eksempel systematisert gjennom *Nærnabo-metoden*.

Nærnabo-metoden oppstod som et hjelpemiddel til skredvarslingen i Alpene. Den går ut på at man sammenligner de meteorologiske data for en viss periode frem til dagens dato med en database over meteorologiske data for området gjennom lang tid. Man forsøker å finne noen måleserier som ligner mest mulig på den som man nå er inne i. Ut fra disse tidligere måleseriene forsøker en å slutte seg til hva som kommer til å skje av skredvirksomhet i nærmeste fremtid. NGI har opparbeidet en slik database for deler av Norge.

Bedømmelse av fare for fjell- og jordras skjer ofte i forbindelse med prosjektering og oppføring av byggverk. Dette krever at vurderingen må bygge på dokumentasjon av styrke, poretrykksforhold og skråningsgeometri, med andre ord, det må utføres en etterprøvbar beregning, en stabilitetsanalyse.

3. SKRÅNINGSSSTABILITET



Figur 3.1: Eksempel på liten utrasing i leire ved bygging av jernbane ved Sande i Vestfold. Foto: Arnstein Watn.



Figur 3.2: Skred som resultat fra en sterk nedbørsperiode med oppbløting og ras av masser over fjellflaten. Raset stengte E14 mellom Stjørdal og Meråker.



Figur 3.3: Ras under jernbanelinja i Jevika i Nord-Trøndelag.

3. SKRÅNINGSSSTABILITET

3.3 Faktorer som kan utløse ras, stabiliseringstiltak

Anleggsarbeid

Ras kan ofte gå som følge av anleggsarbeider. Som oftest er det da endringer i topografiens som fører til raset. Moderne anleggsdrift med store maskiner til effektiv masseflytning setter større krav enn før til at masseforskyvningene skjer på en gjennomtenkt måte, det bør utarbeides en disposisjonsplan for hvordan massene tenkes deponert, midlertidig såvel som permanent, både i tid og sted.

Anleggsarbeider kan også føre til endrede avrenningsforhold, slik at poretrykkene kan øke i profilet, spesielt ved snøsmelting og kraftig nedbør.

Ved installasjon av elementer (feks peler) i tette jordarter som leire og silt vil poretrykket normalt øke - noen ganger svært mye. Dette kan være årsak til utglidninger.

Tiltak: hindre poretrykkene i å bygge seg opp (drenering) og ved å minske påkjenningene i skråningen (utslaking, motfylling, nedplanering). Ved peleramming kan redusert fremdrift være nødvendig for at poretrykkene skal få anledning til å dissipere vekk under anleggsperiode. I noen tilfeller kan det kreves full stans i pelearbeidene.

Kalk/segmentpeler er en grunnforsterkningsmetode som benyttes for å oppnå større gjennomsnittlig styrke i jorden. Dette benyttes av og til for å oppnå stabilitet i anleggsfasen, og i noen tilfeller også som permanent forsterkning av skråninger.

Naturlige skråninger - erosjon

I naturlige, "urørte" skråninger kan ras utløses pga av at bekker, elver og bølger graver ved skråningsfot. Dette fører til en brattere skråning og dermed større påkjenning i skråningen ettersom tiden går. Geologisk ser en gjerne at bekke- og elveerosjon brer seg oppover dalen ettersom vassdragene innstiller seg på stabil erosjonsvinkel i de lavere strøkene. Det kan derfor kartlegges hvilke strøk i et område (for eksempel fylke) som ved et gitt tidspunkt er mest utsatt for erosjonskader. I disse strøkene bør man være forsiktig med å øke erosjonen ved ubetenksomme utslipper av kloakk og overflatevann til bekker som graver mer enn nok som det er.

Tiltak: plastring av elve- og bekkeløp, erosjonsterskler, gunstig beplantning,

Vegetasjonsendringer

Endringer i vegetasjon, (snauhogst, bryting av nyland, skiløyper) kan også føre til uønskede endringer i grunnvannsforholdene ved at overflaten blir mer permeabel og overflateavrenningen blir mindre.

Tiltak: nyplanting - tildekking - drenering

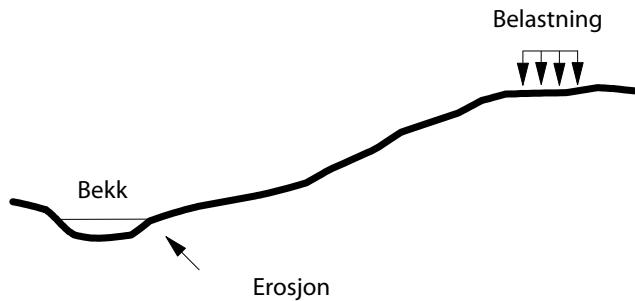
Gjenfylling med tette masser

En feil som ofte blir gjort er at man fyller igjen raviner og smådaler med tette fylmasser, gjerne i forbindelse med boligbygging. I et nedbørsrikt år stenges da vannmassene inne, poretrykkene stiger og raset utløses.

Tiltak: legge drenerende lag i bunn av ravine tilkoblet dreneringsrørsystem.

3.4 Problemyper

3.4.1 Naturlige skråninger



Figur 3.4: Naturlig skråning utsatt for erosjon

Dagens løsmasseterreng avspeiler de forhold løsmasseavleiringene ble avsatt under, samt de geologiske prosessene som har løpt i tiden frem til i dag. Skråningshelningen ble bestemt av forholdene ved avsetningen, eller av senere utrasninger, erosjoner utgravninger etc.

Mange naturlige skråninger vil derfor være nær utrasning, særlig dersom de er utsatt for erosjon ved foten, for eksempel av en bekk (raviner) eller en elv, figur 3.4. De vil ha sin kritiske tilstand ved høye poreovertrykk i grunnen, for eksempel ved kraftig snøsmelting og regnvær.

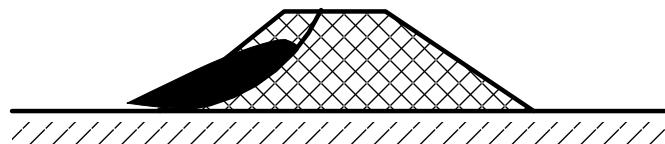
Når man analyserer en slik skråning vil man derfor lett finne meget lave sikkerhetsfaktorer, og det må ofte foretas dyre inngrep dersom man skal sikre skråningen beregningsmessige sikkerhetsmarginer av samme størrelsesorden som man ofte bruker i bygningskonstruksjoner.

Stabiliseringstiltak vil derfor ofte bestå i å sikre nåværende stabilitetsnivå ved å stoppe erosjon, samt å hindre for store poretrykk i å bygge seg opp i grunnen (drenering) etc. På denne måten søker man å gjøre skråningen marginalt litt sikrere enn før, samt å hindre at geologiske prosesser og klimatiske forhold får "tære" på skråningen. Til syvende og sist må imidlertid noen ta en avgjørelse om tilstrekkelig sikkerhetsmargin, også ved slike prosjekter. Avgjørelsen må være dokumenterbar, altså må det utføres stabilitetsberegninger og grunnundersøkelser.

3.4.2 Fylling på fast underlag

Ved utlegging av fyllinger kan man selv bestemme materiale, høyde og helning av fyllingen. Man har dermed kontroll med hvilken sikkerhetsmargin fyllingen skal ha, både ved utleggingen og ved senere ekstreme klimatiske påkjenninger og ytre belastninger.

Dette betyr at det må tas en avgjørelse om hvor stor denne sikkerhetsmarginen skal være i et aktuelt prosjekt, og igjen må noen utføre etterprøvbare dokumentasjoner.

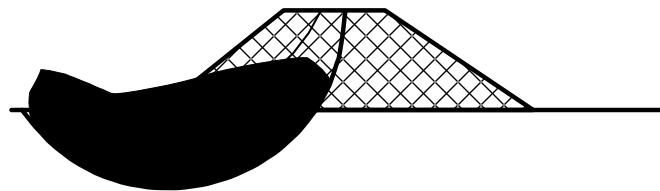


Figur 3.5: Fylling på fast underlag

Dersom undergrunnen er vesentlig sterkere enn selve fyllingsmaterialet, vil et eventuelt brudd gå i selve fyllingen og ikke i underlaget, se figur 3.5. (Underlaget kan for eksempel være en god bergkvalitet). Stabilitetsvurderingen må da gjøres for selve fyllingen. Hvis fyllingen utføres av friksjonsmateriale (sand, grus, sprengstein) vil dette i første rekke sette krav til helningen av fyllingssidene. Hvis fyllingen utføres av sterkt kohesivt materiale (bløt leire, husholdningsavfall) kan det være fyllingshøyden og utleggingshastigheten som er kritisk.

3.4.3 Fylling på svakt/bløtt underlag

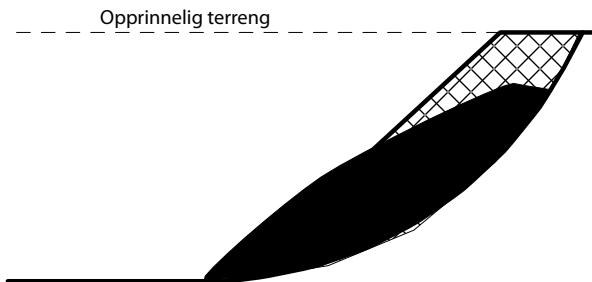
Ofte legges fyllinger av fast materiale ut på svakt underlagsmateriale, for eksempel vegfyllinger på bløt leire. Problemene oppstår da oftest ikke i selve fyllingsmaterialet, men i undergrunnen, se figur 3.6. I slike tilfeller er det først og fremst tyngden av fyllingen som bestemmer sikkerhetsmarginene.



Figur 3.6: Fylling på svakt underlag

Selv utfyllingsarbeidet vil normalt generere store poreovertrykk i undergrunnen, et eventuelt ras vil derfor gjerne skje under eller kort etter anleggsperioden. Dersom fyllingen legges ut i flere lag med tilstrekkelig lang pause mellom utleggingen av lagene, vil poreovertrykket kunne utlignes noe underveis og sikkerhetsmarginene vil bli større for en og samme fyllingsgeometri.

3.4.4 Skjæringer og utgravninger



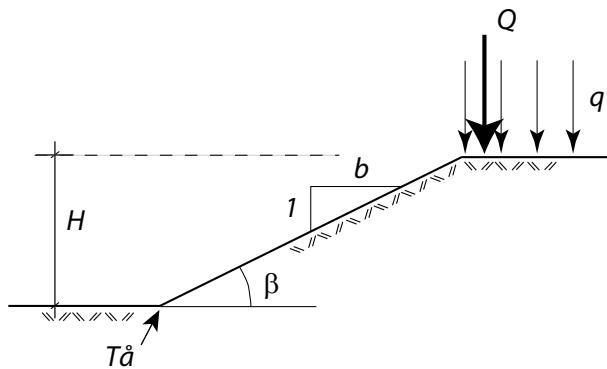
Figur 3.7: Skjæring

Skjæringer dannes ved utgravninger i bestående terren, se figur 3.7. Dersom disse gjøres for bratte og for høye vil de kunne rase ut. Dette vil skje ved ekstreme poreovertrykk, for eksempel etter regnvær og/eller snøsmelting.

Ved utgravningen vil det skje en avlastning av jorden i skråningen. Dette vil føre til et poreundertrykk som vil utlignes med tiden. Skjæringer vil derfor være mest stabile i anleggsperioden og vil kunne trenge flere år før poreundertrykket er utlignet. Et eventuelt ras vil derfor kunne inntreffe ved høye poretrykk (for eksempel ved ekstremt høy nedbør) mange år etter anleggsperioden.

3.5 Definisjoner

En skråning har helning, høyde og andre karakteristika som vist på figur 3.8.



Figur 3.8: Definisjoner for skråningsbeskrivelse

Her er:

H = skråningens høyde

b = skråningens helning

β = skråningens helningsvinkel = $\arctan(1/b)$

q = fordelt last på toppen av skråningen

Q =enkeltlast som virker på skråningen

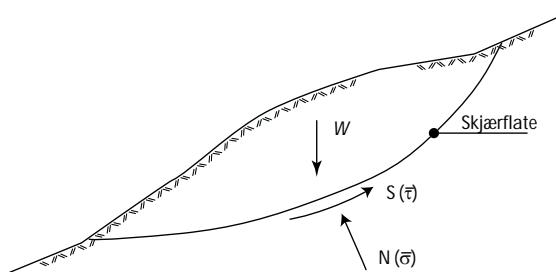
3.6 Prinsipp for stabilitetsvurdering

I geoteknisk (og geologisk) språkbruk sies en skråning å være stabil når den ikke raser ut. I klassisk mekanikk brukes begrepet stabil likevekt om en stabil tilstand som systemet ønsker å finne tilbake til dersom det bringes ut av likevekt. Dette gjelder helt klart ikke for en skråning som er brakt ut av likevekt, da rasmassene vil finne en ny likevektstilstand etter raset.

Det å vurdere om en skråning er stabil vil dermed tilsvare en vanlig dimensjoneringssoppgave i konstruksjonsmekanikk, dvs. å vurdere om påkjenningene i materialet (jorden) er for store i forhold til styrken.

Etterhvert er begrepet stabilitetsanalyser utvidet til å gjelde alle *kapasitetsberegninger* i jord; skråningsstabilitet, bæreevne og jordtrykk. Dette er altså ikke riktig språkbruk etter klassisk mekanikk, men er valgt beholdt ut fra geo-historiske årsaker.

Forenklet løsning



Figur 3.9: Prinsippskisse for stabilitetsvurdering

1. Definer en potensiell skjærflate. Dette trenger ikke være den skjærflaten som et virkelig brudd vil velge, men som et første skritt må man velge noe.
2. Beregn deretter ved bruk av likevekt de gjennomsnittlige spenningene som virker normalt på og langs med skjærflaten, dvs. gjennomsnittsverdiene av normal (σ) og skjær (τ)-spenningene som må til for å holde jordlegemet over skjærflaten i ro.
3. Vurder hvilken gjennomsnittlig styrke τ_f jorda har, på basis av s_u eller $a\phi$
4. Foreta en sammenligning av styrke og påkjenning for å finne ut hvor godt jorden “tåler” påkjenningen:

Sikkerhetsfaktor:

$$F = \frac{\tau_f}{\bar{\tau}}$$

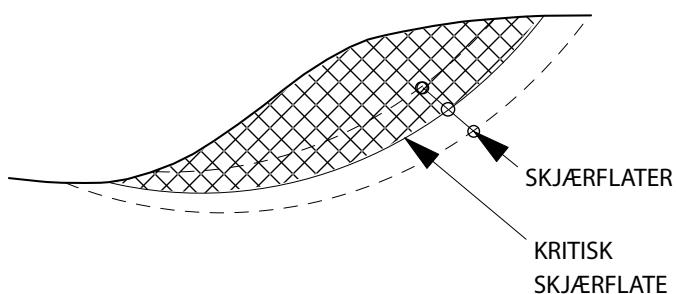
Mobiliseringsgrad:

$$f = \frac{\bar{\tau}}{\tau_f} \quad (3.1)$$

3. SKRÅNINGSSSTABILITET

5. Gå til punkt 1 og undersøk hvilken F en får ved å velge en skjærflate med en annen beliggenhet.
6. Fortsett å undersøke skjærflater til du har funnet den laveste verdi for F og du har funnet den *kritiske skjærflaten*.

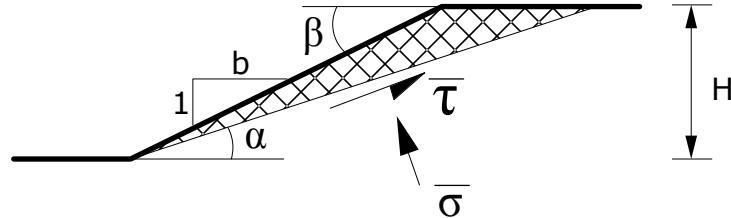
De enkleste kapasitetsberegningene kan gjøres ved å anta en *skjærflate* av spesielt enkel form, plan, sirkel eller en logaritmisk spiral. I skjærflaten antas jorden å være utnyttet til brudd (eller nominelt brudd beskrevet ved en og samme grad av *mobilisering av styrken*). Flaten må ges en form som gjør at det dannes en kinematisk bruddmekanisme. Den *kritiske skjærflaten* er da den skjærflaten som gir minst bruddmotstand (kapasitet), se figur 3.10. Etter at raset er gått, kan av og til deler av skjærflaten (som bruddet skjedde langs) inspiseres og påvises.



Figur 3.10: Eksempler på skjærflater

I praksis har man utviklet beregningsprosedyrer som også regner med skjærflater av vilkårlig form, uten at metodene formelt krever at man virkelig har beskrevet en kinematisk bruddmekanisme (kinematisk kjede). Disse metodene setter da krav til brukeren om å ikke beskrive urealistiske skjærflater.

3.7 Plane skjærflater



Figur 3.11: Plan skjærflate

Den plane skjærflaten er den enkleste form for skjærflate. En slik flate kan beskrives ved et punkt den skal gå gjennom og helningen $\tan \alpha$, se figur 3.11.

Når skråningshelningen er gitt ved vinkelen β , er gjennomsnittspenningene som virker på skjærflaten gitt slik:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma} &= \cos \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta}\right) \frac{\gamma H}{2} = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta}\right) \frac{\gamma H}{2} \\ \bar{\tau} &= \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta}\right) \frac{\gamma H}{2} = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta}\right) \frac{\gamma H}{2}\end{aligned}\quad (3.2)$$

Normalspenningen $\bar{\sigma}$ har sin maksimalverdi på horisontalplanet, dvs.

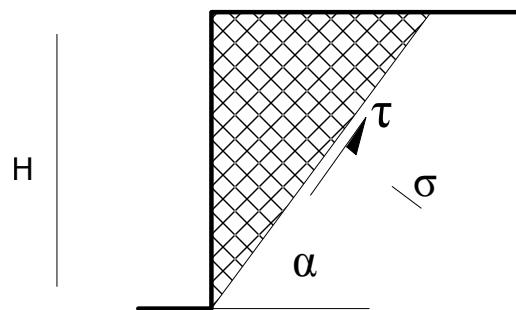
$$\tan \alpha = 0 \text{ gir } \sigma = \frac{\gamma H}{2}$$

mens skjærspenningen $\bar{\tau}$ har sin maksimalverdi

$$\tau_{max} = \frac{\gamma H}{4} \left(\sqrt{(1 + b^2)} - b \right) \text{ for} \quad (3.3)$$

$$\tan \alpha = \sqrt{(1 + b^2)} - b$$

der $b = \frac{1}{\tan \beta}$ angir skråningens stigning (1:b).



Figur 3.12: Plan skjærflate, vertikal skjæring (grøft)

Ved vertikale skjæringer (grøfter), se figur 3.12, blir beregningen av gjennomsnittspenningene på plane skjærflater spesielt enkle:

$$\bar{\tau} = \frac{\gamma H}{2} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\gamma H}{4} \sin 2\alpha \quad (3.4)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\gamma H}{2} \cos \alpha \cos \alpha = \frac{\gamma H}{4} (1 + \cos 2\alpha)$$

Dette innser en enklest ved å vurdere spenningstilstanden i halv dybde like inntil veggens. Vertikalspenningen (overlagringen), $\gamma H/2$, blir største hovedspenning og horisontalspenningen (mot luft, altså null) blir minste hovedspenning. Formlene ovenfor beskriver Mohrs spenningssirkel.

3.7.1 Grøftestabilitet

Vertikale skjæringer utføres ofte i forbindelse med graving av grøfter.

s_u -materiale

Den største gjennomsnittlige skjærspenningen oppstår på planet med 45° helning og er:

$$\bar{\tau}_{max} = \bar{\sigma} = \frac{\gamma H}{4} \quad (3.5)$$

Dersom jordmaterialet har en konstant udrenert skjærstyrke s_u , blir gjennomsnittlig mobiliseringgrad lik

$$f = \frac{\bar{\tau}_{max}}{s_u} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\gamma H}{s_u} \quad (3.6)$$

I et *plastisk* jordmateriale med en veldefinert udrenert styrke vil en grøft bryte sammen når $\bar{\tau} = s_u$. Det vil si at man får brudd ved en grøftedybde på

$$H = \frac{4s_u}{\gamma} \quad (3.7)$$

Growt regnet viser ligning 3.7 at maksimum høyde (i meter) før brudd oppstår er ca. $s_u/5$ (s_u i kPa).

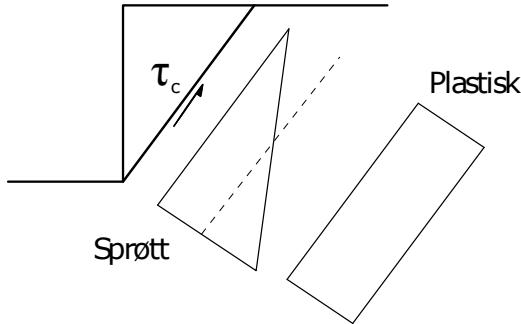
I et *sprøtt* jordmateriale med en veldefinert udrenert styrke s_u vil en grøft bryte sammen når $\tau_{max} = s_u$. Maksimal skjærspenning fås i bunnen av grøfta. Den er dobbelt så stor som den gjennomsnittlige. Det vil si at man får brudd ved en grøftedybde på

$$H = \frac{2s_u}{\gamma} \quad (3.8)$$

eller ca. $s_u/10$.

I praksis kan man ikke grave grøftene så dype fordi stabiliteten avtar med tiden, se kapittel 3.4.4. Faktisk har tap over tid av den tilsynelatende stabiliteten som grøfta har rett etter utgravning ført til så mange dødsulykker at norske forskrifter *påbyr avstivning* når grøftedybden overskridet 2 m uansett jordart.

Forskjellen på spenningssituasjonen ved sprøtt og plastisk brudd kan sees av skjærspenningsfordelingen langs skjærflaten, se figur 3.13. Merk at den plastiske fordelingen må forutsette et horisontalt strekk på $2s_u$ ved jordoverflaten!



Figur 3.13: Sprø og plastisk bruddutvikling

Eksempel: Vertikal kutt i leire

$s_u = 40 \text{ kPa}$, $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$, $F = 1.5$.

Plastisk brudd - maksimal høyde:

$$H = \frac{4s_u/F}{\gamma} = \frac{(4 \cdot 40)/1.5}{19} = 5.6 \text{ m} !!! \text{ Svært høyt Sprøtt brudd gir tilsvarende: } H = 2.8 \text{ m.}$$

$a - \phi$ materiale

Den høyeste gjennomsnittlige skjærmobiliseringen skjer på det planet som har helningen $\alpha_c = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}$.

Skjærmobiliseringen kan finnes for eksempel ved hovedspenningsforholdet. I halve dybden er

$$\begin{aligned} \sigma'_1 + a &= N(\sigma'_3 + a) \\ \frac{\gamma H}{2} - \bar{u} + a &= N(0 - \bar{u} + a) \\ S &= \frac{N-1}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\gamma H}{(a - \bar{u})} \\ \tan \rho &= \frac{S}{\sqrt{1+2S}} = \frac{1}{4\sqrt{1+\frac{\gamma H}{2(a-\bar{u})}}} \cdot \frac{\gamma H}{(a-\bar{u})} \end{aligned} \quad (3.9)$$

der a = attraksjon og $\tan \rho$ = mobilisert friksjon.

Mobiliseringsgraden f og sikkerhetsfaktoren F for skjæringen er:

$$\begin{aligned} f &= \frac{\tan \rho}{\tan \phi} \\ F &= \frac{\tan \phi}{\tan \rho} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Gjennomsnittsspenningene på dette planet er:

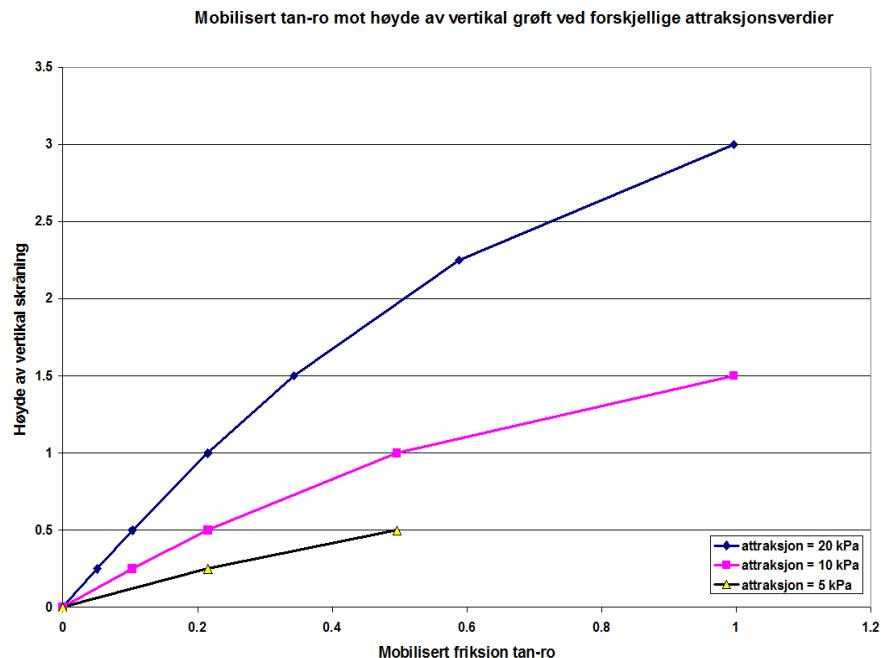
$$\bar{\tau} = \gamma H \frac{1}{4} \sin 2\alpha_c$$

$$\bar{\sigma} = \gamma H \frac{1}{4} (1 + \cos 2\alpha_c) \quad (3.11)$$

Vi husker fra tidligere at i en tørr attraksjonsfri skråning vil overflaten innstille seg med en skråningsvinkel lik materialets friksjonsvinkel. Dersom det er attraksjon i materialet vil helningen kunne være brattere. Vi ser den samme effekten her i den vertikale skråningen ved at attraksjon a sammen med poretrykket u inngår i uttrykket for $\tan \rho$.

Eksempel: Vertikal grøft - $a\phi$ -analyse

Antagelser: Midlere poretrykk satt lik $0.5\gamma_w H$, $a = 20 \text{ kPa}$, $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$. Hva er sammenhengen mellom høyden av den vertikale veggens og mobilisert friksjon $\tan \rho$?



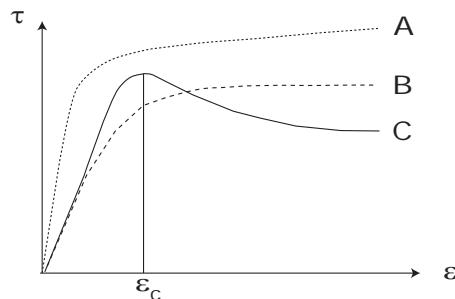
Figur 3.14: Figuren viser hvor raskt friksjonen mobiliseres ved lave attraksjoner.

3.8 Grenselikevektsprinsippet

Dette uttrykket benyttes ofte i metoder for stabilitetsvurdering og beskriver et svært grunnleggende prinsipp.

Ved de håndregnemetoder som beskrives i kapittelet om skråningsstabilitet er det vurderingen av likevektskrefter og deres tilhørende spenninger som sammenholdes med jordstyrken for å tallfeste skråningens sikkerhetsnivå. Vi antar i disse metodene at hele jordvolumet samtidig opplever situasjonen som like kritisk, dvs. at det langs hele skjærflaten er jordelementer som har utnyttet sin styrke i samme grad, og at hele skjærflaten vil nå bruddtilstand samtidig dersom situasjonen er ille nok.

For bruddgrensetilstanden virker dette rimelig ettersom alt til slutt går til brudd og en skjærflate utvikler seg med store relative skjærbevegelser. I bruksgrensetilstanden kan det også være tilfelle at jorden langs hele skjærflaten er like sterkt utnyttet, men dette vil være svært avhengig av de tøyninger som utvikles i jorden.



Figur 3.15: Prinsipp for likevektsbetrakting

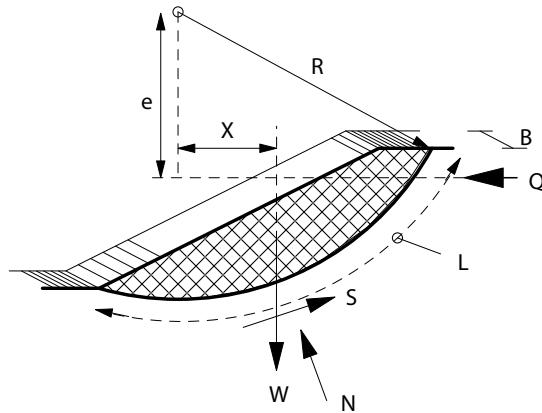
Figur 3.15 viser en sammenstilling av tenkte resultater fra tre forsøk på jord der skjærspenning er plottet mot tøyning. Dersom det langs en skjærflate er materialer som har forskjellige arbeidskurver, dvs. at maksimal styrke oppnås for forskjellige tøyningsnivå, er det vanskelig i en og samme skråning å tro at alle jordelementer mobiliserer styrke likadan til samme tid. Likevel, grenselikevekt baserer seg på dette prinsippet, og det er derfor grunn til å advare mot å ta ut høye styrkeverdier ved lave tøyninger da disse kan komme til å gå over styrketoppen og miste kapasitet før resten av jorden er mobilisert.

Vi ser umiddelbart at material A har både større styrke og stivhet enn material B og C. B og C har omtrent samme stivhet i begynnelsen av forløpet men skiller etterhvert lag ved at C oppfører seg stivere og oppnår maksimalt oppnåelig skjærstyrke ved en topp i kurven. Ved høyere tøyningsnivåer mister material C styrke, det har en sprø oppførsel. Material B oppnår maksimal skjærspenning ved et høyere tøyningsnivå enn C og beholder sin styrke selv ved økende tøyninger.

Dersom vi i grenselikevektsbaserte analyser har forskjellige jordmaterialer, f.eks. av typene A, B og C viser dette at de 1) ikke når sin maksimale skjærstyrke samtidig og 2) det er materialer som mister mye av sin styrke ved høyere tøyningsnivå. I dette tilfelle vil material A være svært høyt utnyttet før material B og C er mobilisert. Dersom det er en stor andel av material C i skråningen vil sikkerheten ved tøyninger større enn ε_c kunne avta.

3.9 Sirkulærsvlindrisk skjærflate

3.9.1 Basisformler



Figur 3.16: Prinsipp for likevektsbetrakting

Åren for beregninger ved hjelp av sirkulærsvlindriske skjærflater blir tilskrevet svensken W. Fellenius ut fra artikkelen "Calculation of the stability of Earth Dams", (S.C.L.D., Vol.4, Washington, 1936). Han var medlem av Svenska Järnvägars geotekniske kommisjon som ble nedsatt for å forsøke å råde bot på de problemene man hadde oppover langs Götaälven i form av leirras. Fellenius var forøvrig konsulent for stadsingeniør Dahls storstilte havneutbygginger i Trondheim.

Kraftresultanten S av de skjærspenningene som i en likevektsituasjon må virke langs skjærflaten, kan beregnes direkte av momentlikevekt av jordprismet over skjærflaten (ligning 3.12, betegnelsene er vist i figur 3.16):

$$W \cdot X + Q \cdot e = S \cdot R = \int \tau \cdot R \cdot dL \quad (3.12)$$

der

R = radien i den valgte skjærflaten (sylinderflate)

W = tyngden av jordprismet over skjærflaten

X = horisontalavstanden fra tyngdepunktet av jordprismet til valgt sirkelsentrum

Q = ytre kraft (jordskjelv, vannfylt sprekk, fortøyningskraft etc.)

e = Qs kraftarm med hensyn på sirkelsenteret

Skjærspenningen τ vil mobilisere en andel f av jordens styrke τ_f slik:

$$\tau = \frac{1}{F} \cdot \tau_f = f \cdot \tau_f \quad (3.13)$$

Antar konstant F (middelverdi langs flaten):

$$W \cdot X + Q \cdot e = \frac{R}{F} \int \tau_f \cdot dL$$

$$F = \frac{R \cdot \int \tau_f \cdot dL}{W \cdot X + Q \cdot e} \quad (3.14)$$

3.9.2 s_u -analyse

$$\tau_f = s_u$$

(kort tid etter udrenerte spenningsendringer)

Ved s_u -analysen er skjærstyrken kjent, uavhengig av normalspenningen på skjærflaten. F er gitt av ligning 3.15:

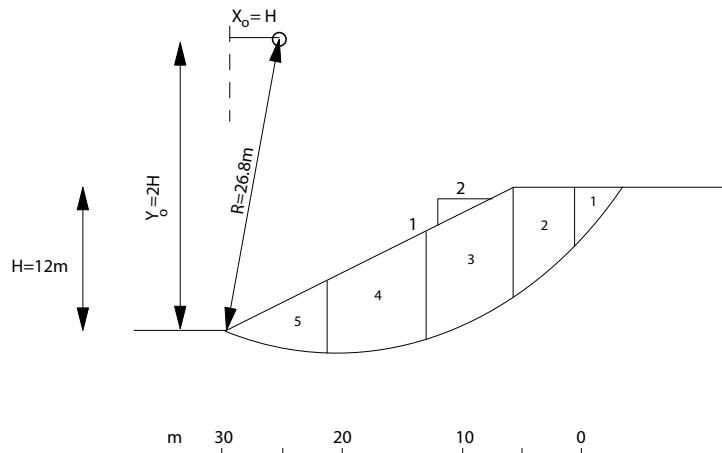
$$F = \frac{R \cdot \int s_u \cdot dL}{W \cdot X + Q \cdot e}$$

$$F = \frac{R \sum_{i=1}^n (s_{ui} \cdot \Delta L_i)}{Q \cdot e + \sum_{i=1}^n (\Delta W_i \cdot X_i)} \quad (3.15)$$

der indeks i er lamelle nummer og n er antall lameller.

På grunn av uregelmessig geometri, lagdeling, poretrykksforhold etc. er det ofte praktisk å bruke differanseformuleringen. Ved beregningen deles da jordvolumet opp i lameller med vertikale snitt, se figur 3.17.

3.9.3 Sirkulærsvylindrisk skjærflate, eksempel s_u -analyse



Figur 3.17: Eksempel på s_u -analyse.

Jordas parametre er:

Jordart: leire

Tyngdetetthet: $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$

Skjærstyrke: $s_u = 40 \text{ kPa}$

Eksempelet i figur 3.17 viser et stilisert profil i leire. Skråningen har helning 1:2 og er 12 m høy. En *vilkårlig skjærflate er valgt*. Beliggenheten er i nærheten av kritisk skjærflate gjennom tåen. Flere prøveberegringer må utføres for å bestemme beliggenheten av den *kritiske skjærflaten*. Det er bare resultatene fra den kritiske skjærflaten med tilhørende

sikkerhetsfaktor og spenningstilstand som karakteriserer spenningstilstanden og sikkerhetsnivået for skråningen. Ettersom styrken her er beskrevet som konstant i dybden, vil den kritiske skjærflaten gå dypt, i virkeligheten uendelig dypt. Oftest øker imidlertid styrken med dybden, den kritiske tåsirkelen kan derfor være en god tilnærming.

Beregningene utføres som summeringer over de 5 lamellene. Volum og lengder avleses i målestokk på tegningen, beregningene vises enklest i skjema, som i tabell 3.1.

Lamelle	ΔW_i	X_i	$\Delta W_i \cdot X_i$	ΔL_i	$s_u \cdot \Delta L_i$
nr	kN/m	m	kN	m	kN/m
1	608	20.5	12464	10.4	416
2	1268	15	19200	7.2	288
3	1920	8.5	16320	9.6	384
4	1344	0	0	8	320
5	576	-7	-4032	8.8	352
			$\sum = 43952$	$\sum = 44.0$	$\sum = 1760$

Tabell 3.1: Stabilitetsanalyse, sirkulærslindrisk, s_u -analyse.

$$F = \frac{R \sum (s_{ui} \cdot \Delta L_i)}{\sum (\Delta W_i \cdot X_i)} = \frac{26.8 (1760)}{43952} = 1.07$$

Resultatet viser at dette tilfellet er svært nær brudd, med en sikkerhetsmargin på bare 7%.

3.9.4 $a\phi$ -analyse

I effektivspenningsanalyse benyttes Mohr-Coulomb-kriteriet for å beregne jordens skjærstyrke:

$$\tau_f = (\sigma' + a) \tan \phi \quad (3.16)$$

Dette kriteriet bør alltid benyttes dersom en skal beregne en drenert tilstand slik som f.eks skråningsstabilitet i sand eller grov silt, men også i leir- og siltskråninger dersom en skal vurdere langtidstilstand og antar at en har kjente poretrykk som er ferdig konsolidert. I denne analysen benyttes vertikal likevekt for løsning av problemet, se figur 3.18, slik:

$$\Delta W + \Delta Q_v + \Delta T = S \cdot \sin \alpha + N \cdot \cos \alpha \quad (3.17)$$

Uttrykket forenkles og er lettare å gjennomskue dersom man uttrykker det i spenningsdimensjon. Vi innfører:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{N}{\Delta L} & p &= \frac{\Delta W + \Delta Q_v}{\Delta X} \\ \tau &= \frac{S}{\Delta L} & t &= \frac{\Delta T}{\Delta X} \\ \Delta X &= \Delta L \cos \alpha \end{aligned}$$

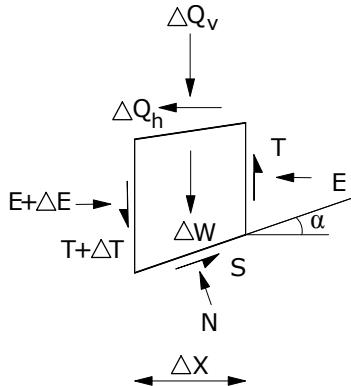
ΔL er skjærflatens lengde gjennom lamellen. Omgjort blir uttrykket:

$$\Delta W + \Delta Q_v = p \cdot \Delta X$$

$$\Delta T = t \cdot \Delta X$$

$$S = \tau \cdot \frac{\Delta X}{\cos \alpha}$$

$$N = \sigma \cdot \frac{\Delta X}{\cos \alpha}$$



Figur 3.18: Vertikal likevekt av en lamell

Satt inn i ligning 3.17 gir dette et forholdsvis enkelt uttrykk for normalspenningen

$$p + t = \frac{\tau}{\cos \alpha} \sin \alpha + \sigma$$

dvs.

$$\sigma = p + t - \tau \tan \alpha \quad (3.18)$$

der σ er normalspenningen mot skjærflaten i bunnen av lamellen og t et uttrykk for innvirkningen av vertikale skjærkrefter, T , mellom lamellene.

For sirkulære skjærflater er innvirkningen av de vertikale skjærkreftene liten, og t kan settes lik 0. Dette betyr at man forutsetter at skjærkreftene T er like store i alle snittene mellom lamellene og i endepunktene, for eksempel lik 0.

Da blir total og effektivspenningene

$$\sigma = p - \tau \tan \alpha$$

$$\sigma' = p' - \tau \tan \alpha \quad (3.19)$$

Ligning 3.18 satt inn i Coulombs lov gir styrken τ_f :

$$\tau_f = (\sigma' + a) \tan \phi$$

$$\tau_f = (p' + a - \tau \tan \alpha) \tan \phi \quad (3.20)$$

I ligning 3.20, for τ_f , inngår nå også den skjærspenningen τ som i øyeblikket er mobilisert langs skjærflaten i bunnen av lamellen. Knytter vi som vanlig disse skjærspenningene sammen med begrepet sikkerhetsfaktor $F = \tau_f/\tau$ (eller mobiliseringsgrad $f = \tau/\tau_f$) gir dette:

$$\tau_f = \left(p' + a - \frac{1}{F} \tau_f \tan \alpha \right) \tan \phi$$

dvs.

$$\tau_f = \frac{(p' + a) \tan \phi}{1 + \frac{1}{F} \tan \phi \cdot \tan \alpha} \quad (3.21)$$

Innsatt i uttrykket for sikkerhetsfaktoren F får vi:

$$F = \frac{R \sum (\tau_f \cdot \Delta L)}{Q \cdot e + \sum (\Delta W + \Delta Q_v) \cdot X} = \frac{R \sum \frac{(p' + a) \tan \phi \cdot \Delta X}{\left(1 + \frac{1}{F} \tan \phi \cdot \tan \alpha\right) \cdot \cos \alpha}}{Q \cdot e + \sum (p \cdot \Delta X \cdot X)}$$

og derav

$$F = \frac{R \sum \frac{(p' + a) \tan \phi}{m_\alpha} \cdot \Delta X}{Q \cdot e + \sum (p \cdot \Delta X \cdot X)} \quad (3.22)$$

der $m_\alpha = \left(1 + \frac{1}{F} \tan \phi \cdot \tan \alpha\right) \cdot \cos \alpha$

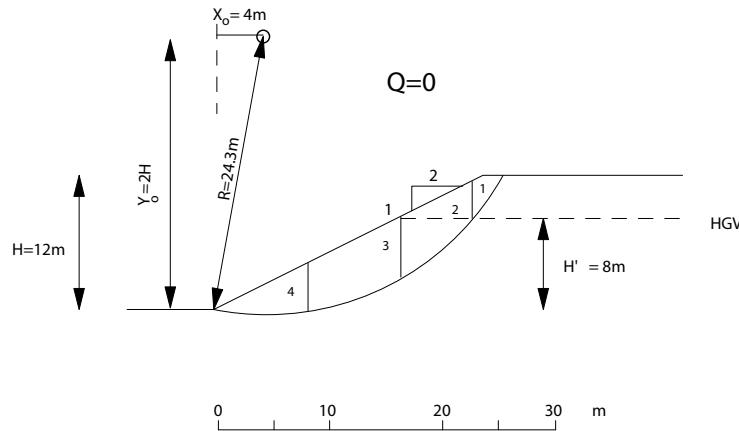
NB! F inngår i uttrykket for beregning av F ! Dette gjør det nødvendig med iterasjon for å finne løsningen.

1. Anta F
2. Beregn forbedret F
3. Vurder avviket. Om nødvendig return til 2.

Dette konvergerer raskt.

3.9.5 Eksempel $a\phi$ -analyse

Skråningen fra kapittel 3.9.3 "Sirkulærsvylindrisk skjærflate, eksempel s_u -analyse" skal vurderes med $a\phi$ -analyse.



Figur 3.19: Eksempel, $a\phi$ -analyse

Jordas parametre er:

Jordart: leire

Tyngdetetthet: $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$

Skjærstyrke: $a = 10 \text{ kPa}$, $\tan \phi = 0,55$

Ytre laster: $Q = 0$

Eksempelet i figur 3.19 viser et stilisert profil i leire. Skråningen har helning 1:2 og er 12 m høy. Merk at skjærflaten som nå undersøkes ligger betydelig grunnere enn ved s_u -analysen. Ettersom effektivspenningsnivået (og dermed styrken) øker med dybden ved $a\phi$ -analysen vil den dypere sirkelen her få så mye større motstand at dette overskygger de økede drivende kreftene. Den valgte sirkelen ligger nær den kritiske (den som gir minst sikkerhetsfaktor F). Beregningene utføres som summeringer over de 4 lamellene. Volum og lengder avleses i målestokk på tegningen, beregningene vises enklest i skjema.

Vi antar at skråningen er nær brudd og setter derfor prøeverdien for $F = 1.0$ inn i m_α og beregner F fra ligning 3.22. Beregningene er vist i tabell 3.2.

Lamelle nr	(1) $\tan \alpha$	(2) ΔX (m)	(3) p (kPa)	(4) u (m)	(5) X	(6) $p\Delta X(X)$	(7)	(8) m_α	(9) $(7)/m_\alpha$
1	1.4	2.6	40	0	19.7	2048.8	71.5	1.0288	69.50
2	0.9	6.4	88	28	15.2	8560.6	246.4	1.1112	221.74
3	0.3	8	96	48	8	6144	255.2	1.1159	228.70
4	0	8	44	22	1.2	422.4	140.8	1.0000	140.8
						17175	713.9		660.74
							$F = 0.9384$		

Tabell 3.2: Stabilitetsanalyse, sirkulærsvylindrisk, $a\phi$ -analyse.

3. SKRÅNINGSSSTABILITET

Vi ser at beregnet sikkerhetsfaktor ble 0,94 og at antagelsen $F = 1.0$ ikke var veldig ureiktig.

Lamelle nr	$\tan \alpha$	ΔX (m)	p (kPa)	u (m)	X	$p\Delta X(X)$	(7)	m_α	$(7)/m_\alpha$
1	1.4	2.6	40	0	19.7	2048.8	71.5	1.0686	66.907
2	0.9	6.4	88	28	15.2	8560.6	246.4	1.1439	215.38
3	0.3	8	96	48	8	6144	255.2	1.1299	225.85
4	0	8	44	22	1.2	422.4	140.8	1	140.8
						17175	713.9		648.94
							$F = 0.9182$		

Tabell 3.3: Stabilitetsanalyse, sirkulærsvylindrisk, $a\phi$ -analyse.

Ved å prøve litt til, spesielt enkelt i et regneark, finner vi et endelig resultat som vist i tabell 3.3 og at sikkerhetsfaktoren er 0,92. Her følger en summering av analysens enkelte deler.

1. $\tan \alpha$: helning av skjærflaten for den aktuelle lamelle
2. ΔX : lamellens bredde
3. p : total vertikal spenning i bunn av lamellen $p = \frac{\Delta W + \Delta Q_v}{\Delta X}$
4. u : representativt poretrykk i bunn av lamellen
5. X : momentarm for hver lamelle
6. $(2)*(3)*(5)$
7. $(p - u + a) \Delta X \tan \phi$
8. $m_\alpha = \left(1 + \frac{1}{F} \tan \phi \cdot \tan \alpha\right) \cdot \cos \alpha$
9. $(7)/(8)$

$$F = \frac{R \cdot \sum (9)}{Q \cdot e + \sum (6)} = \frac{24.3 \cdot 648.9}{0 + 17175} = 0.918$$

3.9.6 Oppsummering sirkulære skjærflater

1	LIKEVEKT	
	STYRKETAK τ_f	$F = \frac{R \sum (\tau_f \cdot \Delta L)}{Q \cdot e + \sum (\Delta W + \Delta Q_v) \cdot X}$
	KONSTANT F	
2	s_u -analyse	$\tau_f = s_u$ uavhengig av σ
3	$a\phi$ -analyse	$\tau_f = (\sigma' + a) \cdot \tan \phi$ Vertikal likevekt $t = 0$ $\sigma' = p' - \tau \cdot \tan \alpha$ $\tau = \tau_f/F$ Iterasjon nødvendig $\tau_f = \frac{(p' + a) \cdot \tan \phi}{1 + \frac{1}{F} \cdot \tan \phi \cdot \tan \alpha}$

3.10 Skjærflate med vilkårlig form

Mange problemer vil kreve analyser langs skjærflater som avviker fra den sirkulære formen. Dette kan være pga lagdeling, lastgeometri, skråningsgeometri, grunnvannsgrader etc. En rekke "metoder" er lansert. Disse baserer seg stort sett på moment-, horisontal og vertikallikevekt av hver lamell og/eller hele jordprismet over skjærflaten. Avvikene består i hvilke(n) antagelse(r) man gjør, i tillegg til likevektbetingelsene for å få bestemt det undertallige ligningssystemet. Det vil normalt være mulig å oppnå samme svar med forskjellige prosedyrer ("metoder").

Her vil vi behandle "Lamellemetoden" (Generalized Procedure of Slices, GPS). Dette er et universalverktøy for vurdering av mange typer stabilitetsproblemer, som bæreevne, jordtrykk, skråningsstabilitet osv.

3.10.1 Basisformler

Vertikallikevekt av en lamell er behandlet i kapittel 3.9.4. Det resulterte i ligning 3.18:

$$p + t = \frac{\tau}{\cos \alpha} \sin \alpha + \sigma$$

$$\sigma = p + t - \tau \tan \alpha$$

Horisontallikevekt av samme lamell gir

$$\Delta E = N \cdot \sin \alpha - S \cdot \cos \alpha + \Delta Q_h \quad (3.23)$$

setter inn ligning 3.18 og får:

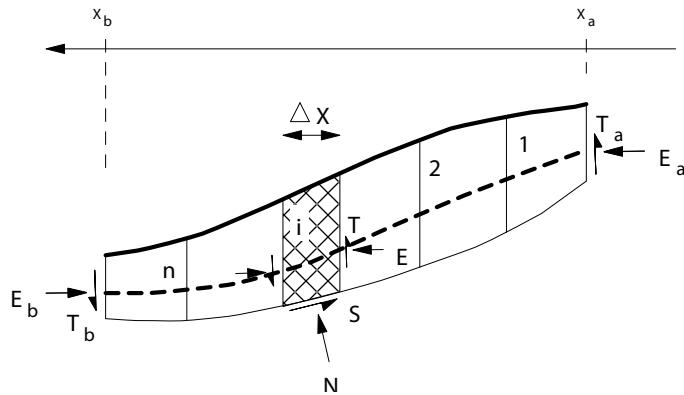
$$\Delta E = (p + t - \tau \cdot \tan \alpha) \cdot \sin \alpha \frac{\Delta X}{\cos \alpha} - \tau \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\Delta X}{\cos \alpha} + \Delta Q_h$$

dvs.

$$\Delta E = (p + t) \cdot \tan \alpha \cdot \Delta X - (1 + \tan^2 \alpha) \cdot \tau \Delta X + \Delta Q_h \quad (3.24)$$

der ΔE = er økningen i horisontal jordtrykkresultant E over lamellen.

Generelt er altså sidestøtten (fra nabolumellene) forskjellig på høyre og på venstre side av lamellen. I en naturlig skråning vil E øke ($\Delta E > 0$) øverst i skråningen, men avta nederst.



Figur 3.20: Likevekt av hele jordprismet

Kravet om horisontal likevekt av hele jordprismet, figur 3.20, betyr at vi kan summere ligningen over alle lameller og sette inn grensebetingelsene $E = E_a$ for $X = X_a$ (snitt a) og $E = E_b$ for $X = X_b$ (snitt b)

$$\sum_{i=1}^n \Delta E_i = E_b - E_a = \sum_{i=1}^n [(p_i + t_i) \cdot \tan \alpha_i \cdot \Delta X_i] - f \cdot \sum_{i=1}^n [(1 + \tan^2 \alpha_i) \cdot \tau_{fi} \cdot \Delta X_i] + \Delta Q_{hi} \quad (3.25)$$

der mobiliseringsgraden $f = \frac{\tau}{\tau_f}$ er satt konstant og lik over alle lamellene.

Dermed er sikkerhetsfaktoren $F = 1/f$ gitt som

$$F = \frac{\sum_1^n [(1 + \tan^2 \alpha) \cdot \tau_f \cdot \Delta X]}{E_a - E_b + \sum_1^n [(p + t) \cdot \tan \alpha \cdot \Delta X + \Delta Q_h]} \quad (3.26)$$

der indeks i er sløyfet for enkelthets skyld.

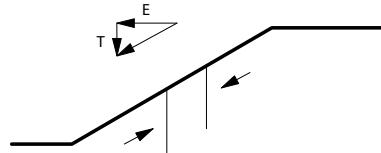
I den horisontallikevekten som formelen uttrykker, er effekten av den vertikale skjærkraften T (uttrykt ved t i formelen) såvidt stor at den ikke kan neglisjeres (slik man kunne i kapittel 3.9.4). Man må derfor etablere et uttrykk for t (eller T).

3. SKRÅNINGSSSTABILITET

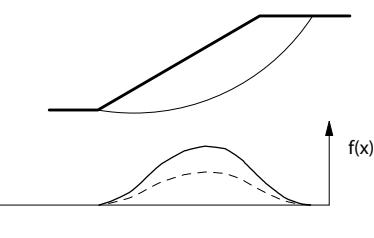
Ettersom likevektsligningene er "oppbrukt" betyr dette at man må innføre antagelse (r).

Eksempler på slike antagelser er:

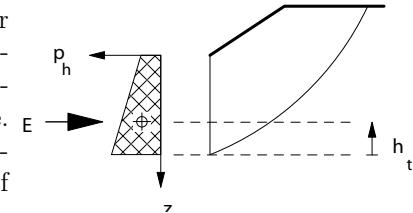
- 1.** Resultanten av E og T er parallel med skråningen $T = \tan \beta$ (ren tilnærming, ingen fysisk tolkning). *Felles tankegods.*



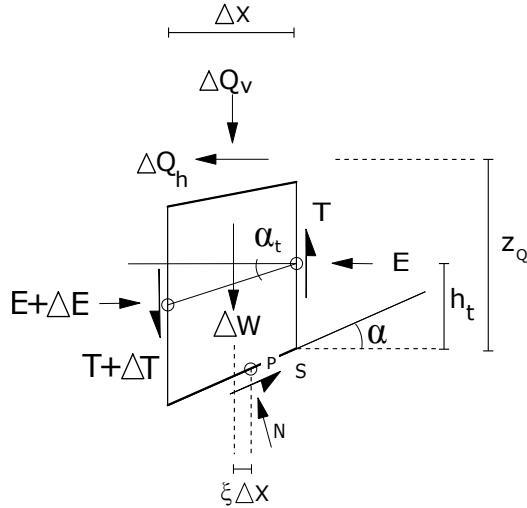
- 2.** E og T knyttes sammen ved en "fritt valgt" funksjon $f(x)$ og en skaleringsfaktor λ som justeres til å gi minste verdi av F . $T = \lambda \cdot f(x)$ (en valgt matematisk beskrivelse $f(x)$ og matematisk justert skaleringsfaktor λ , ingen fysisk tolkning). Ved bruk av denne metoden må man undersøke løsningen nøyne før man godtar den. *Morgenstern and Price 1967.*



- 3.** Angrepunktene for jordtrykkresultanten E antas i alle vertikale snitt. Angrepunktene anskueliggjøres med trykklinjen som forbinder alle angrepunktene i profilet. Når angrepunktene for E -kretene er kjent kan man utnytte momentlikevekt-betingelsen for lamellene. (Fysisk tolkning: tyngdepunktet av horisontaltrykkdiagrammet, jordtrykkdiagrammet, ref jordtrykk). *Janbu 1954, 1957.*



Den siste antagelsen gir en rimelig mulighet til fysikalsk å tolke "godheten" av antagelsene som gjøres, men kan føre til numerisk ustabilitet dersom skjærflaten og/eller trykklinjen gis en uryddig form, eller valgt skjærflate ligger langt fra kritisk skjærflate, eller dersom lamelledelingen er ugunstig. Med litt erfaring unngår man å prøveregne flater som avviker sterkt fra den kritiske i form og beliggenhet. Dermed styrer man unna disse vanskelighetene.



Figur 3.21: Krefter som virker på en lamell.

Med antatt trykklinje kan man se på momentlikevekten av en lamell, figur 3.21. For enkelthets skyld tas likevekt om punktet P (angreppspunktet for N). Da faller N og S bort og når ledd av høyere orden er sløyfet får man:

$$(\Delta W + \Delta Q_v) \cdot \zeta \Delta X + T \cdot \Delta X + \Delta Q_h \cdot z_Q + E \cdot \tan \alpha_t \cdot \Delta X - \Delta E \cdot h_t = 0 \quad (3.27)$$

der

$\zeta \Delta X$ = er horisontal distanse mellom angreppspunktet for resultanten N langs skjærflaten og for resultanten av ΔW og ΔQ_v

$\tan \alpha_t$ = helningen på trykklinjen over lamellen

h_t = trykklinjens høyde over skjærflaten

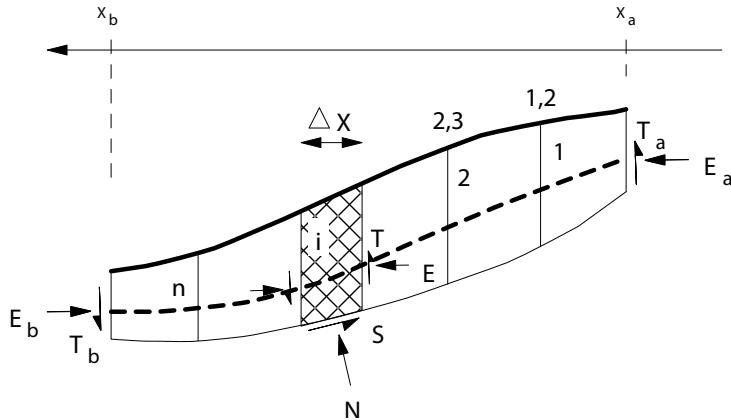
Det er et problem at beliggenheten av punktet P ikke er kjent (avhenger av fordelingen av normalspenningen σ langs skjærflaten). Dette problemet kan omgås ved en grensebetraktnng, idet man lar lamellebredden ΔX gå mot 0 (ligning 3.28):

$$\begin{aligned} p \cdot \zeta \cdot dx + T + \frac{dQ_h}{dx} \cdot z_Q + E \cdot \tan \alpha_t - \frac{dE}{dx} \cdot h_f &= 0 \\ T &= -E \cdot \tan \alpha_t + \frac{dE}{dx} h_t - \frac{dQ_h}{dx} \cdot z_Q \end{aligned} \quad (3.28)$$

der $p \cdot \zeta \cdot dx = 0$ forsvant som ledd av høyere orden.

I den praktiske regneprosedyren har man valgt å bestemme T (og E) i hvert snitt mellom lamellene, idet man tar ut verdiene z_Q , h_t , $\tan \alpha$ og $\frac{dE}{dx}$ i hvert snitt, se figur 3.22.

3. SKRÅNINGSSSTABILITET



Figur 3.22: Definisjonsskisse, Lamellemetoden

Beregningsgangen blir da:

1. t settes lik 0. For hver lamell beregnes uttrykkene:

$$B_i = (p + t) \tan \alpha \Delta X + \Delta Q_h$$

$$A_i = (1 + \tan^2 \alpha) \tau_f \Delta X$$

2. Første itererte verdi $F = F_o$ av sikkerhetsfaktoren bestemmes:

$$F = \frac{\sum A_i}{E_a - E_b + \sum B_i}$$

3. De E -kretene som svarer til denne sikkerhetsfaktoren bestemmes i snittene, $1 \leq i \leq n - 2$ (snitt $i, i+1$ ligger mellom lamellene i og $i+1$):

$$E_{i,i+1} = E_a + \sum_{j=1}^{j=i} \left(B_j - \frac{A_j}{F} \right)$$

eller

$$E_{i,i+1} = E_{i-1,i} + \Delta E_i$$

der

$$\Delta E_i = B_i - \frac{A_i}{F}$$

4. De T -kretene som svarer til denne forløpige iterasjonen av F og E -kretene, bestemmes av:

$$T_{i,i+1} = -E_{i,i+1} \tan \alpha_{ti,i+1} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_{i,i+1} \cdot h_{ti,i+1} - \left(\frac{dQ_h}{dx} \right)_{i,i+1} \cdot z_Q$$

5. Endringen $t = \frac{\Delta T}{\Delta X}$ over lamellene beregnes:

$$t = \frac{\Delta T_i}{\Delta X_i} = \frac{T_{i,i+1} - T_{i-1,i}}{\Delta X_i} \quad (\text{for } 2 \leq i \leq n - 2)$$

$$t_1 = \frac{\Delta T_1}{\Delta X_1} = \frac{T_{1,2} - T_a}{\Delta X_1}$$

$$t_n = \frac{\Delta T_n}{\Delta X_n} = \frac{T_b - T_{n-1,n}}{\Delta X_n}$$

Med disse forbedrede t -verdiene startes prosedyren på nytt fra pkt 1.

Iterasjonen er normalt nokså rask, allerede ved neste omløp er man normalt kommet nær endelige verdier av F , E og T .

3.10.2 s_u -analyse

Ved s_u -analyse er formlene nå klare, man setter $\tau_f = s_u$.

3.10.3 $a\phi$ -analyse

Ved $a\phi$ -analyse uttrykkes, som i kapittel 3.9.4:

$$\tau_f = \frac{(p' + t + a) \tan \phi}{1 + \frac{1}{F} \tan \phi \cdot \tan \alpha}$$

Dette fører til enda en iterasjonssløyfe i n_α inne i t -iterasjonssløyfen.

Dermed blir formlene, (ligning 3.29):

$$F = \frac{\sum A}{E_a - E_b + \sum B}$$

der

$$A = \frac{(p' + t + a) \tan \phi \cdot \Delta X}{n_\alpha} \quad (3.29)$$

$$B = (p + t) \cdot \tan \alpha \cdot \Delta X + \Delta Q_h$$

$$n_\alpha = \frac{\left(1 + \frac{1}{F} \tan \phi \cdot \tan \alpha\right)}{(1 + \tan^2 \alpha)}$$

Prosedyren blir:

1. t settes lik 0. For hver lamell beregnes uttrykkene:

$$B_i = (p + t) \tan \alpha \Delta X + \Delta Q_h$$

$$A'_i = (p' + t + a) \cdot \tan \phi \cdot \Delta X$$

2. Anta en verdi av F . For hver lamell beregnes:

$$n_{\alpha i} = \frac{\left(1 + \frac{1}{F} \tan \phi_i \cdot \tan \alpha_i\right)}{(1 + \tan^2 \alpha_i)}$$

$$A_i = (A'_i) / n_{\alpha i}$$

3. Første itererte verdi $F = F_o$ av sikkerhetsfaktoren bestemmes:

$$F = \frac{\sum A_i}{E_a - E_b + \sum B_i}$$

Sjekk om F er akseptabelt lik F_0 . Returner til pkt 2 om nødvendig.

3. SKRÅNINGSSSTABILITET

4. De E -kreftene som svarer til denne sikkerhetsfaktoren bestemmes i snittene, $1 \leq i \leq n - 2$ (snitt $i, i + 1$ ligger mellom lamellene i og $i + 1$):

$$E_{i,i+1} = E_a + \sum_{j=1}^{j=i} \left(B_j - \frac{A_j}{F} \right)$$

eller

$$E_{i,i+1} = E_{i-1,i} + \Delta E_i$$

der

$$\Delta E_i = B_i - \frac{A_i}{F}$$

5. De T -kreftene som svarer til denne forløpige iterasjonen av F og E -kreftene, bestemmes av:

$$T_{i,i+1} = -E_{i,i+1} \tan \alpha_{ti,i+1} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_{i,i+1} \cdot h_{ti,i+1} - \left(\frac{dQ_h}{dx} \right)_{i,i+1} \cdot z_Q$$

6. Endringen $t = \frac{\Delta T}{\Delta X}$ over lamellene beregnes:

$$t = \frac{\Delta T_i}{\Delta X_i} = \frac{T_{i,i+1} - T_{i-1,i}}{\Delta X_i} \quad (\text{for } 2 \leq i \leq n - 2)$$

$$t_1 = \frac{\Delta T_1}{\Delta X_1} = \frac{T_{1,2} - T_a}{\Delta X_1}$$

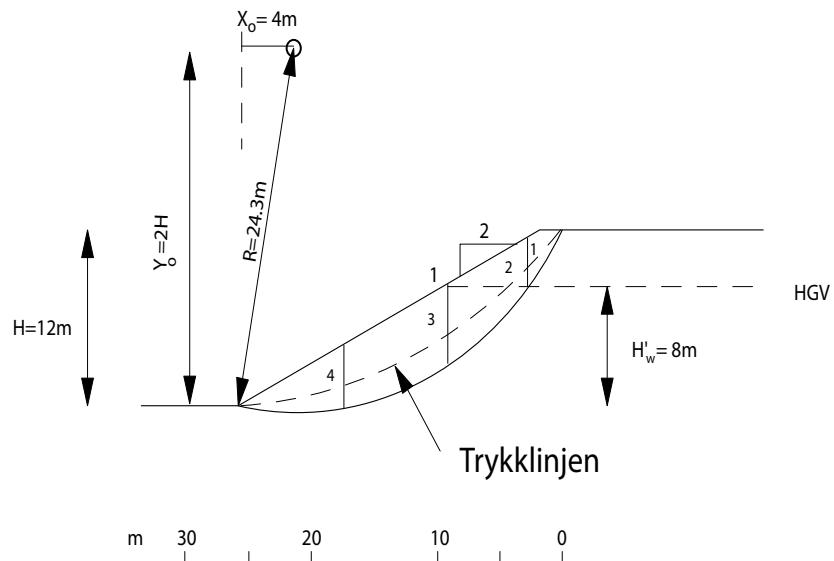
$$t_n = \frac{\Delta T_n}{\Delta X_n} = \frac{T_b - T_{n-1,n}}{\Delta X_n}$$

Med disse forbedrede t -verdiene startes prosedyren på nytt fra pkt 1.

Iterasjonen er normalt nokså rask, allerede ved neste omløp er man normalt kommet nært endelig verdi av F , E og T .

3.10.4 Eksempel lamellemetoden

Skråningen fra kapittel 3.9.5 skal vurderes med Lamellemetoden.



Figur 3.23: Eksempel, $a\phi$ -analyse

Jordas parametre er:

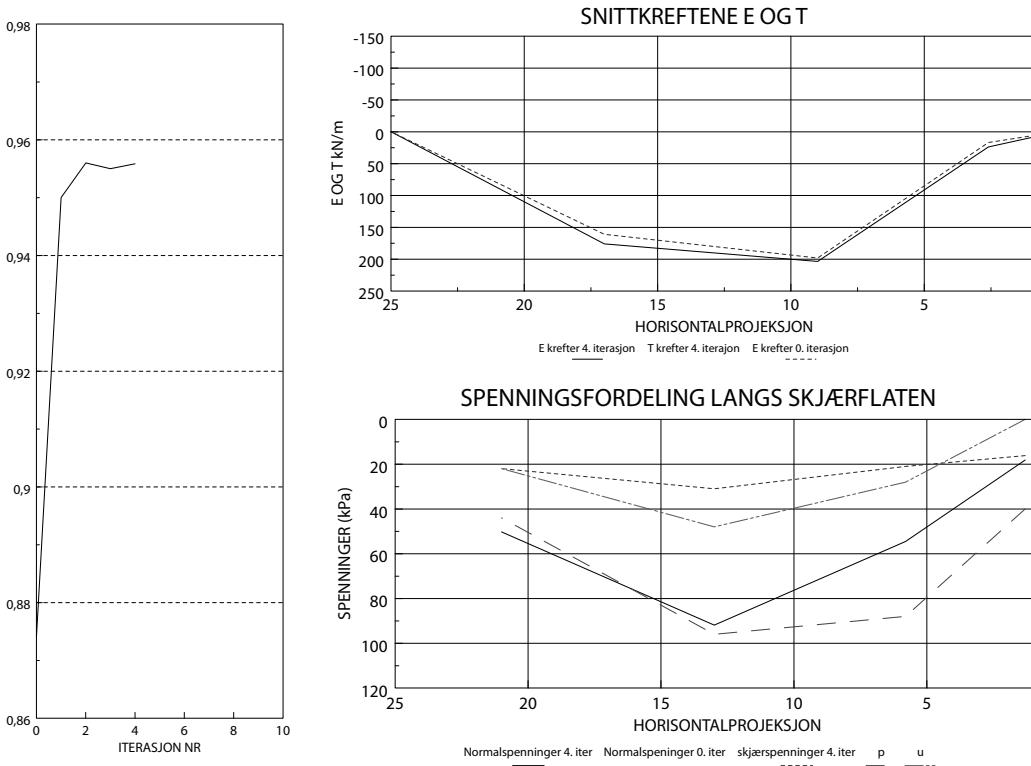
Jordart: leire

Tyngdetetthet: $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$

Skjærstyrke: $a = 10 \text{ kPa}$, $\tan \phi = 0,55$

Eksempelet i figur 3.23 viser et stilisert profil i leire. Skråningen har helning 1:2 og er 12 m høy.

3. SKRÅNINGSSSTABILITET



Figur 3.24: Resultater fra beregningene i Lamellemetoden.

Resultatene fra iterasjonen og spenningsfordelingen for 0. og 4. iterasjon er vist grafisk i figur 3.24. Som man ser konvergerte iterasjonen meget raskt, allerede iterasjon nr 1 gir resultater som er gode nok for en praktisk beregning.

Beregningene utføres som summeringer over de 4 lamellene. Volum og lengder avleses i målestokk på tegningen, beregningene vises enklest i tabell. (Beregningene egner seg godt for regneark).

Beregningen av n_α , SA og ΔE krever at man må anta en verdi for F .

I første omgang anslås en verdi for F ut fra B og A' , summene er vist i tabellens nederste linje. Denne verdien (kalt Fansl i regnearket) brukes til beregning av de tre siste kolonnene og man får bestemt verdier av A (kalt SA i regnearket).

Summen bestemmer en forbedret verdi av F , (kalt F i regnearket). De verdiene som nå er beregnet for ΔE_i (siste kolonne) utnyttes så til å beregne et førsteutkast til trykkreulantene E mellom lamellene. Disse utnyttes sammen med trykklinjeantagelsene $\tan \alpha_t$, h_t , z_Q og de avleddede størrelsene dQ_h/dx og dE/dx til å bestemme tilhørende verdier av skjærkrefte T (ST).

Til slutt beregnes differansene ΔT og spenningene τ , σ og σ' . Merk at disse spenningsene er beregnet for $t = 0$. De verdiene som samtidig er beregnet for T og t brukes i neste iterasjon.

3. SKRÅNINGSSSTABILITET

Inngangsdata til analysen er vist nedenfor.

Jordparametre:

attraksjon: $a = 10 \text{ kPa}$

friksjon: $\tan \phi = 0,55$

Tyngdetetthet: $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$

Endekrefter:

$E_a = 0 \text{ kN/m}$, $E_b = 0 \text{ kN/m}$, $T_a = 0 \text{ kN/M}$

Tabell 3.4: Resultatene fra iterasjon nr 0.

Lam.	$\tan \alpha$	p	t	Δx	u	$\tan \phi$	B	A'	n_α	SA	ΔE
1	1,4	40	0	2,6	0	0,55	145,6	71,5	0,635	112,5	16,91
2	0,9	88	0	6,4	28	0,55	506,8	246,4	0,865	284,7	181,2
3	0,3	96	0	8	48	0,55	230,4	255,2	1,09	234	-37,1
4	0	44	0	8	22	0,55	0	140,8	1	140,8	-160
				25			882,8	713,9	0,874	772,1	
Anslag før n_α -iterasjonen						F_{ansl}	=	0,808			
Ferdig iterert						F	=	0,874			

Snitt	x	E	$\tan \alpha_t$	h_t	z_Q	dQ_h/dx	dE/dx	Brukt i beregningen:		
								ST	T	
a	0	0						0		0
1-2	2,6	16,9	0,85	1	0	0	22,01	7,642		0
2-3	9	198,1	0,55	1,5	0	0	12,35	-90,4		0
3-4	17	160,9	0,37	1,2	0	0	12,38	-44,7		0
b	25	0						0		0

Lam.	z	ΔT	τ	σ	u	σ'	ΔT
1	1,3	7,6	16,72	16,59	0	16,59	0
2	5,8	-98,0	28,11	62,7	28	34,7	0
3	13	45,8	30,68	86,79	48	38,79	0
4	21	44,7	20,12	44	22	22	0
		25					

Vi er nå klar til å bruke de forbedrede verdiene av snittkreftene til en ny iterasjon.

Tabell 3.5: Resultatene fra iterasjon nr 1.

Lam.	$\tan \alpha$	p	t	Δx	u	$\tan \phi$	B	A'	n_α	SA	ΔE
1	1,4	40	2,939	2,6	0	0,55	156,2	75,7	0,611	123,8	26,07
2	0,9	88	-15,3	6,4	28	0,55	418,5	192,4	0,865	284,7	181,2
3	0,3	96	5,719	8	48	0,55	244,1	280,3	1,09	234	-37,1
4	0	44	5,587	8	22	0,55	0	165,3	1	165,3	-173
				25			819	713,9	0,95	778,6	
Anslag før n_α -iterasjonen						F_{ansl}	=	0,871			
Ferdig iterert						F	=	0,95			
Brukt i beregningen:											
Snitt	x	E	$\tan \alpha_t$	h_t	z_Q	dQ_h/dx	dE/dx	ST		T	
a	0	0						0		0	
1-2	2,6	26,07	0,85	1	0	0	22,63	0,473		7,642	
2-3	9	203,7	0,55	1,5	0	0	13,89	-91,2		-90,4	
3-4	17	173,9	0,37	1,2	0	0	12,73	-49		-44,7	
b	25	0						0		0	
Lam.	z	ΔT	τ	σ	u	σ'				ΔT	
1	1,3	0,473	16,92	19,24	0	19,24				7,642	
2	5,8	-91,6	20,79	53,95	28	25,95				-98	
3	13	42,13	31,41	92,29	48	44,29				45,75	
4	21	49,08	21,74	49,58	22	27,58				44,7	
		25									

Etter flere iterasjoner stabiliserer iterasjonene seg meget bra, vi kan gi oss etter 4. iterasjon.

Tabell 3.6: Resultatene fra iterasjon nr 4.

Lam.	$\tan \alpha$	p	t	Δx	u	$\tan \phi$	B	A'	n_α	SA	ΔE
1	1,4	40	0,775	2,6	0	0,55	148,4	72,6	0,609	119	23,89
2	0,9	88	-14,5	6,4	28	0,55	423	195,1	0,838	232,7	179,5
3	0,3	96	5,157	8	48	0,55	242,7	277,8	1,075	258,3	-27,4
4	0	44	6,23	8	22	0,55	0	168,2	1	168,2	-175
				25			814,2	713,9	0,955	778,3	
Anslag før n_α -iterasjonen						F_{ansl}	=	0,876			
Ferdig iterert						F	=	0,955			
Brukt i beregningen:											
Snitt	x	E	$\tan \alpha_t$	h_t	z_Q	dQ_h/dx	dE/dx	ST		T	
a	0	0						0		0	
1-2	2,6	23,89	0,85	1	0	0	22,6	2,299		2,017	
2-3	9	203,4	0,55	1,5	0	0	13,88	-91		-91,1	
3-4	17	175,9	0,37	1,2	0	0	12,71	-49,8		-49,8	
b	25	0						0		0	
Lam.	z	ΔT	τ	σ	u	σ'				ΔT	
1	1,3	2,299	16,18	18,12	0	18,12				2,017	
2	5,8	-93,3	21,02	54,53	28	26,53				-93,1	
3	13	41,22	30,99	91,86	48	43,86				41,26	
4	21	49,85	21,99	50,23	22	28,23				49,84	
		25									

Slik forløp iterasjonen av F:

i	0	1	2	3	4
F	0,874	0,95	0,956	0,955	0,955

I numeriske beregninger som her kan man bestemme tangenten $\frac{dE}{dx}$ grafisk ved å tegne diagram over de E-kreftene man i øyeblikket har iterert seg frem til, eller man kan erstatte tangenthelningen med den mer unøyaktige sekant-helningen:

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{i,i+1} = \frac{E_{i+1,i+2} - E_{i-1,i}}{\Delta X_{i+1} + \Delta X_i}$$

Dersom man velger å bruke sekanten (mer bekvemt?, i hvertfall i regnemaskinprogram/regneark) er man prisgitt lamelledelingen. Sjekk i hvertfall godt med diagram at sekant-helningen ikke er svært gal (!). Årsak til at prosedyren ikke konvergererer mot en konstant F-verdi kan ofte finnes her.

Resultatet $F = 0.95$ stemmer bra med det vi fikk for samme skjærflate i Eksempel $a\phi$ -analyse ($F = 0.92$). Avviket skyldes at vi der neglisjerte innvirkningen av T -kretene på normalspenningsfordelingen langs skjærflaten.

Beregningene er programmert. Ved instituttet finnes flere versjoner: (1) data skrives inn i en egen fil v.hj.a. vanlig teksteditor, (2) interaktiv datainngang (programmet spør) og (3) grafisk datainngang og utgang. Dette kan være greie hjelpe middler når man har erfaring med metoden, men håndregning (eventuelt i egenproduserte regneark) anbefales i starten. Eksempelet ovenfor er produsert fra regneark.

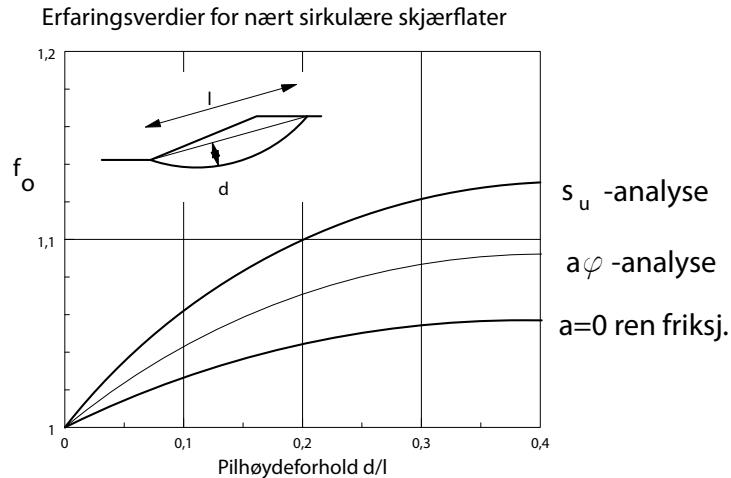
3. SKRÅNINGSSSTABILITET

Merk at selv om skjærflaten er den samme (er sirkulær) er innvirkningen av T -kretene betydelig større når man utnytter horisontallikevekten istedenfor momentlikevekten. $T = 0$ ga her $F_o = 0.87$, dvs. at T -kretene ved denne analysen økte sikkerhetsfaktoren med $(0.95 - 0.87)/0.87 = 9.2\%$, kan også skrives slik $F = f_o F_o$ der $f_o = 1.09$.

Dette betyr at vi som en rask metode kan ta hensyn til virkningen av skjærkretene (T -kretene) på sikkerhetsfaktoren ved å regne iterasjon 0 (F_0) og øke denne til endelig verdi ved formelen, (ligning 3.30):

$$F = f_o \cdot F_0 \quad (3.30)$$

Det kan være fristende å samle seg litt erfaring over f_o -verdier. I trengte stunder kan man da skaffe seg overslagsverdier av sikkerhetsfaktoren uten å gå veien om full iterasjon. Endel erfaringer er samlet i figur 3.25. T -kretene blir større jo dypere skjærflaten går. "Pilhøydeforholdet, d/l " er derfor funnet å være en viktig parameter. Dersom den aktuelle flaten avviker betydelig fra en noe utflatet sirkelflate, er diagrammet ikke pålitelig, og full iterasjon anbefales.



Figur 3.25: Erfaringsverdier for noenlunde homogene forhold

3.10.5 Oppsummering skjærflater av vilkårlig form

1	LIKEVEKT	
	STYRKETAK τ_f	$F = \frac{\sum (1 + \tan^2 \alpha) \cdot \tau_f \cdot \Delta X}{E_a - E_b + \sum (\Delta W + \Delta Q_v + \Delta T) \cdot \tan \alpha}$
	KONSTANT F	eller helst på spenningsform:
		$F = \frac{\sum (1 + \tan^2 \alpha) \cdot \tau_f \cdot \Delta X}{E_a - E_b + \sum (p + t) \cdot \tan \alpha \cdot \Delta X + \Delta Q_h}$
2	s_u -analyse	$\tau_f = s_u$ uavhengig av σ
3	$a\phi$ -analyse	$\tau_f = (\sigma' + a) \cdot \tan \phi$
	Vertikal likevekt $t = 0$	$\sigma' = p' + t - \tau \cdot \tan \alpha$ $\tau = \tau_f / F$
	Iterasjon nødvendig	$\tau_f = \frac{(p' + t + a) \cdot \tan \phi}{1 + \frac{1}{F} \cdot \tan \phi \cdot \tan \alpha}$

3.11 Stabilitetskart/ direktemetoden

Som vist i kapittel 3.7 innebærer en stabilitetsanalyse egentlig at man bestemmer de spenningene som gir likevekt av jordprismet over skjærflaten. Dermed er gjennomsnitts-spenningene langs en gitt skjærflate gitt. Prinsippet er det samme for sirkulære skjærflater (kapittel 3.9) og for skjærflater av vilkårlig form (kapittel 3.10). Her behandles først plane skjærflater.

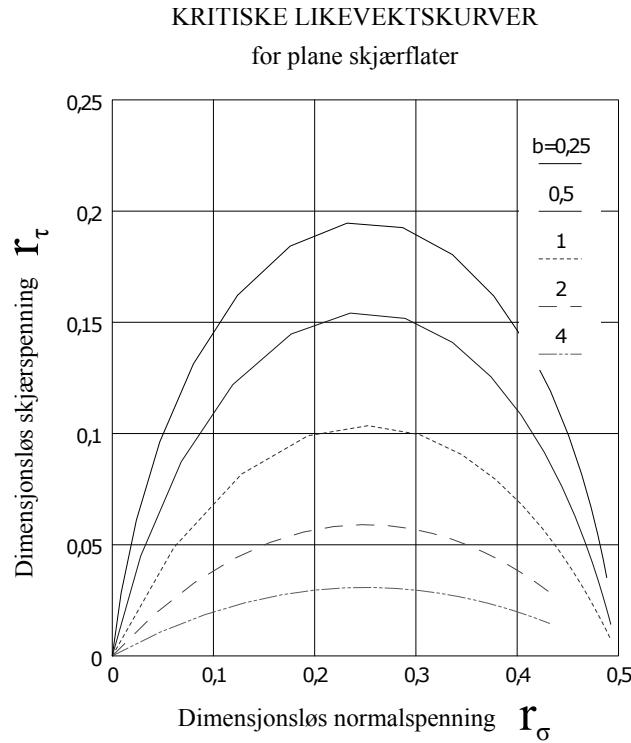
3.11.1 Kritiske likevektskurver

Plane skjærflater

Spenningsene på plane skjærflater er, se kapittel 3.7:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right) \frac{\gamma H}{2} = r_\sigma \gamma H$$

$$\bar{\tau} = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right) \frac{\gamma H}{2} = r_\tau \gamma H$$



Figur 3.26: Kritiske likevektskurver for plane skjærflater

De dimensjonsløse spenningsfaktorene r_τ og r_σ er fremstilt i figur 3.26. Slike diagram kallas dimensjonsløse kritiske likevektskurver for skråningen. De dimensjonsløse kurvene er selvfølgelig uavhengig av skråningshøyden H og jordens tyngdetetthet γ , og kan derfor løses en gang for alle. Kurvene uttrykker betingelsen for likevekt. For en gitt skråning med kjent b , H og γ kan kurvene skaleres til virkelige kombinasjoner av likevektspenninger (i kPa).

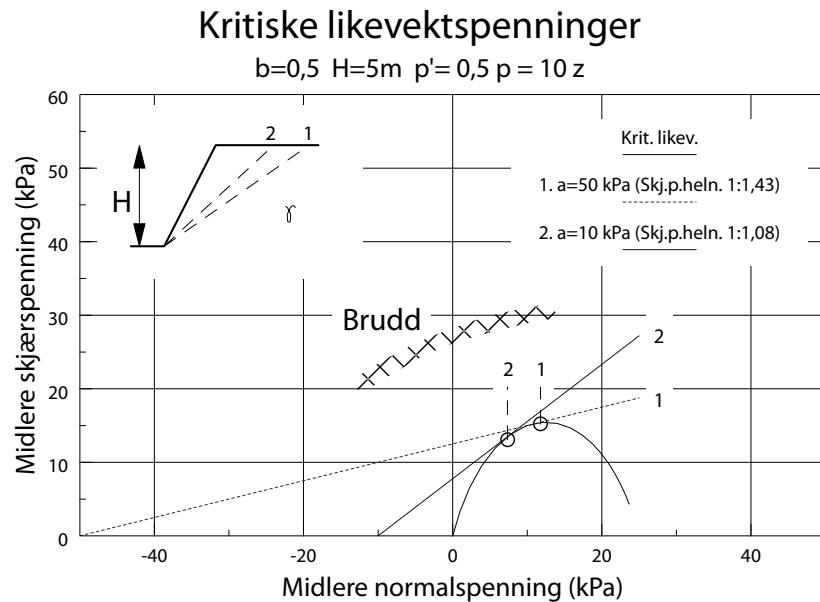
Den kurven som da kommer frem kan så sammenlignes med den styrken som er funnet ved forsøk i laboratoriet, f. eks. med en Coulomb-tilpasning $\tau_f = (\sigma' + a) \tan \phi$. Fordelen med denne teknikken er at spenningsberegningen nå er fullstendig løsrevet fra styrkebestemmelser. Ulike styrke-“tak” kan lett vurderes mot påkjenningene.

Et eksempel på bruk av disse kritiske likevektskurvene er gitt i figur 3.27. En 5 m høy skråning med helning 1:0.5 (63° !) antas å ha poretrykk som varierer hydrostatisk fra terrengnivå. Effektivspenningene i skråningen vil dermed være bestemt av effektiv tyngdedensitet, her antatt $\gamma' = 10$ kPa. På et valgt skjærplan er skjær- og normalspenninger gitt fra den dimensjonsløse likevektskurven som gjelder for $b = 0.5$ i figur 3.26 og blir:

$$\begin{aligned} \tau &= r_\tau \cdot \gamma H = r_\tau \cdot 20 \cdot 5 = r_\tau \cdot 100 \text{ kPa} \\ \bar{\sigma} &= r_\sigma \cdot \gamma H = r_\sigma \cdot 20 \cdot 5 = r_\sigma \cdot 100 \text{ kPa} \\ \bar{\sigma}' &= r_\sigma \cdot \gamma' H = r_\sigma \cdot 10 \cdot 5 = r_\sigma \cdot 50 \text{ kPa} \end{aligned} \quad (3.31)$$

På figur 3.27 er det lagt inn tangentene til den kritiske likevektskurven for to forskjellige attraksjonsverdier (1) $a = 10$ kPa og (2) $a = 50$ kPa. De tilsvarende mobiliserte friksjonsverdiene er henholdsvis $\tan \rho = 0,78$ og $\tan \rho = 0,25$.

Merk at forskjellige styrketak gir forskjellig beliggenhet av den kritiske skjærflaten. Merk også at på begge plan er den kritiske skjærspenningen mindre enn den maksimale. Den maksimale skjærspenningen kan leses av på toppunktet på likevektskurven for en skråning med helningen 1:0,5. (Går man via den dimensjonsløse kurven blir svaret $\bar{\tau}_{max} = 0.155 \cdot 20 \cdot 5 = 16 \text{ kPa}$).



Figur 3.27: Kritisk likevektskurver for en gitt skråning

Legg merke til at denne teknikken ikke bare gir sikkerhetsfaktoren ($F = \frac{\tan \phi}{\tan \rho}$), men også gir gjennomsnittspenningene på det kritiske planet og beliggenheten av det. Man kan også arbeide med krumme styrketak som antydet på figuren.

Sirkulærslindriske skjærflater

Dimensjonsløse kritiske likevektskurver for sirkulærslindriske skjærflater, se figur 3.28, er utarbeidet av Janbu som del av beregningene bak stabilitetskartene.

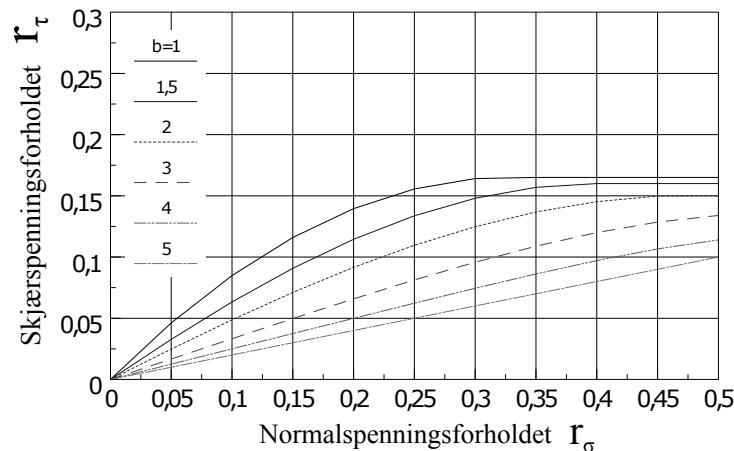
I tørr jord gir sirkulærslindriske skjærflater likevektskurver som starter med en tangent i origo som er lik skråningshelningen $\tan \beta$ (tilsvarer overflateglidning for rent friksjonsmateriale). De går asymptotisk opp mot en verdi som svarer til løsningen for et bæreevneproblem med sirkulærslindrisk skjærflate, figur 3.29, til "uendelig dyp" (det er denne situasjonen som teoretisk vil være kritisk for et materiale med konstant s_u).

Asymptoteverdien er gitt av bæreevnebetraktingen $\gamma \cdot H = 5.53 \cdot \bar{\tau}$, dvs.:

$$r_{\tau} = \frac{\tau}{\gamma H} = \frac{1}{5.53} = 0.181$$

Effekten av ytre vanntrykk, indre poretrykk, sprekker i tørrskorpen og eventuell terregnglast er tatt inn i referansetrykkene p_d (d for drivende krefter) og p_e (e for effektivspenninger). Se mer om dette neste avsnitt.

KRITISKE LIKEVEKTSKURVER
for sirkulærsylindriske skjærflater



Figur 3.28: Dimensjonsløse kritiske likevektskurver for sirkulærsylindriske skjærflater (for skråninger slakere enn 1:1)

$$\tau = r_\tau \cdot p_d$$

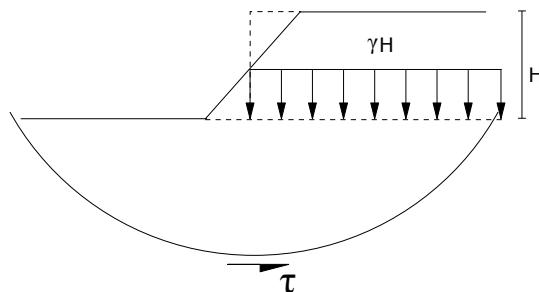
$$\bar{\sigma}' = r_\sigma \cdot p_e$$

$$p_d = \frac{\gamma H + q - \gamma_w \cdot H_w}{\mu_q \cdot \mu_w \cdot \mu_t}$$

Drenert og udrenert $q = q$

$$p_e = \frac{\gamma H + q - \gamma_w \cdot H'_w}{\mu_q \cdot \mu'_w}$$

Udrenert $q = 0$



Figur 3.29: Ved dype skjærflater vil alle skråninger kunne tilnærmes med et vertikalkutt

3.11.2 Stabilitetskart for su-analyse

Som vist i avsnitt "Elastisk last" kan den gjennomsnittlige likevektsskjærspenningen langs en gitt skjærflate uttrykkes med avhengighet av γH

$$\bar{\tau} = r_\tau \cdot \gamma H = \frac{1}{N} \gamma H = \frac{1}{N} P_d \quad (3.32)$$

der N = et teoretisk dimensjonsløst stabilitetstall.

Lavest verdi av stabilitetstallet, $N = N_o$, gir høyest verdi av skjærspenningen, dette er altså den kritiske verdien (og hører til den kritiske flaten) for en s_u -analyse. Enklast kan dette settes opp slik under antagelse at p_d er lik γH .

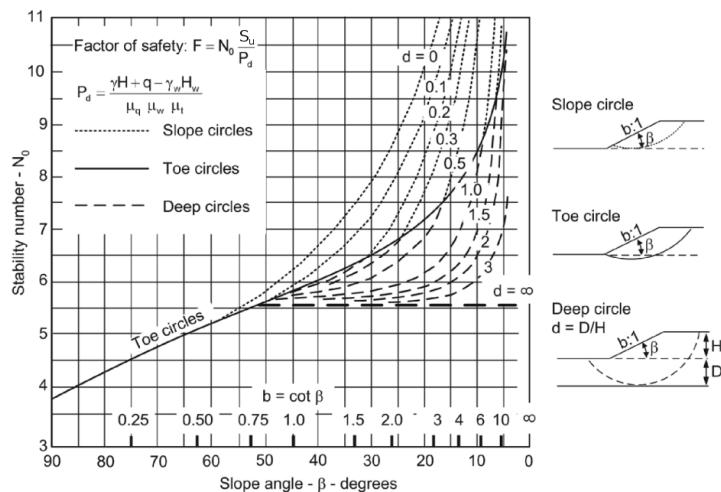
$$F = \frac{s_u}{\bar{\tau}} = N_o \frac{s_u}{\gamma H} = N_o \frac{s_u}{P_d} \quad (3.33)$$

Det sentrale vil dermed være å finne N_o for den aktuelle skrånings- helning og høyde.

Som nevnt under kapittel 3.9 "Sirkulærslindrisk skjærflate" finnes den høyeste skjærspenningen (laveste stabilitetstallet $N = 5.53$) for en skjærflate som går uendelig dypt under skråningen. Dette er en teoretisk verdi av liten praktisk betydning.

Normalt vil man være mer interessert i skjærflater som når ned til en begrenset dybde, enten fordi det ligger et fastere lag der, eller fordi styrken oftest øker med dybden. Det anbefales å konsentrere seg om den skjærflaten som kommer ut i "nedre knekkpunkt" i skråningen, "tåsirkelen".

Stabilitetskartene vist i figur 3.30 angir laveste verdi av stabilitetstallet N_o for alle sirkler som når ned til en gitt dybde $D = dH$ under skråningens fåpunkt. Dybden D er kalt dybde til fjell (eller fast lag), men er altså egentlig dybden til dypeste punkt på den aktuelle kritiske sirkelen. Ved å variere D kan man dermed bruke kartene til å søke gjennom forskjellige sirkler, dersom lagdeling eller topografi skulle gjøre det ønskelig.



Figur 3.30: Stabilitetskart for s_u -basis, N_0

Merk at stabilitetskartet også finnes i større format bak i kapittel 10, figur 10.1. Kartene gir stabilitetstallet N_0 for tåsirkler (heltrukne linjer), dysirkler (kommer ut på flaten foran fåpunktet, stiptet) og grunnsirkler (laveste punktet på sirkelen er fåpunktet der den kommer ut, strek-prikket).

3. SKRÅNINGSSSTABILITET

For en skråning på 30° finner man løsningen for den uendelig dype sirkelen som stiplet linje merket med $d = \infty$ med $N_0 = 5.53$. Tåsirkelen treffes på den heltrukne linjen. Denne samsvarer med stiplet linje for $d \approx 0.2$ og stikker altså $0.2H$ under tåpunktet på sitt laveste. Tilhørende stabilitetstall er $N_0 = 6.4$. Dersom skråningen ender på fjell (grunnsirkel) er $d = 0$, og stabilitetstallet er øket til $N_0 = 8$. Påkjenningen er altså betydelig mindre enn for dysirkelen.

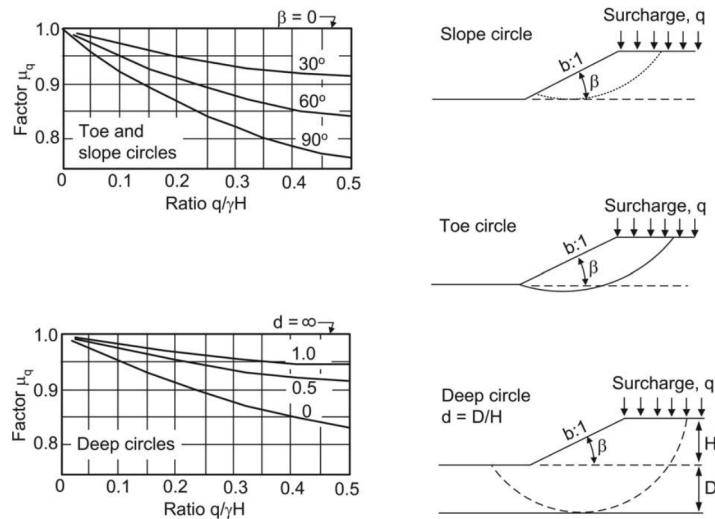
For at kartene skal være praktisk anvendbare på virkelige skråninger er referansetrykket γH justert for:

- Terrenglast, μ_q
- Oppsprekking til angitt dybde (med eller uten vann), μ_t
- Ytre vanntrykk mot skråning (fra elv, vann eller sjø), μ_w
- Grunnvannstand, μ'_w

For en skråning uten ytre vanntrykk, terrenglast eller oppsprekking er $p_d = \gamma H$. For andre skråninger korrigeres referansetrykkene slik:

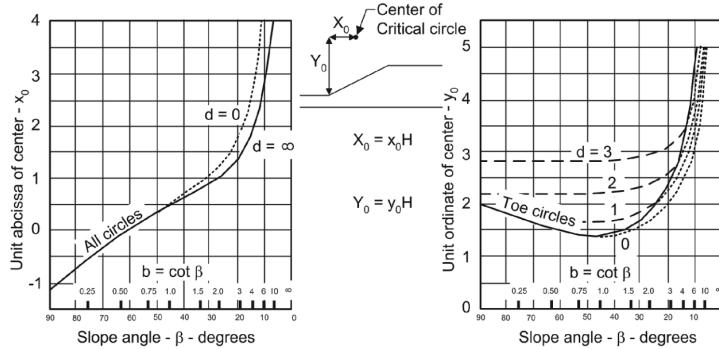
$$p_d = \frac{\gamma H + q - \gamma_w \cdot H_w}{\mu_q \cdot \mu_w \cdot \mu_t} \quad (3.34)$$

der $\mu_q; \mu_w; \mu_t$ = korreksjonsfaktorer som må introduseres fordi formelen for p_d er for enkel til å kunne beskrive den tildels kompliserte innvirkningen av faktorene det skal tas hensyn til. Korreksjonsfaktorene leses av fra sitt respektive diagram, der man tar hensyn til skråningshellingen og dybden til den kritiske sirkelen. Merk at det er ett diagram for grunne sirkler og tåsikler og ett for dype sirkler. Under viser diagrammet for korreksjonsfaktoren for ytre last μ_q . Resten av korreksjonsdiagrammene finner du bak i kapittel 10.1.4.



Som del av løsningen er også angitt beliggenheten av den kritiske sirkelen som hører til en gitt maksimaldybde D (og dermed har en gitt N_0). Beliggenheten er angitt ved

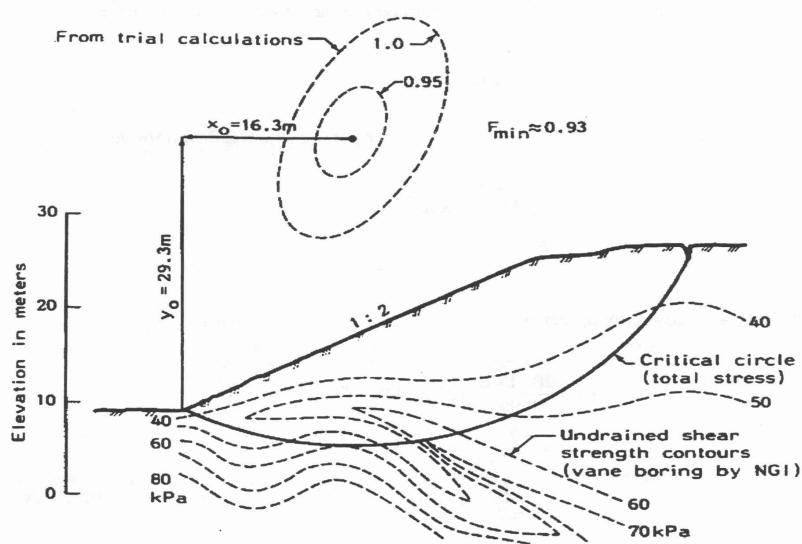
sirkelsenterets koordinater $X_0 = x_0 H$ og $Y_0 = y_0 H$ fra bunnen av skråningen. De dimensjonsløse koordinatene er angitt i diagrammet under, og bak i kapittel 10.1.3. Radien R av sirkelen er da gitt ved dybden $D = dH$.



Figur 3.31: Koordinater til kritisk sirkel, s_u -basis

Stabilitetskartene er raske i bruk. I en del tilfeller må skråningene imidlertid idealiseres for å kunne passe inn i referanserammen. Profilet må idealiseres ved 3 rette linjer (2 horisontale) og skjærfastheten må gjerne finnes som et gjennomsnitt langs den skjærflaten man ønsker å vurdere.

Ved midling av skråningsgeometrien må man ikke la seg lure til å midle på "massebalanse". Et eventuelt masseunderskudd langt opp i skråningen vil ha stor momentarm og må erstattes av meget store ekstramasser dersom disse ligger rett under sirkelsenteret. Skjærstyrken s_u kan derimot midles "flatt" langs skjærflaten. Denne må man derfor først tegne inn på grunnlag av enhetskoordinatene x_0 og y_0 .



Figur 3.32: s_u -analyse av raset i Lodalen, (Sevaldson 1956)

3. SKRÅNINGSSSTABILITET

Et eksempel på bruk av kartene er gitt i figur 3.32. Dette er etter en etterregning av et ras som gikk i en av NSB's skjæringer i Lodalen ved Oslo. Raset ble etterregnet med en rekke prøveflater der resultatene er angitt ved "kotekartet" stiplet på figuren. Kartene viser verdien av beregnet sikkerhetsfaktor som funksjon av sirkelens beliggenhet. Som en ser treffer direktemetoden godt i beliggenhet (sirkelsenteret ligger pent inne i laveste kontur) samt i sikkerhetsfaktor. Den noe uryddige skjærstyrkefordelingen i profilet har altså ikke hatt noen vesentlig betydning for beliggenheten av sirkelen.

De data som ble brukt, var $H = 17.6$ m, $H_t = 1.3$ m, $\gamma = 20$ kN/m³ og helningsfaktor $b = 2$. For tåsirkelen (økende fasthet med dybden) er:

$$N_o = 6.7$$

$$x_o = 1.0$$

$$y_o = 1.8$$

Koordinatene gjelder for et ideelt profil med $H_t = 0$. I dette profilet styres skjærersirkelen av den intakte jordmassen, dvs. $H_s = H - H_t = 16.3$ m. Dermed blir sirkelsenterets koordinater:

$$X_o = 16.3$$
 m

$$Y_o = 29.3$$
 m

Den tåsirkelen som har dette senteret, trekkes i profilet, og skjærstyrken midles:

$$\sum s_u \cdot \Delta l = 2710 \text{ kN/m}$$

$$\sum \Delta l = 54.8 \text{ m}$$

$$\bar{s}_u = \frac{2710}{54.8} = 49.5 \text{ kPa}$$

$H_t/H = 0.074$ gir $\mu_t = 0.99$ og dermed:

$$F = N_o \frac{s_u}{p_d}$$

$$p_d = \frac{20 \cdot 17.6}{0.99} = 355.6 \text{ kPa}$$

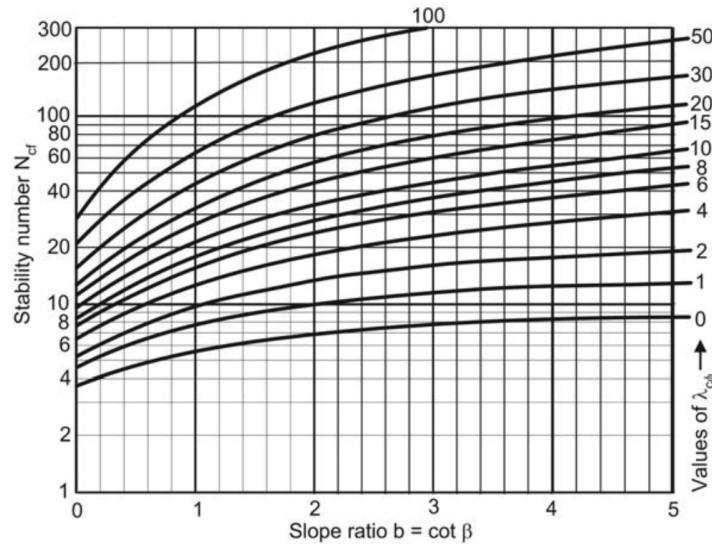
$$F = \frac{6.7 \cdot 49.5}{356} = 0.93$$

$$\bar{\tau} = \frac{356}{6.7} = 53 \text{ kPa}$$

Raset gikk i virkeligheten ikke så dypt som s_u -analysen indikerer. Dette er normalt ved ras som ikke skyldes brå lastendringer.

3.11.3 Stabilitetskart for $a\phi$ -analyse

Stabilitetskart er også tilgjengelige for $a\phi$ -analyse, se diagram under eller bak i boka, figur 10.4. Merk at disse bare gir løsninger for tåsirkler, hvilket normalt er det kritiske. Man får også for $a\phi$ -basis bruk for korreksjonsfaktorer μ , og disse er de samme som for s_u -basis, se kapittel 10.1.4.



Figur 3.33: Stabilitetskart for $a\phi$ -basis, N_{cf} ,

Sikkerhetsfaktoren uttrykkes nå:

$$F = N_{cf} \frac{a}{p_d} \tan \phi \quad (3.35)$$

der N_{cf} er et stabilitetstall som avhenger av skråningshellingen b og den dimensjonsløse parameteren $\lambda_{a\phi} = \frac{p_e}{a}$ som indikerer attraksjonens betydning. p_e er innført som et referansetrykk i stedet for $\gamma \cdot H$ som er det korrekte referansetrykket i en tørr ideell skråning. Innføringen av p_e gir muligheter for praktiske korrekjoner for poretrykk og eventuell varig terrenglast q , ligning 3.36 (samme teknikk som for p_d).

$$p_e = \frac{\gamma H + q - \gamma_w \cdot H'_w}{\mu_q \cdot \mu'_w} \quad (3.36)$$

der H'_w og μ'_w = parametre som beskriver innflytelsen av en hydrostatisk grunnvannstilstand i skråningen regnet fra et nivå H'_w over tåpunktet. Tilstander med konstante oppad- eller nedadrettede strømningsgradienter kan beskrives ved å benytte $\bar{\gamma}_w = (1 \pm i) \gamma_w$. (Merk at lasten q bare skal inn i uttrykket for p_e dersom den antas å ha virket så lenge at alle poreovertrykk pga lasten er forsvunnet.)

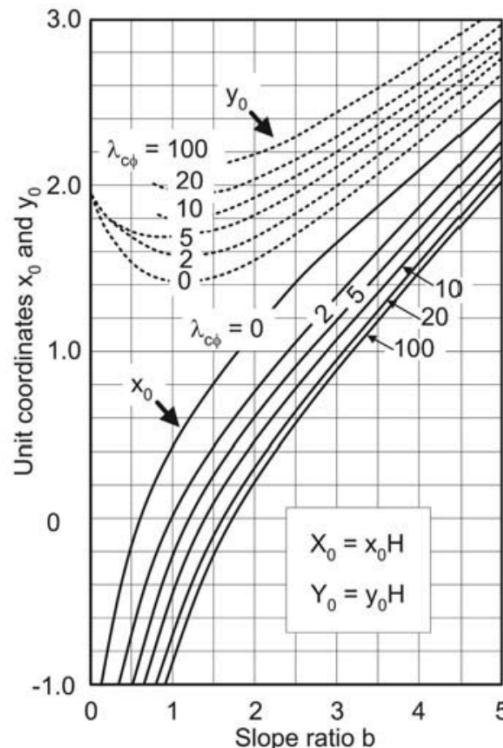
For jordarter fullstendig uten attraksjon blir stabiliteten et rent overflateproblem og sikkerhetsfaktoren er gitt av ligningene:

$$F = \frac{p_e}{p_d} b \tan \phi$$

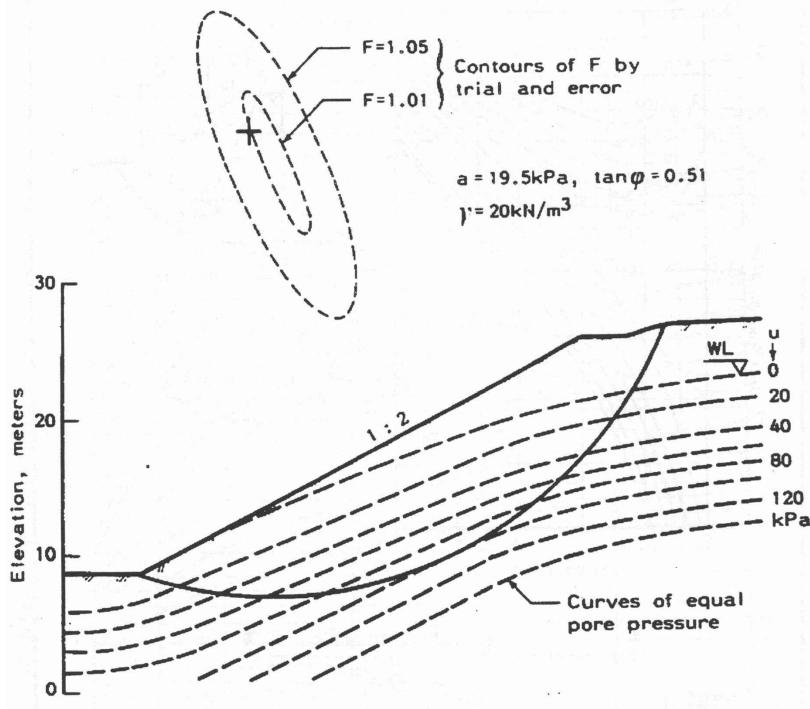
eller

$$\tan \rho = \frac{p_d}{p_e} \cdot \frac{1}{b} = \frac{p_d}{p_e} \cdot \tan \beta \quad (3.37)$$

Sirkelsenterets beliggenhet er også for $a\phi$ -analyser angitt som en del av løsningen, se diagrammet under bak i figur 10.5. Legg merke til at x_0 og y_0 er angitt i samme diagram, men med hhv heltrukne og stiplete linjer.



Figur 3.34: Koordinater til kritisk sirkel, $a\phi$ -basis



Figur 3.35: $a\phi$ -analyse av Lodalen-raset. Den kritiske skjærflaten ligger nær den observerte glideflaten.

En $a\phi$ -analyse av raset i Lodalen gir, med $a = 19.5 \text{ kPa}$, $\tan \phi = 0.51$, $H'_w = 13.0 \text{ m}$ og dermed $\mu'_w = 0.97$:

$$p_e = \frac{20 \cdot 17.6 - 10 \cdot 13}{0.97} \text{ kPa} = 228 \text{ kPa}$$

$$\lambda_{c\phi} = \frac{228}{19.5} = 11.7$$

$$N_{cf} = 35.5 \text{ (av diagram)}$$

og dermed

$$F = 35.5 \cdot \frac{19.5}{356} 0.51 = 1.0$$

hvilket igjen samsvarer pent med resultatet av en rekke prøveflater som ble regnet etter raset, figur 3.35, likeså senterkoordinatene som kan avleses i diagrammene:

$$X_o = 0.4 \cdot 16.3 \text{ m} = 6.5$$

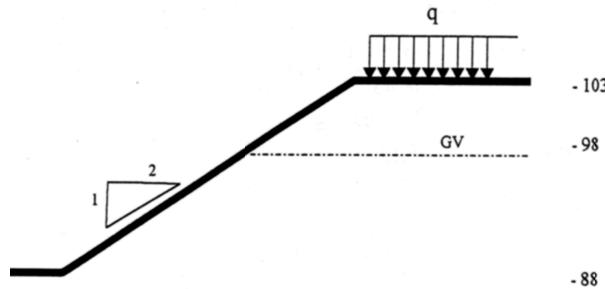
$$Y_o = 19.5 \cdot 16.3 \text{ m} = 31.8 \text{ m}$$

Det er ikke nødvendig å regne seg via friksjonen $\tan \phi$. Med p_d , a og N_{cf} gitt er den mobiliserte friksjonen gitt av

$$\tan \rho = \frac{p_d}{N_{cf} \cdot a} = \frac{356}{35.5 \cdot 19.5} = 0.51$$

Eksempel: Skråningsstabilitet med direktemetoden på effektivspenningsbasis

En 15 m høy naturlig skråning i leire har helning 1:2 og vannstand som står 10 m over skråningens fot. På toppen av skråningen ligger det en last $q = 10 \text{ kPa}$ på terrenget.



Dataene for den aktuelle skråningen er:

$$\begin{aligned}
 b &= 2 & \tan \phi &= 0.55 \\
 H_w &= 0 \text{ m} & a &= 15 \text{ kPa} & X_o &= x_o H \\
 H'_w &= 10 \text{ m} & q &= 10 \text{ kPa} & Y_o &= y_o H \\
 H &= 15 \text{ m} & \gamma &= 20 \text{ kN/m}^3 \\
 H_t &= 0 \text{ m} & \beta &= 26.5^\circ
 \end{aligned}$$

Først skal skråningens sikkerhet ved $F = 1/f$ vurderes. Bestem denne ved bruk av direktemetoden for stabilitetsanalyse. I den følgende prinsippkissen er vist de forskjellige begreper som inngår i analysen.

Formlene for direktemetoden er:

$$F = N_{cf} \frac{c}{p_d} \quad \lambda_{c\phi} = \frac{p_e}{c} \tan \phi \quad p_e = \frac{\gamma H + q - \gamma_w H'_w}{\mu_q \mu'_w} \quad p_d = \frac{\gamma H + q - \gamma_w H_w}{\mu_q \mu_w \mu_t}$$

$$\frac{H'_w}{H} = 0.67 \text{ gir } \mu'_w = 0.94 \text{ og } \frac{q}{\gamma H} = \frac{10}{300} \text{ gir } \mu_q = 0.98$$

Videre beregninger gir:

$$p_e = \frac{20 \cdot 15 + 10 - (10 \cdot 10)}{(0.98)(0.94)} = 228$$

$$\lambda_{c\phi} = \frac{228}{8.25} 0.55 = 15.2 \rightarrow N_{cf} = 44$$

$$p_d = \frac{20 \cdot 15 + 10 - 0}{(0.98)(1)(1)} = 316.3$$

$$F = N_{cf} = \frac{c}{p_d} = 44 \frac{8.25}{316.3} = 1.15$$

Vi ser at sikkerheten for denne skråningen er svært lav og skråningen er nær brudd.

På følgende figur vises skråningens geometri, funnet ved bruk av diagrammene for x_0 og y_0 .

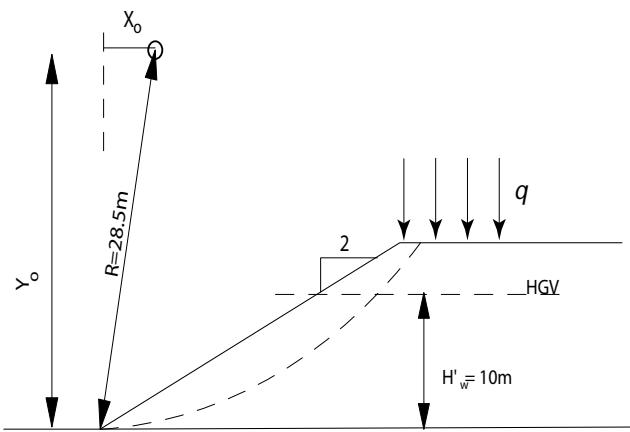
$$b = 2, \lambda_{c\phi} = 15, 2$$

$$x_0 = 0,42$$

$$y_0 = 1,85$$

$$X = 0, 42 \cdot 15 = 6, 3$$

$$Y = 1,85 \cdot 15 = 27,8$$



Grunnvannets betydning

Ofte vil det være en grunnvannshevning som forårsaker ras, det er derfor interessant å se hvor langt opp dette nivået kan gå før sikkerheten blir 1.0.

Forsøker med GW i kote 100:

→ $H'_w = 12 \text{ m}$ og $H'_w/H = 0.8$ som igjen gir $\mu'_w = 0.95$ og $\mu_q = 0.98$.

$$p_e = \frac{20 \times 15 + 10 - (10 \cdot 12)}{(0.98)(0.95)} = 204.8$$

$$\lambda_{c\phi} = \frac{204.8}{8.25} \times 0.55 = 13.6 \rightarrow N_{cf} = 38$$

$$p_d = \frac{20 \times 15 + 10 - 0}{(0.98)(1)(1)} = 316.3$$

$$F = 38 \times \frac{8.25}{316.3} = 0.99 \approx 1$$

En grunnvannsstand i kote 99,5 vil skape en kritisk tilstand i skråningen.

Her hadde vi flaks og traff rett på $F = 1$ på første forsøk. Som oftest må man iterere, dvs prøve mange ulike grunnvannskvoter, for så å interpolere for å finne kvoten som gir $F = 1$.

3.12 Oppsummering gjennomsnittspenninger

3.12.1 Plane skjærflater

$$\bar{\tau} = \frac{1}{4} \sin 2\alpha \cdot \gamma H$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{4} (1 + \cos 2\alpha) \cdot \gamma H$$

3.12.2 Sirkulærsylindriske skjærflater

Generell likevekt:

$$\bar{\tau} = \frac{Q \cdot e + \sum \Delta W \cdot X}{R \cdot L}$$

På spenningsbasis:

$$\bar{\tau} = \frac{Q \cdot e + \sum p \cdot \Delta X \cdot X}{R \cdot L}$$

For $t = 0$:

$$(\bar{\sigma}' + \bar{a}) = \frac{1}{L} \sum \frac{(p' + a) \Delta X}{m_\alpha}$$

$$m_\alpha = (1 + \tan \rho \cdot \tan \alpha) \cos \alpha$$

3.12.3 Skjærflater med vilkårlig form

Generell likevekt på spenningsbasis:

$$\bar{\tau} = \frac{E_a - E_b + \sum (p + t) \Delta X \cdot \tan \alpha}{\sum \Delta X (1 + \tan^2 \alpha)}$$

$$(\bar{\sigma}' + \bar{a}) \frac{1}{L} \sum \frac{(p' + t + a) \Delta X}{m_\alpha}$$

$$m_\alpha = (1 + \tan \rho \cdot \tan \alpha) \cos \alpha$$

3.12.4 Direktemetoden

Omhylningskurven for alle kritiske skjærflater er beskrevet ved diagram over de dimensjonsløse spenningskombinasjonene r_τ og r_σ som er gitt i diagram.

$$\tau = r_\tau \cdot p_d$$

$$\bar{\sigma}' = r_\sigma \cdot p_e$$

Kapittel 4

BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTAND

4.1 Innledning

Hensikten med dette kapittelet er å utvikle et sett av formler/betraktninger som kan brukes til å uttrykke spenningsforhold i "plastiske tilstander", det vil si ved tilstander der mobilisert friksjon $\tan \rho = f \cdot \tan \phi = \frac{\tan \phi}{F}$ forutsettes kjent.

Disse formlene/betraktingene anskueliggjøres som spenningsfelt eller spenningssoner som danner en "verktøykasse". Denne verktøykassen setter oss i stand til å utvikle enkle dimensjoneringsformler for en rekke praktiske byggetekniske problemer der vi må forstå og beskrive spenningsoverføringer mellom konstruksjonsdeler og tilstøtende jord. Betraktingene er imidlertid satt i sammenheng med klassiske betraktninger, se kapittel "Kompatibilitetskrav", ettersom krav til statisk likevekt selvfølgelig må være oppfylt.

De spenningsbetraktingene som utvikles i kapittel 4.5 og 4.6 "Beskrivelse av spenningsstilstanden på et vilkårlig plan, $a\phi$ - og s_u -analyse" baseres på plastiske spenningsstilstander og er altså også i statisk likevekt. De spenningsfeltene som beskrives vil avvike fra rene elastisitetsteoretiske spenningsfelter. I disse kapitlene presenteres formlene i "verktøykassa" som vil være nyttige senere. Dette kan være noe tungt lesestoff da det er kompliserte utledninger, men det er veldig nyttig for senere kapitler når formlene skal anvendes på praktiske problemstillinger.

Kapittel 4.3 "Kompatibilitetskrav" er tatt med for sammenhengens skyld. Disse betraktingene forutsettes kjent fra statikk/mekanikk-undervisningen og er ikke sentrale her.

Kapittel 4.4 "Bruddbetraktninger" er tatt med som en påminnelse om at liknende betraktninger gjøres i konstruksjonsmekanikken under bruddmekanikk.

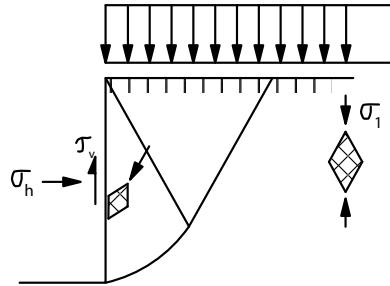
Det forutsettes at man etter å ha arbeidet med stoffet skal:

1. Kunne utlede de viktigste spenningsrelasjonene; sammenhengen mellom hovedspenninger, spenninger på kritisk plan og spenninger på et vilkårlig plan.
2. Vite hva styringsparametrene r og f (eventuelt $\tan \rho$) står for, slik at de kan brukes til å beskrive spenningsstilstander og spenningsfelt på et vilkårlig plan.
3. Ha en praktisk forståelse av sammenhengen mellom deformasjonsnivå og skjærmbilisering f og en ide om hvordan en slik sammenheng kan etableres ut fra treaksialforsøk.

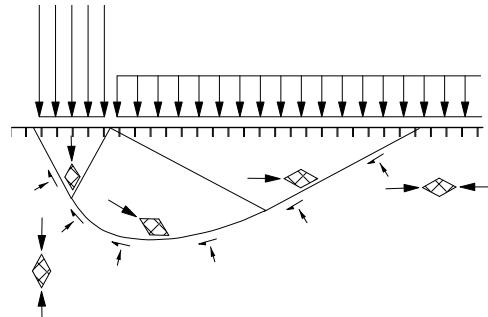
4.2 Geotekniske stabilitetsproblemer

Geotekniske stabilitetsproblemer kan grovt deles inn i 3 hovedkategorier

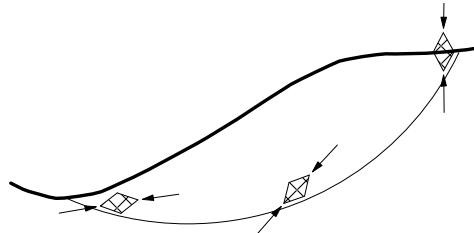
1. Jordtrykk



2. Bæreevne



3. Skråningssstabilitet



Dette er egentlig samme gruppe problemer og det er ingen prinsipiell forskjell i måten disse problemene angripes på.

Problemtypene 1 og 2 kan normalt beskrives med hele soner (spenningsfelt) der spenningstilstanden i idealiserte tilfeller er kjent ut fra forutsetningene som er gjort, mens man ved problemtypen 3 normalt må nøye seg med å beskrive spenningstilstanden ved *den kritiske skjærflaten alene*. Merk at også problemtypene 1 og 2 har kritiske skjærflater av ganske bestemte former som del i sin løsning.

Uansett løsningsmetodikk er det et ideelt krav at det skal være statisk likevekt i et hvert punkt i jordvolumet, men i praksis kan man tvinges til å nøye seg med en lavere grad av nøyaktighet i den løsningen som beskrives, og til å nøye seg med en lavere grad av

4. BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTAND

kontroll på at likevekten er tilfredsstilt. Dette kan være fordi kostnadene ved å utarbeide fullstendige løsninger blir for store i forhold til de mulighetene man har til å tjene inn merkostnadene ved nøyaktigere dimensjonering, eller fordi problemene rett og slett ikke lar seg løse helt nøyaktig.

Enhver løsning, hvor nøyaktig den enn måtte virke ved første øyekast, er imidlertid bare “riktig” i forhold til de antagelser som er gjort ved utarbeidelsen av løsningen. Svikter forutsetningene, er løsningen gal i forhold til virkeligheten, samme hvor nøyaktig den er i forhold til sine forutsetninger!

Det strengeste kravet til likevekt er å kreve at likevekten skal være oppfylt i alle punkter. Valgte spenningstilstander som gir likevekt i alle punkter kalles statisk kompatible løsninger, se kapittel “Kompatibilitetskrav”.

For en kjent spenningstilstand kan man i lineær-elastiske materialer beregne tøyningene og dermed forskyvningene i et hvert punkt. Dersom jordvolumet skal deformere seg kontinuerlig og ikke sprekke opp eller lignende, gir dette krav til den kinematiske kompatibilitet, det vil si til hvordan forskyvningene kan foregå for at jordlegemet fremdeles skal “henge sammen”, se kapittel “Kinematiske kompatibilitet”.

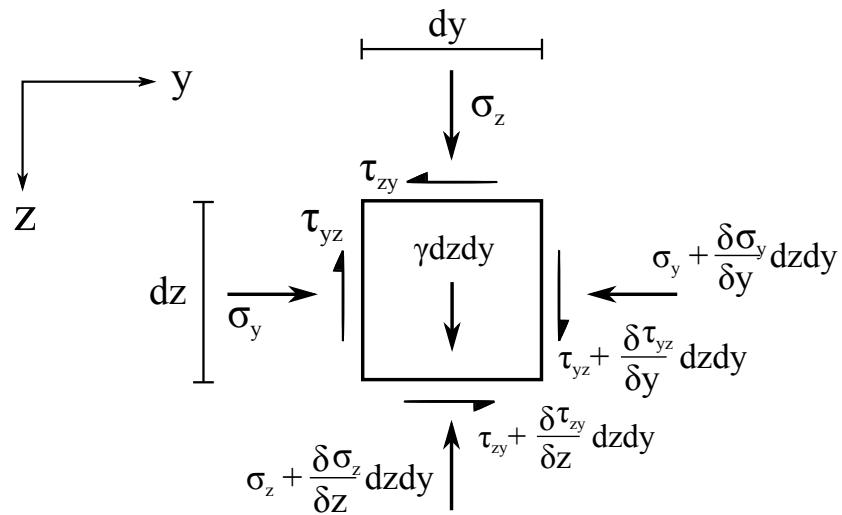
For stivt-plastiske materialer er tøyningene udefinert. Det betyr at det kinematiske kompatibilitetskravet er mindre interessant (bortsett fra kravet om at volumet ikke skal endre seg på en ukontrollert måte). Det betyr også at innføringen av flytekriteriet gjør problemet statisk bestemt siden man nå finner løsningen ut fra statisk likevekt alene. Dette gir forenklet beregningsarbeid for å bestemme løsningene, se kapittel “Bruddbetrakninger”.

4.3 Kompatibilitetskrav

Diskusjonen om kompatibilitetskrav er mest interessant for løsningsmetoder der man ender opp med statisk ubestemte systemer, som i klassisk to-dimensjonal elastisitetsteori. Et kort sammendrag er gitt her for å sette de geotekniske spenningsfeltene inn i den klassiske sammenhengen.

4.3.1 Statisk kompatibilitet

Vurderer kraftlikevekt i kontrolelementet i figur 4.1;



Figur 4.1: Kraftkomponenter på et kontrolelement

Tar likevekt om hhv y- og z-retning og ender opp med:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= 0 & y - retning \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} - \gamma &= 0 & z - retning \end{aligned} \quad (4.1)$$

Under ideelle forutsetninger kan man definere matematiske funksjoner som tilfredsstiller differensialligningene og grensebetingelsene for spenninger langs rendene. Ofte kan det defineres flere løsninger som alle tilfredsstiller likevektsligningene, de kalles statisk kompatible løsninger, eller statisk mulige løsninger. Problemet er statisk bestemt dersom det bare finnes en mulig løsning. For statisk ubestemte problemer trenger man tilleggskrav for å kunne velge en entydig løsning av problemet.

Statisk kompatibilitet er tilfredsstilt for enhver feltfunksjon $A(y, z)$ som har en slik egenskap at:

$$\begin{aligned}\sigma_y &= \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \gamma \cdot z & \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= \frac{\partial^3 A}{\partial z^2 \partial y} \\ \sigma_z &= \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \gamma \cdot z & \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \frac{\partial^3 A}{\partial y^2 \partial z} + \gamma \\ \tau_{yz} &= \frac{\partial^2 A}{\partial y \partial z} & \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} &= \frac{\partial^3 A}{\partial y^2 \partial z} \\ && \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} &= \frac{\partial^3 A}{\partial z^2 \partial y}\end{aligned}$$

der $A(y, z)$ blir kalt Airy's spenningsfunksjon etter mannen som først introduserte prinsippet.

4.3.2 Kinematisk kompatibilitet

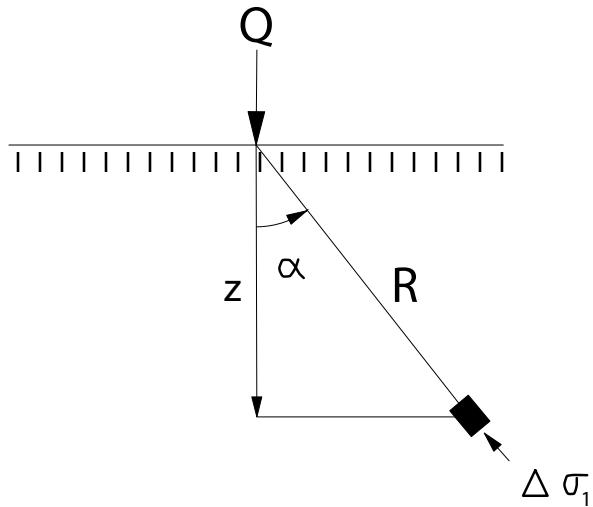
I klassisk mekanikk innføres kravet om kinematisk kompatibilitet,

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \quad (4.2)$$

Dette kravet betyr at forskyvningen i henholdsvis y - og z -retningen skal kunne beskrives ved en kontinuerlig funksjon henholdsvis $u(y, z)$ og $w(y, z)$ for alle punkter i materialet, slik at det ikke oppstår noe gap (eller noen sprek) pga forskyvningen. For at dette kontinuitetskravet skal ha noen mening må det eksistere en materialloev som entydig forbinder spenninger og tøyninger (og dermed bestemmer forskyvningene for en gitt spenningstilstand). For lineært-elastiske materialer med konstante verdier av elastisitetsparametrene E og ν kan den kinematiske kompatibilitetsligningen forenkles til:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (\sigma_y + \sigma_z) = 0$$

Funksjonen kan være vanskelig å tilpasse i praktiske tilfeller, og metoden har ikke vunnet direkte innpass i praktisk geoteknikk, bortsett fra bruk av ferdige diagrammer og formler for referansetilfellet med overflatelast på et elastisk halvrom, Boussinesq, Fröhlic med flere.



Figur 4.2: Punktlast på elastisk halvrom

For en punktlast på overflaten fant Boussinesq at største hovedspenning i et vilkårlig punkt alltid var rettet mot lastens angreppspunkt, se figur 4.2. Ut fra dette fant han løsningen

$$\sigma_1 = \frac{3Q \cos \alpha}{2\pi R^2} \quad (4.3)$$

der

Q = er punktlastens størrelse, og

α = er vinkelen mellom vertikallinjen og forbindelseslinjen mellom spenning spunktet og lastens angreppspunkt.

Vertikalspenningen er også gitt på enkel form

$$\sigma_v = \frac{3Q \cos^3 \alpha}{2\pi R^2}$$

Horizontalspenningen er derimot avhengig av tverrkontraksjonen av materialet, men for $\nu = 0.5$ (inkompressibelt materiale) er løsningen rimelig enkel også for denne,

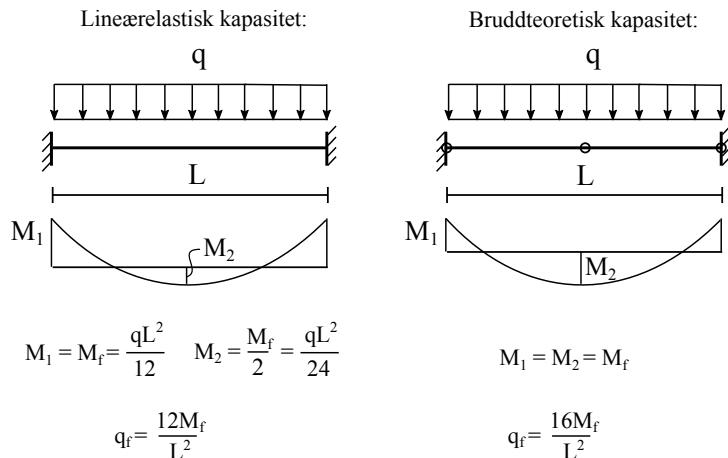
$$\sigma_h = \frac{3Q \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{2\pi R^2} \quad (4.4)$$

For ideelt plastiske materialer består det kinematiske kompatibilitetskravet i å spesifisere kinematisk mulige sammenbruddmekanismer, det vil si innlegging av flytningselementer (linjebrudd, flyteledd) i et slikt mønster og antall at systemet danner en kinematisk kjede med en frihetsgrad, se kapittel "Bruddbetrakninger".

4.4 Bruddbetraktninger

I konstruksjonsmekanikken brukes bruddbetraktninger på statisk ubestemte rammer og plater. Disse går ut på at man etter beste skjønn bestemmer "flyteledd" eller "flytelinjer" der man angir en "naturlig verdi" av momentet, f.eks. det som gir flytning. Det må legges inn så mange "flyteledd" at systemet akkurat "bryter sammen", det vil si danner en kinematisk kjede med en frihetsgrad. Mellom de bestemte moment-verdiene blir da systemet statisk bestemt og resten av diagrammet er kjent.

Metoden forutsetter at operatøren finner frem til den sammenbruddsmekanismen som yter minst motstand, de andre gir for høye verdier av bruddkapasiteten. Figur 4.3 gir eksempler på hva slike betraktninger kan føre til på en enkel konstruksjon.



Figur 4.3: Bruddbetraktninger fra konstruksjonsmekanikken

Merk at forskjellene i svar ikke betyr at et av dem er galt, bare at det er forskjellige forutsetninger til grunn for beregningen. Kvaliteten på svaret avhenger av hvor godt forutsetningene stemmer med den virkelige oppførselen i prototypen!

I geotekniske problemer erstattes flyteleddene med skjærflater. Ofte løses problemet ved å se utelukkende på spenningstilstanden langs skjærflaten som i kapittel 3 "Skråningsstabilitet", men ved en del problemyper deles jordvolumet opp i soner der alle punkter innenfor sonen er sikret å være i statisk likevekt (tilfredsstiller likevektslingene) og samtidig har en spesifisert styrkemobilisering (f.eks. flytning).

Feltligninger for elastiske løsninger:	Felt ligninger for plastiske løsninger:
<u>Likevekt (ingen enhetsvekt):</u> $\frac{\delta\sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta\tau}{\delta y} = 0$ $\frac{\delta\tau}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_y}{\delta y} = 0$ <u>Hook's lov:</u> $\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z)$ $\epsilon_y = \frac{1}{E}(-\nu\sigma_x + \sigma_y - \nu\sigma_z)$ $(\epsilon_z) = \frac{1}{E}(-\nu\sigma_x - \nu\sigma_y + \sigma_z) = 0$ $\gamma = \frac{2(1-\nu)}{E} \cdot \tau$ <u>Kompatibilitet:</u> $\epsilon_x = -\delta u / \delta x$ $\epsilon_y = -\delta v / \delta y$ $\gamma = -\delta u / \delta x - \delta v / \delta y$	<u>Likevekt (ingen enhetsvekt):</u> $\frac{\delta\sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta\tau}{\delta y} = 0$ $\frac{\delta\tau}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_y}{\delta y} = 0$ <u>Bruddkriterier:</u> <u>Udrenert (Tresca):</u> $\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = s_u$ <u>Alternativt, drenert (Mohr Coulomb):</u> $\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + a\right) \sin \phi$
9 ligninger 9 ukjente: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau, \epsilon_x, \epsilon_y, \gamma, u, v$	3 ligninger 3 ukjente: σ_x, σ_y, τ

Tabell 4.1: Prinsipiell forskjell mellom ligningene for elastisitet og rigid plastisitet

4.5 Beskrivelse av spenningstilstanden på et vilkårlig plan, $a\phi$ -analyse

4.5.1 Generelt

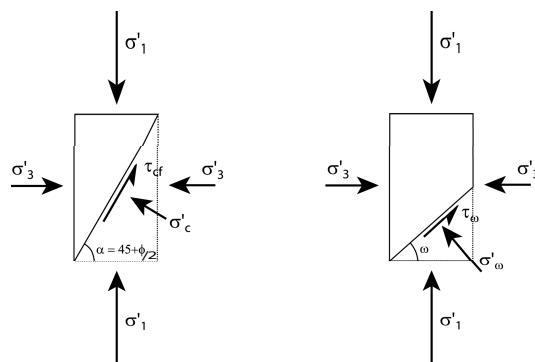
Generelt er det kompliserte spenningstilstander som skal beskrives i geotekniske problemer:

1. Tredimensjonal spennings og tøyningstilstand
2. Flerfasemateriale, mineralkorn, vann, gass, (luft)
3. Ikke-lineære stivheter, kryp
4. Styrken er avhengig av tidligere lasthistorie (p'_c) og den løpende effektivspennings-tilstanden og må derfor oftest justeres under hele lastpåføringen.

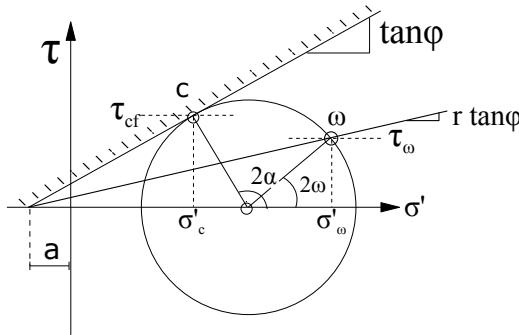
I mange tilfeller kommer man langt med en grov innsikt i hvordan løsningene oppfører seg mot plastifisering. Slike ferdigheter er nyttige, enten man ønsker å kontrollere og tolke resultater fra mer avanserte beregninger, eller om man ønsker å gjøre en grovere, direkte dimensjonering. Det er foreløpig også slike betraktninger den norske standarden for geoteknikk (NS3480) og den nye europeiske standarden for geoteknikk (EC7) benytter ved beskrivelse av krav til geoteknisk dimensjonering.

De verktøy man trenger er en referanseramme for å karakterisere spenningsfordelingen i jordvolumet, gitt i Kapittel 5 "Spenningsfelt", samt parametre for å bestemme spenningstilstanden i det enkelte jordelement. Disse skal presenteres her.

Ved å ta utgangspunkt i Coulombs styrkeparametere, får vi følgende tankerekke for karakterisering av spenningene på et vilkårlig plan, se figur 4.5.



Figur 4.4: Likevektselement, a) kritisk plan, b) vilkårlig plan.



Figur 4.5: Bruddtilstand, effektivspenningsanalyse

Kritisk plan, bruddtilstand

På det kritiske plan med helning $\alpha = 45 + \phi/2$ som er representert ved punkt c , se figur 4.4a og figur 4.5, virker spenningene τ_{cf} og σ'_c . Disse har sammenheng:

$$\tau_{cf} = \tan \phi \cdot (\sigma'_c + a) \quad (4.5)$$

Indeks f står for failure eller flytning, c angir kritisk spenningskombinasjon.

Vilkårlig plan, bestemt av ruhetsforholdet r

I tillegg til kritisk spenningstilstand og hovedspenningsplan er spenning på et vilkårlig plan som ligger *mellom* disse ofte av stor interesse innenfor stabilitetsberegnning. Denne spenningstilstanden defineres ved ruhetsforholdet r og uttrykkes ved vinkel ω i Mohrs sirkel.

Ruhetsforholdet r beskriver et bestemt forhold mellom normalspenningen σ'_ω og skjærspenningskomponenten τ_ω på et betraktet plan. Dette forholdet er

$$\tau_\omega = r \cdot \tan \phi (\sigma'_\omega + a)$$

Vi ser at her er skjærspenningen τ_ω beskrevet som en andel av den maksimale skjærspenning som kan oppnås for normalspenningen σ'_ω ved innføring av forholdstallet $0 < |r| < 1$.

ω angir at man ser på spenningene på et vilkårlig plan, som har en spenningstilstand mindre kritisk enn brudd. For en vinkel ω som avtar øker normalspenningen på planet mot σ'_1 mens skjærspenningen τ_ω avtar mot 0.

I starten kan det være vanskelig å gi innhold i ruhetsbegrepet, men utover i de neste kapitlene vil man se at r har en praktisk betydning. I faktiske problemstillinger er r bestemt av to forhold:

1. fysisk ruhet mellom et jordmateriale og eventuell konstruksjonsoverflate (vegg, fundamentsåle etc)
2. "påtrykt" kraftoverføring i kontaktflaten (kraftlikevekt) eller "påtrykte" skjærdeformasjoner med komponenter langs kontaktflaten

4. BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTAND

Punkt 1 begrenser ruhetsforholdets størrelse. Ruhetsforholdet kan ikke under noen omstendighet overskride den materialtekniske ruhet $|r_m|$.

Punkt 2 bestemmer om det i det hele tatt oppstår noen skjærspenning og eventuelt størrelse og retning opp mot $|r_m|$. For en gitt r er spenningskomponentene på planet gitt ut fra hovedspenningene, se avsnittene nedenfor.

Karakteristisk tilstand

I karakteristisk tilstand defineres kritisk spenningskombinasjon for et nivå som er lavere enn i bruddtilstanden. Dette nivået er definert ved en mobilisering f som reduserer helningen av bruddplanet (en kan bare mobilisere andelen f av styrken). Igjen er den kritiske spenningskombinasjonen representert ved spenningen i punktet c .

Sammensettet mellom skjærspenning og normalspenning er her:

$$\tau_c = f \cdot \tan \phi \cdot (\sigma'_c + a)$$

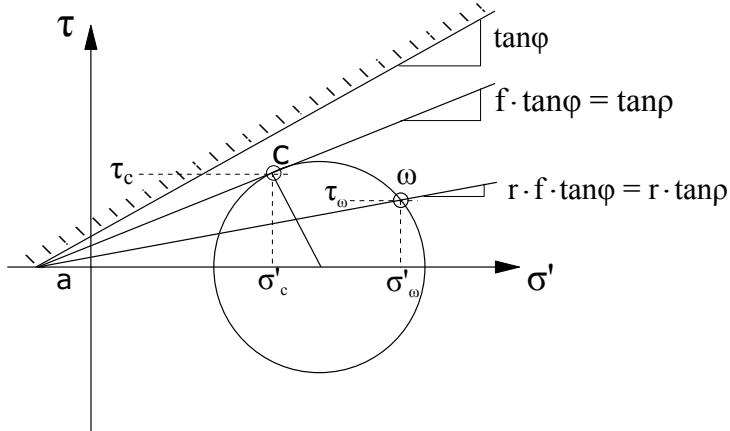
eller også

$$\tau_c = \tan \rho \cdot (\sigma'_c + a) \quad (4.6)$$

hvor $\tan \rho = f \cdot \tan \phi = \frac{1}{F} \cdot \tan \phi$, er redusert friksjonsvinkel.

På et vilkårlig plan som har en annen helning ω gjelder:

$$\tau_\omega = r \cdot \tan \rho \cdot (\sigma'_\omega + a) \quad (4.7)$$



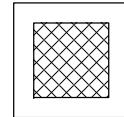
Figur 4.6: Karakteristisk tilstand, effektivspenningsanalyse

Her er det bare indeksene c og ω som er i bruk ettersom det ikke er tale om å være i bruddtilstand.

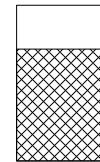
Forholdet mellom skjær- og normalspenning på et vilkårlig plan (med indeks ω) kan altså uttrykkes ved ruhetsforholdet r og mobilisert friksjon $\tan \rho = f \tan \phi$. Fordelen med å bruke disse parametrene er at det blir fundamentalt enkle arbeidsformler som i tillegg gir enkel informasjon om styrkemobilisering (når $0 \leq f \leq 1$) og hovedspenningsorientering ($-1 \leq r \leq 1$).

4.5.2 Mobiliseringsgraden f

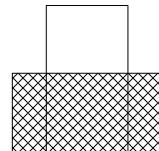
1. $f = 0$ isotrop spenningstilstand (ingen skjærspenninger), ren volumtøyning



2. $f = f_0$ ingen lateraltøyning (ingen tøyning i horisontal retning), det vil si samme deformasjonstilstand som i ødometeret

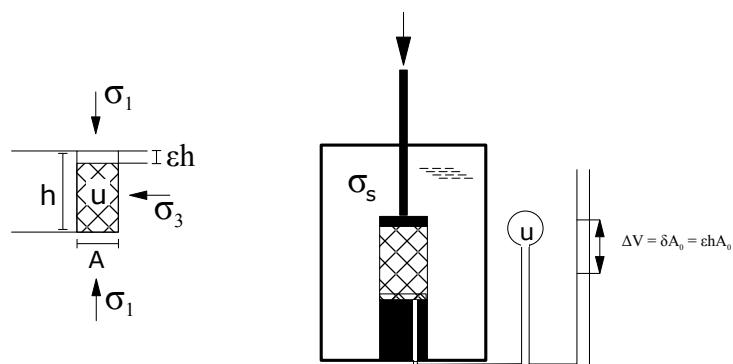


3. $f = 1$ store skjærtøyninger, brudd



Figur 4.7: Prinsippskisse for deformasjoner i jord under forskjellige grensebedingelser

De forskjellige stadiene kan simuleres i et ødo-treaksialforsøk. Disse utføres i et treaksialapparat. Prinsippene for treaksialapparatet er vist i figur 4.8, mer utførlig beskrevet i kapittel "Treaksialforsøket".



Figur 4.8: Treaksialapparatet, prinsippskisse.

Jordprøven kles med en gummihud og settes inn i et trykkammer fylt med vann. Prøvens endeflater støter an mot filterstener som kommuniserer gjennom slanger til en trykkmåler for å kunne måle trykk i porevannet og til en byrette for å kunne måle mengden

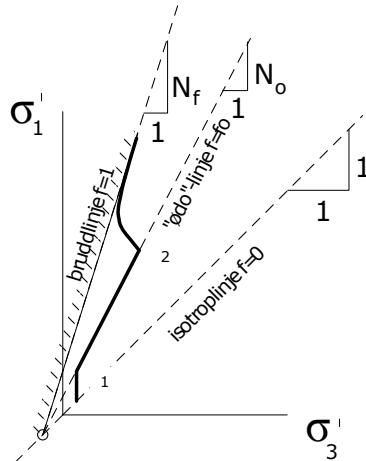
4. BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTAND

av utpresset porevann. Forbindelsen til byretten kan stenges dersom man ikke ønsker drenasje av prøven. (Det er da det kan oppstå poretrykk).

Jordprøven kan trykkes sammen vertikalt ved hjelp av et stempel gjennom toppen av trykkammeret. Ved deformasjonsstyrte forsøk (de vanligste) presses stemplet nedover med konstant hastighet under forsøket. Ved lastkontrollerte forsøk kan stemplet belastes med konstant kraft ved hjelp av pneumatikk, hydraulikk eller dødvekter.

I figur 4.9 er vist prinsipielle resultater ved et slikt ødotreaksialforsøk. Kurven som viser alle de spenningskombinasjoner som prøven er utsatt for under forsøket, kalles en spenningssti eller en spenningsvektor.

Forsøket starter ved at prøven påføres drenerte startspenninger, punkt 1. Deretter simuleres en tilstand der det ikke oppstår lateraløyninger. Under konstant deformasjons-hastighet styres celletetrykket ss i takt med vertikaldeformasjonene slik at utpresset porevann tilsvarer det ønskede volumet $\Delta V = A_o \cdot \varepsilon \cdot h$. Dette holder gjennomsnittsarealet av prøven lik utgangsarealet A_o .



Figur 4.9: Spenningssti fra ødotriaksialforsøk, prinsipp.

Det viser seg som oftest at dette fører til et noenlunde konstant hovedspenningsforhold:

$$\frac{\sigma'_1 + a}{\sigma'_3 + a} = \frac{1}{K'_0} = N_0 \left(= \frac{1 - \nu}{\nu} \text{ etter } E\text{-teori med konstant } E \text{ og } \nu \right) \quad (4.8)$$

der K'_0 kalles hviletrykksoffisjenten for materialet. En konstant verdi av K'_0 og dermed N_0 svarer til en konstant skjærmobilisering $\tan \rho = \tan \rho_0 = f_0 \cdot \tan \phi$, det vil si $f = f_0$.

$$\begin{array}{llll} \frac{\sigma'_1 + a}{\sigma'_3 + a} & f = 0 & N = 1 & \text{Isotrop} \\ & f = f_0 & N = N_0 & \text{Ødo/hvile} \\ f = 1 & N = N_f & & \text{Brudd} \end{array}$$

Prøven går ikke til brudd ved denne forsøksprosedyren. Tvert i mot vil den (som i et ødometer) normalt vise en stigende aksial stivhet ettersom deformasjonen øker. Vertikaltøyning og vertikalspenning kan tolkes som ved et vanlig ødometerforsøk, og vil gi tilsvarende resultater som ødometermodulen M .

Ved punkt 2 stenges drenasjen. Prøven deformeres igjen med konstant hastighet. Celletrykket holdes nå konstant. Ettersom drenasjen er stengt og porevannet kan regnes inkompressibelt, er volumet av den mettede prøven nå konstant. Celletrykket er konstant, vertikaltrykket (under stempelen) øker og dette gjør at det gjennomsnittlige totalspenningsnivå øker. I det viste forsøk oppstår det gradvis et poretrykk u inne i prøven. Prøven nærmer seg nå raskt bruddlinjen $\sigma'_1 + a = N_f(\sigma'_3 + a)$, og får store skjærtøyninger. En konstant verdi av N_f svarer til en konstant verdi $\tan \rho = \tan \phi = 1 \cdot \tan \phi$, det vil si $f = 1$. Ved dette forsøket har skjærtøyningene ført til at kornskjelet dilaterer, "ønsker å sprenges seg ut på et større volum". Ettersom dette er forhindret av vannfasen, fører dette til større effektivspenninger inne i prøven.

Dilatans

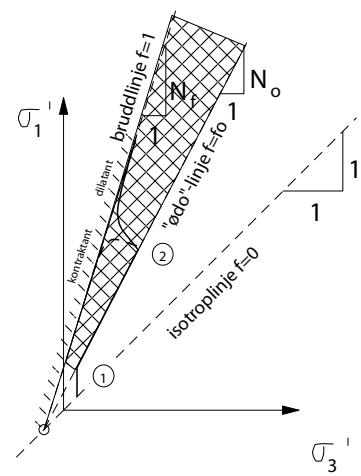
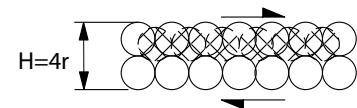
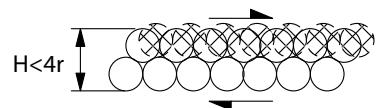
Dilatansfenomenet kan illustreres ved det som skjer med like kuler lagret i tetteste (heksagonalt) lagringsmønster. Dersom man ønsker å forskyve et lag kuler i forhold til de som ligger under og over, må lagene forskyves ut i et løsere lagringsmønster for at kulene skal komme forbi hverandre, eller kulene må selv deformeres, det vil si at effektivspenningene øker, jordprøven dilaterer. Spenningsstien vil da krype oppover til høyre under bruddtaket.

Kontraktans

Dersom kulene i utgangspunktet ligger i løseste (kubisk) lagringsmønster, skjer det motsatte, kulene faller inn på et tettere lagringsmønster og mister kontaktkrefter, effektivspenningen avtar, jordprøven kontrakterer. Spenningsstien vil da ikke krype oppover til høyre under "bruddtaket", men derimot vende mot venstre og krype nedover på undersiden av "bruddtaket". Materialet tåler dermed mindre skjærspenninger etterhvert som bruddet utvikler seg (farlig bruddutvikling).

Illustrasjon av “bruksområde” samt innvirkningen av dilatans/ kontraktans

Ved en rekke geotekniske problemstillinger ønsker vi å utnytte deformasjonstilstander mellom "ødelinjen" og bruddlinjen. Under fundamenter og bakstøttekonstruksjoner kan vi ofte tillate noe lateraldeformasjon. Vår karakteristiske spenningstilstand vil derfor være for $f_0 < f < 1$ hvilket for mange jordarter vil si $0.6 < f < 1.0$. Dette betyr at det normalt vil være meget strengt å kreve at sikkerhetsfaktoren for en jordsone skal være større enn $F = 1/f_0 = 1.5$. Det ville i så fall si at sonen skal ha det "sikrere" enn et jordvolum presset sammen under et stempel i en stålsylinder dersom våre parametere ellers var riktig bestemt.



Figur 4.10: Prinsippskisse av dilatans, og hvordan dette gir utslag i et hovedspenningsdiagram.

4. BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTAND

I figur 4.10 er forsøksresultatene fremstilt ved å tegne σ'_1 mot σ'_3 . I dette diagrammet vil spenningsstien fylle bare en liten del av diagrammet, den må ligge mellom isotroplinjen ($\sigma'_1 \geq \sigma'_3$) og bruddlinjen. Vi kan bedre “oppløseligheten” av diagrammet ved å trekke fra den uninteressante delen under isotropaksen og halvere vertikalaksen:

$$\frac{(\sigma'_1 + a) - (\sigma'_3 + a)}{2} = \frac{N-1}{2} (\sigma'_3 + a) \quad (4.9)$$

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} = S(\sigma'_3 + a)$$

der

$$S = \frac{N-1}{2} \text{ kalles skjærtallet} \quad (4.10)$$

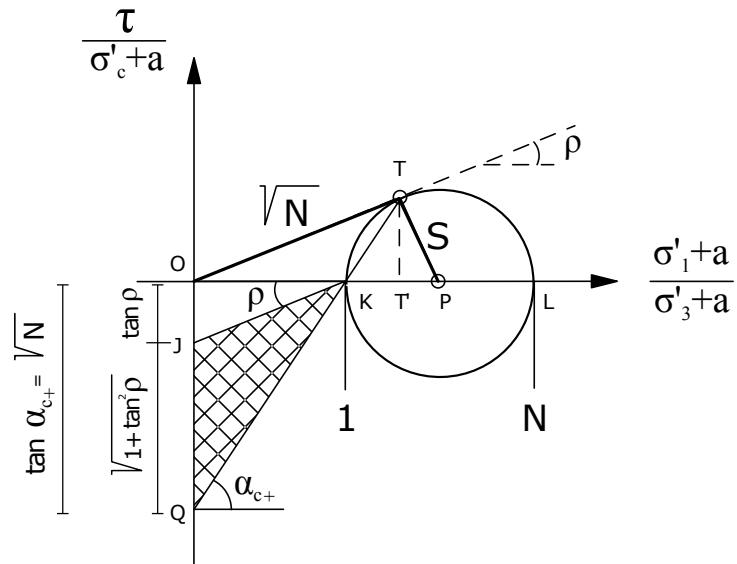
Når skjærtallet S eller hovedspenningsforholdet N er gitt, er mobilisert friksjon gitt av ligning 4.11:

$$\tan \rho = \frac{S}{\sqrt{1+2S}} \quad (4.11)$$

4.5.3 Normaliserte spenningforhold bestemt av skjærmobiliseringen $\tan \rho$

Normalising mhp $\sigma'_3 + a$

Det kan være nyttig å kunne regne seg fra spenningstilstanden på ett plan til spennings-tilstanden på et annet i samme element når skjermobiliseringen tan ρ er gitt. I de neste kapitlene skal vi utlede formlene i ”verktøykassa” som ble nevnt innledningsvis. Figur 4.11 viser resultatet man skal komme frem til, men ikke få panikk; på neste side vil utledningen og oppbyggingen tas stegvis.



Figur 4.11: Dimensjonsløs Mohrsirkel, minste hovedspenning.

Ved å konstruere den dimensjonsløse Mohrsirkelen, figur 4.11, kan spenningsrelasjoner utledes geometrisk. Figuren kan være til stor nytte for den som ikke enkelt husker alle formlene. Sirkelen er funnet ved å normalisere alle spenninger mhp ($\sigma'_3 + a$) (dvs gjøre dimensjonsløs ved å dividere på $(\sigma'_3 + a)$). Avstanden fra origo til minste hovedspenning blir da 1, avstanden til største hovedspenning blir direkte hovedspenningstallet N . Radian blir skjærtallet S . Vinklene blir uendret (uniform transformasjon) slik at ρ og α_c finnes igjen.

Figuren til høyre gir:

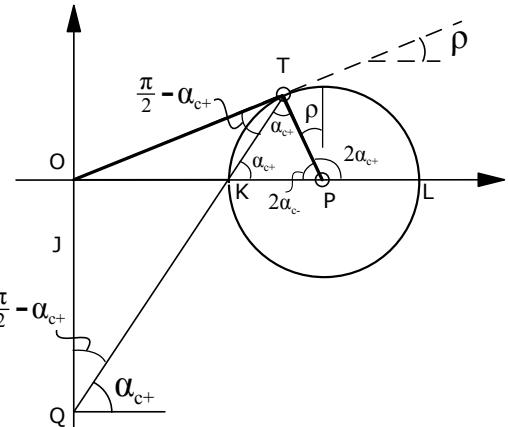
$$\alpha_{c+} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \rho \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}$$

$$\alpha_{c-} = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$$

Overbevis deg selv om at:

$$\angle OTQ = \angle OQT = \frac{\pi}{2} - \alpha_{c+}$$

Dette betyr at ΔOQT er likebeinet, og at $OT = OQ$



Fra sekantsatsen finner vi at:

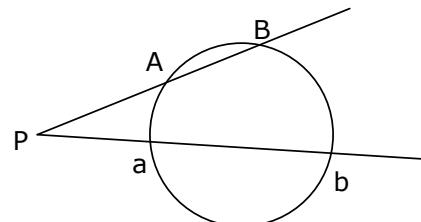
(se figur til høyre)

$$OT \cdot OT = OK \cdot OL$$

vet at $OK = 1$ og $OL = N$

$$\Rightarrow OT^2 = 1 \cdot N$$

$$\Rightarrow OT = \sqrt{N}$$



$$PA \cdot PB = Pa \cdot Pb$$

Overgang fra $\tan \rho$ til $\tan \alpha_c$ og N :

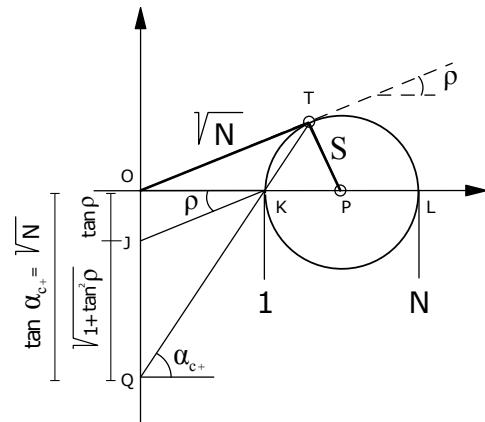
ΔJKQ er formlik med ΔOTQ og derfor også likebenet, derav:

$$JQ = JK = \sqrt{OK^2 + OJ^2} = \sqrt{1 + \tan^2 \rho}$$

Dermed er verdien av $\tan \alpha_c$ gitt lik

$$\tan \alpha_c = \frac{OQ}{OK} = \sqrt{N} = \tan \rho + \sqrt{1 + \tan^2 \rho}$$

Dermed er $N = \tan^2 \alpha_c$



Sammensetning mellom S og N er (husk at S er radien i sirkelen):

$$N = 1 + 2S = \tan^2 \alpha_c, \text{ og derav}$$

$$S = \frac{N - 1}{2} = \tan \rho \cdot \tan \alpha_c$$

4. BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTAND

Sammenheng mellom mobilisert friksjon $\tan \rho$, skjærtall S og hovedspenningstall N er

$$\tan \rho = \frac{S}{\sqrt{N}} = \frac{S}{\sqrt{1+2S}} = \frac{N-1}{2\sqrt{N}}$$

Spenninger på kritiske plan kan ses ved:

$$OP = \frac{N+1}{2}$$

$$\frac{OT'}{OT} = \frac{OT}{OP}$$

$$\Rightarrow OT' = \frac{OT^2}{OP} = \frac{N}{(N+1)/2}$$

og dermed er normalspenninngene på det kritiske plan gitt ved OT' ,

$$N_{cr} = \frac{\sigma'_c + a}{\sigma'_3 + a} = OT' = \frac{OT^2}{OP} = \frac{2N}{N+1}$$

Også andre samanhenger kan sees av figuren slik som for eksempel (uttrykt ved N):

$$N_{cr} = \frac{1}{2} [(N+1) + (N-1) \cos 2\alpha_c]$$

$$N_{cr} = 1 + (N-1) \cos^2 \omega$$

og (uttrykt ved S):

$$N_{cr} = (1+S) + S \cos 2\alpha_c$$

$$N_{cr} = 1 + 2S \cos^2 \omega$$

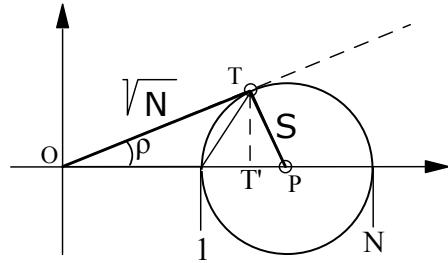
Skjærspenningen på det kritiske planet er per definisjon lik

$$\tau_c = (\sigma'_c + a) \tan \rho$$

Av figuren sees i tillegg at skjærspenningen også kan uttrykkes slik:

$$\frac{\tau_c}{\sigma'_3 + a} = S \cdot \cos \rho = \frac{S}{\sqrt{1 + \tan^2 \rho}}$$

Merk at indeks c indikerer tilstanden på det kritiske plan. For spenningstallet N_{cr} er det lagt til indeksen r i critical for å skille symbolet fra bæreevnefaktoren N_c (behandles i Kapittel 7 "Bæreevne").



Normalisering mhp $\sigma'_1 + a$

Det kan vises at en normalisering med hensyn på største hovedspenning (pluss attraksjon) gir formelt de samme formlene som ved normalisering med hensyn på minste hovedspenning (pluss attraksjon), dersom man omdefinerer størrelsene på en systematisk måte. Resultatet er vist i nedenstående tabell

Normalisering med hensyn på minste hovedspenning:	Normalisering med hensyn på største hovedspenning:
$\alpha_{c+} = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}$ <p>(vinkel mellom kritisk plan og største hovedspenningsplan)</p> $\tan \alpha_{c+} = \sqrt{1 + \tan^2 \rho} + \tan \rho$ $N_+ = \frac{\sigma'_1 + a}{\sigma'_3 + a} = \tan^2 \alpha_{c+}$ $S_+ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma'_3 + a} = + \tan \rho \cdot \tan \alpha_{c+}$ $N_{cr+} = \frac{\sigma'_c + a}{\sigma'_3 + a} = \frac{2N_+}{N_+ + 1}$	$\alpha_{c-} = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$ <p>(vinkel mellom kritisk plan og minste hovedspenningsplan)</p> $\tan \alpha_{c-} = \sqrt{1 + \tan^2 \rho} - \tan \rho$ $N_- = \frac{\sigma'_3 + a}{\sigma'_1 + a} = \tan^2 \alpha_{c-}$ $S_- = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma'_1 + a} = - \tan \rho \cdot \tan \alpha_{c-}$ <p>(negativ verdi indikerer at vi har snudd skjærspenningene)</p> $N_{cr-} = \frac{\sigma'_c + a}{\sigma'_1 + a} = \frac{2N_-}{N_- + 1}$

Tabell 4.2: Normalisering av spenningsforhold mhp minste og største hovedspenning

Vi ser at begge sett formler kan beskrives med det formelapparatet vi utviklet i avsnittet “Normalisering mhp $\sigma'_1 + a$ ”.

Oppsummering av normaliseringsligningene for hovedspenningsplan

Avsnittene foran viser at man kan beskrive begge normaliseringene med et formelsett, men med konsekvent fortegnsregel for $\tan \rho$ (og ρ) :

1. Hovedspenningsforholdet er definert som

$$\begin{pmatrix} \sigma'_1 & + a \\ 3 & \end{pmatrix} = N_{\pm} \cdot \begin{pmatrix} \sigma'_3 & + a \\ 1 & \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

der

$$N_{\pm} = \tan^2 \alpha_{c\pm}$$

$$\tan \alpha_{c\pm} = \pm \tan \rho + \sqrt{1 + \tan^2 \rho} \text{ og}$$

$$\alpha_{c\pm} = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\rho}{2}.$$

2. Spenninger på kritisk plan kan beskrives ved

$$(\sigma'_c + a) = \frac{2N_{\pm}}{N_{\pm} + 1} \cdot \begin{pmatrix} \sigma' \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ og} \quad (4.13)$$

$$\tau_c = \pm \tan \rho \cdot (\sigma'_c + a) = \frac{S_{\pm}}{1 + S_{\pm}} \cdot \sqrt{1 + 2S_{\pm}} \cdot \begin{pmatrix} \sigma' \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

der

$$S_{\pm} = \pm \tan \rho \cdot \alpha_{c\pm}$$

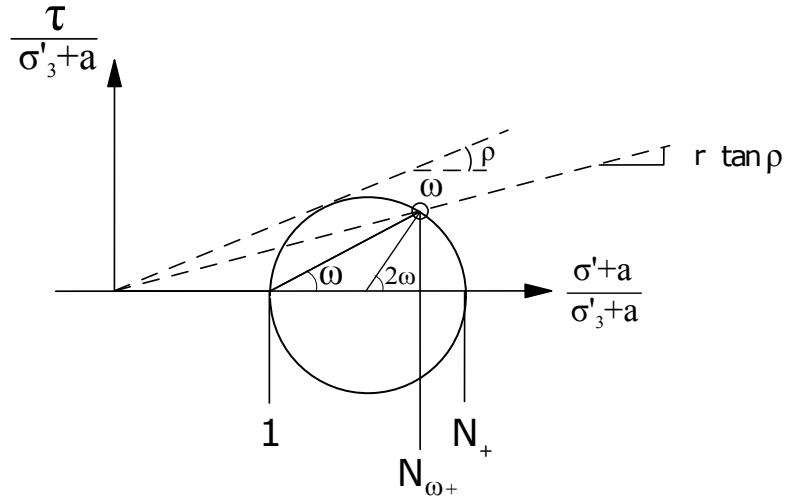
Vanligvis sløyfer vi indeksene \pm idet vi underforstår + som normalindeks og bruker - som spesialtilfelle.

4.5.4 Normalisert spenningsforhold bestemt av ruhetsforhold r

Spenningsstilstand på plan som ligger mellom største hovedspenningsplan og det kritiske plan

Merk at denne utledningen gjelder spenningsstilstanden på et plan som ligger mellom største hovedspenningsplan (1) og det kritiske plan (c). Vinkelen mellom disse planene er $\alpha_{c+} = \pi/4 + \rho/2$ og dette er dermed den største verdien vinkelen ω kan ha. Merk videre at ω angir vinkelen mellom σ_1 og σ_ω eller mellom planet og største hovedspenningsplan (1). Når ω går mot null går σ_ω mot σ_1 og $N_{\omega+}$ mot N_+ .

Ved å normalisere mhp $\sigma'_3 + a$ får vi den dimensjonsløse Mohrsirkelen, se figur 4.12.



Figur 4.12: Dimensjonsløs Mohrsirkel, minste hovedspenning.

På et vilkårlig plan ω er

$$\begin{aligned} N_{\omega+} &= \frac{\sigma'_\omega + a}{\sigma'_3 + a} = 1 + (N_+ - 1) \cos^2 \omega \\ &= 1 - \cos^2 \omega + N_+ \cos^2 \omega = \sin^2 \omega + N_+ \cos^2 \omega = \cos^2 \omega (\tan^2 \omega + N_+) \end{aligned}$$

Innfører $f_\omega = \frac{\tan \omega}{\tan \alpha_{c+}}$ og $\cos^2 \omega = \frac{1}{1 + \tan^2 \omega}$ og får

$$N_{\omega+} = \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_+}{1 + f_\omega^2 \cdot N_+} \quad (4.15)$$

Sammenhengen mellom f_ω og r finnes ved å uttrykke τ_ω på to måter

$$\frac{\tau_\omega}{\sigma'_\omega + a} = r \cdot \tan \rho = \frac{2S_+ \cos \omega \sin \omega}{\cos^2 \omega (1 + f_\omega^2) N_+}$$

$$r \cdot \tan \rho = \frac{2 \tan \alpha_{c+} \tan \rho \tan \omega}{(1 + f_\omega^2) N_+}$$

i det $S_+ = \tan \rho \cdot \tan \alpha_{c+}$.

Dermed faller alle ledd som angår påkjenningen $\tan \rho$ bort og en “dobbelt dimensjonsløs” sammenheng står igjen,

$$r = \frac{2 \tan \alpha_{c+} \tan \omega}{(1 + f_\omega^2) N_+}$$

$$f_\omega = \frac{\tan \omega}{\tan \alpha_{c+}} \Rightarrow \tan \omega = f_\omega \tan \alpha_{c+}$$

Og erstatter $N_+ = \tan^2 \alpha_{c+}$

Der r blir:

$$r = \frac{2 f_\omega \tan^2 \alpha_{c+}}{(1 + f_\omega^2) \tan^2 \alpha_{c+}}$$

Eller

$$r = \frac{2 f_\omega}{1 + f_\omega^2} \quad (4.16)$$

hvor $f_\omega = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$, r og $\tan \rho$ karakteriserer altså spenningstilstanden på ω -planet:

$$\alpha_{c+} = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}$$

$$N_+ = \tan^2 \alpha_{c+}$$

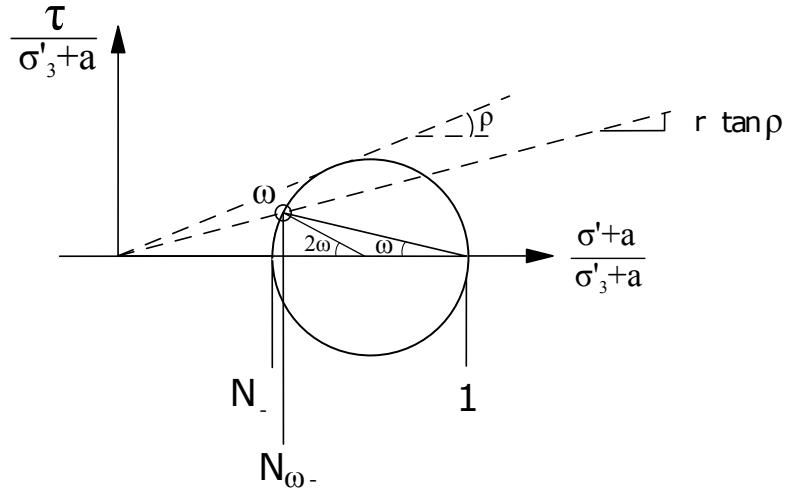
$$f_\omega = \frac{\tan \omega}{\tan \alpha_{c+}} = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$$

$$\sigma'_{\omega+} + a = N_{\omega+} (\sigma'_3 + a) = \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_+}{1 + f_\omega^2 \cdot N_+} (\sigma'_3 + a)$$

$$\tau_{\omega+} = r \cdot \tan \rho (\sigma'_{\omega+} + a)$$

Spenningsstilstand på plan som ligger mellom minste hovedspenningsplan og det kritiske plan

Merk at denne utledningen gjelder spenningstilstanden på et plan som ligger mellom minste hovedspenningsplan (3) og det kritiske plan (c). Vinkelen mellom disse planene er $\alpha_{c-} = \pi/4 - \rho/2$ og dette er dermed den største verdien vinkelen ω kan ha. Merk videre at ω angir vinkelen mellom σ'_3 og σ'_ω eller mellom planet ω og minste hovedspenningsplan (3). Når ω går mot null går σ'_ω mot σ'_3 , og dermed $N_{\omega-}$ mot N_- . Merk at vinkelen ω i dette avsnittet ikke er den samme som vinkelen ω brukt i avsnittet foran. Man skulle egentlig brukt indeks + og - også på ω , men dette er utelatt for å forenkle skrivingen. Ved å normalisere mhp $\sigma'_1 + a$ får vi den dimensjonsløse Mohrsirkelen.



Figur 4.13: Dimensjonsløs Mohrsirkel, største hovedspenning.

På et vilkårlig plan ω er

$$N_{\omega} = \frac{\sigma'_{\omega} + a}{\sigma'_1 + a} = 1 + (N_{-} - 1) \cos^2 \omega$$

$$= 1 - \cos^2 \omega + N_{-} \cos^2 \omega = \sin^2 \omega + N_{-} \cos^2 \omega = \cos^2 \omega (\tan^2 \omega + N_{-})$$

og ved å innføre $f_{\omega} = \frac{\tan \omega}{\tan \alpha_{c-}}$ og $\cos^2 \omega = \frac{1}{1 + \tan^2 \omega}$ fås

$$N_{\omega} = \frac{(1 + f_{\omega}^2) \cdot N_{-}}{1 + f_{\omega}^2 \cdot N_{-}} \quad (4.17)$$

Sammenhengen mellom f_{ω} og r finnes ved å uttrykke τ_{ω} på to måter:

$$\frac{\tau_{\omega}}{\sigma'_{\omega} + a} = r \cdot \tan \rho = \frac{2S_{-} \cos \omega \sin \omega}{\cos^2 \omega (1 + f_{\omega}^2) N_{-}}$$

$$r \cdot \tan \rho = \frac{2 \tan \alpha_{c-} \tan \rho \tan \omega}{(1 + f_{\omega}^2) N_{-}}$$

i det $S_{-} = \tan \rho \cdot \tan \alpha_{c-}$.

Dermed faller alle ledd som angår påkjjenningen $\tan \rho$ bort (!) og en "dobbelt dimensjonsløs" sammenheng står igjen,

$$r = \frac{2f_{\omega}}{1 + f_{\omega}^2} \quad (4.18)$$

hvor $f_{\omega} = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$, r og $\tan \rho$ karakteriserer altså spenningstilstanden på ω -planet:

$$\tan \alpha_{c-} = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$$

$$N_{-} = \tan^2 \alpha_{c-}$$

$$f_{\omega} = \frac{\tan \omega}{\tan \alpha_{c-}} = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$$

$$\begin{aligned}\sigma'_{\omega-} + a &= N_{\omega-} (\sigma'_3 + a) = \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_-}{1 + f_\omega^2 \cdot N_-} (\sigma'_3 + a) \\ \tau_{\omega-} &= r \cdot \tan \rho (\sigma'_{\omega-} + a)\end{aligned}$$

Oppsummering av normaliseringsligningene for vilkårlig plan

Ligningene som beskriver spenningstilstanden på et vilkårlig plan blir altså formelt like, hva enten planet ligger orientert mellom minste hovedspenningsplan og kritiske plan, eller om det aktuelle planet ligger mellom største hovedspenningsplan og kritisk plan. Overgangen mellom de to beliggenhetene beskrives igjen som et fortegnskift i friksjonen $\tan \phi$ eller friksjonsvinkelen $\tan \phi$.

Normalspenningen gis av

$$\begin{aligned}(\sigma'_\omega + a) &= N_{\omega\pm} \begin{pmatrix} \sigma'_3 & +a \\ 1 & \end{pmatrix} \\ N_{\omega\pm} &= \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_\pm}{1 + f_\omega^2 \cdot N_\pm} \\ N_\pm &= \tan^2 \alpha_{c\pm} \\ \tan \alpha_{c\pm} &= \pm \tan \rho + \sqrt{1 + \tan^2 \rho} \\ \alpha_{c\pm} &= \frac{\pi}{4} \pm \frac{\rho}{2} \\ f_\omega &= \frac{\tan \omega}{\tan \alpha_{c\pm}} = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})\end{aligned}\tag{4.19}$$

og skjærspenningen gis enklest av

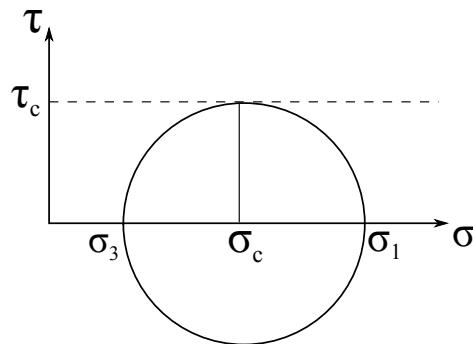
$$\tau_\omega = r \cdot \tan \rho (\sigma'_\omega + a)\tag{4.20}$$

4.6 Spenninger på kritiske og vilkårlige plan ved s_u -analyse.

Ved s_u -analyse er spenningsberegningene spesielt enkle. De gjengis her for fullstendighets skyld.

Formelt er ligningene like for plan beliggende mellom minste hovedspenningsplan og kritisk plan og for plan mellom kritisk plan og største hovedspenningsplan. Skillet kan beskrives ved fortegnskift i mobilisert skjærspenning τ_c . Fortegnet er imidlertid beholdt i formlene for oversiktens skyld.

4.6.1 Hovedspenninger, kritiske spenninger

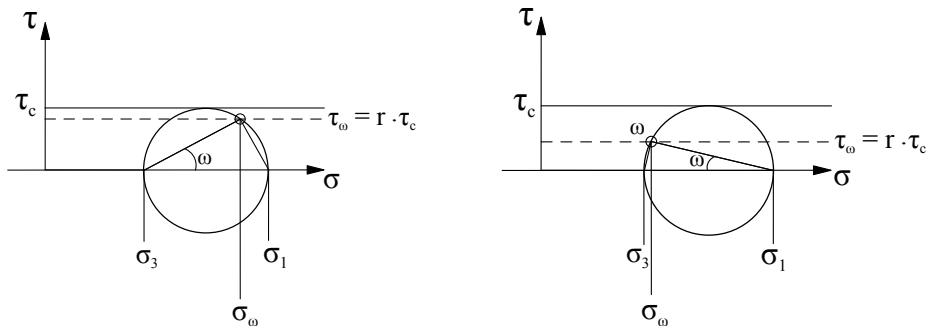


Figur 4.14: Spenningsirkel for s_u -analyse. Hovedspenninger.

Av figur 4.14 ser man at den mobiliserte skjærspenningen $\tau_c = f \cdot s_u$ bestemmer hovedspenninger og kritiske spenninger

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_3 \pm 2\tau_c \\ \sigma_c &= \sigma_3 \pm \tau_c \end{aligned} \tag{4.21}$$

4.6.2 Spenninger på vilkårlig plan


 Figur 4.15: Mohrs sirkel, vilkårlig plan, s_u -analyse

Av figur 4.15 ser man at ruhetsforholdet bestemmer orienteringen av det betraktede planet i forhold til hovedspenningsplanene

$$\sigma_{\omega} = \sigma_3 \pm 2\tau_c \cdot \cos^2 \omega = \sigma_3 + \frac{2}{1 + f_{\omega}^2} \cdot \tau_c \quad (4.22)$$

$$\tau_{\omega} = r \cdot \tau_c$$

$$\text{der } f_{\omega} = \frac{\tan \omega}{\tan \alpha_c} = \tan \omega \text{ i det } \tan \alpha_{c\pm} = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \text{ og } \cos^2 \omega = \frac{1}{1 + \tan^2 \omega}.$$

4.7 Oppsummering av ligninger for spenningsrelasjoner

Som vist foran kan alle normalspenningsrelasjonene beskrives ved en ligning for $a\phi$ -analysen og en ligning for s_u -analysen. Disse to ligningene dekker alle spenningsrelasjoner på hovedspenningsplan, kritiske plan og vilkårlige plan. I tillegg kan skjærspenningen på planet alltid uttrykkes ut fra ruhetsforhold, skjermobilisering og aktuell normalspenning.

$a\phi$ -analyse	s_u -analyse
$\tan \alpha_{c\pm} = \pm \tan \rho + \sqrt{1 + \tan^2 \rho}$ $\alpha_{c\pm} = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\rho}{2}$ $N_{\pm} = \tan^2 \alpha_{c\pm}$ $f_{\omega} = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$	$\tan \omega_{\pm} = f_{\omega} \cdot \tan \alpha_{c\pm}$
$\text{Vilkårlig plan: } \frac{-1 \leq r \leq 1}{0 \leq f_{\omega}^2 \leq 1}$	
$\sigma'_{\omega\pm} + a = \frac{(1 + f_{\omega}^2) \cdot N_{\pm}}{1 + f_{\omega}^2 \cdot N_{\pm}} \left(\sigma'_{3} + a \right)$ $\tau_{\omega} = r \cdot \tan \rho (\sigma'_{\omega} + a)$	$\sigma_{\omega} = \sigma_{3} \pm \frac{2}{1 + f_{\omega}^2} \cdot \tau_c$ $\tau_{\omega} = r \cdot \tau_c$
$\text{Hovedspenningsplan: } f_{\omega} = r = 0$	
$\sigma'_{1} + a = \frac{(1 + 0^2) \cdot N_{\pm}}{1 + 0^2 \cdot N_{\pm}} \left(\sigma'_{3} + a \right)$ $\sigma'_{3} + a = N_{\pm} \left(\sigma'_{3} + a \right)$ $\tau_{\omega} = 0 \cdot \tan \rho \cdot (\sigma'_{\omega} + a) = 0$	$\sigma_{1} = \sigma_{3} \pm \frac{2}{1 + 0^2} \cdot \tau_c = \sigma_{3} \pm 2\tau_c$ $\tau_{\omega} = 0 \cdot \tau_c = 0$
$\text{Kritiske plan: } \frac{r \pm 1}{f_{\omega}^2 = 1}$	
$\sigma'_{c} + a = \frac{(1 + 1^2) \cdot N_{\pm}}{1 + 1^2 \cdot N_{\pm}} \left(\sigma'_{3} + a \right)$ $\sigma'_{c} + a = \frac{2N_{\pm}}{1 + N_{\pm}} \left(\sigma'_{3} + a \right)$ $\tau_c = 1 \cdot \tan \rho \cdot (\sigma'_{c} + a)$	$\sigma_c = \sigma_{3} \pm \frac{2}{1 + 1^2} \cdot \tau_c = \sigma_{3} \pm \tau_c$ $\tau_{\omega} = 1 \cdot \tau_c$

Tabell 4.3: Normalisering av spenningsforhold mhp minste og største hovedspenning

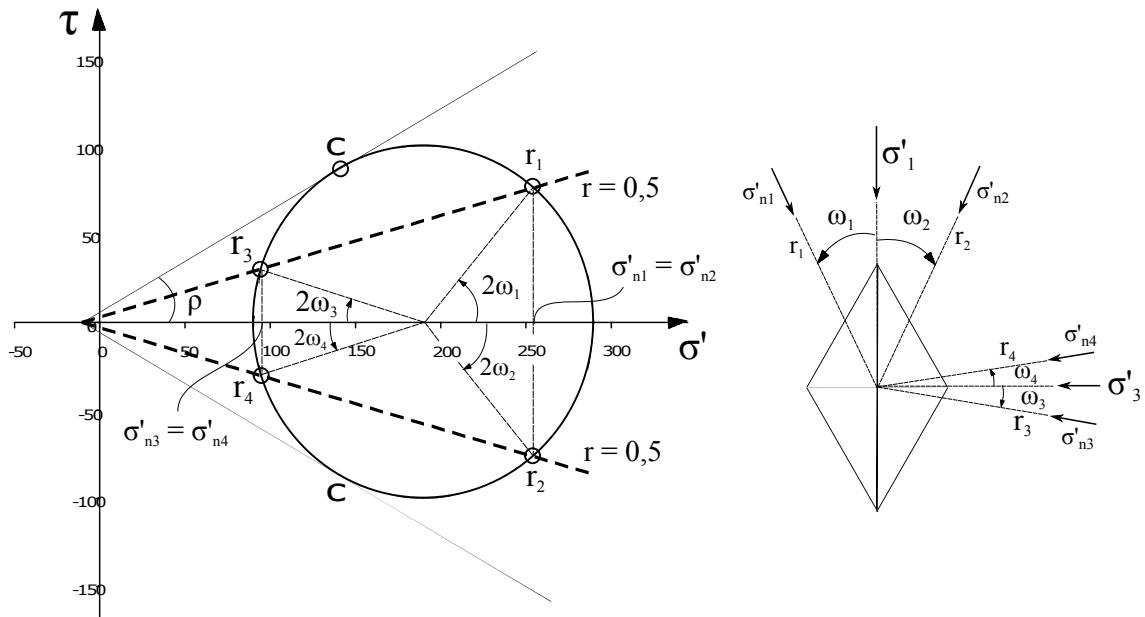
4.8 Eksempel, Mohr-sirkel

Grafisk tolkning

Gitt hovedspenningene $\sigma'_1 = 290$ og $\sigma'_3 = 90$ kPa. Sett attraksjonen $a = 10$ kPa. Tegn Mohr-sirkel for spenningstilstanden.

1. Finn mobilisert friksjon $\tan \rho$ ved å lese av på figuren.
2. Finn normal- og skjærspenninger på alle plan som har ruhet $r = 0.5$, dvs r_1, r_2, r_3 og r_4 .
3. Anta at største hovedspenning står vertikalt. Finn ved hjelp av Mohr-sirkelen helning ω_1 og ω_2 mellom vertikalplanet og hhv r_1 og r_2 og helning ω_3 og ω_4 mellom horisontalplanet og hhv r_3 og r_4 .

SVAR:



AVLESTE STØRRELSER:

	r_1	r_2	r_3	r_4
σ'_n	255	255	95	95
τ_n	75	-75	30	-30
ω_n	25	-25	9	-9

Løst vha formler

Generelle størrelser:

$$R = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{290 - 90}{2} = 100 \text{ kPa}$$

$$S = \frac{R}{\sigma'_3 + a} = \frac{100}{90 + 10} = 1$$

$$N_+ = 1 + 2S = 3$$

$$\left(\tan \rho = \frac{S}{\sqrt{1 + 2S}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \cdot 1}} = 0.577 \right)$$

$$f_\omega = \frac{1}{r} \left(1 - \sqrt{1 - r^2} \right) = 0.268$$

 Passiv, r_1 og r_2 :

$$\sigma'_{r1} + a = \sigma'_{r2} + a = \frac{(1 + f_\omega^2) N}{1 + f_\omega^2 N} (\sigma'_3 + a) = \frac{(1 + 0.268^2) 3}{1 + 0.268^2 \cdot 3} (90 + 10) = 265 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{r1} = \sigma'_{r2} = 265 - 10 = 255 \text{ kPa}$$

$$\tau_{r1} = -\tau_{r2} = r \cdot \tan \rho (\sigma'_{r1} + a) = 0.5 \cdot 0.577 \cdot 265 = 76 \text{ kPa}$$

$$\tan \alpha_+ = \sqrt{N_+} = \sqrt{3} = 1.73$$

$$\tan \omega_1 = -\tan \omega_2 = \tan \omega = f_\omega \cdot \tan \alpha_+ = 0.268 \cdot 1.73 = 0.464$$

$$\omega_1 = \tan^{-1} 0.464 = 0.434 = 24, 9^\circ$$

$$\omega_2 = -24, 9^\circ$$

Aktiv, r3 og r4:

$$N_- = \frac{1}{N_+} = \frac{1}{3} = 0.333$$

$$\sigma'_{r3} + a = \sigma'_{r4} + a = \frac{(1 + f_\omega^2) N_-}{1 + f_\omega^2 N_-} (\sigma'_1 + a) = \frac{(1 + 0.268^2) 0.333}{1 + 0.268^2 \cdot 0.333} (290 + 10) = 105 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{r3} = \sigma'_{r4} = 105 - 10 = 95 \text{ kPa}$$

$$\tau_{r3} = -\tau_{r4} = r \cdot \tan \rho (\sigma'_{r3} + a) = 0.5 \cdot 0.577 \cdot 105 = 30 \text{ kPa}$$

$$\tan \alpha_- = \sqrt{N_-} = \sqrt{0.333} = 0.577$$

$$\tan \omega_3 = -\tan \omega_4 = f_\omega \cdot \tan \alpha_- = 0.268 \cdot 0.577 = 0.155$$

$$\omega_3 = \tan^{-1} 0.155 = 0.153 = 8, 8^\circ$$

$$\omega_4 = -8, 8^\circ$$

Kapittel 5

SPENNINGSFELT

5.1 Innledning

Hensikten med dette kapitlet er å utvikle et sett av formler/betrakninger som kan brukes til å uttrykke spenningstilstander i plastiske tilstander". Det vil si ved tilstander der mobilisert friksjon $\tan \rho = f \cdot \tan \phi = \frac{\tan \phi}{F}$ forutsettes konstant i det betrakteide spenningsfeltet. Man kan si at antagelsen om konstant mobiliseringsgrad "erstatter" elastisitetsteoriens antagelse om konstant elastisitetsmodul.

Disse formlene/betraktingene anskueliggjøres som spenningsfelt eller spenningssoner og inngår i "verktøykassen" som setter oss i stand til å utvikle enkle dimensjoneringsformler for en rekke praktiske byggetekniske problemer der vi må forstå og beskrive spenningsoverføringer mellom konstruksjonsdeler og tilstøtende jord.

Noen ganger støtter jorden seg på konstruksjonen (aktivt jordtrykk), andre ganger støtter konstruksjonen seg på jorden (passivt jordtrykk, bæreevne). I det første tilfelle må vi kunne bedømme hvilke trykk jorden øver mot konstruksjonen for å kunne gjøre konstruksjonen passe "sterk", i det andre tilfellet er problemet gjerne å gjøre konstruksjonen passe stor slik at den ikke presses for langt inn eller ned i jorden. Den faktiske friksjonen langs veggjen, t uttrykkes ved ruhetsforholdet $r = \frac{t}{\tau_f}$, hvor $|r|$ ligger mellom 0 og 1. Ruhetsforholdet forteller hvor mye av den tilgjengelige friksjonskraften som er utnyttet. I dette kapitetlet skal vi kun se på $r = 0$ og $r = 1$ som representerer henholdsvis glatt og helt ru vegg. $0 < |r| < 1$ følger i kapittel 6.

Det forutsettes at man etter å ha arbeidet med stoffet skal:

1. kunne bestemme verdien av spenningene på hovedspenningsplanene og på de kritiske plan når attraksjon a og mobilisert friksjon $\tan \rho$ er gitt i tillegg til minst en spenningskomponent, dette både i Rankine-soner og i Prandtl-soner
2. kunne bestemme verdien av spenningene på vilkårlige plan i en Rankine-sone, der beliggenheten av planet karakteriseres ved ruhetsforholdet r
3. kunne bestemme sammenhengen mellom "dreiningsparametrene" r og f_ω som karakteriserer et plans orientering i forhold til hovedspenningsplanene
4. kunne bestemme om et spenningsfelt-felt (Rankine eller Prandtl) er av passiv eller aktiv type

5.2 Generell problemstilling

Anta et jordvolum påvirket av randspenninger og gravitasjonskrefter. Det må være likevekt fra element til element, det vil si at likevektsligningen, se i Kapittel 4 "BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTANDER", må være tilfredsstilt. Kravet om kinematisk kompatibilitet vil være tilfredsstilt dersom man antar flytning i alle jordvolum (plastisitetsteori). Ettersom arbeidskurven krummer sterkt, vil et stort tøyningsområde være dekket innenfor et relativt snevert skjærmobiliseringssområde, også noe før man når brudd, f.eks. i en "normal" brukstilstand. I tråd med bjelkeeksemplene kan det derfor være fristende å forenkle problemet ved å anta en konstant mobiliseringssgrad for alle jordelementer i sonen. (Dette er en forenkling i tråd med, og for jord ofte bedre enn, elastisitetsteoriens forenkling ved å anta konstant elastisitetsmodul og tverrkonstraksjon for et materiale.)

Dersom alle jordelementer i et gitt jordvolum har samme skjærmobilisering $\tan \rho$, kan man etter formlene gitt i Kapittel 4 uttrykke spenningene på vilkårlige plan i hele jordvolumet, også rendene.

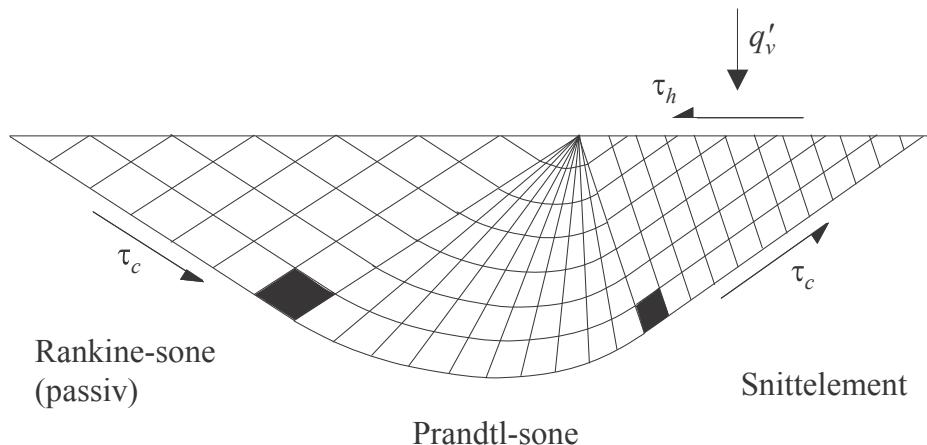
Dette kapitlet presenterer noen enkle randbetingelser og sonegeometrier som gir enkle spenningsvariasjoner som igjen kan uttrykkes ved enkle analytiske uttrykk gjennom hele jordsonen.

I figur 5.1 vises et eksempel på spenningsfeltet hvor det er vertikal og horisontal spenning som virker på en overflate. Dersom jorden er et friksjonsmateriale vil det utvikle seg spenningsfelter som vist på figuren.

Snittelementet er et Rankine-element som er rotert, her er dette forårsaket av horisontalkomponenten på overflaten.

Prandtlsonen er en spenningszone som binder sammen de to ytterste sonene og fremdeles er i kraftlikevekt. Gjennom Prandtlsonen rotererer også hovedspenningsretningen ytterligere.

Passiv Rankinesone er et Rankine-element som har største hovedspenning i horisontalretningen.



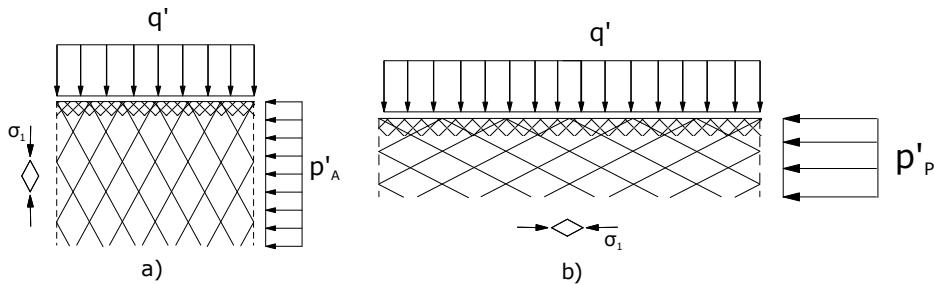
Figur 5.1: Spenningsfelter forårsaket av et fundament som gir vertikal og horisontal belastning på jorden.

5.3 $a\phi$ -analyser

Ved $a\phi$ -analyser er det vanligvis ikke mulig å finne sluttede analytiske løsninger med romvektsledd, det vil si at problemet må idealiseres til et problem der jorda betraktes som vektløs. Spenningsnivået må derfor enten bringes opp til et gjennomsnittlig nivå, eller man må søke tilnærmede numeriske løsninger. Her gjennomgås løsningene for vektløs jord for to aktuelle typer spenningsfelt, nemlig Rankine- og Prandtl-soner.

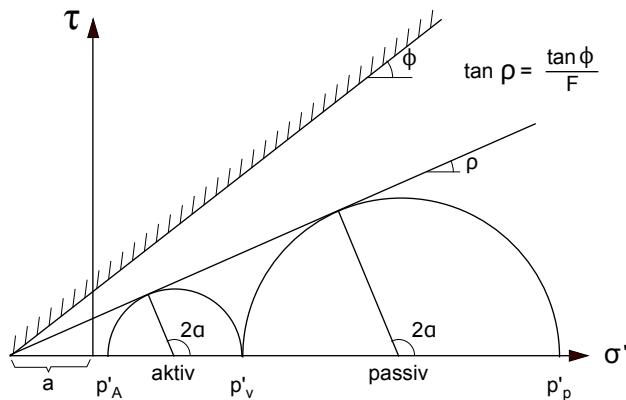
5.3.1 Rankine-soner

Dersom hovedspenningsretningene ikke endrer seg og spenningene er mobilisert til en konstant skjærmobilisering, $\tan \rho$, i feltet, får vi enkle og oversiktlige spenningsforhold. Er i tillegg feltets grenseflater lagt langs et hovedspenningsplan vil det være spenningene på denne grenseflaten som bestemmer spenningstilstanden, figur 5.2, sammen med skjærmobiliseringen. I tillegg er det viktig om grenseflaten representerer minste eller største hovedspenning, dette styres i geoteknikk ved språkbruken *aktiv* og *passiv* og refererer til jordas rolle i kraftspillet ved jordtrykksberegninger slik det er beskrevet i kapittel "Jordtrykk".



Figur 5.2: Rankine-soner, a) aktiv og b) passiv, $a\phi$ -materiale. $r = 0$

Spennningstilstanden kan settes opp i Mohr-diagram som i figur 5.3. I *passiv* og *aktiv* Rankinesone er randspenningen q' (referansespenningen i formlene) henholdsvis minste og største hovedspenning.



Figur 5.3: Spenninger og retninger for aktivt og passivt jordtrykk på effektiv-spenningsbasis ($p'_v = q'$)

I følge Kapittel 4 "BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTANDER" er spenningene på vilkårlige plan, kritiske plan og (det andre) hovedspenningsplan gitt ved verdiene $f_\omega = f_\omega$ (vilkårlig), $f_\omega = 1$ (kritisk) og $f_\omega = 0$ (hovedspenningsplan). Det generelle uttrykk for spenning på plan er:

$$\sigma'_{\omega\pm} + a = \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_\pm}{1 + f_\omega^2 \cdot N_\pm} \cdot (\sigma'_3 + a) \quad (5.1)$$

$$\tau_{\omega\pm} = r \cdot \tan \rho \cdot (\sigma'_{\omega\pm} + a)$$

og ved å sette inn forskjellige verdier for f_ω fås:

AKTIV	PASSIV
$\sigma'_h + a = N_- (q + a)$	$\sigma'_h + a = N_+ (q + a)$
$\tau_v = 0$	$\tau_v = 0$
$\sigma'_c + a = \frac{2N_-}{1 + N_-} (q + a)$	$\sigma'_c + a = \frac{2N_+}{1 + N_+} (q + a)$
$\tau_c = \tan \rho (\sigma'_c + a)$	$\tau_c = \tan \rho (\sigma'_c + a)$

Legg merke til at for den viste geometrien, horisontalt terrenget med terrenghast, definerer *aktiv* tilstand et horisontaltrykk i sedimentet som er lavere enn terrenghasten mens *passiv* tilstand tilsvarer et horisontaltrykk som er høyere enn terrenghasten. Normalt vil derfor passiv tilstand assosieres med en deformasjonstilstand der terrenghoverflaten heves mens sedimentet trykkes sammen (jorda er passiv) horisontalt, og aktiv tilstand assosieres med en deformasjonstilstand der terrenghoverflaten synker mens sedimentet utvider seg (jorda er aktiv) horisontalt.

Legg også merke til at ved vektløs jord er spenningstilstanden uendret gjennom hele sonen, både i retning og størrelse.

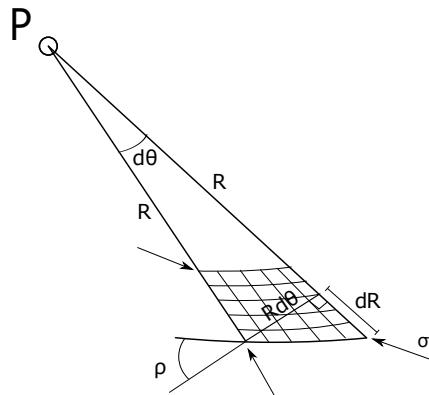
Merk: Dersom tyngdekraften faller sammen med en hovedspenningsretning (som jo gjelder i eksemplene over) gjelder løsningen også i gravitasjonsfeltet. Alle spenningskomponenter øker da lineært i dybden fra en startverdi ved terrenghoverflaten.

I figurene er de kritiske planenes orientering antydet ved trajektorier. Dette er en måte å illustrere spenningsorienteringen på. *I en Rankine-sone er påkjenningen like stor på alle trajektoriene, de er alle like påkjente kritiske skjærflater.*

5.3.2 Prandtl-soner

Dersom hovedspenningsaksene roterer seg gjennom spenningsfeltet oppstår det sterke spenningsgradienter, selv om mobiliseringsgraden er konstant. Dette inntreffer for $r > 0$. Analytisk kan man beskrive trajektorier for kritiske plan som to kurvesett, et som består av rette stråler ut fra et punkt P og et kurvesett som består av logaritmesprialer med samme punkt P som pol.

Ligningene er funnet som løsning av likevektsligningen, se i Kapittel 4 "BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTANDER", innsatt betingelsen om konstant skjermobilisering. Løsningen har den egenskapen at dersom jordvolumet "forspennes" med spenninger tilsvarende attraksjonen a vil resulterende kraft (resultat av normal- og skjærspenninger) på et flatelement langs logaritmesprialen gå gjennom polen. Setter man denne egenskapen som krav til den ene kurvefamilien, utledes logaritmespirløsningen slik, figur 5.4:

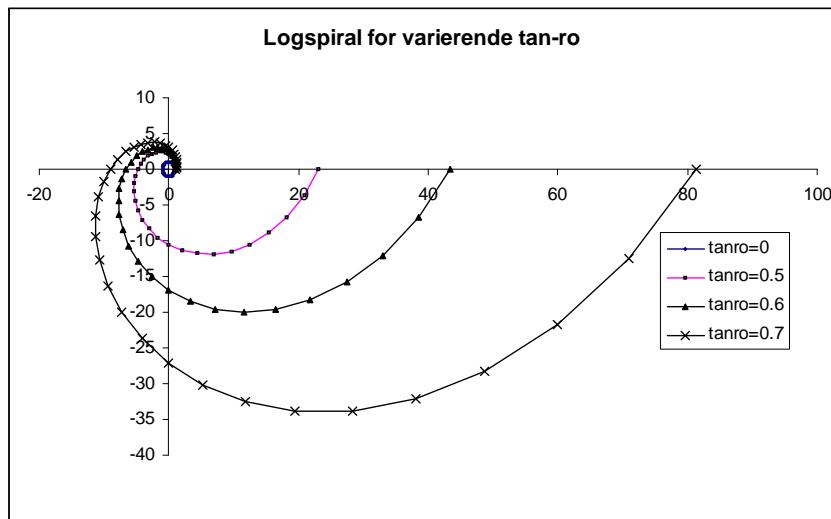


Figur 5.4: Utledning av trajektorier som gir resultant gjennom polen P .

$$\begin{aligned}
 dR &= d\theta \cdot R \cdot \tan \rho \\
 \frac{dR}{R} &= d\theta \cdot \tan \rho \\
 \ln R_b - \ln R_a &= \theta \cdot \tan \rho \\
 \frac{R_b}{R_a} &= e^{\theta \cdot \tan \rho}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

der θ er åpningsvinkelen i Prandtl-sonen.

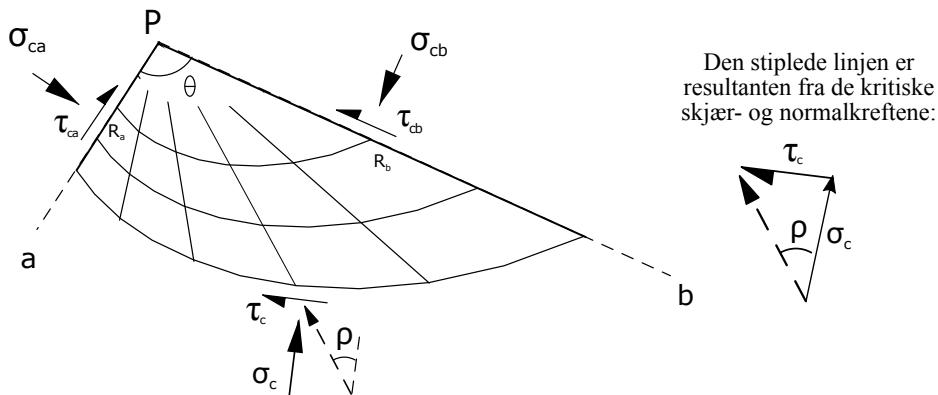
Dette er ligningen for en logaritmespiral med stigning $\tan \rho$. Ved å betrakte et spennings-element i skjæringen mellom strålen fra polen og logaritmespiralen ser man at strålen danner det andre settet med kritiske plan.



Figur 5.5: Opptegning av logspiral for startradium=1 og forskjellige $\tan \rho$

Figur 5.5 viser en opptegning av logspiralet til ligning 5.2 og en ser at for $\tan \rho = 0$ blir "spiralet" til en sirkel. Ved økende $\tan \rho$ blir spiralen mer og mer "åpen". Spenningsfelter som har logspiralform blir derfor gradvis åpnere jo større jordens mobilisering er.

Momentlikevekt av en sektor med åpningsvinkel θ (mellan stråle a og stråle b), se figur 5.6, gir spenningsendringen gjennom sonen. Ved likevekten utnyttes at spenningene langs logspiralet ikke gir momentbidrag. Det gjør heller ikke skjærspenningene langs de to strålene a og b . I momentlikevekten inngår derfor bare normalspenningene på a og b , lign 5.4.



Figur 5.6: Prandtl-sone $a\phi$ -analyse.

$$(\sigma'_{ca} + a) \cdot R_a^2 \cdot \frac{1}{2} = (\sigma'_{cb} + a) \cdot R_b^2 \cdot \frac{1}{2} \quad (5.3)$$

$$(\sigma'_{ca} + a) = N_\theta \cdot (\sigma'_{cb} + a) \quad (5.4)$$

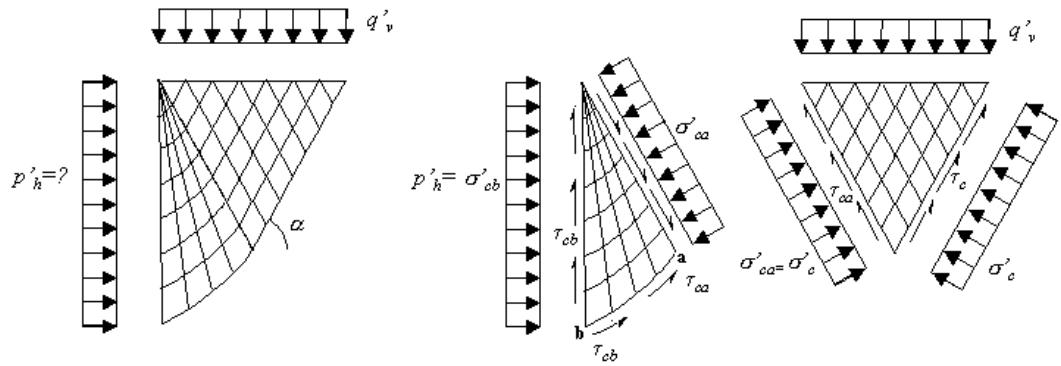
$$N_\theta = e^{2\theta \cdot \tan \rho}$$

i det:

$$\left(\frac{R_b}{R_a}\right)^2 = e^{2\theta \tan \rho}$$

Normalspenningen på strålene øker altså lineært med åpningsvinkelen regnet fra b til a .

Lar vi $\tan \rho$ og dermed τ skifte fortegn betyr dette at stråle a blir den lengste strålen i en ellers identisk figur. Fortegnsskiftet kan brukes konsistent med den fortegnsdefinisjonen som er innført tidligere. Likedan som for bæreevne kan vi sette opp et eksempel for jordtrykk. Figur 5.7 viser dette for et tilfelle med ru vegg. Se under kapittel "Jordtrykk, effektivspenningsanalyse, $r = 0$ " for tilsvarende spenningsfelt med en helt glatt vegg. En ser en aktiv Rankinesone under lasten som går over i en Prandtl-sone og overfører spenningen til vertikalplanet.



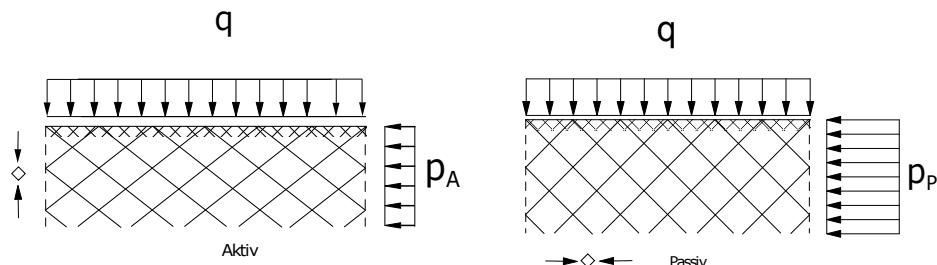
Figur 5.7: Spenningsfelter ved jordtrykkbetraktninger, $r = 1$.

5.4 s_u -analyser

Ved s_u -analyser står trajektoriene vinkelrett på hverandre. Dette gjør det umulig å skille største og minste hovedspenningsretning ut fra geometrien av trajektorinettet alene. Formlene blir imidlertid enklere.

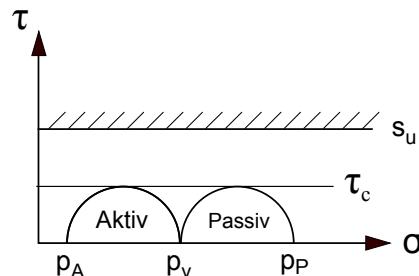
5.4.1 Rankine-soner

Dersom hovedspenningsretningene ikke endrer seg og spenningene er mobilisert til en konstant skjærspenning s_u i feltet, får vi enkle og oversiktlig spenningsforhold. Et tillegg feltets grenseflater lagt langs et hovedspenningsplan vil det være spenningene på denne grenseflaten som bestemmer spenningstilstanden, figur 5.6, sammen med skjærspenningen. I tillegg er det viktig om grenseflaten representerer minste eller største hovedspennin- gen, dette styres i geoteknikk ved språkbruken *aktiv* og *passiv* og refererer til jordas rolle i kraftspillet ved jordtrykksberegninger



Figur 5.8: Rankine-soner, s_u -basis, $r = 0$

Denne spenningstilstanden kan, som for $a\phi$ -basis, settes opp i et Mohrs-diagram. Også her er $p_A = \sigma_3$ for aktiv tilstand og $p_P = \sigma_1$ for passiv tilstand.



Figur 5.9: Spenninger for aktivt og passivt jordtrykk på s_u -basis. ($p_v = q$)

Ifølge kapittel 4 "BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTANDER" er da spenningene på vilkårlige plan, kritiske plan og (det andre) hovedspenningsplan gitt ved verdiene $f_\omega = f_\omega$, $f_\omega = 1$ og $f_\omega = 0$:

$$\sigma_{\omega\pm} = \sigma'_1 \pm \frac{2}{(1 + f_\omega^2)} \cdot \tau_c$$

$$\tau_\omega = r \cdot \tau_c$$

Som for $a\phi$ -materiale kan det settes inn f_ω -verdier for forskjellige tilstander og vi får:

AKTIV

$$\sigma_h = \sigma_3$$

$$\sigma_h = q - 2 \cdot \tau_c$$

$$\tau_v = 0$$

$$\sigma'_c = q - \frac{2}{1 + 1^2} \tau_c = q - \tau_c$$

PASSIV

$$\sigma_h = \sigma_1$$

$$\sigma_h = q + 2 \cdot \tau_c$$

$$\tau_v = 0$$

$$\sigma'_c = q + \frac{2}{1 + 1^2} \tau_c = q + \tau_c$$

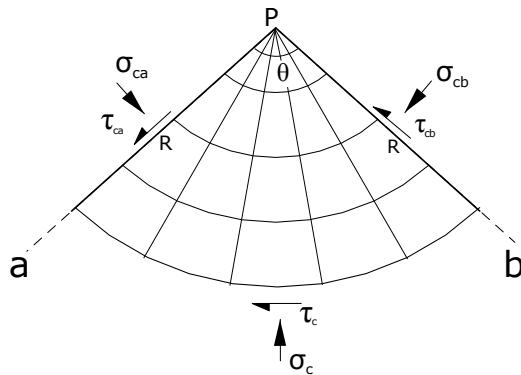
Legg merke til at for den viste geometrien, horisontalt terreng med terrenghast, definerer *aktiv* tilstand et horisontaltrykk i sedimentet som er lavere enn terrenghasten mens *passiv* tilstand tilsvarer et horisontaltrykk som er høyere enn terrenghasten. Normalt vil derfor passiv tilstand assosieres med en deformasjonstilstand der terrenghoverflaten heves mens sedimentet trykkes sammen (jorda er passiv) horisontalt, og aktiv tilstand assosieres med en deformasjonstilstand der terrenghoverflaten synker mens sedimentet utvider seg (jorda er aktiv) horisontalt.

Ved s_u -analyser påvirkes ikke styrken av spenningsnivået. Dermed gjelder løsningen også i gravitasjonsfeltet. Alle normalspenningskomponenter øker da lineært og like mye med dybden fra forskjellige startverdier ved terrenghoverflaten. Skjærspenningene er imidlertid konstant i dybden. Dette betyr at gravitasjonsspenningene kan oppfattes som et væsketrykk (tung væske) som kan superponeres med de spenningene som skyldes skjærspenningene.

I figurene er de kritiske planenes orientering antydet ved trajektorier. Dette er en måte å illustrere spenningsorienteringen på. I en Rankine-sone er påkjenningen like stor på alle trajektoriene, de er alle like påkjente kritiske skjærflater.

5.4.2 Prandtl-soner

Dersom hovedspenningsaksene dreier seg gjennom feltet oppstår det sterke spenningsgradienter, selv om mobiliseringssgraden er konstant. Analytisk kan man beskrive trajektorier for kritiske plan som to kurvesett, et som består av radier fra et punkt P og et kurvesett som består av sirkler med samme punkt P som senter.


 Figur 5.10: Prandtl-sone s_u -analyse.

$$\begin{aligned}\sigma_{ca} \cdot R^2 \cdot \frac{1}{2} &= \sigma_{cb} \cdot R^2 \cdot \frac{1}{2} + \theta \cdot R^2 \cdot \tau_c \\ \sigma_{ca} &= \sigma_{cb} + 2 \cdot \theta \cdot \tau_c\end{aligned}\quad (5.5)$$

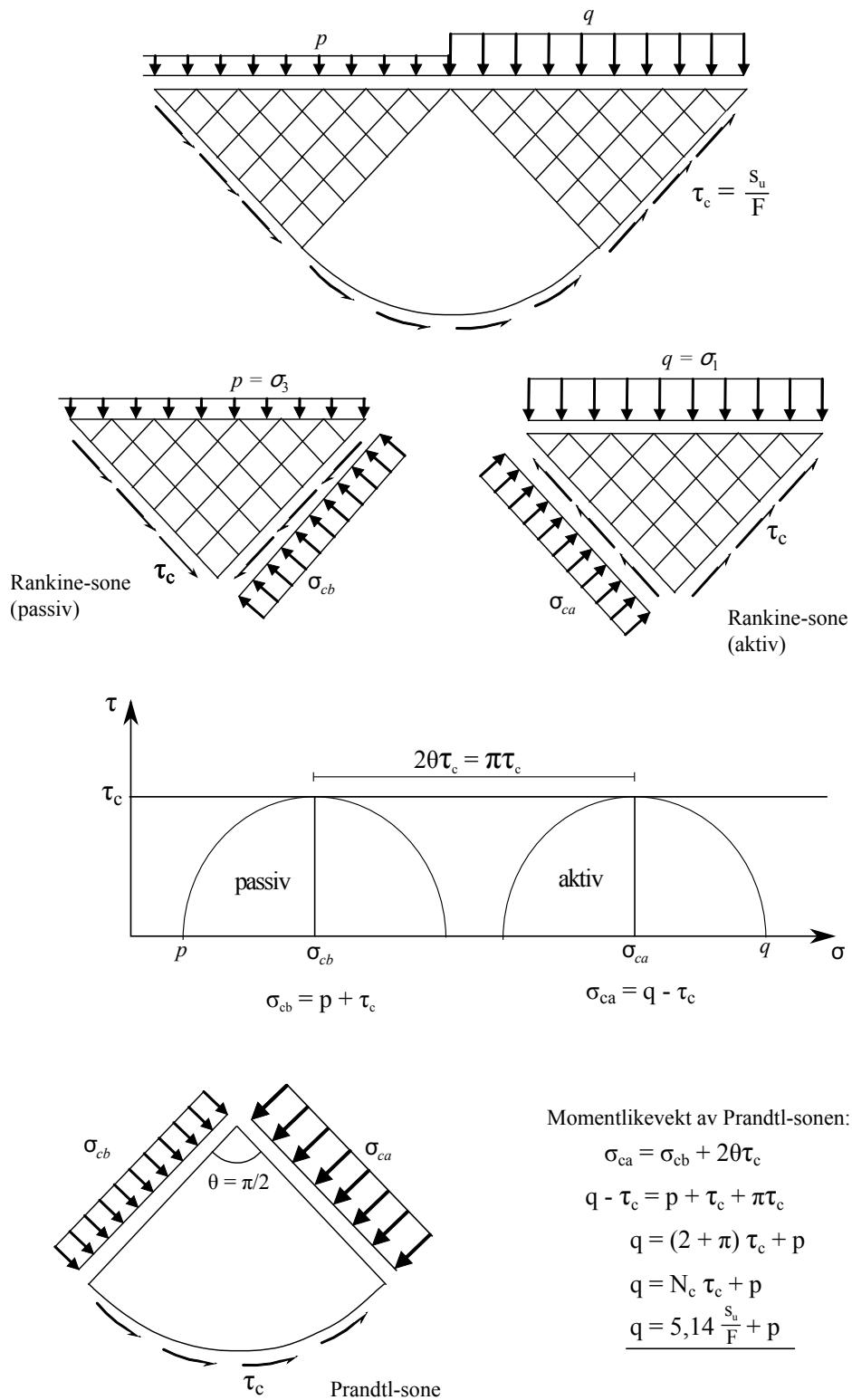
Momentlikevekt av en sektor med åpningsvinkel θ (mellan stråle a og stråle b) se figur 5.10, gir spenningsendringen gjennom sonen. Ved likevekten utnyttes at normalspenningene langs sirkelen (σ_c) ikke gir momentbidrag. Det gjør heller ikke skjærspenningene langs de to strålene a og b (τ_{ca} og τ_{cb}). I momentlikevekten inngår derfor bare normalspenningene på a og b samt skjærspenningen på sirkelen, lign 5.5.

Normalspenningen på strålene øker altså lineært med åpningsvinkelen regnet fra b til a .

Lar vi τ_c skifte fortegn betyr dette at stråle a får minste normalspenning og stråle b største i en ellers identisk figur. Fortegnsskiftet kan brukes konsistent med den fortegnstilstanden som er innført tidligere, slik det er beskrevet i Kapittel 4 "BESKRIVELSE AV SPENNINGSTILSTANDER".

Eksempel: Bæreevne på s_u -basis ved bruk av spenningsfelt

Ved å benytte spenningsfelt kan uttrykket $q = 5.14s_u/F + p$ utledes. Dette er egentlig et klassisk bæreevneproblem som vi kommer tilbake til i kapittel 7. Nå konsentrerer vi oss om hvordan momentlikevekt om Prandtl-sonen gir oss sammenhengen mellom q og p :



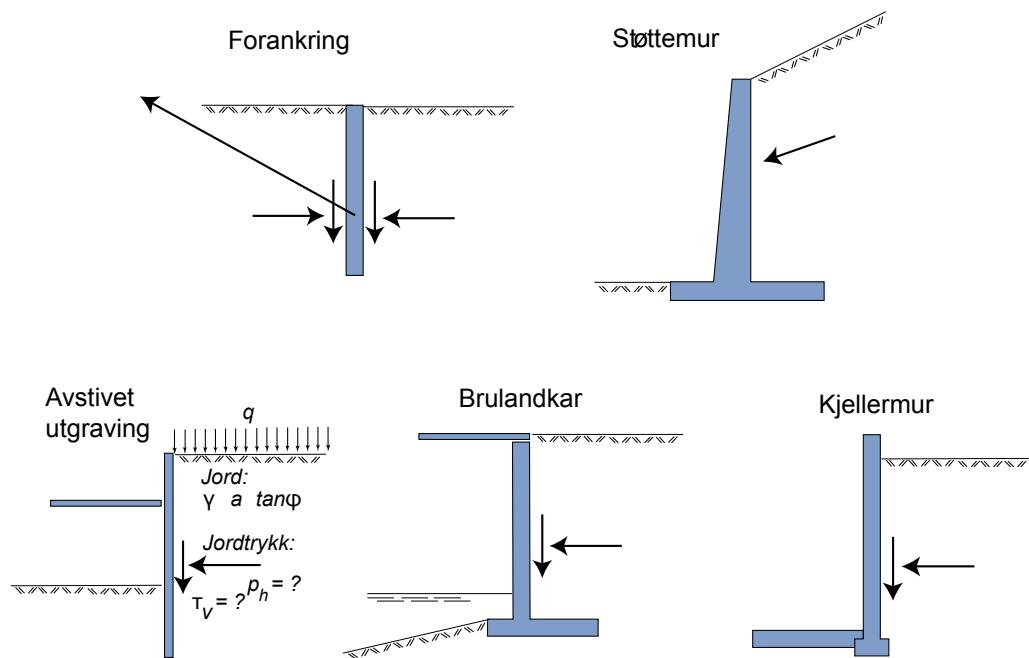
Kapittel 6

JORDTRYKK

6.1 Innledning

Jordtrykk betegner de spenningskomponentene (normal og skjær) som oppstår i en vertikal grenseflate mellom jord og konstruksjon. Dette kapittelet dekker det teoretiske grunnlaget for jordtrykkberegninger. Det anbefales å ta en titt på kapittel 2.8, der det gis en kort introduksjon av jordtrykk.

Tilfeller der vi trenger å vurdere jordtrykk er:



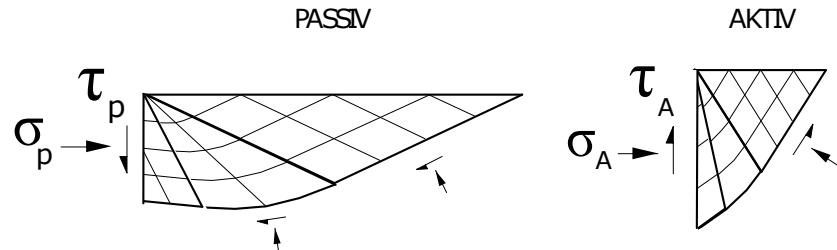
Figur 6.1: Jordtrykkstilfeller.

6.2 Aktivt og passivt jordtrykk

I forrige kapittel utledes spenningsrelasjonene som danner utgangspunkt for utledningene. Merk at vi da i hovedsak så på ruhetsforholdene $r = 0$ og $r = 1$. Her skal vi i tillegg se på det generelle tilfellet der veggene har varierende grad av ru overflate, det vil si at $0 < |r| < 1$. Veggene tvinges til å bevege seg opp og ned i forhold til jorden, i tillegg til at den trykkes inn mot jorden (passiv tilstand) eller slippes ut ifra (aktiv tilstand).

Passivt jordtrykk: Dette er en jordtrykkt tilstand som oppstår når konstruksjonselementet (veggen) presses tilstrekkelig langt inn i jorden (konstruksjonen danner mothold for en påført kraft, f.eks. når konstruksjonen er en forankring). Tilstanden karakteriseres ved at horisontalspenningene er like store eller større enn vertikalspenningene i et jordelement som ligger tett inntil konstruksjonen.

Aktivt jordtrykk: Ofte er konstruksjonen en støttekonstruksjon som skal sørge for å holde et jordvolum på plass, hindre utrasning (støttemur, brulandkar, kjellervegg etc.). Tilstanden karakteriseres ved at horisontalspenningene er like store eller mindre enn vertikalspenningene i et jordelement som ligger tett inntil konstruksjonen.



Figur 6.2: Definerte skjærspenninger ved positiv ruhet.

Det forutsettes at man etter å ha arbeidet med stoffet skal:

1. kunne avgjøre om et jordtrykk er passivt eller aktivt
2. kunne vurdere ruhetsforhold etter vertikal likevektbetrakting
3. kunne vurdere mobiliseringsgrad f ut fra deformasjonsnivå
4. kunne beregne opptrædende jordtrykk, både normal og skjærkomponent
5. kunne vurdere geometrien av de idealiserte skjærsonene

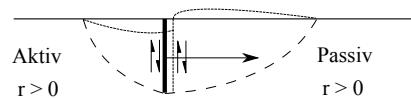
6.3 Vurdering av ruhetsforholdet

Det er viktig å vurdere hvilke ruhetsforhold som vil oppstå i et aktuelt problem. Dette innebærer å bestemme tallstørrelsen til r , samt om r er positiv eller negativ. Ofte er retningen på avstivningskreftene til hjelp, idet det må mobiliseres tilstrekkelige vertikale skjærspenninger mot veggen til at den er i vertikal likevekt. Likevektsbildet kompliseres imidlertid ved flere forhold:

1. det kan mobiliseres forskjellig ruhetsforhold på aktiv og på passiv side av veggen
2. ruhetsforhold (og mobiliseringsgrad) kan variere langs veggen
3. det vil kunne mobiliseres en (ukjent) spissmotstand
4. vekten av vegg og stivere må inngå i vertikallikevekten

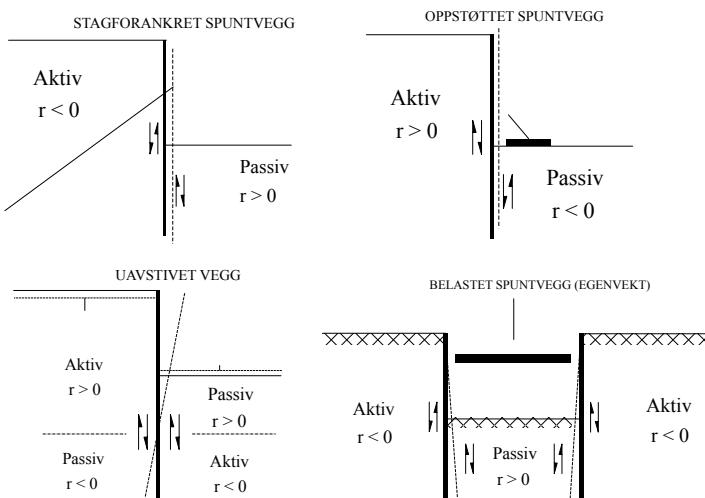
En oppnår imidlertid betydelig oversikt over problemet ved å gjøre nødvendige forenklinger. I "NTNU-oppgaver" regnes det oftest med konstant (gjennomsnittlig) ruhetsforhold (og mobiliseringsgrad). Videre antas ofte vekten av vegg og stivere å balanseres mot spissmotstanden.

Utgangspunktet for definisjonen av positiv og negativ ruhet er et basistilfelle hvor en vegg blir dratt med horisontal kraft. Jorden på aktiv side vil falle ned og gi nedadrettet skjær på veggen, og jorden på passiv side vil bli dyttet opp og gi oppadrettet skjær på veggen.



Figur 6.3: Basistilfelle

I andre, mer komplekse konstruksjoner er det vanskeligere å bestemme hvordan jorden vil bevege seg i forhold til veggen. Nedenfor er skissert noen typiske tilfeller med tilhørende angivelse av jordsoner (Aktiv-Passiv), og tilhørende fortegn av ruhetsforholdet.



Figur 6.4: Jordtrykk og ruhetsforhold for ulike konstruksjoner

6.4 Jordtrykk - formelverk - vektløs jord

Spanningssonene ved jordtrykk består i det idealiserte grunntilfellet med horisontalt tereng og vektløs jord av følgende: En full Rankine-sone (aktiv eller passiv) med grenseflate mot den horisontale terengoverflaten, en Prandtl-sone i midten og til slutt et snittelement inn mot veggjen. Snittelementet er en mer eller mindre skrå Rankine-sone med skjærspenninger mindre enn de kritiske. Om en Rankine-sone er aktiv eller passiv blir bestemt av jordas rolle:

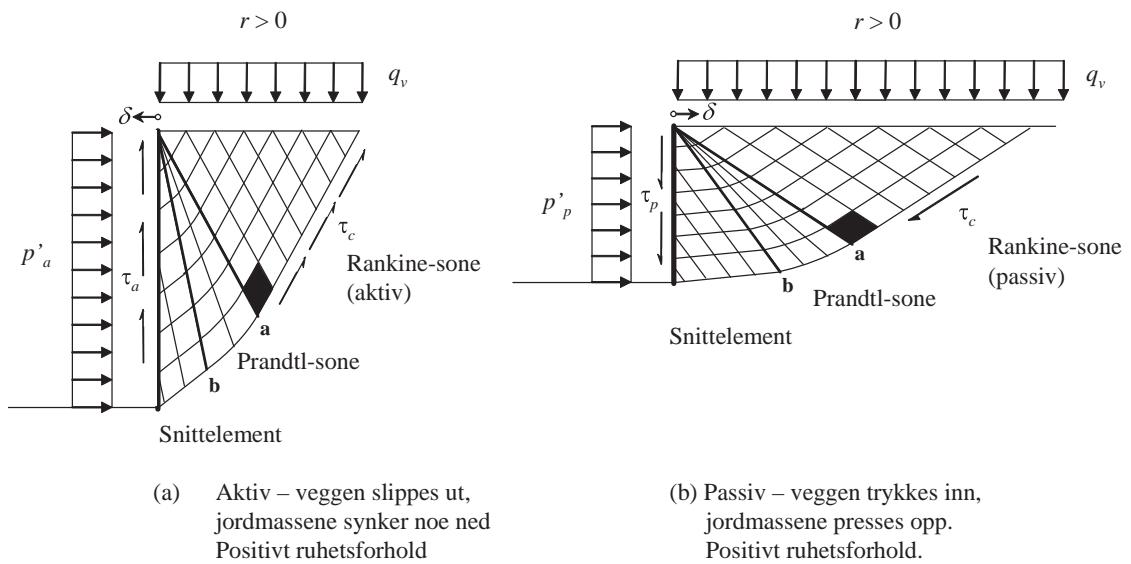
1. AKTIVT JORDTRYKK, veggjen gir etter for jordtrykket, kontakttrykket mot veggjen er lik eller mindre enn vertikalspenningen på samme jordelement.
2. PASSIVT JORDTRYKK, veggjen trykkes inn mot jorden, kontakttrykket mot veggjen er lik eller større enn vertikalspenningen på samme jordelement.

I tillegg til skillet mellom Aktiv og Passiv jordtrykktilstand, vil skjærspenningene i grenseflaten (uttrykt ved ruhetsforholdet r) ha stor betydning for jordtrykkets størrelse. Formler som benyttes for oppstillingen av uttrykkene for jordtrykksrelasjonene finnes i Kapittel 5.

6.4.1 Kombinasjon av spenningssoner for jordtrykk

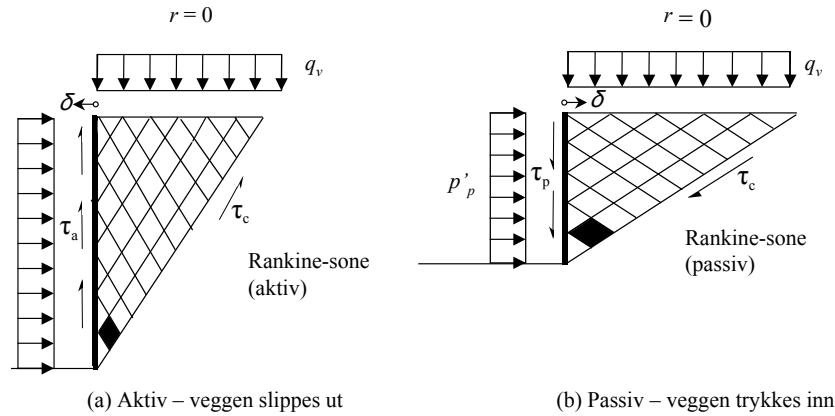
Vi har under behandlingen av spenningsfelter beskrevet Rankine, Prandtl og snittelementer. Her skal dette kombineres for å løse problemet med å beregne jordtrykk forårsaket av terrellast og jordens egenvekt. Vi skal nå ta en nærmere titt på de generelle spenningsfeltene.

VIKTIG: Under viser vi spenningsfeltene for $a\phi$ -basis. Vi får samme soner på s_u -basis, men alle de kritiske vinklene er da 45° .



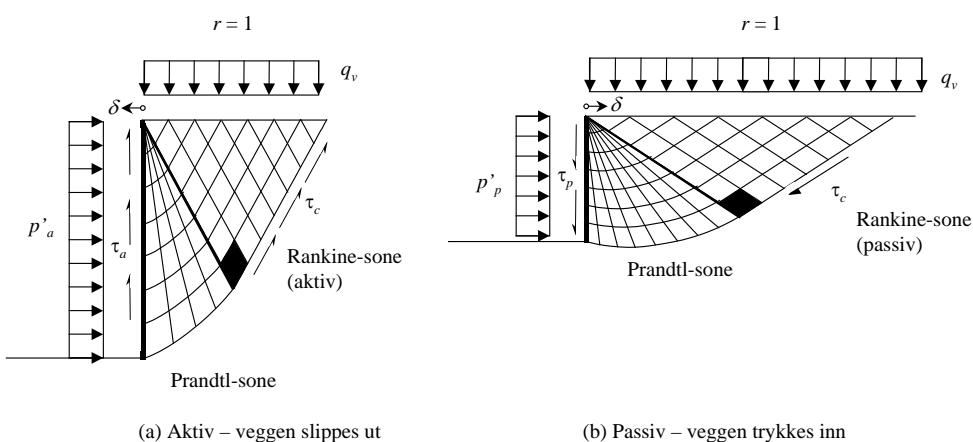
Figur 6.5: Spenningsfelter ved jordtrykk, aktiv og passiv tilstand, $r > 0$

I det følgende skal dette generelle tilfellet samt noen særtilfeller behandles. Snittelementet er på mange måter nøkkelen til å forstå denne mekanismen. Dersom det ikke er skjærspenninger på veggelen vil snittelementet ikke lenger ha et rotert spenningsfelt. De kritiske likevektselementene i snittelementet vil innstille seg vertikalt eller horisontalt og falle sammen med de tilsvarende for Rankinesonen. Åpningsvinkelen i Prandtlsonen vil gå mot 0 og snittelementet vil inngå i Rankinesoner som har fått større utstrekning. Dette er et tilfelle der ruhetsforholdet $r = 0$:



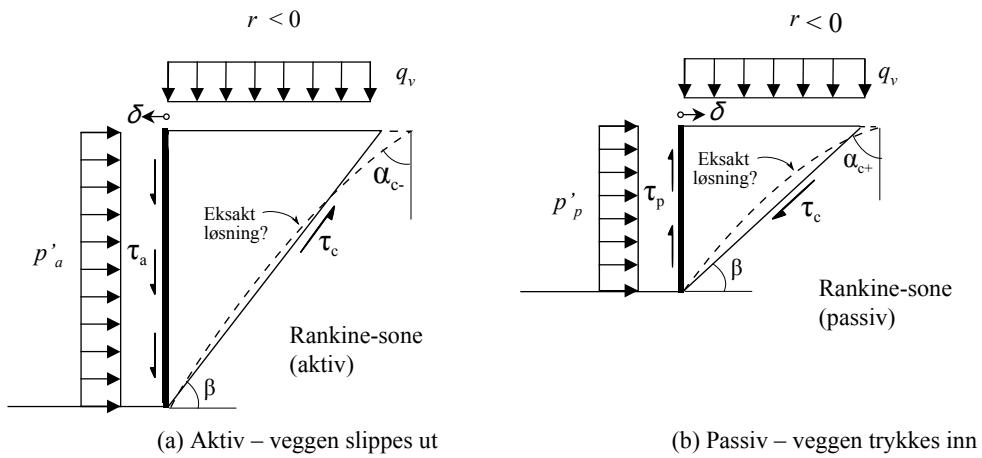
Figur 6.6: Spenningsfelter ved jordtrykk, aktiv og passiv tilstand, spesialtilfelle $r = 0$.

Dersom skjærspenningene mellom veggelen og jorda øker vil snittelementet rotere ytterligere og Prandtlsonen vil øke sin åpningsvinkel. I grensetilfellet vil Prandtlsonen åpnes så mye at den største strålen blir vertikal. Da er snittelementet av størrelse 0 og de kritiske likevektselementene som ligger langs veggelen er orientert slik at et kritisk plan er orientert i samme retning som veggelen. Denne situasjonen beskrives ved at ruhetsforholdet er $r = 1.0$ og τ_a eller τ_p virker da på kritisk plan og er lik τ_c .



Figur 6.7: Spenningsfelter ved jordtrykk, aktiv og passiv tilstand, spesialtilfelle $r = 1$.

Noen ganger kan ytre laster eller påførte bevegelser føre til at veggene beveger seg motsatt retning av det "naturlige". Da vil skjærspenningene skifte retning og det oppstår negativ ruhet. Det eksisterer ingen eksakt løsning for $r < 0$ og sonekombinasjonen vi har presentert for positiv ruhet er ikke lengre mulig. Vi tilnærmer derfor med plan skjærflate. Når $r \rightarrow -1$ vil β nærme seg 90 grader.

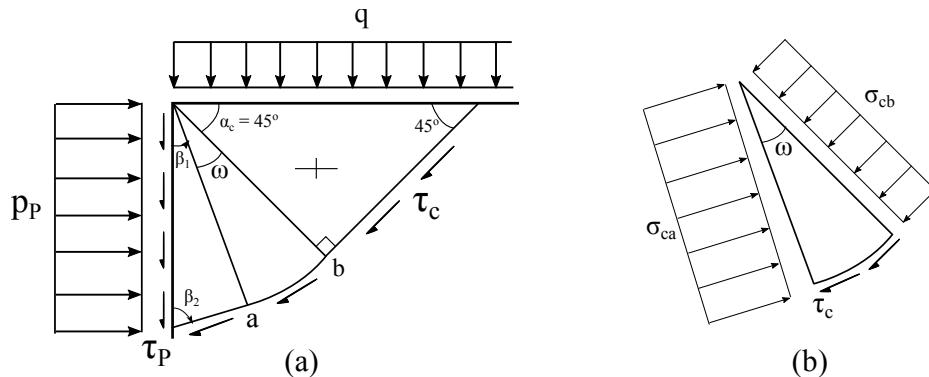


Figur 6.8: Spenningsfelter ved jordtrykk, aktiv og passiv tilstand, $r < 0$

6.4.2 Utlendning av jordtrykkskoeffisienten for s_u -analyse

Ruhetsforhold $r > 0$

Jordtrykkoeffisienten for s_u -analyse κ utledes ved å betrakte spenninger og vinkler fra spenningsfeltet i Mohrs sirkel. Vi ser først på PASSIVT jordtrykk:

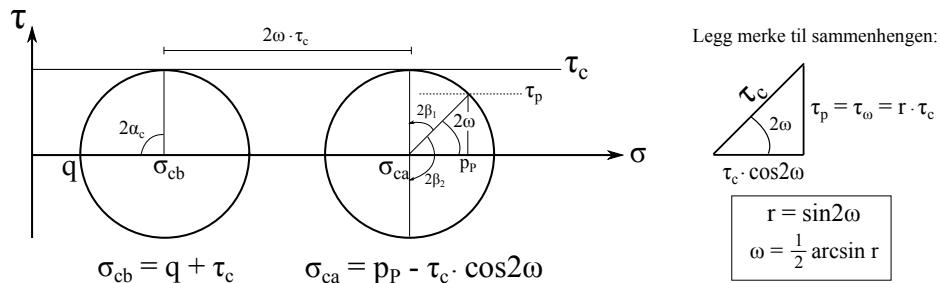


Figur 6.9: (a) Spenningsfelt for passivt jordtrykk, (b) krefter på Prandtl-sonen

Momentlikevekt om Prandtl-sonen gir oss sammenhengen mellom σ_a og σ_b (utledet i kapittel 5):

$$\sigma_{ca} = \sigma_{cb} + 2\omega\tau_c \quad (6.1)$$

Ved hjelp av Mohrs sirkel kan vi utlede nye uttrykk for σ_a og σ_b . Vi finner også igjen vinklene i spenningsfeltet.



Figur 6.10: Mohrs sirkel for passivt jordtrykk

Bruker de nye uttrykkene for σ_a og σ_b i ligning 6.1 og får følgende:

$$p_P - \tau_c \cdot \cos 2\omega = q + \tau_c + 2\omega\tau_c$$

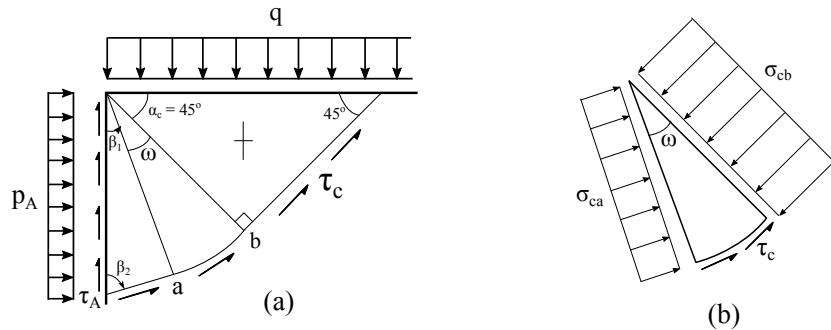
$$p_P = q + (2\omega + 1 + \cos 2\omega) \cdot \tau_c$$

$$p_P = q + \kappa \cdot \tau_c$$

hvor

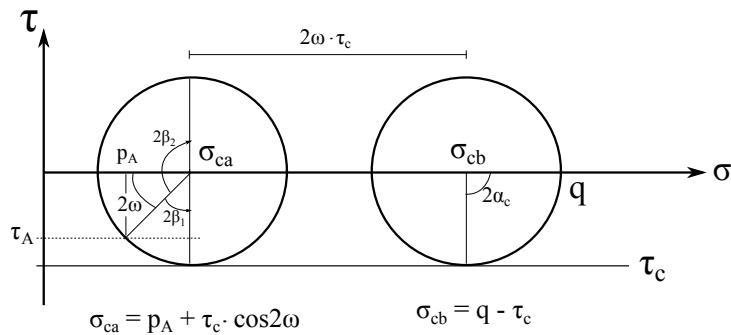
$$\kappa = 2\omega + 1 + \cos 2\omega$$

Vi kan gjøre tilsvarende betraktning for AKTIVT jordtrykk:



Figur 6.11: (a) Spenningsfelt for aktivt jordtrykk, (b) krefter på Prandtl-sonen

Legg merke til at størrelsen på spenningene og retningen på skjærkraftene nå har endret seg.



Figur 6.12: Mohrs sirkel for aktivt jordtrykk

τ_A er negativ fordi retningen på skjærkraftene langs veggen går MED klokka. Benytter oss igjen av ligning 6.1, men legg merke til fortegnsskiftet. Dette kommer tydelig frem i Mohrs sirkel.

$$\sigma_{ca} = \sigma_{cb} - 2\omega\tau_c$$

$$p_A + \tau_c \cdot \cos 2\omega = q - \tau_c - 2\omega\tau_c$$

$$p_A = q - (2\omega + 1 + \cos 2\omega) \cdot \tau_c$$

$$p_A = q - \kappa \cdot \tau_c$$

Ut ifra dette får vi et eksakt og generelt uttrykk for jordtrykk:

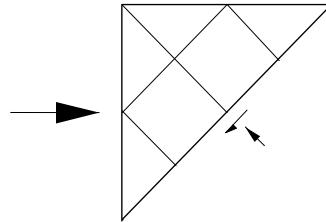
$$p_P = p_v \pm \kappa \tau_c$$

med

$$\kappa = 2\omega + 1 + \cos 2\omega$$

Ruhetsforhold $r = 0$

Et spesialtilfelle er at det ikke er noen skjærspenninger på veggen i det hele tatt. Da er $r = 0$ og sonegeometrien blir veldig enkel:



Figur 6.13: Passivt jordtrykk, $r = 0$.

Figur 6.13 viser sonegeometrien for passivt jordtrykk, men geomtrien vil være lik for aktivt jordtrykk også. Jordtrykkskoeffisienten blir da:

$$r = 0 \Rightarrow \omega = 0$$

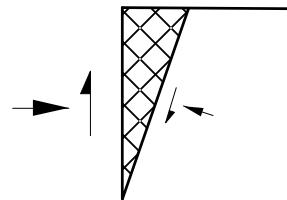
$$\kappa = 2 \cdot 0 + 1 + \cos 0 = 2$$

$$p_A^P = p_v \pm 2 \cdot \tau_c$$

At sonegeometrien må bli som i figur 6.13 kan forklares vha hovedspenninger:

Ved passivt jordtrykk vil veggen trykkes inn mot jorden. Et stykke fra veggen må dermed største hovedspenning stå horisontalt. Dersom det ikke er noen tvang på veggen i vertikalretningen vil det ikke oppstå noen resulterende vertikal skjærspenning, normalspenningen(jordtrykket) mot veggen blir dermed største hovedspenning. Skjærsongeometriken er enkel i et slikt tilfelle, det blir en passiv Rankine-sone med den vertikale effektive overlagringen som minste hovedspenning og jordtrykket mot veggen som største hovedspenning

Negativt ruhetsforhold, $r < 0$



$$r < 0$$

Figur 6.14: Passivt jordtrykk, $-1 < r < 0$.

For passivt jordtrykk vil man få negativ ruhet dersom veggen trekkes opp samtidig som den skyves inn mot jorden. For aktivt jordtrykk må man trykke veggen ned samtidig

som man drar veggens utover. Eksempler er vist i figur 6.4. Da vil skjærspenningene langs veggens snu slik at man får negativ ruhet.

Analytisk løsning for spenningsfeltet på sluttet form finnes ikke. Tilfellet kan tilnærmedes ved å bruke løsning for plane skjærflater, Kapittel 2. Kritisk skjærflate blir brattere enn for $r = 0$, "skjærsonen" blir derfor ganske trang og tilnærmingen med en plan skjærflate blir derfor ikke så god, figur 6.14. Plan skjærflate gir løsningen

$$p_A = p_v \pm \kappa \tau_c \quad (6.2)$$

der

$$\kappa = 2 \cdot \sqrt{1 + r}$$

Alternativ utledning for $r \geq 0$

Vi kan også utlede κ vha ligningene i tabell 4.3, slik at κ uttrykkes vha f_ω . Åpningsvinkelen i Prandtl-sonen blir lik dreiningen av største hovedspenning i den skrå Rankine-sonen, altså lik ω . Da er:

$$\begin{aligned} \sigma_h &= q + \tau_c + 2 \cdot \omega \cdot \tau_c - \tau_c + \frac{2}{1 + f_\omega^2} \cdot \tau_c \\ p_p &= q + \kappa \cdot \tau_c \end{aligned} \quad (6.3)$$

der

$$\kappa = 2 \left(\omega + \frac{1}{1 + f_\omega^2} \right)$$

i det

$$f_\omega = \frac{1}{r} \left(1 - \sqrt{1 - r^2} \right)$$

og

$$\tan \omega = f_\omega \cdot 1.$$

Denne formelen gir også eksakt verdi av κ for $r \geq 0$. Dette uttrykket kan imidlertid tilnærmedes noenlunde nøyaktig med en modifikasjon av løsningen for plane skjærflater:

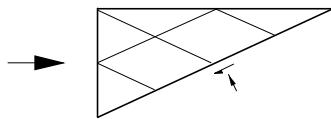
$$\kappa = 2 \cdot \sqrt{1 + \frac{2}{3} \cdot r} \quad 0 < r < 1$$

Se forøvrig forrige avsnitt. Det umodifiserte uttrykket for plane skjærflater gir for store verdier av κ for $r = 1$ ($2 \cdot \sqrt{2} = 2.83$ mot eksakt $1 + \pi/2 = 2.57$). Ved å innføre korreksjonen $2/3$ gir den forenkledede formelen $\kappa = 2 \cdot \sqrt{(1 + 2/3)} = 2.58$ for $r = 1$.

6.4.3 Utledning av jordtrykkskoeffisienter for $a\phi$ -analyse

Vær oppmerksom på at de videre hovedutledningene for $a\phi$ -basis er gjort for PASSIVT jordtrykk. Disse utledningene gjelder også for AKTIVT jordtrykk, men for negativt argument $\tan \rho$. Merk at dette også “snur” skjærspenningene i kontaktflaten der jordtrykket oppstår, se figur 6.2.

Passivt jordtrykk, ingen skjærspenninger på veggen: ruhetsforhold $r = 0$.



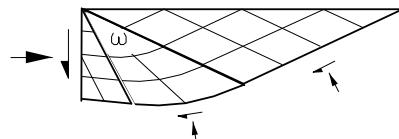
Figur 6.15: Passivt jordtrykk, $r = 0$.

Veggen trykkes inn mot jorden slik at største hovedspenning blir i horisontalretningen. For at dette skal stemme kan det heller ikke være noen vertikal skjærspenning mellom veggene og jorden. Ved en glatt vegg eller en vegg som fritt kan bevege seg opp og ned oppstår denne situasjonen og normalspenningen mot veggene (jordtrykket) blir dermed største hovedspenning. Skjærsongeometrien er enkel i et slikt tilfelle, det blir en passiv Rankine-sone med den vertikale effektive overlagringen som minste hovedspenning og jordtrykket mot veggene som største hovedspenning, figur 6.15. Da er:

$$\begin{aligned}\sigma'_1 + a &= N_+ (\sigma'_3 + a) \\ p'_P + a &= N_+ (q' + a)\end{aligned}\tag{6.4}$$

Passivt jordtrykk, oppadrettet skjærspenning på veggen: ruhetsforhold $r > 0$.

Dersom veggene samtidig trykkes nedover, eller det er en tvang på veggene som gjør at det oppstår skjærspenninger som forsøker å løfte veggene (trykker nedover på jorden) i kontaktflaten, påvirker dette spenningsfeltene slik at det “skyter” seg inn en Prandtl-sone og en skrå Rankine-sone (et snittelement) inn mot veggene. Dette er det samme som vist i figur 6.5b, og forenklet vist i figur 6.16.



Figur 6.16: Passivt jordtrykk, $r > 0$.

Åpningsvinkelen i Prandtl-sonen blir lik dreiningen av største hovedspenning i den skrå Rankine-sonen (snittelementet), altså lik ω . Da fås for spenningene på de forskjellige planene:

$$\text{Passivt Rankine: } \sigma'_{ca} + a = \frac{2 \cdot N_+}{1 + N_+} \cdot (q' + a)$$

$$\text{Prandtlsone: } \sigma'_{cb} + a = e^{2 \cdot \omega \cdot \tan \rho} (\sigma'_{ca} + a)$$

$$\text{Snittelementet: } \sigma'_h + a = \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_+}{1 + f_\omega^2 \cdot N_+} \cdot \frac{1 + N_+}{2 \cdot N_+} (\sigma'_{cb} + a)$$

Og kombinert kan vi nå sette opp:

$$\sigma'_h + a = \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_+}{1 + f_\omega^2 \cdot N_+} \cdot \frac{1 + N_+}{2 \cdot N_+} \cdot e^{2 \cdot \omega \cdot \tan \rho} \cdot \frac{2 \cdot N_+}{1 + N_+} \cdot (q' + a) \quad (6.5)$$

$$p'_P + a = K_P \cdot (q' + a)$$

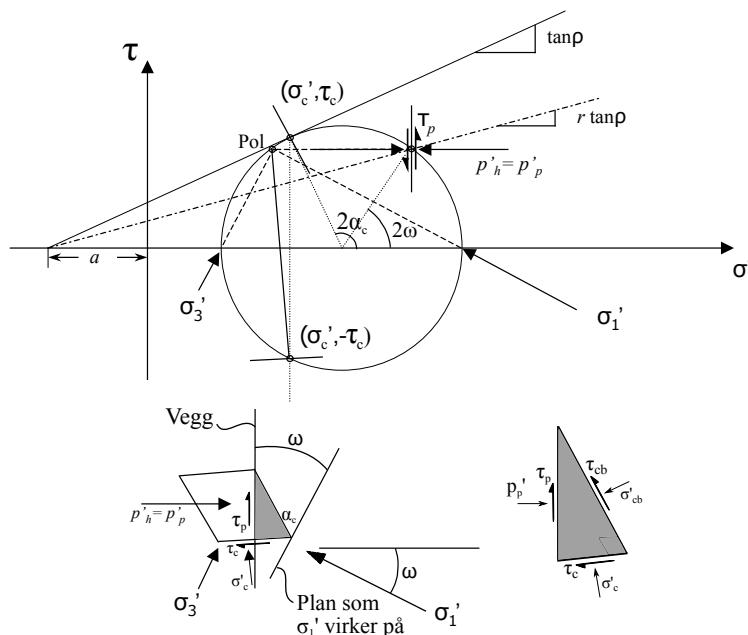
der:

$$K_P = \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_+}{1 + f_\omega^2 \cdot N_+} \cdot e^{2 \cdot \omega \cdot \tan \rho}$$

Sammenhengen mellom jordtrykkskoeffisienten og skjærsonenes geometri styres av:

1. $\tan \rho$: Hvor "sirupsnitt"-aktige blir de kritiske likevektselementene og hvordan krummer logspiralet i Prandtl-sonen?
2. Ruhetsforholdet r som bestemmer $f_\omega = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$.

Litt om ruhetsforholdet. Hvordan henger dette sammen i jordtrykksanalysen?



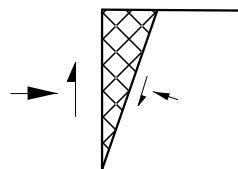
Figur 6.17: Mohrs sirkel for snittelement i passiv jordtrykksanalyse med $r > 0$.

Det kritiske elementet som er tegnet inn på figur 6.17 er et snittelement og kan for eksempel finnes igjen på figur 6.5 b) og figur 6.16. Spenningsstilstanden p'_p og τ_p virker på veggplanet, og vi ser at vi kan legge en linje med helning $r \tan \rho$ gjennom dette punktet på Mohrs sirkel. For andre plan med annen ω vil (σ', τ) -verdiene gi punkter på andre steder på Mohrs sirkel, og disse planene vil dermed få andre verdier av r .

På denne måten knyttes r unikt til spenningsstilstanden på et plan, her er vi interessert i vertikalplanet.

Maksimalverdien av r kan begrenses av om spuntflaten er ru nok til å skaffe skjærspenninger i fugen.

Passivt jordtrykk, ruhetsforhold $r < 0$



$$r < 0$$

Figur 6.18: Passivt jordtrykk, $-1 < r < 0$.

Dersom veggen trekkes opp samtidig som den skyves inn mot jorden snur skjærspenninlene langs veggen slik at de trykker veggen nedover. Denne skjærspenningsretningen er definert som negativ ruhet. Analytisk løsning for spenningsfelt på sluttet form finnes ikke. Tilfellet kan tilnærmes ved å bruke løsning for plane skjærflater, Kapittel 2. Kritisk skjærflate blir brattere enn for $r = 0$, "skjærsonen" blir derfor ganske trang og tilnærmingen med en plan skjærflate blir derfor ikke så gal, figur 6.18. Plan skjærflate gir løsningen:

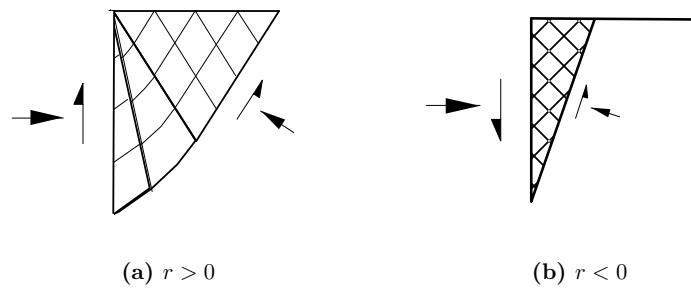
$$p'_P + a = K_P \cdot (q' + a) \quad (6.6)$$

der:

$$K_P = \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \rho} - \tan \rho \cdot \sqrt{1 + r}} \right)^2$$

Aktivt jordtrykk

Formlene utviklet under passivt jordtrykk kan brukes også for aktivt jordtrykk, med konsekvent fortegn, dvs. at verdiene for aktiv jordtrykkoeffisient fås ved å sette inn negativ verdi av $\tan \rho$ i formlene. Husk at eventuelle skjærspenninger τ_v i kontaktflaten også endrer retning i forhold til det passive tilfellet, figur 6.19



Figur 6.19: Aktivt jordtrykk, positiv ruhet til venstre, negativ ruhet til høyre

6.5 Romvektsledd

Vi har nå funnet jordtrykkskoeffisientene K_P og κ for hhv $a\phi$ -basis og s_u -basis. Vi kan nå etablere sammenhengen mellom vertikal spenninger og resulterende jordtrykk.

For $a\phi$ -analyser vil rene romvektsdominerte jordtrykkskoeffisienter avvike opptil ca. 15% fra de teoretiske koeffisientene for vektløs jord. Vi anbefaler imidlertid at man bruker koeffisientene ovenfor også for romvektsleddet. Dette gir litt for høye aktive og litt for lave passive jordtrykk dersom romvektsleddet er dominerende, altså noe konservative verdier. Jordtrykk bestemmes da slik

$$p'_P = K_P \cdot (\gamma \cdot z + q + a - u) \quad (6.7)$$

der γ = tyngdetettheten av jordmassene ned til dybde z .

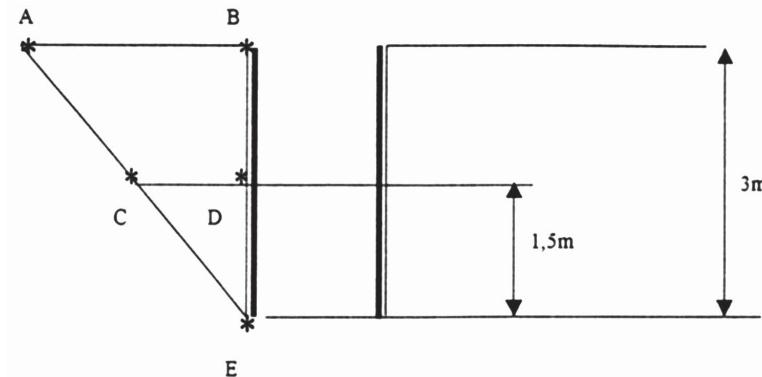
For s_u -analyser superponeres romvektsleddet $\gamma \cdot z$ direkte til løsningene ovenfor. Dette innebærer ingen tilnærming.

Jordtrykket bestemmes da slik:

$$p'_P = \gamma \cdot z + q \pm \kappa \cdot \tau_c \quad (6.8)$$

Eksempel: Spenningsfelt i s_u -analyse

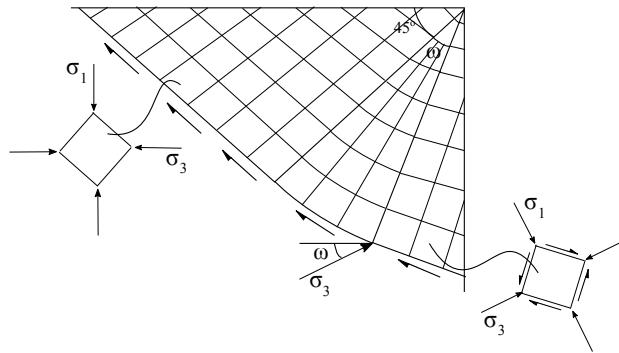
En 3 m dyp grøft i skal graves i leire som har tyngdetetthet $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$. Grøfteveggene skal være vertikale og avstivet med stållemmer. 5 punkter (A-E) er vist på figuren og vi skal i disse punktene se på spenninger, hovedspenningsplan og kritiske plan ved å benytte en s_u -analyse.



Data for leira: Tyngdetetthet $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$, udrenert skjærstyrke $s_u = 20 \text{ kPa}$.

For den generelle situasjon kan prinsippskissen under brukes. Vi har aktiv tilstand, dvs. at vertikalspenningen er større enn horisontalspenningen. Figuren viser spenningsfeltet for et ruhetforhold r som er mellom 0 og 1 og som har rotert snittelementet med en dreiningsvinkel ω . r forholder seg til ω slik:

$$\begin{aligned} r &= \sin 2\omega \\ r &= 0 \rightarrow \omega = 0 \\ r &= 1 \rightarrow \omega = 45^\circ \end{aligned}$$



Ved å anta full plastifisering og en mobiliseringsgrad $f = 0,5$ i jordtrykkssonene kan vi beregne største og minste hovedspenning samt spenningstilstanden på de kritiske plan i punktene A, B, C, D og E.

Generelt får vi:

$$\begin{aligned} f &= 0.5 & \rightarrow \tau_c = f \cdot s_u = 10 \text{ kPa} \\ \sigma_h &= \gamma z - \kappa \tau_c \\ \kappa &= 2\omega + 1 + \cos 2\omega \quad \text{for } 0 \leq r \leq 1 \\ \kappa &= 2 \cdot \sqrt{1+r} \quad \text{for } -1 \leq r \leq 0 \end{aligned}$$

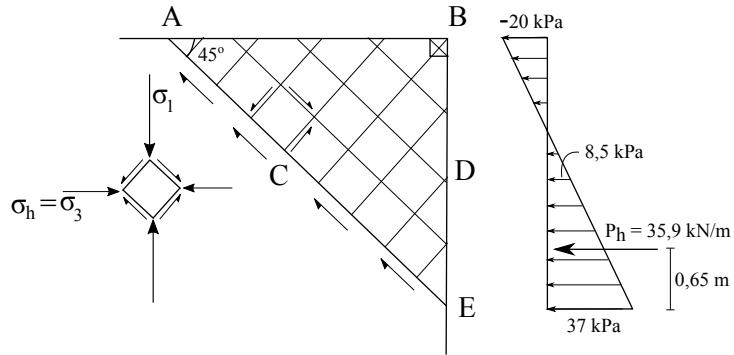
Tilfelle glatt vegg

For tilfellet med glatt vegg blir $r = 0 \rightarrow \kappa = 2 \rightarrow \omega = 0$, og vi kan regne ut følgende tabell:

Punkt	z [m]	γz [kPa]	σ_h [kPa]	σ_1 [kPa]	σ_3 [kPa]
A	0	0	-20	0	-20
C	1.5	28.5	8.5	28.5	8.5
B	0	0	-20	0	-20
D	1.5	28.5	8.5	28.5	8.5
E	3	57	37	57	37

Tabell 6.1

Opptegnet blir dette:



Den negative spenningen i toppen av profilet er et resultat av at s_u -regnemodellen ikke har noen begrensninger på trykk og strekk og behandler alle spenningstilstander likt. I praksis vil imidlertid et negativt spenningsprofil ikke bli regnet med, og den nødvendige avstivningskraft P_h beregnes ut fra de positive spenningene alene.

Overgangen fra trykk til strekk vil skje 1,94 m over bunn av utgravingen og resultanten vil angripe 0,65 m over bunnen.

Her innebærer det at den nødvendige avstivningskraft blir:

$$P_h = 1.94 \left(\frac{37}{2} \right) = 35.9 \text{ kN/m}$$

Tilfelle $r > 0$

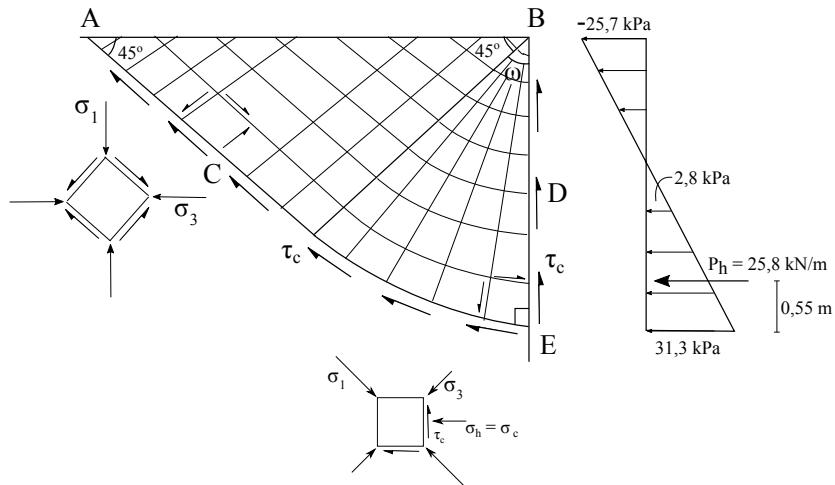
Anta nå at lemmene er meget godt understøttet i bunnen av grøfta. Horisontalstøtten er imidlertid noe ufullstendig og lemmene gir seg litt og beveger seg horisontalt slik at jorden bak synker ned i forhold til lemmene. Denne synkingen er nok til at full materialruhet $|r_m| = 1,0$ mobiliseres i vertikalfugen mellom jord og lemmar.

Vi har nå en aktiv tilstand med positivt ruhetsforhold, $r = 1 \rightarrow \kappa = 2.57 \rightarrow \omega = 45^\circ$, og en beregning av spenningene vil gi verdier som vist i tabellen nedenfor.

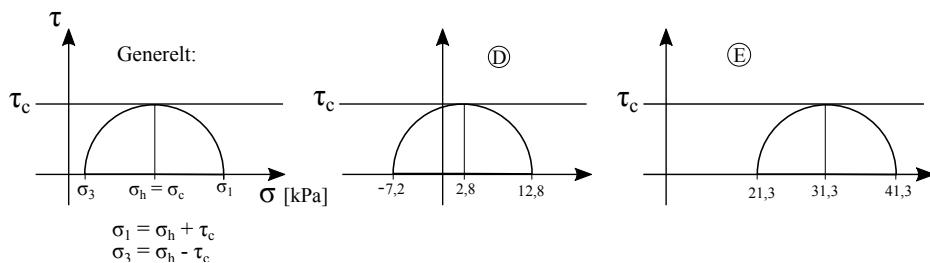
Punkt	z [m]	γz [kPa]	σ_h [kPa]	σ_1 [kPa]	σ_3 [kPa]
A	0	0	-25.7	0	-25.7
C	1.5	28.5	2.8	28.5	2.8
B	0	0	-25.7	0	-25.7
D	1.5	28.5	2.8	12.8	-7.2
E	3	57	31.3	41.3	21.3

Tabell 6.2

Tegnet opp i spenningsfelt blir dette som følger:



En opptegning av spenningstilstanden i Mohrs sirkel viser hvordan dette "henger sammen".



Her er overgangen fra strekk til trykk i spenningsfeltet 1.65 m over bunnen av utgravingen og en beregning av P_h i dette tilfellet gir:

$$P_h = 1.65 \left(\frac{31.3}{2} \right) = 25.8 \text{ kN/m} \quad (6.9)$$

Tilfelle $r < 0$

Hva skjer dersom lemmene på grunn av sin tyngde beveger seg nedover?

Vi antar nå at lemmene er meget dårlig understøttet i bunnen av grøfta mens horisontalstøtten er god. Lemmene og avstivningssystemet er tungt og lemmene synker så mye ned i forhold til jorden utenfor at full materialruhet $|r_m| = 1,0$ mobiliseres i vertikalfugten mellom jord og lemmar.

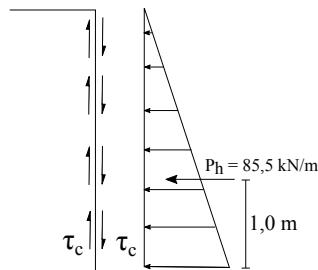
Vi har nå en aktiv tilstand med negativt ruhetsforhold, $r = -1 \rightarrow \kappa = 0$, og en beregning av spenningene vil gi verdier som vist nedenfor.

Punkt	z [m]	γz [kPa]	σ_h [kPa]	σ_1 [kPa]	σ_3 [kPa]
A	0	0	0	10	-10
C	1.5	28.5	28.5	38.5	18.5
B	0	0	0	10	-10
D	1.5	28.5	28.5	38.5	18.5
E	3	57	57	67	47

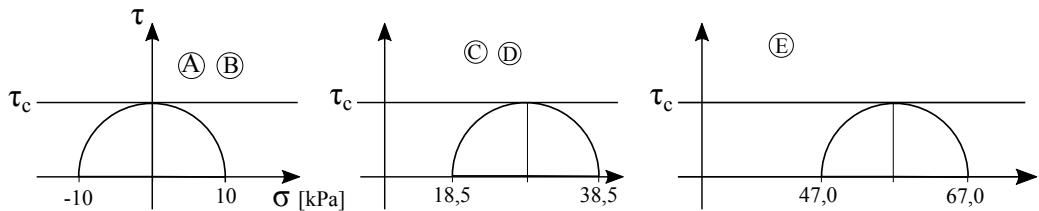
Tabell 6.3

6. JORDTRYKK

Når $r \rightarrow -1$ vil spenningsfeltet bli stadig mindre. Når $r = -1$ vil vi få motsatt rettet skjærspenninger mellom jorden og veggene. For at likevekt skal være oppfylt kan vi ikke lengre ha et spenningsfelt bak veggene, bare de kritiske skjærspenningene.



Og Mohrs sirkler for tilstanden i de forskjellige punkter er:



Hva har skjedd med P_h ? Den er nå blitt:

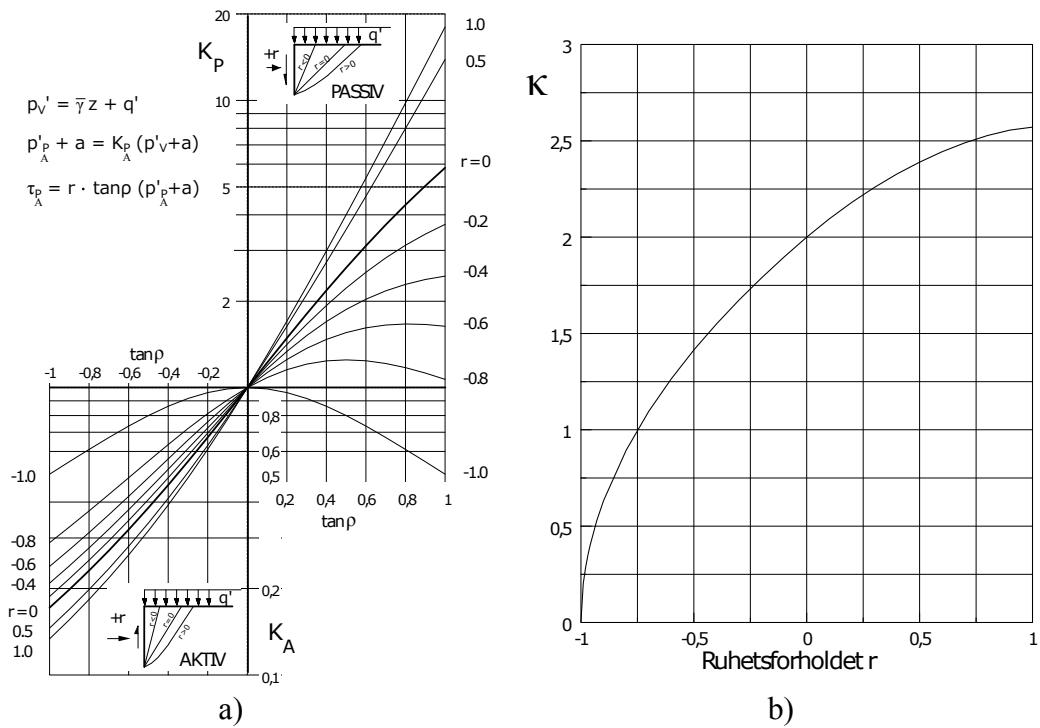
$$P_h = 0.5 \cdot 57 \cdot 3 = 85.5 \text{ kN/m} !!$$

Vi ser at avstivningskraften nå er 3-doblet i forhold til tilfellet med positivt ruhetsforhold.

6.6 Praktisk beregningsgang med diagram

Vi har tidligere utledet formler for å regne ut jordtrykkskoeffisientene K_P , K_A og κ . K_P og K_A brukes ved $a\phi$ -analyse og er kun avhengig av $\tan\phi$ og r . κ brukes ved s_u -analyse og er kun avhengig av r . For å gjøre det lettere å finne disse koeffisientene ved håndregning er det utviklet diagrammer der man lett kan lese av riktig verdi.

Diagrammene er vist i figurene under, men er gjengitt i større format i kapittel 10.



Figur 6.20: Diagram for jordtrykkskoeffisientene

For å skille mellom de “praktiske” jordtrykkberegningene og de “teoretiske” spenningsberegningene bruker vi gjerne symbolet p for jordtrykk i stedenfor spenningsbetegnelsen σ .

6.6.1 $a\phi$ -analyse

Fremgangsmåte for å beregne jordtrykkene, samt nødvendig størrelse og retning på forankringskraft.

1. Beregn total vertikal overlagring $p = \gamma \cdot z + q$ i karakteristiske dybder, skisser i diagram.
2. Beregn poretrykk u i de samme dybdene.
3. Beregn effektiv overlagring $p' = p - u$ i de samme dybdene.
4. VurdÅr hva som er aktive og passive jordsoner, vurdÅr tilhørende ruhetsverdier og fortegn.
5. VurdÅr eller beregn skjermobiliseringen $\tan \rho$ dersom mobiliseringsgraden er gitt.
6. Bestem jordtrykkoeffisienten etter diagram gitt i figur 10.7, eller ved formlene gitt foran.
7. Bestem effektive jordtrykk P'_A og τ_A (aktive eller passive):

$$P'_A + a = K_A (p'_v + a)$$

8. AddÅr poretrykkene igjen for å få de fulle jordtrykkene som virker på veggen. (Ikke glem poretrykkene! Ved aktiv jordtrykktilstand kan disse være størstedelen av påkjenningen)

$$p_A = P'_A + u$$

9. KontrollÅr at støtteveggen er i horisontal og vertikal likevekt ut fra dine forutsetninger om oppstøttingen av veggen (forankring, angrepspunkt og retning for ankerkraften). Gjør dette ved å integrere opp (numerisk) jordtrykkene til horisontale og vertikale kraftresultanter. Forenkles gjerne ved trekantbetraktninger.
-

Eksempel: Stagkraft på $a\phi$ -basis

$$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$$

$$\tan \phi = 0.5$$

$$a = 10 \text{ kPa}$$

$$f = 0.72$$

$$r = 0.5$$

$$\tan \rho = \tan \phi \cdot f = 0.36$$

$$K_P = 2.4 \text{ (Avlest i figur 10.7)}$$

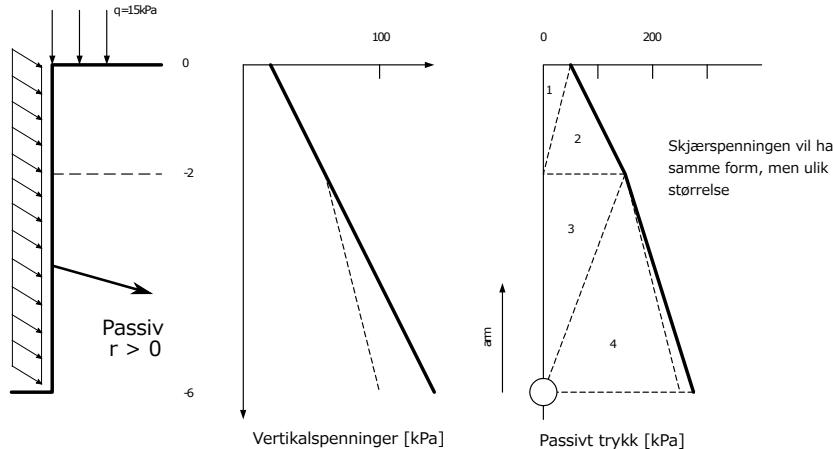
En 6 m høy vegg presses inn mot jorden og samtidig nedover. Dette gir et passivt trykk med positiv ruhet, se figur under. Grunnvannstanden ligger 2 m under terrenget. På terrenghoverflaten virker en terrenghast på 15 kPa. Vi skal bestemme nødvendig forankringskraft og retning. Gangen i utregningen er å først bestemme vertikal spenningsfordeling, så passivt trykk, så skjærspenningen. Resultantene fra normal- og skjærspenningene gir oss retning og størrelse på forankringskraften:

$z(m)$	$p_v(kPa)$	$u(kPa)$	$p'_v(kPa)$	$p'_P(kPa)$	$p_P(kPa)$	$\tau_p(kPa)$
0	15	0	15	50	50	10.8
2	55	0	55	146	146	28.08
6	135	40	95	242	282	45.36

Resultanter:

Areal nr	ΔP_h	Arm	ΔM	ΔT_v
1	50	5.33	266.67	10.8
2	146	4.67	681.33	28.8
3	292	2.67	778.67	56.16
4	564	1.33	751.98	90.72
Sum:	1052	2.36	2479	185.76

$$\Delta P_h = \frac{1}{2} \cdot p_P \cdot \Delta z \quad \Delta M = \Delta P_h \cdot \text{arm} \quad \Delta T_v = \frac{1}{2} \cdot \tau_p \cdot \Delta z$$



Resultantens størrelse:

$$\sqrt{1052^2 + 185,76^2} = 1068 \text{ kN/m}$$

Resultantens helning:

$$\arctan\left(\frac{185.76}{1052}\right) = 0.175 = 10^\circ$$

Resultantens angrepspunkt: (moment om stagets bunn)

$$\Delta M - \Delta P_h \cdot x = 0$$

$$x = \frac{\Delta M}{\Delta P_h} = \frac{2479}{1052} = 2.4 \text{ m}$$

Konklusjon: Staget skal plasseres 2,4 m over bunnen med en helning på 10° og ha en kraft på 1068 kN/m.

6.6.2 s_u -analyse

Fremgangsmåte for å beregne de totale jordtrykkene på s_u -basis, samt nødvendig størrelse og retning på anerkraft.

1. Beregn total vertikal overlagring $p = \gamma \cdot z + q$ i karakteristiske dybder, skisser i diagram
2. Vurdér hva som er aktive og passive jordsoner, vurdér tilhørende ruhetsverdier og fortegn
3. Vurdér (eller beregn, dersom mobiliseringsgraden er gitt) skjermobiliseringen $\tan \rho$
4. Bestem jordtrykkoeffisienten κ etter diagram gitt i figur 10.6, eller ved formlene gitt foran.
5. Bestem totale jordtrykk P_P og τ_P (aktive eller passive):

$$\begin{aligned} P_P &= p_v \pm \kappa \cdot \tau_c \\ \tau_P &= r \cdot \tau_c \end{aligned}$$

6. Kontrollér at støtteveggen er i horisontal og vertikal likevekt ut fra dine forutsetninger om oppstøttingen av veggene (forankring, angrepspunkt og retning for anerkraften). Gjør dette ved å integrere opp (numerisk) jordtrykkene til horisontale og vertikale kraftresultanter. Forenkles gjerne ved trekantbetraktninger.

Eksempel: Stiverkraft på s_u -basis

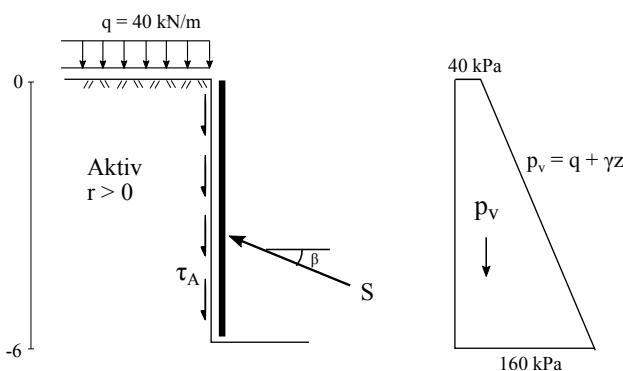
$$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$$

$$s_u = 30 \text{ kN/m}^3$$

$$F = 2$$

$$r = 0 \text{ eller } r = 0.7$$

En 6 m høy utgraving skal støttes opp av en spuntvegg og en stiver. Jorden trykker på veggene slik at vi får et aktivt jordtrykk, og en liten nedadrettet bevegelse av jorden gjør at vi får positiv ruhet. Jorda blir belastet med en ekstern last q . Bestem nødvendig stagkraft S og helning β for to ulike verdier av r .



Trenger κ i videre beregninger. Kan enten bestemmes ved avlesning av diagram 10.6 eller ved hjelp av formlene:

$$\omega = \frac{1}{2} \cdot \arcsin r$$

$$\kappa = 1 + 2\omega + \cos 2\omega$$

Får uansett:

$$\kappa_{r=0} = 2$$

$$\kappa_{r=0.7} = 2.49$$

Beregner aktivt trykk og skjærspenning for de to r' -ene:

z [m]	p_v	$r = 0$			$r = 0.7$		
		$\kappa \cdot \tau_c$	P_A	τ_A	$\kappa \cdot \tau_c$	P_A	τ_A
0	40	30	10	0	37	3	10.5
6	160	30	130	0	37	123	10.5

$$P_A = P_v - \kappa \cdot \frac{s_u}{F}$$

$$\tau_A = r \cdot \frac{s_u}{F}$$

For $r = 0$ har vi ingen skjærspenninger, dvs glatt vegg. Ingen vertikale krefter betyr at stiveren må stå horisontalt ($\beta = 0$).

$$S = S_{hor} = \frac{10 + 130}{2} \cdot 6 = 420 \text{ kN/m}$$

For $r = 0.7$ oppstår det skjærspenninger på veggen, som betyr at stiveren vil ha både horisontal og vertikal komponent. For s_u -basis vil skjærspenningen oftest være konstant, noe som gjør det enkelt å finne den vertikale resultanten.

$$S_{hor} = \frac{3 + 123}{2} \cdot 6 = 378 \text{ kN/m}$$

$$S_{vert} = 10.5 \cdot 6 = 63 \text{ kN/m}$$

$$S = \sqrt{S_{hor}^2 + S_{vert}^2} = \sqrt{378^2 + 63^2} = 383 \text{ kN/m}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{63}{378}\right) = 9.5^\circ$$

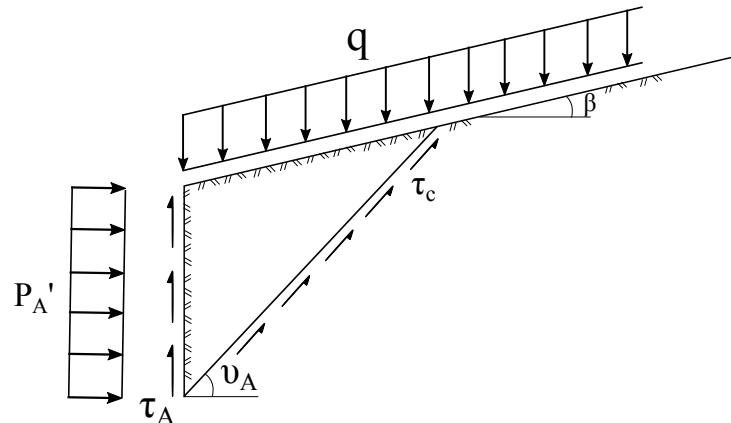
Legg merke til at det er konservativt å anta $r = 0$, da dette gir størst stiverkraft. Jo lavere r man har, jo høyere blir lasten i stiveren. I praksis vil man først velge en stiver, for så å finne ut hvor stor skjærsmobilisering man trenger. $r = 0.7$ kan være noe høyt i forhold til hva som er realistisk å klare å utnytte av tilgjengelig skjærkraft.

6.6.3 Komprimerte masser

Ved utlegging av fyllinger og tilbakefylling av grøfter og utgravninger er det ofte ønskelig å pakke massene ved komprimering (vibro-valser, vibro-plater etc.) for å minske fremtidige setninger, minske permeabilitet eller lignende. Resultatet av slik komprimering kan lett være at det blir stående store horisontalspenninger i de øvre lagene, betydelig større enn om massene hadde blitt lagt ut uten komprimering. Spesielt ved kjellermurer og støttemurer kan disse trykkene bli av vesentlig betydning for dimensjoneringen av veggene.

Målinger viser at slike "ekstretrykk" mot vanlige kjellervegger typisk er omkring 10-20 kPa og virker over den øverste 1-2 m av veggene. De varierer selvfølgelig med jordart, tilfyllingsmetode og med komprimeringssarbeid og stivhet av konstruksjonen. Målingene viser også at høye komprimeringstrykk gjerne svekkes med tiden. Motsatt viser målinger også at dersom man forsøker bevisst å lage lave aktive jordtrykk ved forsiktig tilbakefylling, øker disse gjerne med tiden. Det anbefales derfor at man normalt beregner aktive jordtrykk med en rimelig lav mobiliseringgrad, f.eks $F = 1.3$ for $a-\phi$ -analyser og $F = 1.5$ for s_u -analyser. For praktiske beregninger bør man legge til et krav om at det aktive trykket ikke kan bli mindre enn 10 til 15 kPa (mot øverste del av veggene for å dekke opp eventuell komprimering (og telettrykk?). Dette "påslaget" kan man selvfølgelig vurdere å sette lavere eller sløyfe dersom prosjekt-teamet har sterkt styring på prosjektering og utførelse.

6.6.4 Spesialtilfelle: Jordtrykk med hellende terreng, $a\phi$ -basis



Figur 6.21: Prinsippskisse for aktivt jordtrykk ved hellende terreng og plane skjærflater

Av likevekt og minimalisering mhp v har vi:

$$(P'_A + a) = K_A \left(p'_v + a \right) + \frac{s}{s - w_A} \cdot a$$

der

$$K_A = \frac{1}{[\sqrt{1 + \tan^2 \rho} \pm \tan \rho \sqrt{(1 + r)(1 - s)}]^2}$$

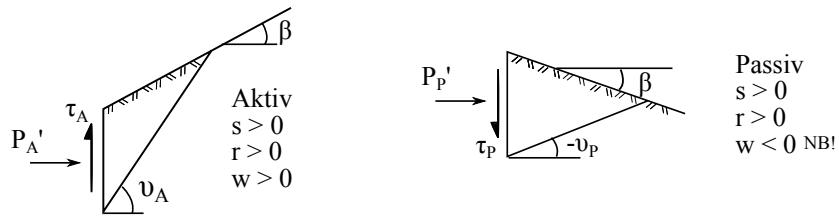
$$s = \frac{\tan \beta}{\tan \rho}$$

$$w_A = \frac{\tan v_A}{\tan \rho}$$

Legg merke til at når $\beta \rightarrow 0$ vil $s \rightarrow 0$ og uttrykket over vil gå mot K_A for flatt terren. Også for skrått terren er det laget diagrammer for jordtrykkskoeffisientene. Disse finner du bak i kap 10, figur 10.8. Helningen for det kritiske plan er gitt ved:

$$\tan v_A = \sqrt{\frac{(1-s)(1+\tan^2 \rho)}{1+r}} \mp \tan \rho$$

Fortegn er definert ved:

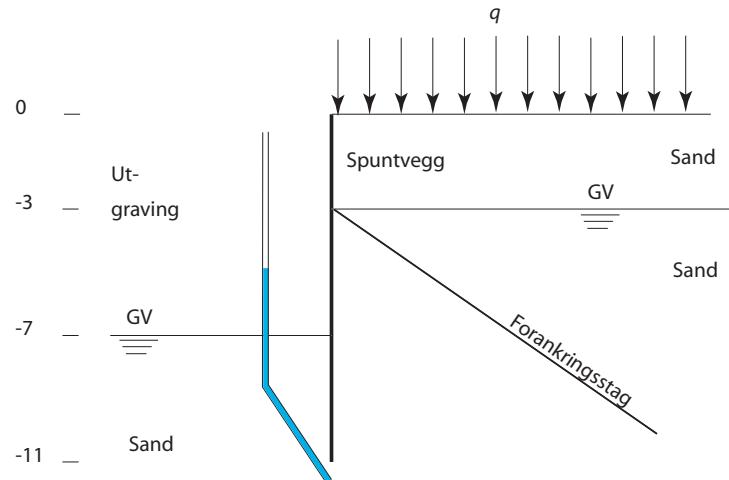


Figur 6.22: Definerte fortegn for aktivt og passivt jordtrykk

6.6.5 Eksempler

Eksempel: Jordtrykk med forankringsstag

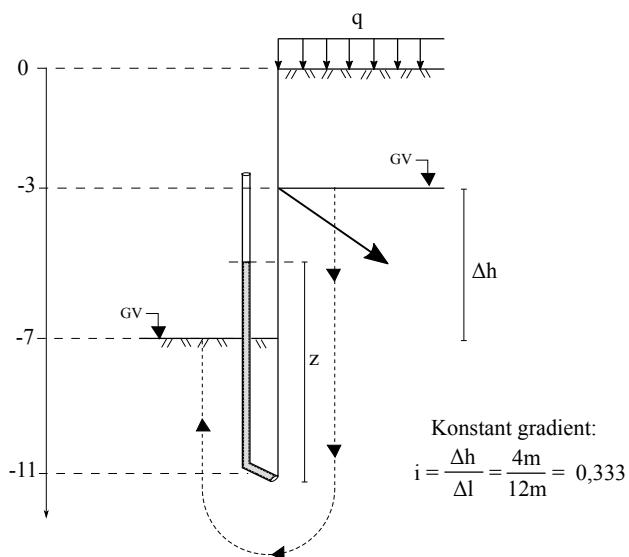
Figuren viser en spuntvegg i sand. Grunnvannet står i kote -3. Ved utgraving lenses bygge-gropa hele tiden slik at grunnvannet strømmer til inn i gropa og grunnvannstanden holdes på utgravingens nivå inne i gropa. Tilgangen på grunnvann er rikelig slik at grunnvannstanden ikke påvirkes av vanntapet. Man ønsker å grave til kote -7.



Gitte data:

Sand: $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$, $a = 5 \text{ kPa}$, $\tan \phi = 0.8$, terrenglast: $q = 10 \text{ kPa}$.

Vurder hvilket nivå vannet vil stige til i vannstandsrøret (piezometeret) som er satt ned til spuntspissnivå dersom man antar at det vil være en konstant gradient langs hele spunten (både ned og opp).



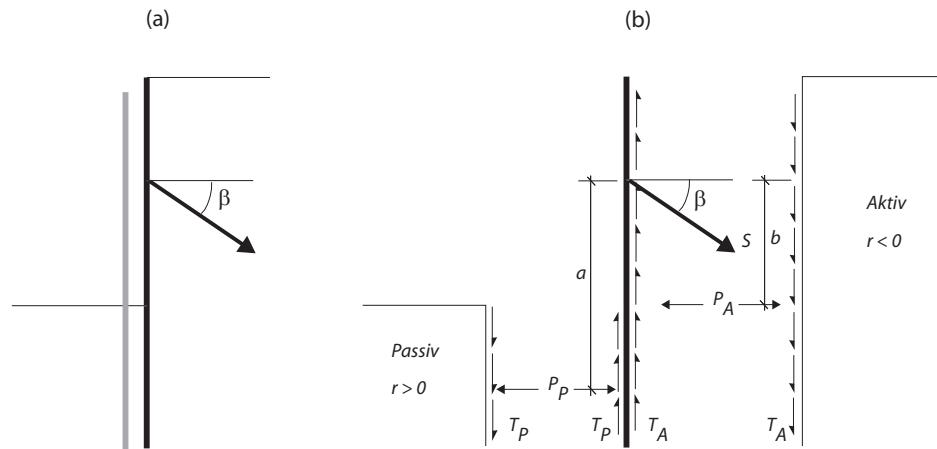
Piezometer nivået på bunnen av spunten, Z er, sett fra utgravingssiden (økende +ve grad):

$Z = 4 \text{ m} + i(\Delta l_1) = 4 + 0.333(4) = 5.33 \text{ m}$, og sett fra fyllingssiden (minkende -ve grad): $Z = 8 \text{ m} + i(\Delta l_2) = 8 - 0.333(8) = 5.33 \text{ m}$. Vi har nå kontroll over poretrykket rundt spunten, og kan benytte dette i beregninger av effektivspenninger.

Mobiliseringsgrad

Noe av det viktigste er å finne ut i hvilken grad jordens styrke $f = \tan \rho / \tan \phi$ blir mobilisert under utgravingen. For å komme videre gjøres det en antagelse om spenningstilstanden både foran og bak spuntveggen i fullt utgravd tilstand. Vi regner videre på eksempelet over og antar at ruhetsforholdet har samme størrelse $|r| = 0.5$. Vi skal om litt se at fortegnet antas motsatt.

Vi forutsetter deformasjonsmønster og likevektstilstand jfr. figur (a). På grunn av staget som spennes opp med skrå retning antas veggen å ville bevege seg nedover samtidig som den presses utover av jordtrykket. Da vil det, se figur (b), oppstå en passiv spenningsstilstand på utgravingssiden med ruhetsforhold $r > 0$, mens det på den aktive siden (baksiden) oppstår negativt ruhetsforhold. Figur (b) er delt opp i forskjellige elementer, og det er vist hvordan kreftene virker både på jorden og på veggene. P_A , P_P , T_A og T_P er normal- og skjærkraftresultanter som virker i grensesnittet mellom jord og vegg, og er et resultat av de aktive og passive normal- og skjærspenninger som virker på veggene.



Figur (b) viser nå alle krefter som virker på veggene, og det kan heretter settes opp kraftlikevekt som følger:

$$\text{Horizontal likevekt: } \sum F_H = 0 \quad S \cos \beta + P_P - P_A = 0 \quad \Rightarrow S \cos \beta = P_A - P_P$$

$$\text{Vertikal likevekt: } \sum F_V = 0 \quad S \sin \beta - T_A - T_P = 0 \quad \Rightarrow S \sin \beta = T_A + T_P$$

Momentlikevekt kan for eksempel tas om stagets angrepspunkt og gir da:

$$\sum M_0 = 0 \quad P_P a - P_A b = 0 \quad \Rightarrow P_P a = P_A b$$

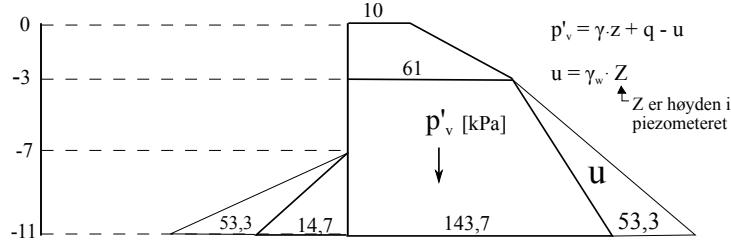
Etter disse innledende betraktninger er neste skritt å finne spenningene som virker for å kunne beregne de allerede omtalte krefter.

Uttrykkene for aktiv og passiv effektiv normalspenning og skjærspenning er:

6. JORDTRYKK

$$\left(p'_A + a \right) = K_A (p'_v + a) \text{ og } \tau_A = |r| \tan \rho \left(p'_A + a \right).$$

Det må deretter bestemme vertikalspenningsprofilen, husk bidraget fra terrenghasten q .



Beregner deretter aktive og passive spenninger for noen valgte antatte grader av mobilisering. Her er valgt å variere f fra 0.7 til 0.85. Dette trenger ikke å dekke det område som den riktige f ligger i, og i så fall vil man måtte justere sine valg av prøververdier av f .

		$f = 0.85$ $\tan \rho = 0.68$	$f = 0.8$ $\tan \rho = 0.64$	$f = 0.7$ $\tan \rho = 0.56$
	\rightarrow	$K_A = 0.35$	$K_A = 0.38$	$K_A = 0.44$
z	$p'_v + a$	$p'_v + a$	$p'_v + a$	$p'_v + a$
0	15	5.25	5.70	6.60
-3	66	23.10	25.08	29.04
-11	148.7	52.04	56.50	65.43

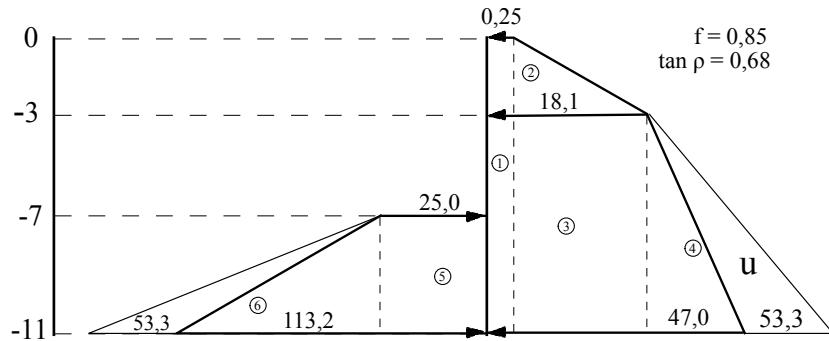
Tabell 6.4: Aktive spenninger for f fra 0.7 til 0.85, $r = -0.5$.

		$f = 0.85$ $\tan \rho = 0.68$	$f = 0.8$ $\tan \rho = 0.64$	$f = 0.7$ $\tan \rho = 0.56$
	\rightarrow	$K_P = 6$	$K_P = 5.5$	$K_P = 4.4$
z	$p'_v + a$	$p'_v + a$	$p'_v + a$	$p'_v + a$
-7	5	30.0	27.5	22.0
-11	19.7	118.2	108.3	86.7

Tabell 6.5: Passive spenninger for f fra 0.7 til 0.85, $r = +0.5$.

Før vi kan vurdere krefter og momenter i spunten må vi beregne de totale spenningene som virker horisontalt på veggen ved å legge til poretrykket, $p_P = p'_P + u$ og $p_A = p'_A + u$. Legg merke til at $a = 5$ kPa nå blir trukket fra.

Dette er vist for $f = 0.85$. De forskjellige delene av spenningsfeltene er nummerert for senere bruk, og spenningsverdiene er oppgitt for hvert felt slik at det skal bli enklere å regne ut resultanten P (se neste side). Merk at nr 4 og nr 6 inkluderer vanntrykket.



Ved å beregne momenttilstanden for de forskjellige gradene av mobilisering kan vi finne den f der spenningene gir momentlikevekt.

Dette gjør vi ved å beregne momentet om angreppspunktet til staget (kote -3). Her gir staget ingen bidrag til momentet, så vi slipper å ta det med. Ved å beregne kraft pr løpemeter fra hvert nummererte spenningsfelt finner vi den tilhørende momentarm og kan beregne momentet.

Merk at vi har foreløpig ikke brydd oss om å tilfredsstille vertikal eller horisontal kraftlikevekt. Dette kommer når vi skal finne stagkraften.

Element nummer	P [kN/M]	Momentarm [m]	Moment-bidrag fra aktiv [kNm/m]	Moment-bidrag fra passiv [kNm/m]
1	2.75	2.50	6.87	
2	26.77	-1.00	-26.77	
3	142.80	4.00	571.20	
4	328.96	5.33	1753.36	
5	100.00	-6.00	-600.00	
6	283.00	-6.67	-1887.61	
			2304.66	-2487.61

Tabell 6.6: Momentbidrag for $f = 0,85$

Element nummer	P [kN/M]	Momentarm [m]	Moment-bidrag fra aktiv [kNm/m]	Moment-bidrag fra passiv [kNm/m]
1	7.70	2.50	19.25	
2	29.07	-1.00	-29.07	
3	155.04	4.00	620.16	
4	338.88	5.33	1806.23	
5	90.00	-6.00	-540.00	
6	268.20	-6.67	-1788.89	
			2416.57	-2328.89

Tabell 6.7: Momentbidrag for $f = 0,80$

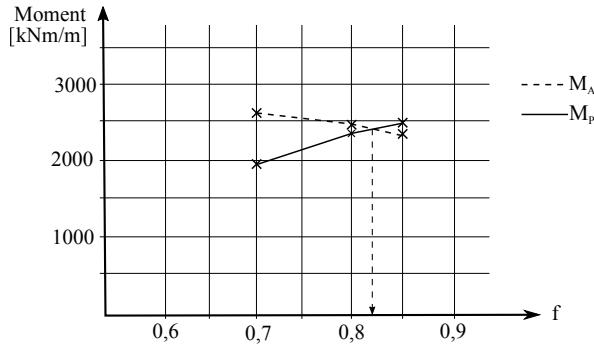
6. JORDTRYKK

Element nummer	P [kN/M]	Momentarm [m]	Moment- bidrag fra aktiv [kNm/m]	Moment- bidrag fra passiv [kNm/m]
1	17.60	2.50	44.00	
2	33.66	-1.00	-33.66	
3	179.52	4.00	718.08	
4	358.76	5.33	1912.19	
5	90.00	-6.00		-408.00
6	268.20	-6.67		-1574.12
			2640.61	-1982.12

Tabell 6.8: Momentbidrag for $f = 0,70$

Vi ser fra tabellene over momentberegning allerede her at for mobiliseringsgrader rundt 0.8 vil summen av momenter bli omrent 0.

Ved å sammenstille informasjonen kan vi finne en nøyaktigere verdi for den mobiliseringsgrad som gir null moment.



Ved hjelp av interpolering ser vi at $f \approx 0.82$ vil gi $M_A = M_P$, og vi har altså momentlikevekt om staget. Mer nøyaktige analyser gir oss $f = 0.815$.

Horisontal forankringskraft

Hvor stor horisontal kraft må forankringen kunne ta? Hva med vertikal komponent? For å kunne svare på dette må vi ”regne oss tilbake”. Vi antar fremdeles at $|r| = 0.5$ og har tidligere funnet mobiliseringsgraden. Kan derfra finne mobilisert friksjon $\tan \rho$.

$$f = 0.815 \rightarrow \tan \rho = f \cdot \tan \phi = 0,815 \cdot 0,8 = 0.652$$

Fra dette finner vi aktive og passive jordtrykkskoeffisienter fra diagrammene:

$$\tan \rho = 0.652, r = -0.5 \rightarrow K_A = 0.37$$

$$\tan \rho = 0.652, r = 0.5 \rightarrow K_P = 5.6$$

Spenningsstilstanden på aktiv side: $(p'_A + a) = K_A (p'_v + a)$, $\tau_A = |r| \cdot (p'_A + a) \tan \rho$

z m	$p'_v + a$ [kN/m ²]	$p'_A + a$ [kN/m ²]	τ_A [kN/m ²]
0	15	5,55	1,81
-3	66	24,42	7,96
-11	148,7	55,02	17,94

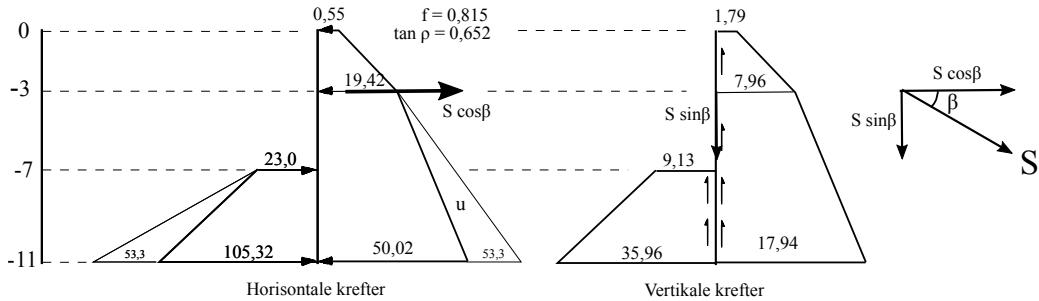
 Tabell 6.9: Aktive normal- og skjærspenninger for $f = 0,815$

Tilsvarende for passiv side: $(p'_P + a) = K_P (p'_v + a)$, $\tau_P = |r| \cdot (p'_P + a) \tan \rho$

z m	$p'_v + a$ [kN/m ²]	$p'_P + a$ [kN/m ²]	τ_P [kN/m ²]
7	5	28,00	9,13
11	19,7	110,32	35,96

 Tabell 6.10: Passive normal- og skjærspenninger for $f = 0,815$

Den endelige spenningsfordeling på aktiv og passiv side blir deretter som følger:



Dersom er beregner og summerer opp horisontale og vertikale krefter fra dette spenningsprofilen får:

$$\begin{aligned} \text{Horisontal likevekt} \\ S \cos \beta &= P_A - P_P \\ &= 157.7 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Vertikal likevekt} \\ S \sin \beta &= T_A + T_B \\ &= 208.4 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Vi har her antatt at spuntveggens egenvekt oppveies av motstanden under spuntens spiss, og sier derfor at stagetskraftens horisontal og vertikal-komponent er lik resultant-kreftene fra jorda.

$$S = \sqrt{157.7^2 + 208.4^2} = 261.34 \text{ kN/m}$$

Stagets helning

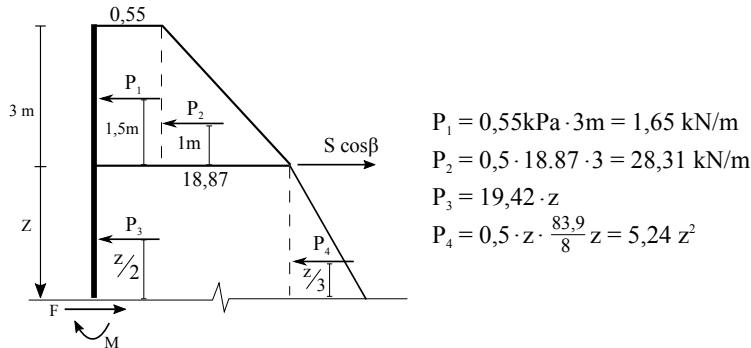
Med de ovenstående antagelser kan vi regne ut kraftens helning, dvs. hvor skrått må staget installeres.

$$\frac{S \sin \beta}{S \cos \beta} = \frac{208.4}{157.7} = 1.32 \Rightarrow \beta = 52.9^\circ$$

Krefter og momenter i spuntveggen

Vi ønsker å finne maksimalt moment i spunten. Dette finnes lettest ved å beregne skjærkraften langsetter spunten. Der hvor skjærkraften er 0 har momentkurven et maks/min-punkt.

Vi betrakter horisontalkraftdiagrammet over og snitter mellom der staget treffer og bunnen:



Med basis i horisontalspenningsdiagrammet kan følgende uttrykk for beregning av skjærkraft og moment i spuntveggen settes opp:

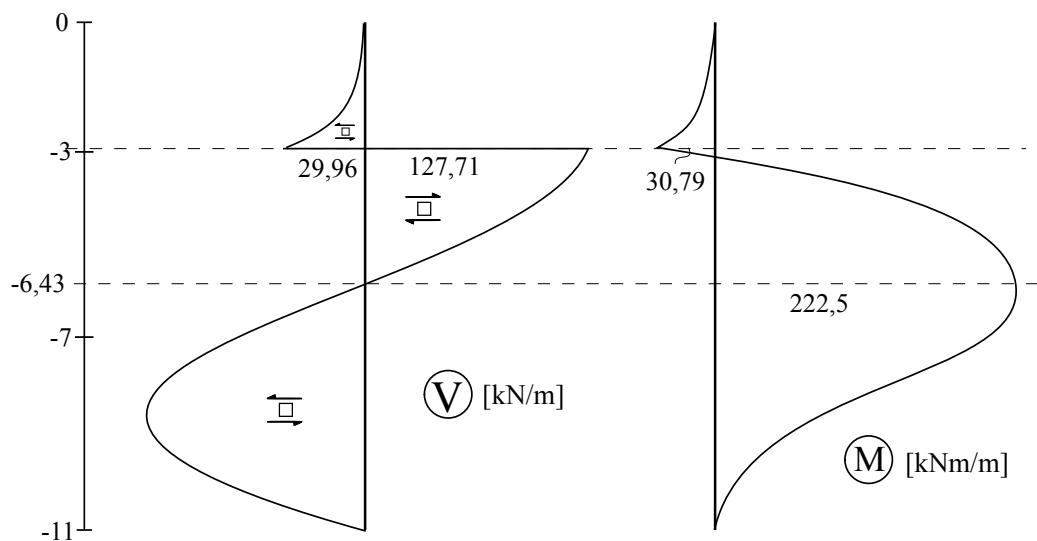
$$\begin{aligned}
 \text{Skjærkraft } V &= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 - S \cos \beta \\
 &= 1,65 + 28,31 + 19,42z + 5,24z^2 - 157,67 \\
 &= -127,71 + 19,42z + 5,24z^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Moment } M &= P_1(1,5 + z) + P_2(1 + z) + P_3\left(\frac{z}{2}\right) + P_4\left(\frac{z}{3}\right) - S \cos \beta \cdot z \\
 &= 1,65(1,5 + z) + 28,31(1 + z) + \frac{19,42}{2}z^2 + \frac{5,24}{3}z^3 - 157,67z
 \end{aligned}$$

Når en skal tegne moment- og skjærkraftdiagram for hånd trengs det ikke nøyaktige beregninger, men det er et par punkter kjent fra mekanikken som er viktige å få med seg:

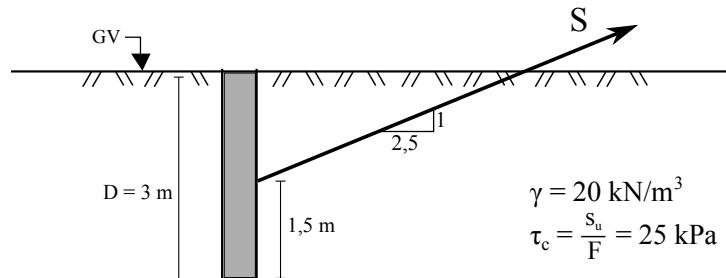
- Der skjærkraften er null har momentet sitt maks. Dette punktet bør finnes.
- Man skal finne igjen horisontal stagkraft i skjærkraftdiagrammet.
- Momentet skal være null i topp og bunn.
- Skjærkraften skal være null i topp og bunn så lenge ingen ekstern kraft angriper her.

For vår vegg kan vi finne at $V(z) = 0$ når $z = 3,42$ m. Dvs på dybde 6,42 m. Ved å sette dette inn i uttrykket for M får vi at $M_{max} = M(3,42) = -222,5 \text{ kNm/m}$. Vi kan også enkelt regne ut $V(0)$ og $M(0)$, og da har vi nok til å skissere moment- og skjærkraftdiagrammene. Finner du igjen stagkraften?

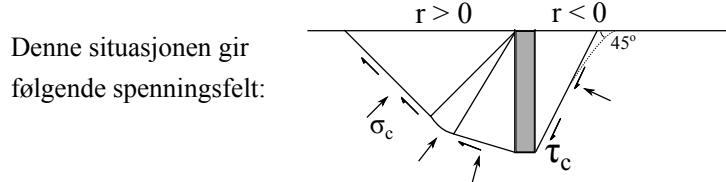
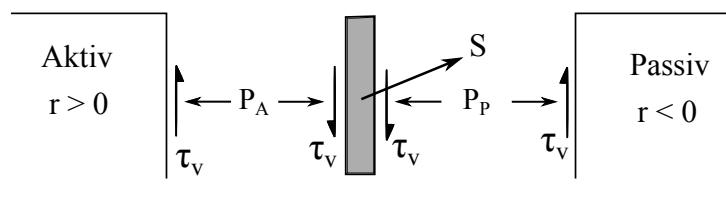


Eksempel: Vertikal ankervegg, s_u -basis

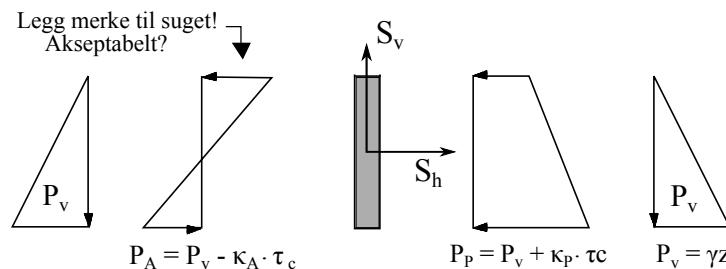
Et 3 m dypt anker dras opp og ut ved hjelp av et stag plassert på midten av ankeret. Hvor mye kraft kan vi dra med før ankeret vil dras ut, dvs hva er ankerkapasiteten S ?



Jorda på venstre side vil bevege seg nedover ift ankerveggen slik av vi får aktivt jordtrykk med positiv ruhet. På høyre side vil vi få passivt jordtrykk, men ettersom ankeret dras oppover vil vi få negativ ruhet her:



Både størrelsen til r og stagkraften er ukjent. Med to ukjente må vi iterere oss frem til riktig løsning. Betrakter horisontal og vertikal likevekt:



$$S_h = (P_P - P_A) \cdot D = (\kappa_P + \kappa_A) \tau_c D$$

$$S_v = 2 \cdot \tau_v \cdot D = 2r \tau_c D$$

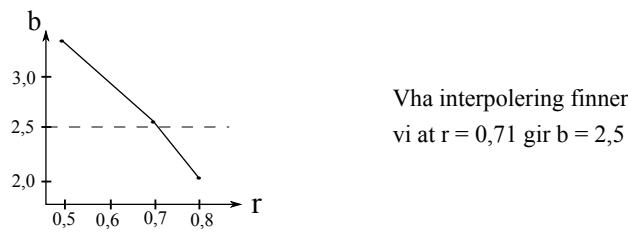
$$S_h = (\kappa_p + \kappa_a) \tau_c \cdot D$$

$$S_v = \frac{S_h}{2\tau_c \cdot D}$$

$$\frac{S_h}{S_v} = \frac{b}{1} \rightarrow b = \frac{(\kappa_p + \kappa_a)}{2r}$$

Vi ønsker å finne en r som gir $b = 2,5$:

r	κ_p ($r < 0$)	κ_a ($r > 0$)	b
0,5	1,41	2,38	3,79
0,7	1,10	2,48	2,56
0,8	0,9	2,52	2,14



Fra diagram 10.6 eller formler gitt i 6.4.2 finner vi at $\kappa_a = 2,50$ og $\kappa_p = 1,08$. Vi kan nå regne ut ankerkapasiteten S :

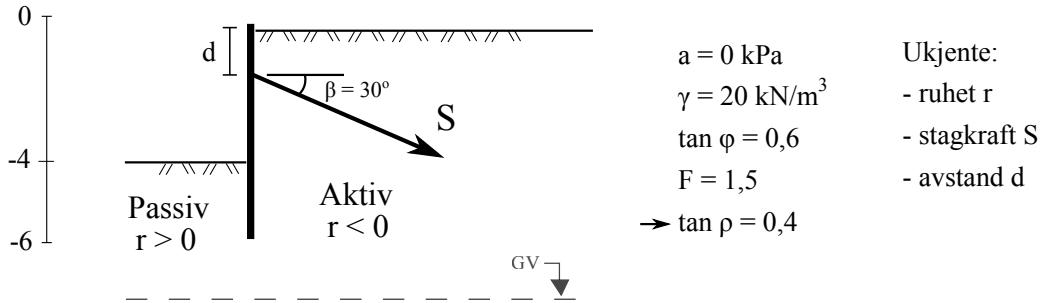
$$S_h = (1,08 + 2,50) \cdot 25 \cdot 3 = 269 \text{ kN}$$

$$S_v = 2 \cdot 0,71 \cdot 25 \cdot 3 = 107 \text{ kN}$$

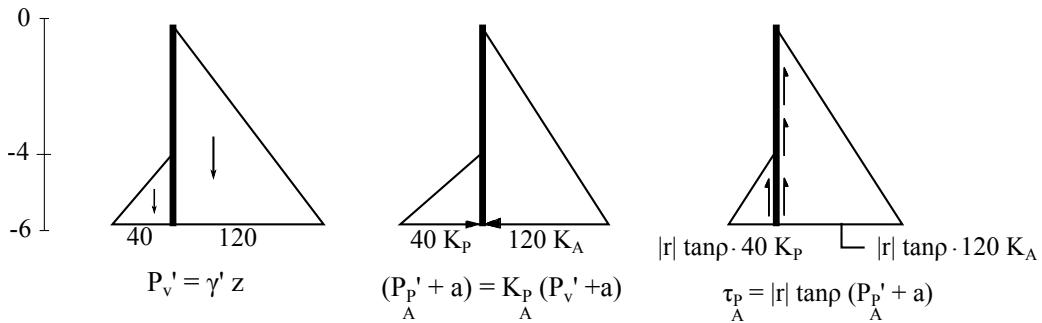
$$S = \sqrt{269^2 + 107^2} = 289 \text{ kN}$$

Legg merke til at $\kappa_a \gg \kappa_p$, som vil si at den aktive siden gir mye større bidrag til ankerkapasiteten enn den passive.

Eksempel: Iterativ bestemmelse av ruhet r , S og d $a\phi$ -analyse



Må først bestemme vertikalspenningene for så å finne uttrykk for jordtrykkene. "Heldigvis" er $a = 0$, slik at uttrykkene kan forenkles.



Jordtrykksresultantene [kN/m]:

$$\begin{aligned} P_A &= \frac{1}{2}(120 \cdot K_A) \cdot 6 = 360 \cdot K_A \\ P_P &= \frac{1}{2}(40 \cdot K_P) \cdot 2 = 40 \cdot K_P \\ T_A &= \frac{1}{2}(120 \cdot K_A |r| \tan \rho) \cdot 6 = 144 \cdot K_A |r| \\ T_P &= \frac{1}{2}(40 \cdot K_P |r| \tan \rho) \cdot 2 = 16 \cdot K_P |r| \end{aligned}$$

Alle resultantene er funksjoner av ukjent r og kjent $\tan \rho$. Sum av krefter både horisontalt og vertikalt skal være null. Det gir oss følgende:

$$\frac{S \cos \beta}{S \sin \beta} = \frac{P_A - P_P}{T_P + T_A} \rightarrow T_P + T_A = \tan \beta (P_A - P_P)$$

Setter inn uttrykkene for resultantene:

$$16 \cdot K_P |r| + 144 \cdot K_A |r| = 0,577(360 \cdot K_A - 40 \cdot K_P)$$

Prøver å få ligningen tilfredsstilt ved å teste ulike verdier for r :

	$r = 0,5$	$r = 0,3$	$r = 0,4$
K_A	0,55	0,50	0,52
K_P	2,70	2,50	2,56
H. side	52	46	47
V. side	61	34	47

Trenger ikke å interpolere ettersom vi traff ganske godt med $r = 0,4$. Kan nå regne ut korrekt verdi for jordtrykkene:

$$P_A = 360 \cdot K_A = 360 \cdot 0,52 = 187 \text{ kN/m}$$

$$P_P = 40 \cdot K_P = 40 \cdot 2,65 = 106 \text{ kN/m}$$

Finner stagkrefaten vha horisontal likevekt:

$$S = \frac{P_A - P_P}{\cos \beta} = \frac{187 - 106}{\cos 30^\circ} = 94 \text{ kN/m}$$

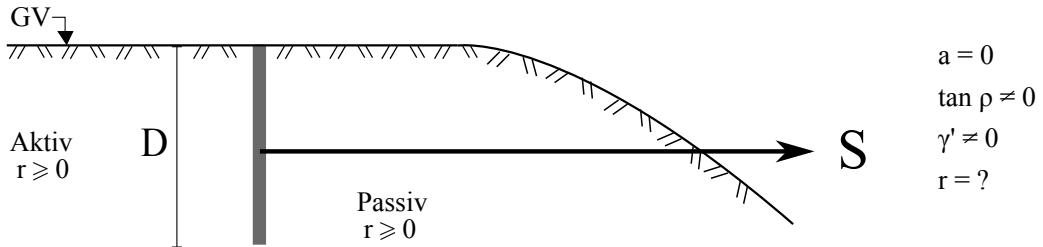
Tar momentlikevekt om toppen av veggen for å finne angrepspunktet til staget:

$$\sum M_{topp} = 0 \Rightarrow d \cdot S \cos \beta (4 \text{ m} + 0,67 \cdot 2 \text{ m}) \cdot P_P - (0,67 \cdot 6 \text{ m}) \cdot P_A = 0$$

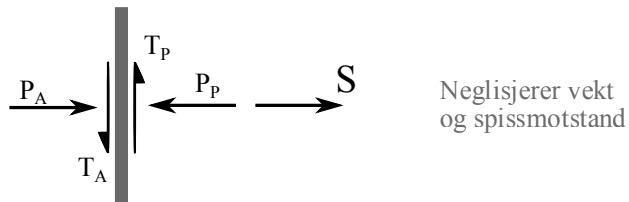
Løser for d, avstanden fra toppen av veggen og ned til staget:

$$d = \frac{4 \text{ m} \cdot P_A - 5,33 \text{ m} \cdot P_P}{S \cos \beta} = 2,24 \text{ m}$$

Eksempel: Anker med horisontalt stag



Horisontalt stag tilsvarer basistilfallet. Vi har da følgende krefter på på ankeret:



$$P_A = \frac{1}{2} \cdot D \cdot p'_A = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \gamma' D K_A$$

$$P_P = \frac{1}{2} \cdot D \cdot p'_P = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \gamma' D K_P$$

$$T_A = r \tan \rho \cdot P_A$$

$$T_P = r \tan \rho \cdot P_P$$

Har antatt $|r| = |r_A| = |r_P|$. Se forrige eksempel for mer utfyldende utregninger.

Vertikal likevekt:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_A = T_P \Rightarrow r P_A = r P_P$$

Horisontal likevekt:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow S = P_P - P_A \neq 0 \Rightarrow P_P \neq P_A$$

For at både horisontal og vertikal likevekt skal være oppfylt må $r = 0$. Vi kan dermed regne ut stagkraften S :

$$S = P_P - P_A = \frac{1}{2} \gamma' D^2 \cdot (K_P - K_A)$$

Uttrykt ved hovedspenningstallet $N_+ = \tan^2(\alpha_{c+})$:

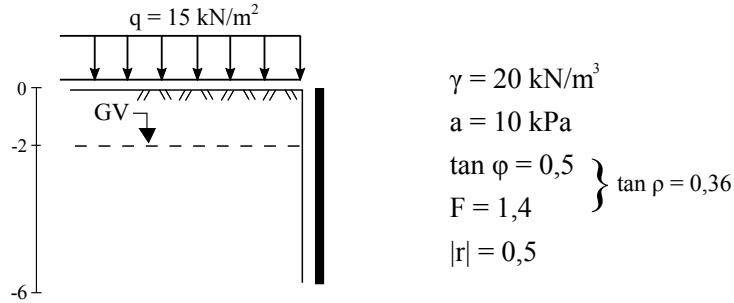
$$K_P = N_+ \text{ for } r = 0$$

$$K_A = N_- = 1/N_+ \text{ for } r = 0$$

$$S = \frac{1}{2} \gamma' D^2 \cdot \left(N_+ - \frac{1}{N_+} \right)$$

Eksempel: Forskjell på aktivt og passivt jortrykk

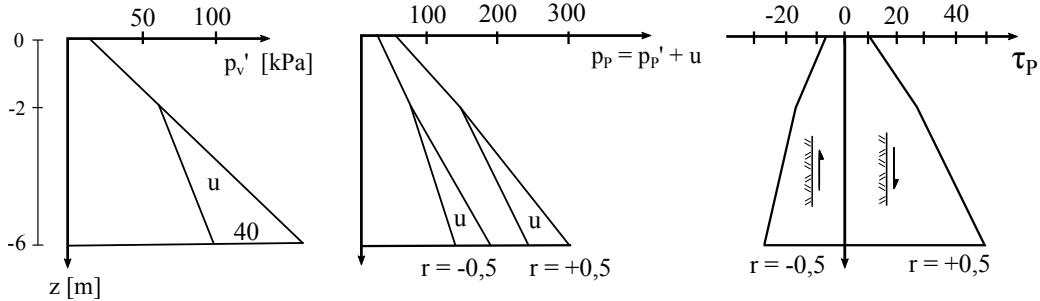
Vi skal nå betrakte en vegg med jord bak. Veggen vil være utsatt for aktivt eller passivt jordtrykk, avhengig av om det er jorden som trykker på veggens eller noe foran veggens som trykker inn mot veggens. I dette eksempelet skal vi ta for oss begge tilfellene og sammenligne størrelsen på spenningene. Fortegnet til r avhenger av den relative bevegelsen til veggens og jorden, og vi skal regne på både positiv og negativ r .


Passivt jordtrykk:

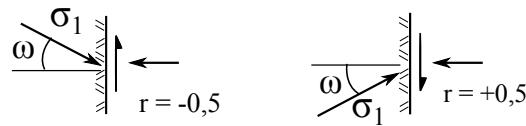
$$p'_P = K_P(p'_v + a) - a$$

$$\tau_P = r \tan \rho(p'_P + a)$$

		$r = -0,5$ $\rightarrow K_P = 1,5$		$r = +0,5$ $\rightarrow K_P = 2,4$	
z	p'_v	p'_P	τ_P	p'_P	τ_P
0	15	27,5	-6,8	50	10,8
2	55	87,5	-17,5	146	28,1
6	95	147,5	-28,4	242	45,3



Hovedspenningsretning i kontaktflaten:



$$f = \frac{1}{r}(1 - \sqrt{1 - r^2}) = \pm 0,27$$

$$\tan \alpha_{c+} = \tan(45^\circ + \frac{\rho}{2}) = \tan 54,9^\circ$$

$$\tan \omega = f \tan \alpha_{c+} = \pm 0,27 \tan 54,9^\circ = \pm 0,38$$

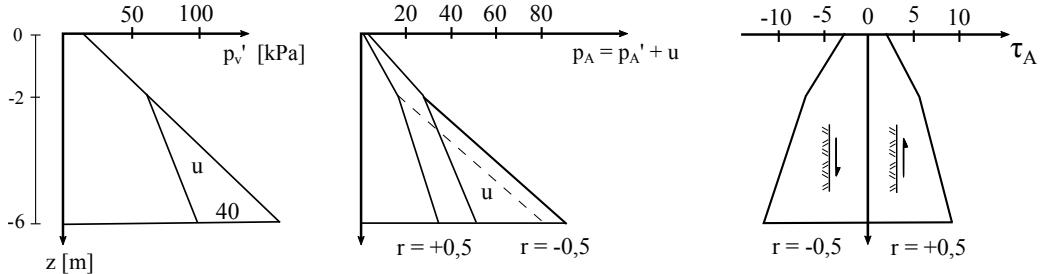
$$\omega = \pm 20,8^\circ$$

Aktivt jordtrykk:

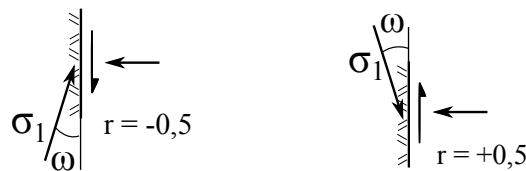
$$p'_A = K_A(p'_v + a) - a$$

$$\tau_P = r \tan \rho(p'_P + a)$$

		$r = -0,5$ $\rightarrow K_A = 0,58$		$r = +0,5$ $\rightarrow K_A = 0,44$	
z	p'_v	p'_A	τ_A	P'_A	τ_A
0	15	4,5	-2,6	1,0	2,0
2	55	27,7	-6,8	18,6	5,2
6	95	51,0	-11,0	36,2	8,3



Hovedspenningsretning i kontaktflaten:



$$f = \frac{1}{r}(1 - \sqrt{1 - r^2}) = \pm 0,27$$

$$\tan \alpha_{c-} = \tan(45^\circ - \frac{\rho}{2}) = \tan 35,2^\circ$$

$$\tan \omega = f \tan \alpha_{c-} = \pm 0,27 \tan 35,2^\circ = \pm 0,2$$

$$\omega = \pm 10,8^\circ$$

Kapittel 7

BÆREEVNE

Hensikt

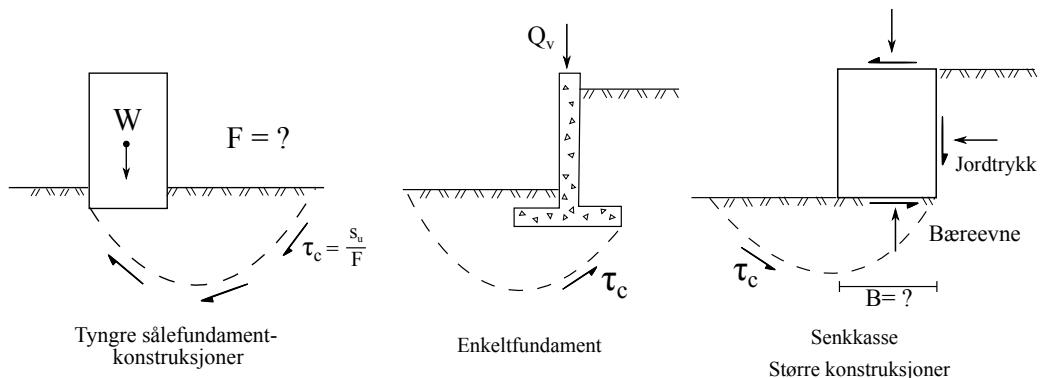
Hensikten med dette kapitlet er å utvikle formler/betraktninger som kan brukes til å uttrykke spenningstilstanden i et jordvolum under og til siden for et fundament slik at man kan vurdere det gjennomsnittlige påkjenningsnivået en gitt belastning fører til i de jordvolumene som skal ta opp belastningen.

Det legges vekt på å utnytte alle informasjoner løsningen gir om den spenningstilstanden som forutsettes i løsningen, dels for å kunne vurdere kvaliteten av antagelsene og dels for å kunne vurdere utbredelsen av skjærsonene.

Det forutsettes at man etter å ha arbeidet med stoffet skal:

1. kunne utlede uttrykk for bæreevnefaktorene for gitte stiliserte geometrier/ forutsetninger
2. bestemme aksjonskrefter og -spenninger i fundamentfugen for en gitt kraftsituasjon på en gitt konstruksjon
3. bestemme reaksjonsspenninger og dermed påkjenningsparametrene r og f for jorden, både for effektivspenningsbasert og totalspenningsbasert analyse

Noen av de problemstillinger som involverer bæreevnebetraktninger er vist i figuren under:



Figur 7.1: Problemstillinger for bæreevne

Mange vil bruke bæreevne også om jordens evne til å motstå setninger og skadelige deformasjoner, se figur 7.2. I denne fremstilling er imidlertid bæreevnevurderinger knyttet til hvorvidt konstruksjonen og dens laster påvirker jorden i forhold til jordens styrke og muligheten for brudd. Det er også her benyttet grenselikevektsprinsippet, dvs. at vi mäter vårt belastningsnivå i forhold til situasjonen ved brudd og beskriver det ved mobiliseringsgrad, altså hvor mye av tilgjengelig styrke som blir mobilisert med de gitt egenvekter og laster som inngår.

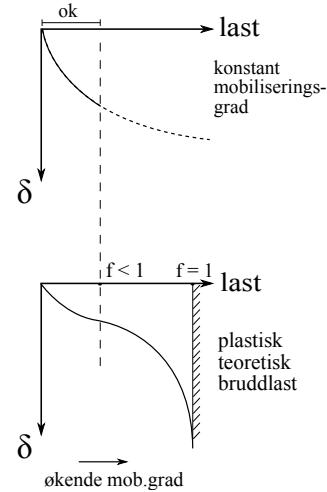
Last-setnings forløp

(1) Setningsberegninger

- ødometertilstand, $\varepsilon_{hor} = 0$
- når aldri brudd
- moderate belastninger

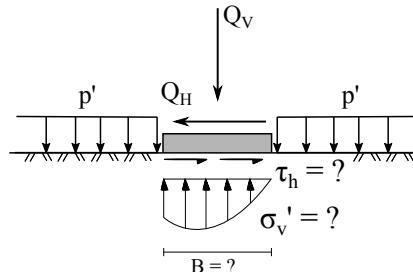
(2) Bæreevneberegninger

- sikkerhet mot kollaps
- spenningsfeltberegning med nedskalert bruddkriterium): $f < 1$



Figur 7.2: Last-setnings forløp

Eksempel: Problemformulering, bæreevne



Gitt: $Q_v, Q_h, a, \tan \rho = \frac{\tan \phi}{F}, \gamma$

Bestem: B, σ_v', τ_h
(eventuelt $\tan \rho$ ved B gitt)

Løsning: (1) for $\gamma = 0$ Sonekombinasjon
(2) for $\gamma \neq 0$ Tilleggsbetraktnig

(1)+(2) → Totalløsning ved hjelp av diagram

7.1 Generelt

De elementære spenningsfeltene kan kombineres slik at man kan tilfredsstille grensebetingelsene for en rekke forskjellige tilfeller. Klassiske problemer er **bæreevne** og **jordtrykk**.

I de elementære spenningsfeltene er likevektsligningene oppfylt, dvs. at likevektskravene (statisk kompatibilitet) er oppfylt. Dersom slike spenningsfelt kombineres på en slik måte at spenningstilstanden på en rand er identiske for de felt som møtes på randen, er dermed begge feltene i likevekt.

I disse kombinasjonene er det altså sikret **statisk likevekt** i alle punkter (likevektsligningene er oppfylt), dessuten er alt materiale innen de betraktede feltene utnyttet til samme skjärmobiliseringsgrad. Det er likevel en usikkerhet ved at punkter som ligger **utenfor** de betraktede feltene ikke er "kontrollert". De kan være lavere eller til og med **høyere** påkjent. Normalt vil imidlertid punkter utenfor de betraktede spenningsfeltene være mindre påkjent, og løsningen er riktig, som vil si nedre grense for kapasiteten.

7.2 Bæreevne, vektløs jord, sentrisk last

Generelt

Det geotekniske bæreevneproblem består i å vurdere påkjjenningen i jorden under et fundament. Normalt antas fundamentet lagt på overflaten av eller nedgravd i et ellers horisontalt terreng. Effektiv vertikalspenning i fundamentnivå **utenfor fundamentet** settes lik p' . Denne kan skyldes terrellast og/eller vekt av overliggende jord. Trykket under fundamentet σ'_v må da balanseres mot referansetrykket p' ved mobiliserte skjærspenninger i sonene, slik at likevekt er oppnådd. Den endelige løsningen tilfredsstiller dermed likevektligningene og kravet om konstant skjärmobilisering. Det er altså ikke brudd/overanstrengelse noe sted i de betraktede sonene.

Fundamentet kan påkjennes av en vertikal, sentrisk belastning (klassisk grunntilfelle). I praksis vil imidlertid lasten virke eksentrisk og skrått. En praktisk brukbar bæreevneformel må derfor kunne ta hensyn til eksentriskitet og skjærkomponenter i fundamentfugen.

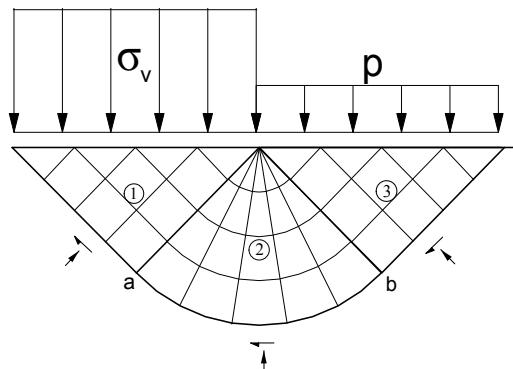
7.2.1 Spenningsfelt for s_u -analyse

Vi skal nå ta for oss bæreevneproblematikken for s_u -basis. Vi starter med s_u fordi geometrien og utledningene er enklere enn for $a\phi$ -basis. Vi har faktisk allerede sett på bæreevneproblem på s_u -basis for sentrisk vertikallast i slutten av kapittel 5. Prinsippet om kritiske skjæringsflater og Prandtl-soner er det samme, men det benyttes på en ny måte. Etterhvert skal vi også se på skrålast, og se at ω og snittelementet dukker opp igjen.

Sonekombinasjon for sentrisk vertikallast

Ved sentrisk vertikallast er det ingen skjærspenning under fundamentet. Det vil si at vi befinner oss i et hovedspenningsplan og rett under fundamentflaten må største hovedspenning $\sigma_v = \sigma_1$. Dette beskrives av en AKTIV rankinesone. Denne sonen stukes vertikalt og utvider seg horisontalt. Et lite stykke til siden for fundamentet vil overlagringen (referansetrykket p) være minste hovedspenning. Dette beskrives av en PASSIV rankinesone. Feltet mellom disse sonene må beskrive en dreining av hovedspenningsretningene på 90° . Dette beskrives av en PRANDTL-sone.

For en gitt mobilisert skjærspenning kan vi dermed finne differansen mellom fundamenttrykket σ_v og referansetrykket p ved å regne oss gjennom sonene. Ligningene finnes igjen i Mohrs sirkelen i eksempelet over. Sonekombinasjonene er vist i figuren under:



Figur 7.3: Sonekombinasjon for bæreevne, sentrisk vertikallast, s_u -basis.

Sone 3 (PR):

Stråle b er et kritisk plan. Normalspenningen finnes ved å sette $r = 1$ (dvs. $f_\omega = 1$) i den generelle normalspenningsligningen, dvs.:

$$\sigma_{cb} = p + \tau_c$$

Sone 2 (P):

Stråle a er et kritisk plan. Åpningsvinkelen i sonen er 90° , dvs.:

$$\sigma_{ca} = \sigma_{cb} + 2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \tau_c$$

Sone 1 (AR):

Stråle a er et kritisk plan. Fundamentflaten er største hovedspenningsplan. Største hovedspenning og kritisk normalspenning er bundet sammen ved:

$$\sigma_{ca} = \sigma_1 - \tau_c$$

Dette gir:

$$\sigma_v = \sigma_{ca} + \tau_c$$

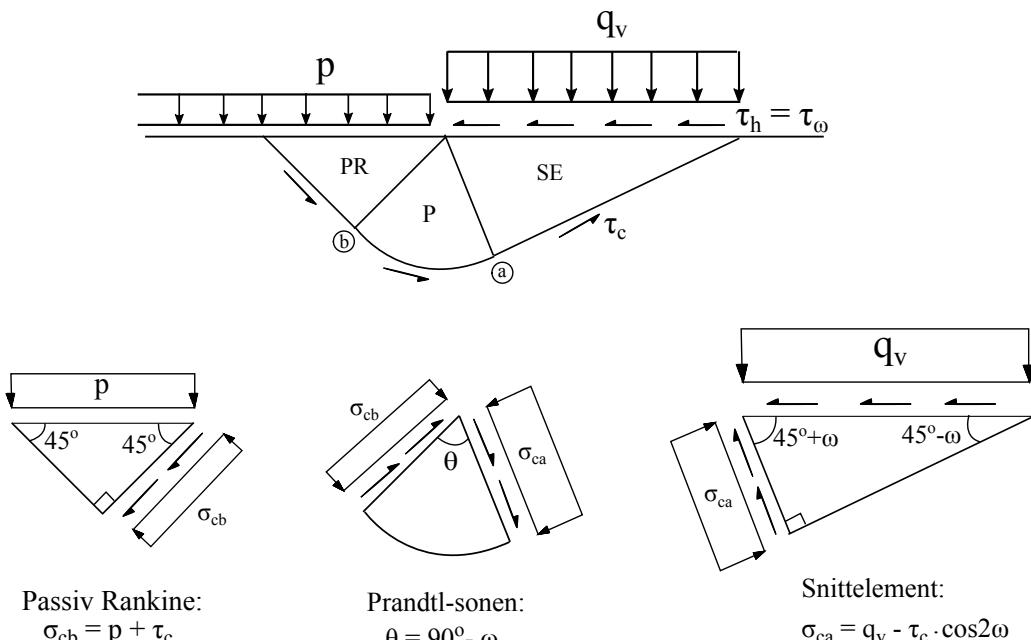
Det jevnt fordelte fundamenttrykket σ_v kan nå finnes ved kjedeaddisjon gjennom ligningene:

$$\sigma_v = p + \tau_c + \pi \cdot \tau_c + \tau_c = p + N_c \cdot \tau_c$$

$$N_c = \pi + 2 = 5.14$$

Sonekombinasjon for sentrisk skrålast, s_u -analyse, $0 < r < 1$

Dersom vi heller har en sentrisk skrålast vil det oppstå skjærspenninger under fundamentet. Vi befinner oss altså ikke lengre i et hovedspenningsplan, men i et vilkårlig plan. Da vil vridning av hovedspenningsretningene (ω) gi en rotert Rankine-sone (snittelementet SE). Den nye sonekombinasjonen blir seende slik ut:



Figur 7.4: Sonekombinasjon for sentrisk skrålast og kreftene på hver sone, s_u -basis

Det kan være lurt å ta en titt på utelightingen av κ i kapittel 6.4.2. Der vises det hvordan man finner igjen ligningene for σ_a og σ_b i Mohrs sirkel, og dette er en veldig nyttig sammenheng. Vi tar igjen likevekt om Prandtl-sonen:

$$\sigma_{ca} = \sigma_{cb} + 2\theta\tau_c$$

$$q_v - \tau_c \cdot \cos 2\omega = p + \tau_c + (\pi - 2\omega)\tau_c$$

$$q_v = (1 + \pi - 2\omega + \cos 2\omega)\tau_c + p$$

$$q_v = N_c \cdot \tau_c + p$$

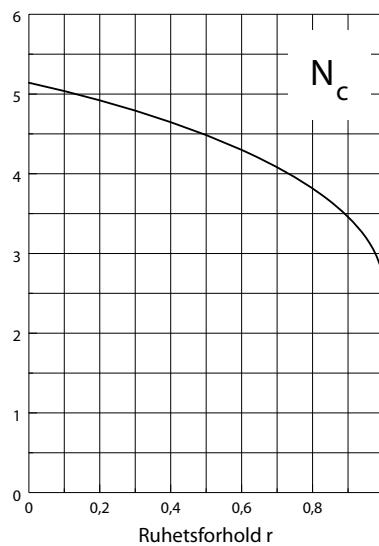
hvor

$$N_c = 1 + \pi - 2\omega + \cos 2\omega$$

Vi har nå vist at N_c er en funksjon av ω , som igjen er en funksjon av r :

$$\omega = \frac{1}{2} \arcsin r$$

Dette gjør det mulig å plotte N_c som en funksjon av r :



Figur 7.5: N_c som funksjon av r

Legg merke til at for $r = 0$ får vi $N_c = 5,14$, som stemmer overens med løsningen for sentrisk vertikallast. Diagrammet finnes i større format bakerst i boka, figur 10.10.

ALTERNATIVT kan man benytte formlene i tabell 4.3 for å utlede uttrykk for N_c . Da får man følgende uttrykk for normalspenning på fundamentflaten:

$$q_v = \sigma_3 + \frac{2}{1 + f_\omega^2} \cdot \tau_c$$

Vet fra Mohrs sirkel at

$$\sigma_{ca} = \sigma_3 + \tau_c$$

Kjedeaddisjon gjennom ligningene gir oss uttrykk for q_v :

$$q_v = p + \tau_c + (\pi - 2\omega)\tau_c - \tau_c + \frac{2}{1 + f_\omega^2} \cdot \tau_c$$

$$q_v = p + N_c \cdot \tau_c$$

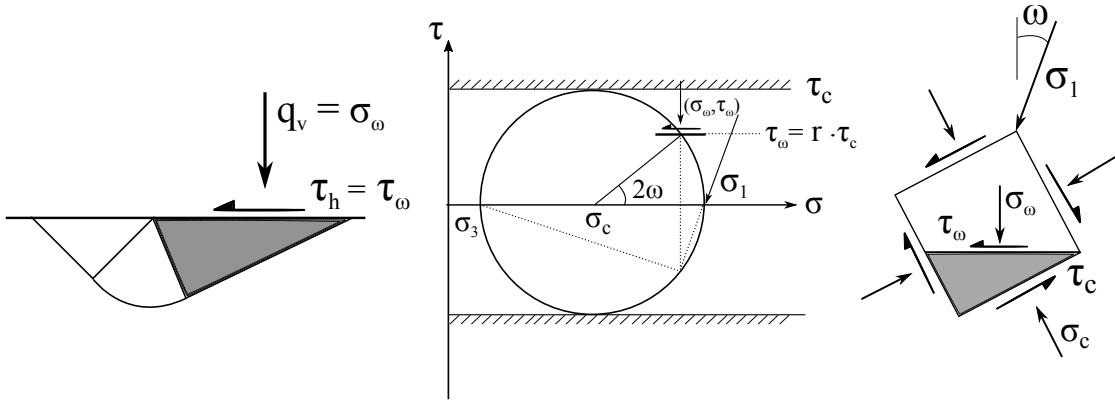
$$N_c = (\pi - 2\omega) + \frac{2}{1 + f_\omega^2}$$

Her er:

$$f_\omega = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$$

$$\tan \omega = f_\omega \cdot \tan \frac{\pi}{4} = f_\omega$$

Spennningsovergangen i den roterte aktive Rankinesonen under fundamentet (snitt-elementet) kan best forklares med figur 7.6.



Figur 7.6: Snittelement betraktet i Mohrs diagram, s_u -analyse

Fra geomtri i Mohrs sirkel får vi følgende formelverk:

$$\sigma_\omega = \sigma_c + \tau_c \cdot \cos 2\omega$$

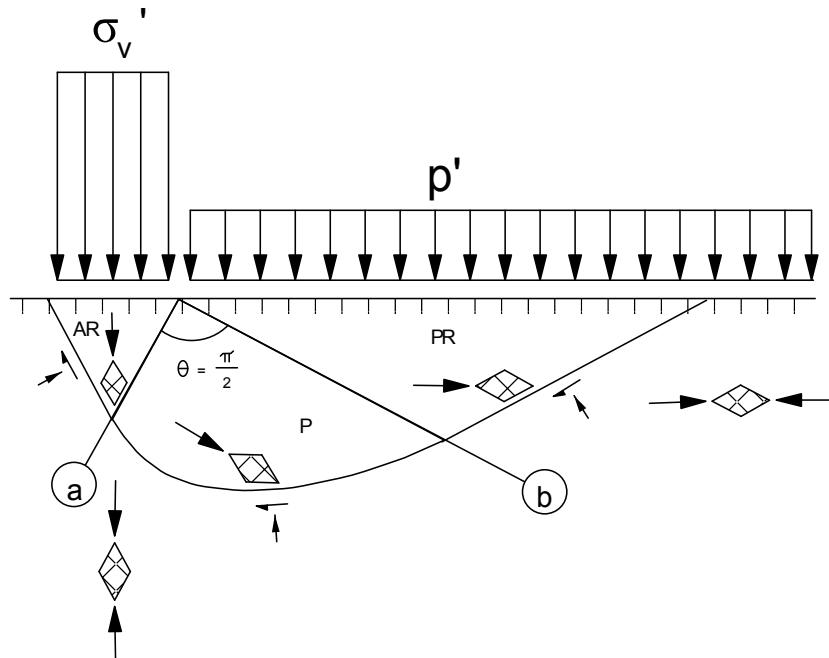
$$\tau_\omega = \tau_c \cdot \sin 2\omega = r \cdot \tau_c$$

$$r = \sin 2\omega \Rightarrow \tan \omega = \frac{1 - \sqrt{1 - r^2}}{r}$$

7.2.2 Spenningsfelt for $a\phi$ -analyse

For $a\phi$ -analyse er kombinasjonen av spenningsfelter noe mer komplisert enn for s_u -analysen, selv om prinsippet er nøyaktig det samme. Husk på at nå er $\alpha_{c+} \neq \alpha_{c-} \neq 45^\circ$, som gjør at vinklene i de ulike sonene endres.

Sentrisk vertikallast



Figur 7.7: Sonekombinasjon for bæreevne, sentrisk vertikallast, effektivspenninger.

For sentrisk vertikallast må største hovedspenning σ'_v rett under fundamentet stå vertikalt, og skjærspenningene være null ($r = 0$). Dette beskrives av en AKTIV rankinesone. Denne sonen stukes vertikalt og utvider seg horisontalt. Et lite stykke til siden for fundamentet vil overlagringen (referansetrykket p') være minste hovedspenning. Dette beskrives av en PASSIV rankinesone. Feltet mellom disse sonene må beskrive en dreining av hovedspenningsretningene på 90° eller $\pi/2$ radianer. Dette beskrives av en PRANDTL-sone.

For en gitt skjærmobilisering kan vi dermed finne forholdet mellom fundamenttrykket σ'_v og referansetrykket p' ved å regne oss gjennom sonene. Sonekombinasjonene er vist i figur 7.7.

Sone PR (Passiv Rankine):

Stråle b er et kritisk plan. På dette planet er $\tau = \tau_c$ og dermed også $r = 1$ og $f_\omega = 1$. Normalspenningen er kritisk spenning σ'_{cb} som kan finnes fra relasjonen mellom kritisk spenning og minste hovedspenning. I denne passive Rankinesonen er minste hovedspenning p' . Relasjonen mellom kritisk spenning og minste hovedspenning finnes dermed.

$$\sigma'_{cb} + a = \frac{(1 + f_\omega^2) N_+}{1 + f_\omega^2 N_+} (p' + a)$$

$$r = 1$$

$$f_\omega^2 = 1$$

$$\sigma'_{cb} + a = \frac{2N_+}{1 + N_+} (p' + a); p' = \sigma'_3$$

Sone P (Prandtl):

Stråle a er et kritisk plan. Åpningsvinkelen θ i sonen er $90^\circ = \frac{\pi}{2}$, det vil si:

$$\sigma'_{ca} + a = e^{2(\frac{\pi}{2}) \tan \rho} (\sigma'_{cb} + a)$$

$$\sigma'_{ca} + a = e^{\pi \tan \rho} (\sigma'_{cb} + a)$$

Sone AP (Aktiv Rankine):

Stråle a er et kritisk plan. Fundamentflaten er største hovedspenningsplan. Største hovedspenning og kritisk normalspenning er bundet sammen ved:

$$\sigma'_{ca} + a = \frac{2N_-}{1 + N_-} (\sigma'_1 + a)$$

Dette gir:

$$\sigma_v + a = \frac{1 + N_+}{2} (\sigma'_{ca} + a); \sigma_v = \sigma'_1$$

i det:

$$N_- \cdot N_+ = 1$$

Det jevnt fordelte fundamenttrykket σ'_v kan nå finnes ved kjedemultiplikasjon gjennom ligningene:

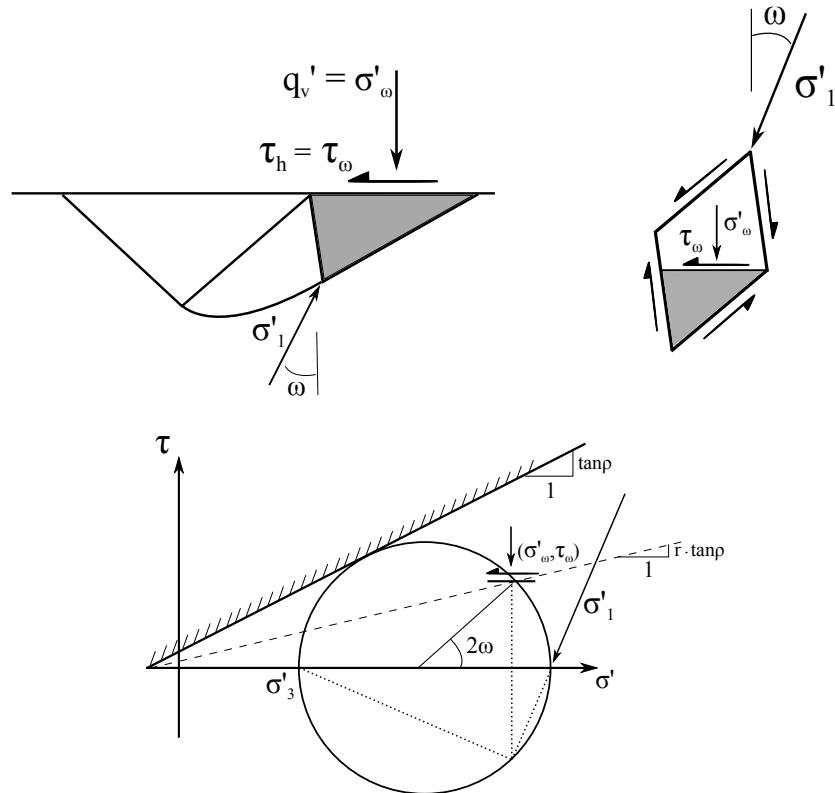
$$\sigma_v + a = N_q (p' + a)$$

$$N_q = \frac{N_+ + 1}{2} \cdot e^{\pi \tan \rho} \cdot \frac{2N_+}{1 + N_+} = N_+ \cdot e^{\pi \tan \rho}$$

og vi har funnet et uttrykk for **bæreevnefaktoren** N_q for ren vertikal last på $a\phi$ -basis.

Sentrisk skrålast

Fra å være vertikal er det nå kommet til en horisontal last. Denne lasten sees på som skjærspenninger som virker under fundamentet. Figurene viser at den passive Rankinesonen er som før, men noe mindre enn ved vertikal-lasttilfellet. De andre sonene er også endret. For eksempel har, som for s_u -basis, den aktive Rankinesonen rett under fundamentet nå rotert noe ($\pm\omega$), som gjør at snittelementet nå dukker opp igjen.



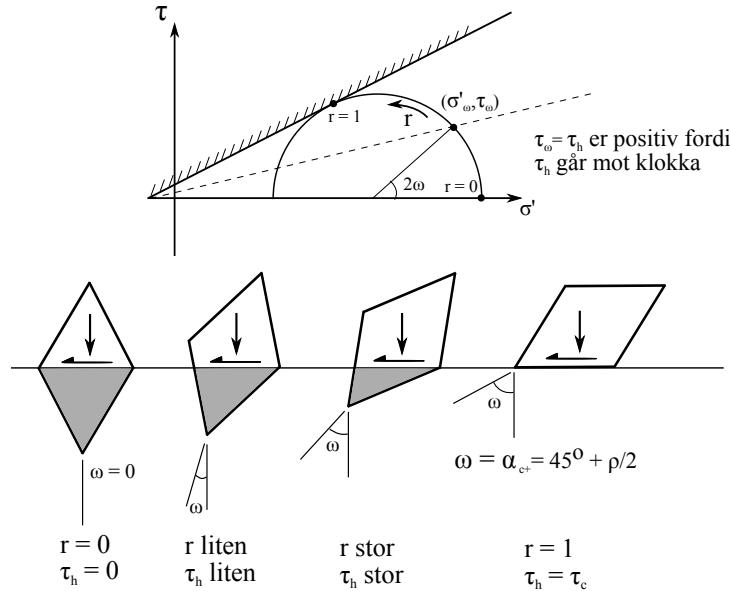
Figur 7.8: Snittelement betraktet i Mohrs diagram, $a\phi$ -analyse

Ruhetsforhold

Definisjon av ruhetsforhold kan sees i Mohrs sirkel i figur 7.8:

$$r = \frac{\tau_h}{(q'_v + a) \tan \rho} = \frac{\text{oppstredende skjærspenning}}{\text{max skjær gitt ved } q'_v \text{ og } \rho}$$

Ruhet knyttet til ω :



Figur 7.9: Snittelement for ulik r

Ruhetsforholdet r kan altså teoretisk maksimalt bli 1, dvs. at skjærspenningen i fundamentfugen er lik kritisk skjærspenning. Dette forutsetter imidlertid at overflaten av materialene er i stand til å overføre denne skjærspenningen. En glatt vegg kan ha store begrensninger for dette og det vil normalt være slik at

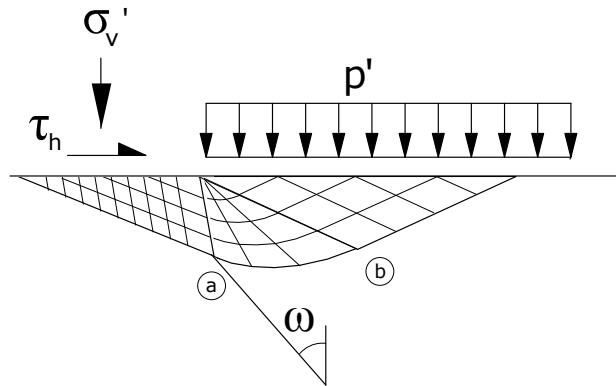
$$0 \leq r \leq r_{max}$$

er gjeldende. r_{max} er da overflateavhengig og kalles en materialteknisk ruhet.

Det er viktig å skille disse begrepene. En fundamentflate med stor materialteknisk ruhet kan likevel ha et lavt ruhetsforhold siden dette er knyttet til de skjærspenninger som står på flaten (altså aksjonen). Dersom det ikke er horisontalspenninger er $r = 0$, uansett om fundamentet har aldri så stor ruhet i sin kontaktflate med jorden (feks. plassstøpt betong).

Ved skrålast er det horisontale skjærspenninger langs fundamentfugen. Fugen er derfor ikke lenger et hovedspenningsplan. Spenningstilstanden i fugen er uttrykt ved ruhetsforholdet r (og skjærmobiliseringen $\tan \rho$). Dette betyr at største hovedspenningsretning er dreid vinkelen ω med vertikalen (størrelsen av ω er styrt av størrelsen på r). Åpningsvinkelen i Prandtlsonen blir da $\frac{\pi}{2} - \omega$. I den aktive Rankinesonen blir overgangen mellom fundamenttrykket σ'_v og den kritiske normalspenningen σ'_{ca} også styrt av ruhetsforholdet. Den nye sonekombinasjonen er vist i figur 7.10.

For en gitt skjærmobilisering kan vi igjen finne forholdet mellom fundamenttrykket σ'_v og referansetrykket p' ved å regne oss gjennom sonene.



Figur 7.10: Sonekombinasjon for bæreevne, sentrisk skrål last, effektivspenninger.

Sone PR (Passiv Rankine)

Som tidligere er stråle b er et kritisk plan. På dette planet er $\tau = \tau_c$. Dermed $r = 1$ og $f_\omega = 1$. Normalspenningen er kritisk spenning σ'_{cb} som kan finnes fra relasjonen mellom kritisk spenning og minste hovedspenning. Også i denne passive Rankinesonen er minste hovedspenning p' .

$$\sigma'_{cb} + a = \frac{(1 + f_\omega^2) N_+}{1 + f_\omega^2 N_+} (p' + a)$$

$$r = 1$$

$$f_\omega^2 = 1$$

$$\sigma'_{cb} + a = \frac{2N_+}{1 + N_+} (p' + a)$$

Sone P (Prandtl)

Stråle a er et kritisk plan. Sonen som ved vertikal last hadde en åpningsvinkel $\frac{\pi}{2}$ er på grunn av rotasjon av spenningsfeltet nå redusert med vinkelen ω til $(\frac{\pi}{2} - \omega)$, det vil si at sammenhengen mellom normalspenning på kritisk plan b og a blir:

$$\sigma'_{ca} + a = e^{2(\frac{\pi}{2} - \omega) \tan \rho} (\sigma'_{cb} + a)$$

$$\sigma'_{ca} + a = e^{(\pi - 2\omega) \tan \rho} (\sigma'_{cb} + a)$$

Sone AR (Snittelement)

Stråle a er et kritisk plan. Minste hovedspenning i snittelementet og kritisk normalspenning (på planet a) er bundet sammen ved:

$$\sigma'_{ca} + a = \frac{2N_+}{1 + N_+} (\sigma'_3 + a)$$

Fundamentflaten er dreiet vinkelen ω i forhold til største hovedspenningsplan. Dreiningen svarer til en gitt faktor $f_\omega = \frac{\tan \omega}{\tan \alpha_{c+}}$ og dermed et gitt ruhetsforhold r i **fundamentflaten**.

Vi utnytter ligningen for nomalspenningen på et vilkårlig ω -plan i forhold til minste hovedspenning σ_3 :

$$\sigma'_\omega + a = \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_+}{1 + f_\omega^2 \cdot N_+} \cdot (\sigma'_3 + a)$$

Ettersom det her er slik at horisontalplanet svarer til ω -planet, og vi kan sette inn for $(\sigma'_3 + a)$ får vi:

$$\sigma'_v + a = \frac{(1 + f_\omega^2) \cdot N_+}{1 + f_\omega^2 \cdot N_+} \cdot \frac{1 + N_+}{2N_+} (\sigma'_{ca} + a)$$

Kombinasjon av sonene til endelig løsning

Fundamentspenningen σ'_v kan nå finnes ved kjedemultiplikasjon gjennom ligningene:

$$\sigma'_v + a = N_q (p' + a)$$

$$N_q = \frac{(1 + f_\omega^2) N_+}{(1 + f_\omega^2 N_+)} \cdot \frac{N_+ + 1}{2N_+} \cdot e^{(\pi - 2\omega) \cdot \tan \rho} \cdot \frac{2N_+}{1 + N_+}$$

$$N_q = \frac{(1 + f_\omega^2) N_+}{1 + f_\omega^2 N_+} \cdot e^{(\pi - 2\omega) \cdot \tan \rho}$$

Her er:

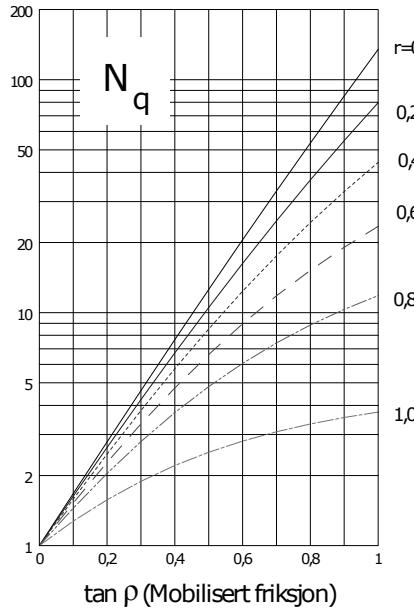
$$f_\omega = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$$

$$\tan \omega = f_\omega \cdot \tan \alpha_{c+}$$

$$\tan \alpha_{c+} = \tan \rho + \sqrt{1 + \tan^2 \rho}$$

$$N_+ = \tan^2 \alpha_{c+}$$

Vi har her funnet sammenhengen mellom fundamentspenningen og effektiv vertikalspanning utenfor fundamentet, gitt ved **bæreevnefaktoren** N_q og vi ser at N_q er en funksjon av skjærmobiliseringen $\tan \rho$ og ruhetsforholdet r i **fundamentflaten**. Diagram over N_q er vist i figuren under, og finnes i formelsamling bak, figur 10.13.


 Figur 7.11: N_q -diagram

Merk at dette viser at bæreevnen går opp ved økende styrke av jorden (logisk nok) og at den er størst ved ren vertikal last. Ved økende skrå belastning går N_q drastisk ned. Dette er fordi spenningsfeltet ved økende skrålast (og dermed r) blir stadig mindre og grunnere. Merk også at dersom det ikke er attraksjon a i jorden eller noen vertikal spenning p' utenfor fundamentet så har N_q ingen betydning for bæreevnen. For slike tilfeller er det jordens egen vekt som gir bæreevne, noe som ikke kommer inn her. Dette er behandlet senere.

Talleksempel:

Vertikal last: $r = 0$, $f_\omega = 0$, $N_q = N \cdot e^{(\pi \cdot \tan \rho)}$.

Maksimal skrå last: $r = 1$, $f_\omega = 1$, $\omega = \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}\right)$ og $N_q = N \cdot e^{\left(\frac{\pi}{2} - \rho\right) \cdot \tan \rho}$

Med talleksempel: $\tan \rho = 0.5$ fås $N = 2.6$ og

$$N_{q,r=0} = 2.6 \cdot e^{\pi \cdot 0.5} = 12.5$$

$$N_{q,r=1} = \left(\frac{2 \cdot 2.6}{1 + 2.6} \right) e^{\left(\frac{\pi}{2} - 0.464\right) \tan 0.5} = 2.51$$

Hva blir maksimal fundamentspenning gitt at attraksjonen $a = 5$ kPa og $p' = 20$ kPa?

Vertikal last ($r = 0$): $\sigma'_v = N_q(p' + a) - a = 12.5(20 + 5) - 5 = 310$ kPa.

Maksimal skrå last ($r = 1$): $\sigma'_v = N_q(p' + a) - a = 2.51(20 + 5) - 5 = 57.5$ kPa !

Styrken er vesentlig større når man ikke har horisontal last og dermed ikke skjærspenninger.

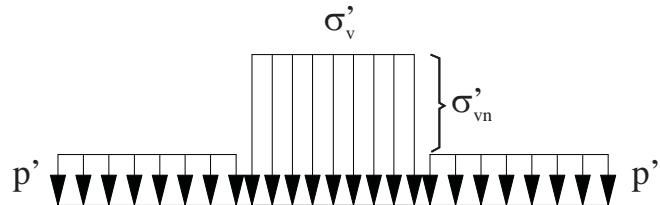
7.2.3 Netto fundamentspenning σ'_{vn}

Bæreevnen vi til nå har beregnet har vært den spenning vi kan sette på fundamentfugen. I realiteten er det FORSKJELLEN mellom fundamentspenningen og den vertikale spenning utenfor som fører til mobilisering av jordstyrken. Derfor blir begrepet *netto fundamentspenning*, σ'_{vn} , ofte benyttet:

$$\sigma'_{vn} = \sigma'_v - p' = (N_q - 1)(p' + a).$$

Årsaken til dette er forklart neste side. Merk at dette innebærer en antagelse om at det "hullet" som fundamentet står i er fylt av en kombinasjon av konstruksjonsdeler og tilbakefylt jord og at denne kombinerte massen har samme densitet som jord. Hvis ikke hadde vi fått bidrag til forkjell i spenning. Referanse for den lasten man kan sette på blir da i terrengeoverflaten. Dette ble vanlig under design av offshore plattformer der tynne skjørt penetrerte sjøbunnen til stor dybde (eks. Troll 36 meter).

Generell utledning av netto fundamentspenning, σ'_{vn}

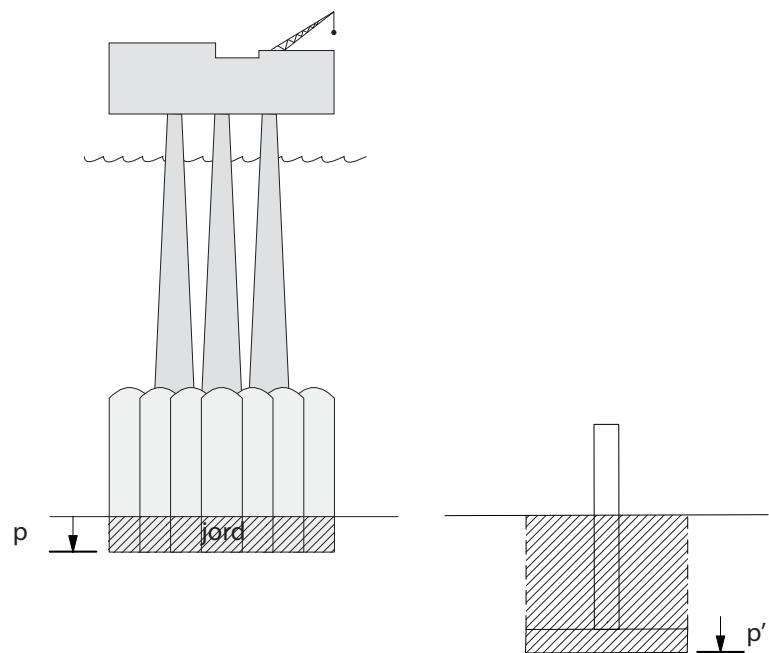


Figur 7.12: Spenningsfelt, $\gamma = 0$

$$(1) \quad (\sigma_v + a) = (N_q - 1)(p' + a)$$

$$(2) \quad \begin{aligned} \sigma'_{vn} &= \sigma'_v - p' \Rightarrow \\ \sigma'_v &= \sigma'_{vn} + p' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ satt i (1)}: \quad \sigma'_{vn} + p' + a &= N_q(p' + a) \\ \sigma'_{vn} &= N_q(p' + a) - (p' + a) \\ \sigma'_{vn} &= (N_q - 1)(p' + a) \end{aligned}$$

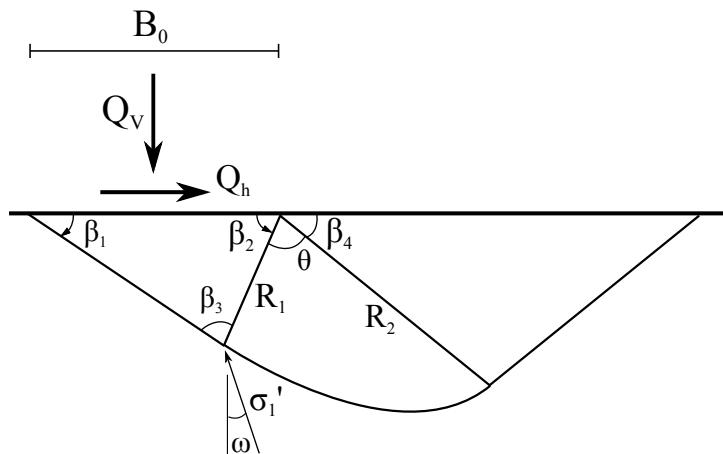


Figur 7.13: Fundamentspenning

Bruk av σ'_{vn} innebærer at en antar at vekten av det skraverte området i Figur 7.13 tilsvarer p' .

7.2.4 Skjærflategeometri $a\phi$

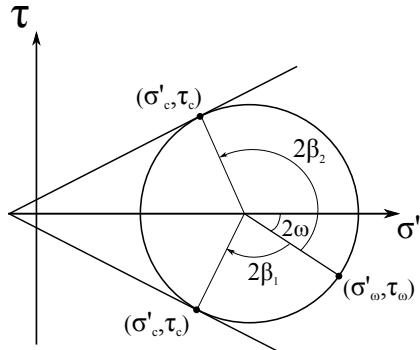
Vi ser fra spenningsfeltene at de kritiske elementene endrer fasong etter mobiliseringsgrad ($f = \frac{\tan \rho}{\tan \phi}$) og grad av skrålast ($r > 0$). Jo høyere mobilisering, jo ”spissere” spenningselement, og jo høyere r , jo grunnere spenningsfelt. Geometrien av spenningsfeltet er viktig for å forstå hvilke deler av jorden som inngår i bruddfeltet, og hvor langt ut fra fundamentet jorden påvirkes. For eksempel må man vite hvor langt ut en eventuell terrenglast må legges på for å bedre bæreevnen.



Figur 7.14: Skjærflategeometri $a\phi$ -analyse

Vinklene i snittelementet:

$$\begin{aligned}\beta_1 &= 45^\circ + \rho/2 - \omega \\ \beta_2 &= 45^\circ + \rho/2 + \omega \\ \beta_3 &= 180^\circ - \beta_1 - \beta_2 = 90^\circ - \rho \\ \beta_4 &= \alpha_{c-} = 45^\circ - \rho/2 \\ \theta &= 180^\circ - \beta_2 - \beta_4 = 90^\circ - \omega\end{aligned}$$



Det kan være vanskelig å bestemme hva som er β_1 og hva som er β_2 , men dette kan sees ut ifra Mohrs sirkel. På toppen av fundamentet befinner man seg i det vilkårlige planeten $(\sigma_\omega, \tau_\omega)$. Her er τ_ω negativ fordi Q_h peker MED klokka. β_1 og β_2 representerer vinklene mellom det vilkårlige planeten og kritisk planet med hhv negativ og positiv skjærspenning. Retningen man må rotere for å komme til de kritiske planetene er lik på figuren og i Mohrs sirkel.

For å bestemme R_1 benyttes sinussetningen. Vi får da at:

$$\frac{R_1}{\sin \beta_1} = \frac{B_0}{\sin \beta_3} \Rightarrow R_1 = B_0 \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_3}$$

Og vi har fra tidligere:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \omega$$

$$R_2 = R_1 \cdot e^{\theta \tan \rho}$$

Eksempel: Sonegeometri

Får oppgitt B_0 , Q_v og Q_h (negativ) og

$$\tan \rho = \tan 30^\circ = 0,577$$

$$r = 0,5$$

Bestem sonegeometrien i figur 7.14.

$$\tan \omega = f_\omega \tan \alpha = \frac{1 - \sqrt{1 - r^2}}{r} \cdot \tan(45^\circ + \rho/2) = 0,464$$

$$\omega = \arctan 0,464 \approx 25^\circ$$

Finner vinklene og lengdene ved hjelp av formlene ovenfor:

$$\beta_1 = 45^\circ + 30^\circ/2 - 25^\circ = 35^\circ$$

$$\beta_2 = 45^\circ + 30^\circ/2 + 25^\circ = 85^\circ$$

$$\beta_3 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

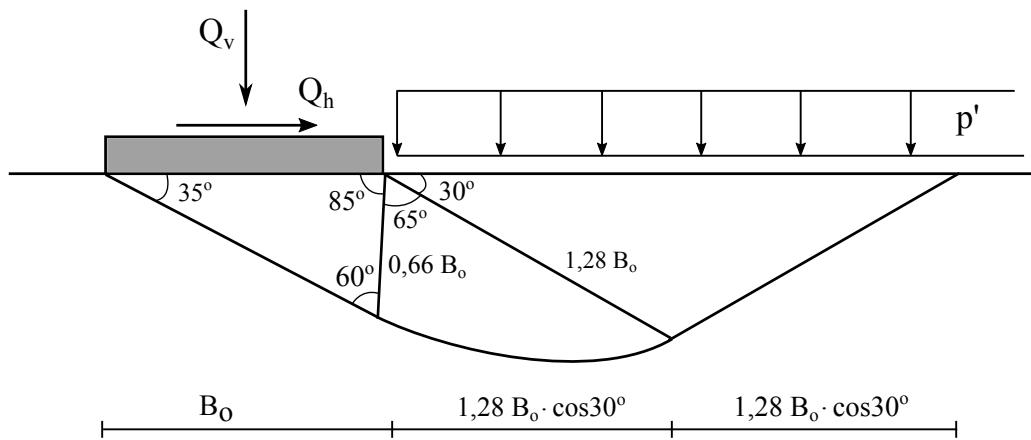
$$\beta_4 = 45^\circ - 30^\circ/2 = 30^\circ$$

$$\theta = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ = 1,14 \text{ rad}$$

$$R_1 = B_0 \frac{\sin 35^\circ}{\sin 60^\circ} = 0,662 B_0$$

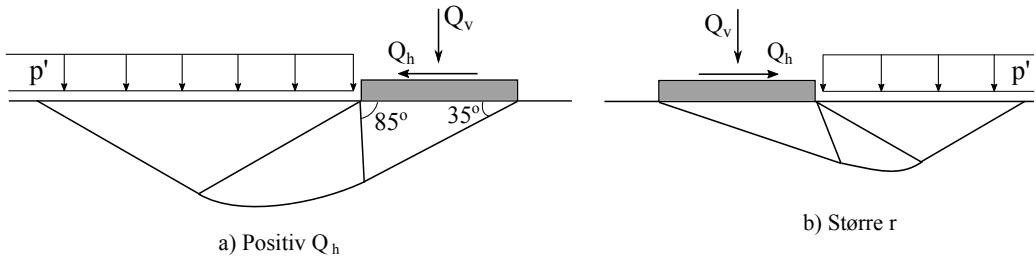
$$R_2 = 0,662 B_0 \cdot e^{1,14 \cdot 0,577} = 1,28 B_0$$

Opptegnet får vi følgende sonegeomerti:



Hva skjer med den kritiske sonen om man endrer på den horisontale lasten? Dersom man for eksempel snur Q_h oppstår den kritiske sonen til venstre, ellers samme geometri.

Dersom man heller øker størreslen på Q_h , slik at også r øker, vil man få en grunnere sone. Dette er illustrert i figuren under, i hhv a) og b):



Figur 7.15: Sonegeometri for varierende Q_h

7.2.5 Prinsipiell forskjell på s_u - og $a\phi$ -analyse

Legg merke til at for $a\phi$ -analysen gir formelverket **forholdet** mellom normalspenninger (+ attraksjon) på valgte plan, mens for s_u -analysen gir formlene **differansen** mellom normalspenninger. Grunnen til dette er forskjellen i hvordan radiene Mohr-sirklene beskrives. For $a\phi$ -analysen øker radien i Mohr-sirkelen (og dermed skjærspenningene) når spenningsnivået stiger (sirkelen beveger seg utover fra origo), dette gir proporsjonalitet. For s_u -analysene er radien i Mohr-sirklene den samme, uansett spenningsnivå, dette gir differanse. Merk videre at for s_u -analysen kan vi regne med effektive eller totale spenninger som vi vil (derfor velger vi normalt å regne med totale spenninger, det er lettere). Tegn opp totale og effektive spenningssirkler for spenningstilstanden som er gitt nedenfor og overbevis deg selv!

$$\sigma_1 = 300 \text{ kPa} \quad \sigma_3 = 200 \text{ kPa} \quad u = 100 \text{ kPa}$$

7.3 Effekten av jordens egen tyngde - romvektsleddet

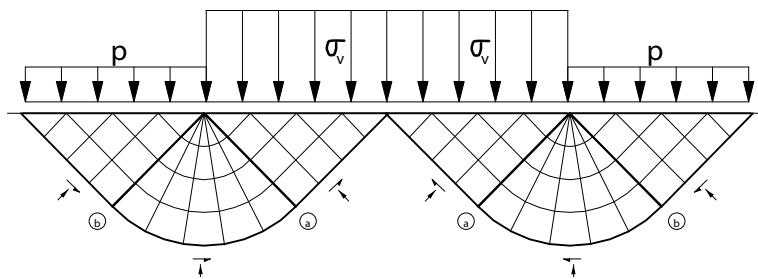
Løsningene i 7.2 ble utviklet ved å anta vektløs jord, dvs. sette $\gamma = 0$. Når man tar hensyn til vekten av jord, dvs sette $\gamma \neq 0$, gir dette spenninger som øker i dybden i det frie feltet (utenfor fundamentet). Denne spenningsvariasjonen påvirker:

- | | |
|---|---------------------------|
| 1. spenningsnivået i hvert enkelt jordelement | $a\phi$ og s_u -analyse |
| 2. sonegeometrien | $a\phi$ -analyse |
| 3. bæreevnen | $a\phi$ -analyse |

7.3.1 s_u -analyse

Ved s_u -analyse er den spesifiserte skjærstyrken s_u konstant selv om man endrer totalspenning pga last. Skjærspenningsfeltet kan derfor superponeres med et hvilket som helst isotrop (uten skjærspenninger) spenningsfelt, f. eks. et felt der alle spenninger i et punkt i dybde z under overflaten er gitt som $p = \gamma \cdot z$ (ekvivalent væsketrykk, hydrostatisk trykk). Alle spenninger finnes dermed ved å legge til dette trykkleddet. Ellers blir beregningsprosedyrene og sonegeometriene som i 7.2.1, ”Spenningsfelt for s_u -analyse”.

I mange praktiske tilfeller vil imidlertid s_u øke med dybden. Det påvirker sonegeometrien idet kritisk skjærflate ønsker å gå grunnere (i lag med lavere s_u). En vertikal ”stukning” av sonegeometriene gir høyere verdier av N_c , men lavere \bar{s}_u . Bæreevne blir bestemt av minimum av produktet $N_c \cdot \bar{s}_u$, og \bar{s}_u avtar når sonene ”stukes” vertikalt. Ved vertikallast bør en være oppmerksom på en mulig ”splittet” bruddform som gir halve dybden og dermed lavere bæreevne, figur 7.16.

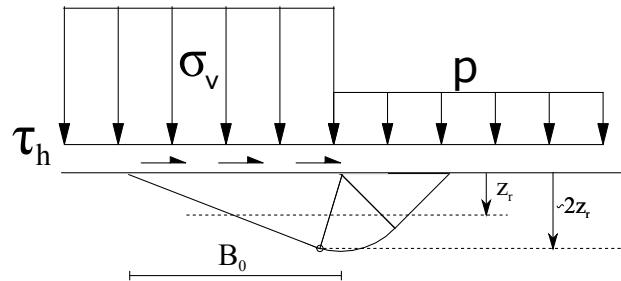


Figur 7.16: Spenningssoner for $r = 0$.

Et praktisk overslag kan gjøres ved å beholde de verdiene av N_c som er gitt i figur 10.10, men bestemme en midlere verdi av s_u fra en referansedybde z_r . Referansedybden må da korrigeres for en grunnere skjærflate og et høyere stabilitetstall N_c . Teoretiske løsninger av problemet indikerer at en slik referansedybde blir omrent 1/2 av maksimaldybden i aktiv Rankinesone (under fundamentet) i den teoretiske løsningen for konstant s_u . En brukbar tilnærmelse kan være å sette:

$$z_r = \frac{B_0}{2(2-r)} \sin \left(\frac{\pi}{4} - \omega \right)$$

der det tas hensyn til tendensen til en splittet bruddform (halv dybde) når r nærmer seg 0.

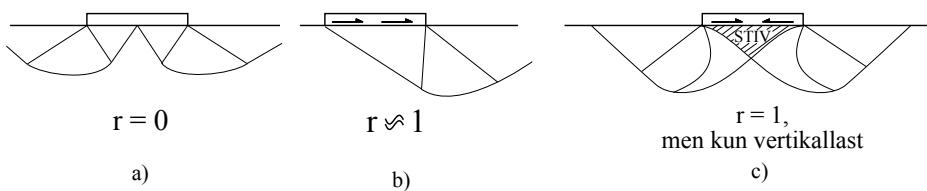


Figur 7.17: Omtrentlig anslag av referansedybde.

7.3.2 $a\phi$ -analyse

For $a\phi$ -analysen er den største tillatte radius i Mohr-sirkelen, "styrken", avhengig av effektivspenningsnivået. Spenningsfelt kan derfor ikke uten videre superponeres. "Rene" teoretiske løsninger finnes ikke, men tilnærmingssløsninger kan finnes vha *karakteristikkmetoden*. Eventuelt kan man bruke løsningen for vektløs jord, men erstattate terrenglasten med et passende gjennomsnittlig overlagringstrykk. Dette overlagringstrykket vil ta hensyn til effektivspenningsnivået i en ekvivalent dybde under fundamentet d_0 .

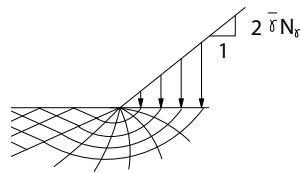
Vær spesielt oppmerksom på at når man har ren vertikallast og det skal tas hensyn til romvektleddet vil det mest kritiske bruddet være to grunne spenningssoner, en under hver halvdel av fundamentet. Dersom r øker vil vi få en bruddsituasjon som ligner stadig mer på den vi har regnet med tidligere; altså en bruddsone under hele fundamentet. Spesielt kan vi ha en situasjon med ren vertikallast, men allikevel skjærspenninger under fundamentet, se figur 7.18 c). Dette kan for eksempel oppstå dersom man har et stift platefundament. Pga vertikal last vil jorden ønske å bevege seg utover, men vil bli holdt igjen av ei plate. Det oppstår da skjærspenninger under fundamentet med retning mot midten. Det vil gi dypere brudd og høyere bæreevnefaktor enn for $r = 0$.



Figur 7.18: Splittet sonegeometri

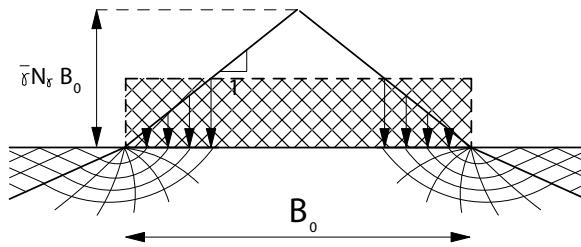
Karakteristikkmetoden

Løsninger er utarbeidet for vertikal og skrå overflatelast for spesialtilfellet $a = 0$. Løsningene gir et nesten lineært økende fundamenttrykk (stigningstall $\gamma \cdot N_\gamma$) fra fundamentranden og innover langs et uendelig bredt fundament, figur 7.19



Figur 7.19: Løsning etter Karakteristikkmetoden

To slike løsninger superponeres for å få en løsning for et endelig fundament, og man får en trekantet fordeling av fundamenttrykket, figur 7.20.



Figur 7.20: Kombinasjonsløsning etter Karakteristikkmetoden

Gjennomsnittstrykket over bredden B_0 blir:

$$\sigma'_{\nu\gamma} = \frac{1}{2} \bar{\gamma} \cdot N_\gamma \cdot B_0$$

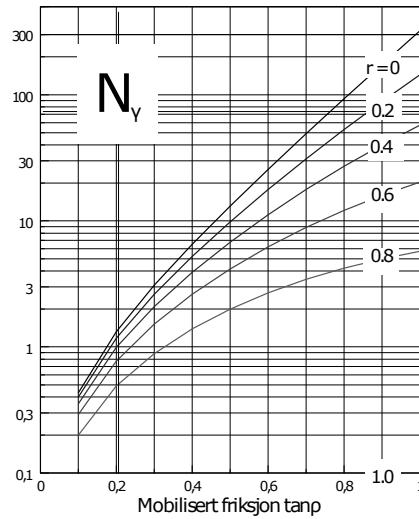
Det fulle fundamenttrykket regnes så som en sum av løsningene for vektløs jord og for romvektsleddet:

$$\sigma'_{vn} = (N_q - 1) (p' + a) + \frac{1}{2} \bar{\gamma} N_\gamma B_0 \quad (7.1)$$

der:

N_q er bæreevnefaktoren for konstantleddet (a, p') , og

N_γ er bæreevnefaktoren for romvektsleddet $(\bar{\gamma})$, estimert ut fra sonegeometri. Tilnærmet løsning for N_γ finnes i diagram under og figur 10.14 i kapittel 10:



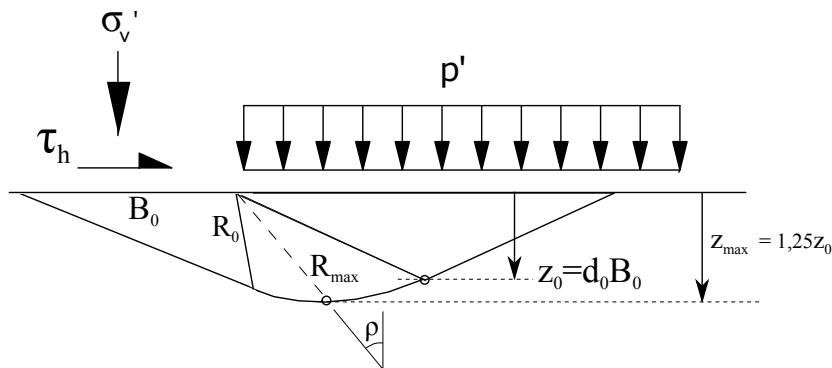
Figur 7.21: Bæreevnefaktor for romvektsleddet

Tyngdetetheten er her en effektiv tyngdetethet, og betegnelsen $\bar{\gamma}$ for indikerer at eventuelle strømkrefter skal korrigeres for, spesielt er dette viktig for oppadrettet vannstrøm som vil redusere jordens effektivspenningsnivå.

Ekvivalent dybde

Spenningssonene vil “stukes vertikalt” i forhold til geometrien ved vektløs jord. Det gir et mer ugunstig forhold mellom en økt bæreevnefaktor N_q (øker pga stukningen) og et lavere effektivspenningsnivå (grunnere skjærflate). De deformerte sonene vil gi høyere bæreevnefaktor N_q , men lavere spenningsnivå, og dermed lavest mulig bæreevne som et kompromiss. Dersom man beholder verdien av N_q uendret, må virkningen salderes på effektivspenningsnivået.

En representativ dybde vil kunne være relatert til største dybde i PASSIV rankinesone, som vist i figur 7.22. Ekvivalent dybde $z_0 = \frac{1}{1,25} \cdot z_{max}$ har vist seg å stemme bra med verdier funnet ved hjelp av mer avanserte metoder, som for eksempel elementmetoden.



Figur 7.22: Praktisk anslag av referansedybde z_0

Lengden av den minste radien i logspiralen uttrykkes lettest ved hjel av sinus-setningen i den aktive Rankine-sonen, R_0 er her minste radius i Prandtlsonen:

$$\frac{B_0}{\sin(2\alpha_{c-})} = \frac{R_0}{\sin(\alpha_{c+} - \omega)}$$

$$[\sin(2\alpha_{c-}) = \cos\rho] \Rightarrow$$

$$\frac{B_0}{\cos\rho} = \frac{R_0}{\sin(\alpha_{c+} - \omega)}$$

Radien til dypeste punkt, R_{max} :

$$R_{max} = R_0 \cdot e^{(\alpha_{c-} - \omega + \rho) \tan\rho} = R_0 \cdot e^{(\alpha_{c+} - \omega) \tan\rho}$$

Dybden til dypeste punkt, z_{max} :

$$z_{max} = R_{max} \cos\rho = R_0 \cdot e^{(\alpha_{c+} - \omega) \tan\rho} \cdot \cos\rho = \sin(\alpha_{c+} - \omega) e^{(\alpha_{c+} - \omega) \tan\rho} \cdot B_0$$

$$z_0 = z_{max} \cdot \frac{1}{1.25} \quad (7.2)$$

Ligning 7.2 er empirisk funnet, se tekst over. Dybden z_0 kan uttrykkes dimensjonsløst mhp. fundamentbredden B_0 , dvs. $z_0 = d_0 B_0$. Dette gir følgende uttrykk for d_0 :

$$d_0 = \frac{z_0}{B_0} = \sin(\alpha_{c+} - \omega) \cdot e^{(\alpha_{c+} - \omega) \cdot \tan\rho} \cdot \frac{1}{1.25} \cdot \frac{1}{2-r}$$

der: $\frac{1}{2-r}$ er en faktor som gir gradvis overgang til halve dybden for $r = 0$, splittet sonegeometri, se fig 7.18

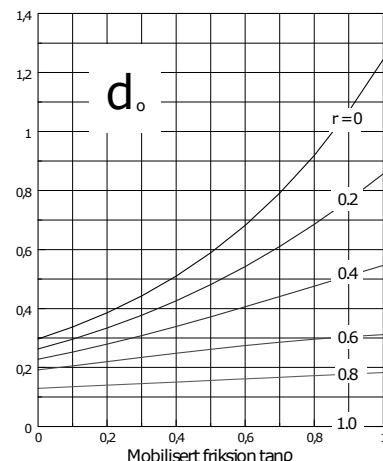
og: $\frac{1}{1.25}$ er en tilpasning som indikerer grunnere skjærsoner enn for vektløst tilfelle, se figur 7.18.

En tilnærmet løsning er gitt i diagram til høyre. Finnes også bak i kapittel 10, figur 10.14.

For gitt dybde beregnes et ekvivalent referansetrykk, ligning 7.3:

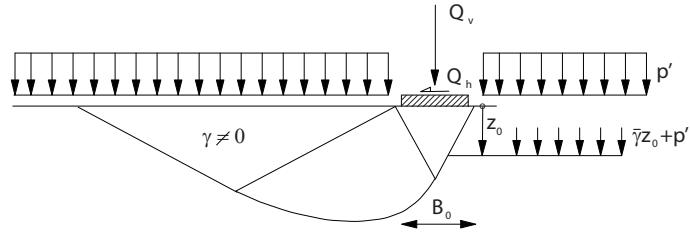
$$\bar{p} = p' + \bar{\gamma} \cdot z_0 \quad (7.3)$$

der $z_0 = d_0 \cdot B_0$ er referansedybden.



Figur 7.23: Ekvivalent dimensjonsløs dybde

Oversikt over bæreevnebidrag fra spenningsfelt og romvekt $a\phi$ -basis



Figur 7.24: Oversikt over bæreevnebidrag fra spenningsfelt og romvekt $a\phi$ -basis

$$\sigma'_{vn} = \underbrace{(N_q - 1)(p' + a)}_{\text{spenningsfelt, } \gamma = 0} + \underbrace{\frac{1}{2} \bar{\gamma} N_\gamma B_0}_{\text{romvekt}}$$

Eller:

$$\sigma'_{vn} = (N_q - 1)(p' + \bar{\gamma} d_0 B_0 + a)$$

der $\bar{\gamma} d_0 B_0$ kommer som tillegg til $p' + a$ og utgjør et referansestrykk fra γ -leddet.
): $z_0 = d_0 B_0$ er en referansedybde for γ -leddet.

d_0 avtar mer r

d_0 øker med $\tan \rho$

$$\bar{\gamma}, \text{ se TBA4100 Geoteknikk og geologi: } \left[\begin{array}{l} \bar{\gamma} = \gamma_{justert} = \gamma' - i \gamma_w \quad (\text{strøm opp}) \\ \bar{\gamma} = \gamma' + i \gamma_w \quad (\text{strøm ned}) \end{array} \right]$$

Sammenheng mellom d_0 og N_γ

Ettersom d_0 og N_γ uttrykker det samme, henger faktorene formelt sammen, ligning 7.4:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \bar{\gamma} \cdot N_\gamma B_0 &= (N_q - 1)(\bar{\gamma} \cdot d_0 \cdot B_0) \\ &\therefore \\ N_\gamma &= 2 \cdot d_0 \cdot (N_q - 1) \end{aligned} \tag{7.4}$$

eller:

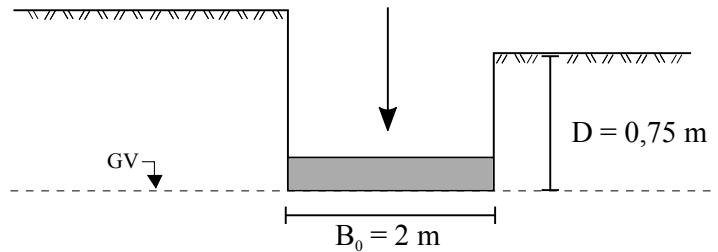
$$d_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_\gamma}{(N_q - 1)}$$

$$\sigma'_{vn} = (N_q - 1)(p' + a) + 0.5 \cdot \bar{\gamma} \cdot N_\gamma \cdot B_0 \quad \text{eller} \quad \sigma'_{vn} = (N_q - 1)(p' + a + \bar{\gamma} \cdot d_0 \cdot B_0)$$

Eksempel: Beregning av bærevne, ren vertikal last og gitt fundamentbredde, $a\phi$ -analyse

Fundamentets kapasitet til å ta lasten Q'_v beregnes ved å finne vertikalspenningen som jorden tåler med de gitte parametre.

$$Q'_v = ?$$



Gitt: $a = 10 \text{ kN/m}^2$, $\tan \phi = 0.52$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$.

Krav til sikkerhetsfaktor $F = 1.3$, dvs. $\tan \rho = \frac{\tan \phi}{F} = \frac{0.52}{1.3} = 0.40$.

Ren vertikal last gir at ruhetsforholdet $r = 0$.

Bruk av diagrammer gir dermed: $N_q = 7.7$ og $d_0 = 0.49$.

Aksjon: Vi søker her etter vertikalkraften som kan settes på fundamentet.

Reaksjon: Den σ'_v som gir $\tan \rho = 0.4$ finnes fra spenningsfeltteori.

$$\begin{aligned}\sigma'_{vn} &= (N_q - 1)(p' + a + \bar{\gamma}d_0B_0) \\ \sigma'_{vn} &= (7.7 - 1)(\gamma z + 10 + 10d_0 \cdot 2) \\ \sigma'_{vn} &= (7.7 - 1)(20 \cdot 0.75 + 10 + 10 \cdot 0.49 \cdot 2) \\ \sigma'_{vn} &= 233.2 \text{ kPa}\end{aligned}$$

$$\sigma'_v = \sigma'_{vn} + p' = 233.2 + 15 = 248.2 \text{ kPa}$$

Fundamentets vertikalkapasitet (maksimum vertikal last i fundamentnivå) pr løpementer inn i planet blir (husk at fundamentbredden $B = 2m$):

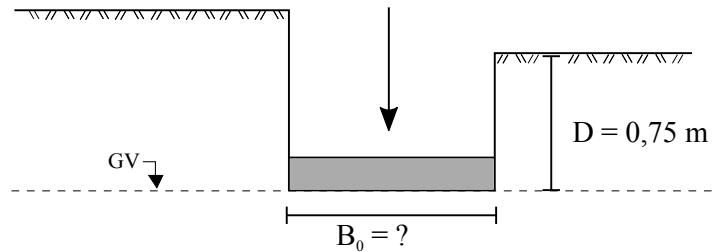
$$Q_v = 248.2 \cdot 2 = 496.4 \text{ kN/m}$$

Hvorfor står det Q_v i stedet for Q'_v ? Det er fordi vi alltid i effektivspenningsanalysen regner neddykket vekt av konstruksjonen som belaster jorden. Her er grunnvannet under fundamentnivået og følgelig er $Q_v = Q'_v$.

Eksempel: Beregning av nødvendig fundamentbredde ved gitte laster, $a\phi$ -analyse

Ofte vil det være gitt hvilke laster som føres ned til fundamentet. F.eks. linjelaster under en bærevegg, en støttemur el.lign. Hvor stor fundamentflate trengs det?

$$Q'_v = ?$$



$$\begin{aligned} Q'_v &= 160 \text{ kN/m} & a &= 10 \text{ kN/m}^2 & \gamma &= 20 \text{ kN/m}^3 \\ Q_h &= 30 \text{ kN/m} & \tan \phi &= 0.52 & D &= 0.75 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{Aksjon: } q'_v = \frac{Q'_v}{B_0}, \quad t_h = \frac{Q_h}{B_0}, \quad r = \frac{t_h}{\tan \rho(q'_v + a)} = \frac{Q_h}{\tan \rho(Q'_v + aB_0)}$$

$$\text{Reaksjon: } \sigma'_{vn} = (N_q - 1)(p' + \bar{\gamma}d_0B_0) \text{ og } \tau_h = r \tan \rho(\sigma'_v + a)$$

$$\tan \rho = \frac{\tan \phi}{F} = \frac{0.52}{1.3} = 0.40, \quad p' = \gamma D = 20 \cdot 0.75 = 15 \text{ kN/m}^2$$

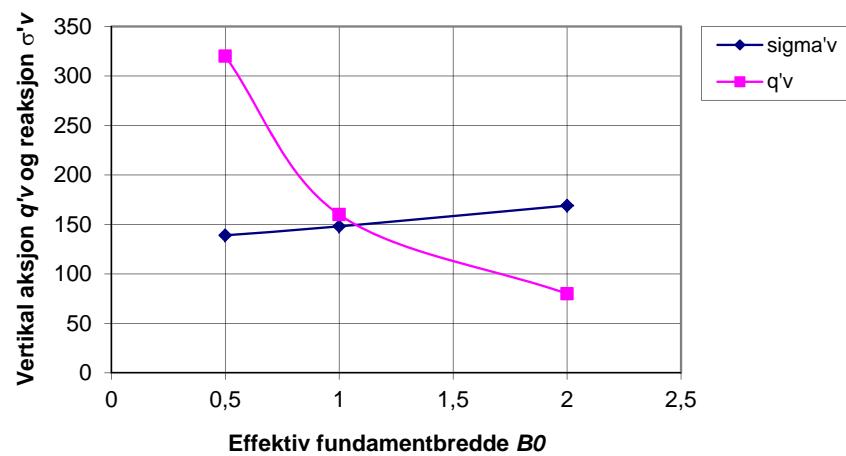
Prinsipp for løsning: Aksjon = reaksjon dvs. likevekt.

Løser problemet ved å prøve med flere fundamentbredder B_0 og ser når vi får like tallverdier for q'_v og σ'_{vn} .

B_0 [kPa]	q'_v [kPa]	t_h [kPa]	r [-]	N_q [-]	d_0 [-]	$\bar{\gamma}d_0B_0$ [kPa]	$p' + a$ + $\bar{\gamma}d_0B_0$ [kPa]	σ'_{vn} [kPa]	σ'_v $\sigma'_{vn} + p'$ [kPa]
0.5	320	60	0.45	5.6	0.32	1.6	26.6	124	139
1.0	160	30	0.44	5.6	0.32	3.2	28.8	132	148
2.0	80	15	0.42	5.7	0.32	6.4	31.4	154	169

Tabell 7.1: Iterasjon for å finne nødvendig fundamentbredde

Vi ser umiddelbart fra tabellen at svaret er i nærheten av $B_0 = 1 \text{ m}$. Oppsatt i diagram viser resultatet at det oppnås likevekt mellom aksjonene og reaksjonen dersom det velges et fundament med effektiv bredde B_0 på ca. 1.1 m.



Som egenoppgave kan du tegne opp spenningsfeltet under dette fundamentet. Anta at $r = 0,44$ og vis at maksimal utstrekning av spenningsfeltet til høyre for fundamentet er ca. 1,92 m.

7.4 Formfaktorer

Formlene utledet tidligere i kapittelet forutsetter plan spenningstilstand (dvs. stripelast) og fundament plassert på overflaten. Det er vanlig å korrigere løsningene med **formfaktorer** (korreksjonsfaktorer) for å kunne bruke dem for situasjoner der disse forutsetningene ikke er oppfylt. Det er to viktige faktorer som løsningen kan korrigeres for, **dybdefaktor** (D/B) og **arealfaktor** (B/L).

7.4.1 Arealfaktor

Arealfaktoren skal korrigere for medvirkende skjærspenninger eller deformasjons- / bruddutvikling på de to andre fundamentkantene. Overgangen fra stripefundament til kvadratisk fundament involverer større jordvolum som kan bidra positivt til bæreevnen (medvirkende skjærspenninger i “nye” jordvolum), men som også kan gi større kinematisk frihet til å danne en bruddmekanisme. Det er derfor ikke innlysende om bæreevnen øker eller minker.

$a\phi$ -analyser

Teoretiske undersøkelser tyder på at den del av bæreevnen som skyldes attraksjonen a og effektiv overlagring p' i fundamentnivå, øker noe for kvadratiske fundamenter, kanskje opp mot 20% for $r = 0$, som for s_u -analyser. Derimot tyder mye på at den delen av bæreevnen som skyldes romvektsleddet ($\frac{1}{2} \cdot \bar{\gamma} \cdot N_\gamma \cdot B_0 = (N_q - 1) \cdot \bar{\gamma} \cdot d_0 \cdot B_0$) avtar når fundamentet blir mer kvadratisk.

Et fradrag på 30% er foreslått for ren vertikallast ($r = 0$). Ettersom dette er usikre verdier, er vårt forslag at man bruker konservative verdier for romvektsleddet ($N_\gamma; d_0$) i alle fall, men sløyfer korreksjoner i den totale bæreevnen pga. arealets form.

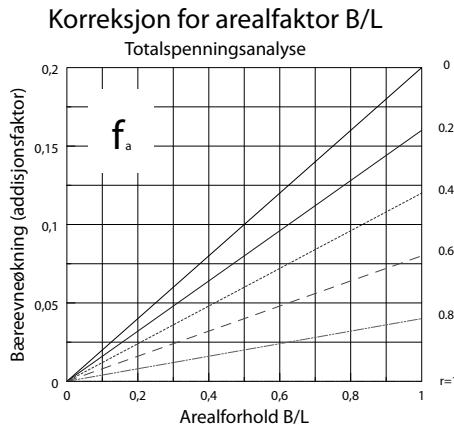
s_u -analyser

For s_u -analyser **med konstant skjærfasthet i dybden** er det vanlig å korrigere til høyere bæreevne når fundamentflaten blir mindre langstrakt (B/L øker mot 1). For kvadratiske og sirkulære fundamenter økes bæreevnen halvempirisk med 20% for ren vertikallast ($r = 0$). Det er ikke logisk at denne korreksjonen gjelder for horisontalpåkjente fundamenter, og vi velger å redusere “påslaget” for økende r . Korreksjonen får da følgende form:

$$N_{c, kvadr} = (1 + 0.2 \cdot (1 - r)) \cdot N_{c, stripe} = (1 + f_A) \cdot N_{c, stripe} \quad (7.5)$$

Diagram over korreksjonsfaktoren f_A er gitt i figur 7.25.

Ved økende s_u i dybden må denne korreksjonen ikke brukes, bæreevnen kan synke når fundamentet blir mindre langstrakt.



Figur 7.25: Korreksjon for arealform B/L

7.4.2 Dybdefaktor

Dybdefaktoren skal korrigere for medvirkende skjærspenninger i de jordsonene som ligger ovenfor fundamentnivået.

$a\phi$ -analyser

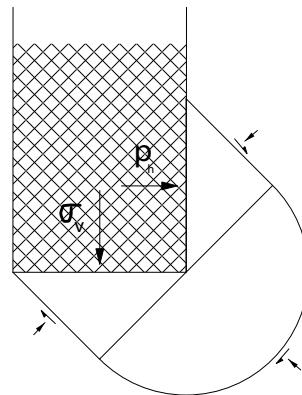
Vi foreslår at det ikke korrigeres for dybdefaktoren i $a\phi$ -analyser.

s_u -analyser

Det er vanlig å korrigere temmelig mye for dybdefaktoren ved s_u -analyser, f.eks. ytterligere ca. 50%. Dette gir verdier av N_c helt opp mot 9-10 for dype kvadratiske fundamenter (f.eks. en pelespiss i leire). Teoretisk kan dette innebære forutsetninger som vist i figur 7.26.

Merk at dette forutsetter at det horisontale referansetrykket p_r er satt lik vertikal overlagring p_v ved fundamentnivå. Imidlertid må $p_v - \tau_c \leq p_r \leq p_v + \tau_c$ og dette gir at $7.3 \leq N_c \leq 9.3$ dekker det aktuelle området for denne betraktingen.

Vi foreslår at N_c -verdier på opptil 7.5 kan brukes for vertikalbelastede, små stripeflater (få meters bredde) i stort dyp. Dype kvadratiske flater får da N_c -verdier på 9 (for $p_h = 2p_v$). Dybdeavhengigheten for ren vertikallast ($r = 0$) foreslås som gitt i nedenstående diagram. Det vil fortsatt være logisk å korrigere med faktoren $(1-r)$ for andre ruhetsforhold, ligning 7.6.



Figur 7.26: Dyp fundament, plan tilstand.

$$\sigma_{vn} = N_c \cdot \tau_c$$

$$N_c = 1 + 2 \cdot \pi + 1 = 8.28 \approx 8.3$$

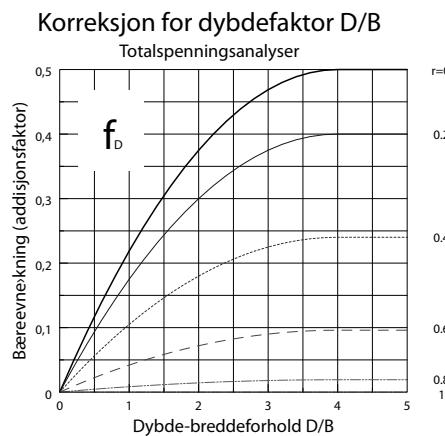
$$N_{c,D} = (1 + f_D) \cdot N_{c,grunn} \quad (7.6)$$

der:

$N_{c,grunn}$ = bæreevnefaktoren for overlastlast for samme fundament

og:

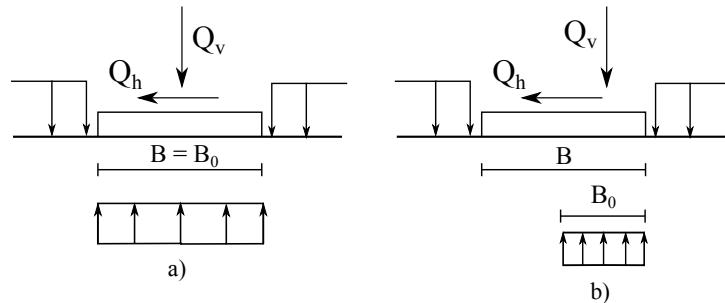
f_D = dybdekorreksjonsfaktoren gitt i diagram figur 7.27



Figur 7.27: Korreksjon av bæreevne for dybdefaktoren D/B

7.5 Eksentrisk last

Til nå har vi sett på bæreevneproblem for sentrisk last, se figur 7.28 a). Det vil si overføring av horisontale og vertikale kraftkomponenter til fundamentet. Ofte er lasten eksentrisk plassert slik at fundamentet i tillegg må kunne overføre moment, se figur 7.28 b). Jord har ingen strekkstyrke, momentet må derfor overføres ved at normalspenningene mot fundamentflatene får en passe eksentrisk resultant.



Figur 7.28: Forskjellen på a) sentrisk og b) eksentrisk last

Dette oppnås ved å anta at bare en del av fundamentet får kontaktrykkspenninger. Det innføres en nyttig fundamentbredde B_0 og fundamentlengde L_0 som kontaktrykket fordeles symmetrisk over, se figur 7.29.

Likevekt av fundamentet gir:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_v = Q_v$$

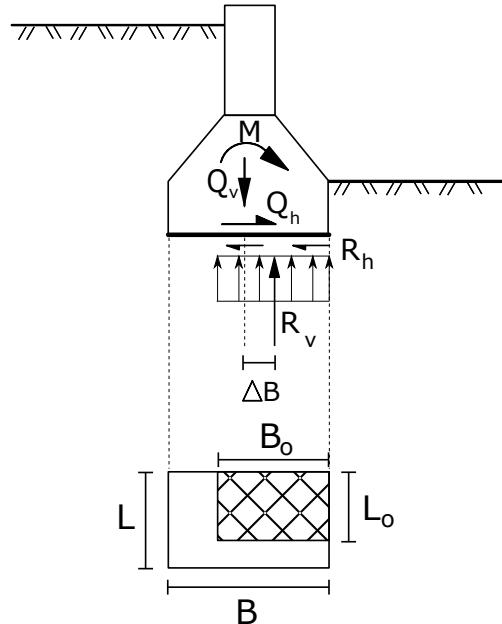
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_h = Q_h$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_v \cdot \Delta B = M_B$$

$$\Rightarrow \Delta B = \frac{M_B}{Q_v}$$

$$\sum M_L = 0 \Rightarrow R_v \cdot \Delta L = M_L \quad (7.7)$$

$$\Rightarrow \Delta L = \frac{M_L}{Q_v}$$



Figur 7.29: Nyttig fundamentbredde
der:

ΔB = er eksentriskiteten av fundamenttrykkresultanten R_v i B -retning
 ΔL = er eksentriskiteten av fundamenttrykkresultanten R_v i L -retning

Ettersom resultanten R_v skal stå sentrisk på det nyttige fundamentet $B_0 \times L_0$ må dessuten B_0 og L_0 være gitt av:

$$\begin{aligned}\frac{B_0}{2} &= \frac{B}{2} - \Delta B \\ \frac{L_0}{2} &= \frac{L}{2} - \Delta L \\ B_0 &= B - 2 \cdot \Delta B \\ L_0 &= L - 2 \cdot \Delta L\end{aligned}\tag{7.8}$$

Fundamenttrykket blir dermed:

$$\begin{aligned}Q_v &= R_v = \sigma_v \cdot B_0 \cdot L_0 \\ \sigma_v &= \frac{R_v}{B_0 \cdot L_0}\end{aligned}\tag{7.9}$$

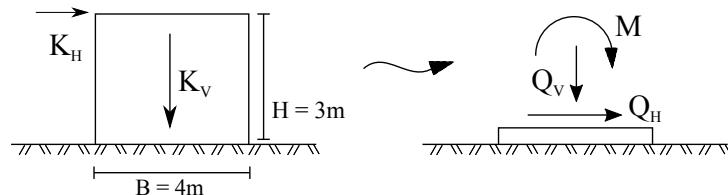
For at fremstillingen skulle være noenlunde enkel i første omgang er utledningene så langt gjort for tørr jord, $u = 0$. Eventuelle poretrykk vil føre til oppdrift U_v og momentbidrag M_{Bu} og M_{Lu} (dersom trykkene er ujevnt fordelt og dermed får eksentrisitetene e_{Bu} og e_{Lu}). I neste kapittel er disse effektene tatt med.

Oppgaven består ofte i bestemme en ukjent parameter, for eksempel sikkerhetsfaktor F eller nødvendig fundamentbredde B_0 . Ofte skiller man da mellom aksjon og reaksjon, der aksjon er spenning på grunn av last og reaksjon er spenning som jorden må trykke imot med. I praksis vet vi ofte enten aksjonen eller reaksjonen, og itererer oss frem til løsning som gir likevekt i fundamentsålen. Dette kommer tydeligere frem i videre eksempelregning.

7.5.1 Eksempler

Eksempel: Eksentrisitetsberegning

En boks blir belastet med en vertikal, sentrisk last $K_V = 15 \text{ kN/m}$ og en horisontal last $K_H = 90 \text{ kN/m}$ som angriper på toppen boksen, dvs 3m over bakken. Bredden $B = 4 \text{ m}$.



Finner ekvivalent lastvirkning om fundamentsenteret:

$$Q_V = 90 \text{ kN/m}$$

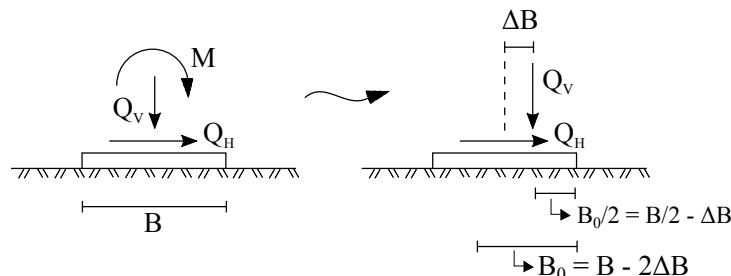
$$Q_H = 15 \text{ kN/m}$$

$$M = K_H \cdot H = 15 \text{ kN/m} \cdot 3m = 45 \text{ kNm/m}$$

Flytt så Q_V slik at eksentrisiteten ΔB gir korrekt momentvirkning om fundamentsenteret:

$$\sum M = 0 \Rightarrow M = Q_V \cdot \Delta B$$

$$\Rightarrow \Delta B = \frac{M}{Q_V}$$

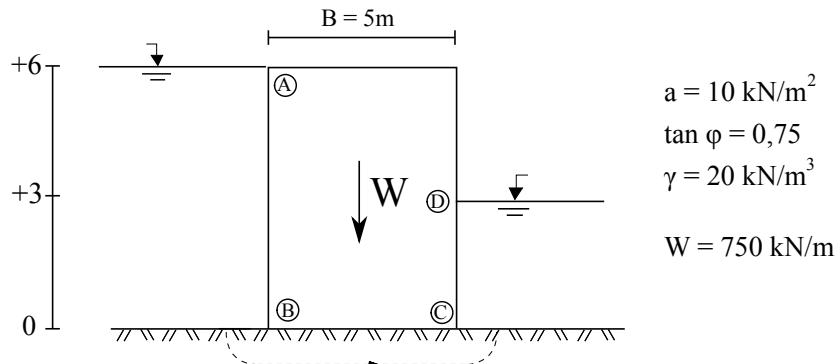


Med våre tall:

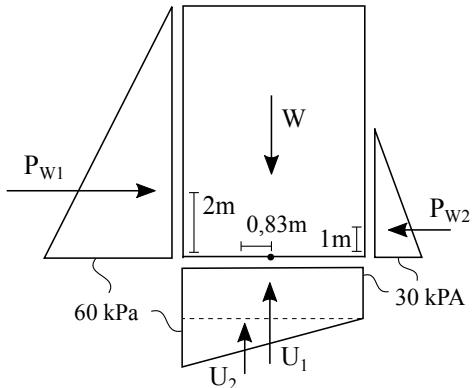
$$\Delta B = \frac{45 \text{ kNm/m}}{90 \text{ kN/m}} = 0,5 \text{ m}$$

$$B_0 = 4 \text{ m} - 2 \cdot 0,5 \text{ m} = 3 \text{ m}$$

Eksempel: Beregne F for delvis neddykket kasse, $a\phi$ -analyse



Legg merke til at i dette eksempelet er kassen delvis neddykket. W er kassens totalvekt, og vanntrykkets effekt kommer inn som oppoverrettet trykk u under bunn av kassen. Dette varierer over tverrsnittet ettersom det er forskjellig vanntrykk på venstre og høyre side. Her er dette antatt å variere lineert, noe som er ganske nær en riktig situasjon. Gjennomsnittsverdien av u er korrekt. Merk også at vanntrykkets variasjon under kassen bidrar til momentlikevekten.



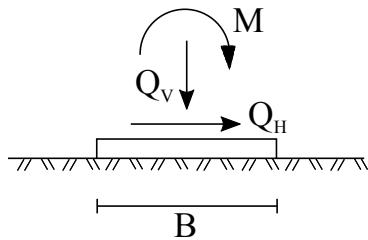
Regner ut ekvivalent lastvirkning på fundamentsålen:

Resultantene:	Q_h	Q'_v	ΔM
$W = 750 \text{ kN/m}$	0	750	0
$P_{W1} = 0,5 \cdot 60 \text{ kN/m}^2 \cdot 60 \text{ m} = 180 \text{ kN/m}$	180	0	360
$P_{W2} = 0,5 \cdot 30 \cdot 3 = 45 \text{ kN/m}$	-45	0	-45
$U_1 = 30 \cdot 5 = 150 \text{ kN/m}$	0	-150	0
$U_2 = 0,5 \cdot 30 \cdot 5 = 75 \text{ kN/m}$	0	-75	63,5
\sum	135	525	377,5

$$Q'_v = 52 \text{ kN/m}$$

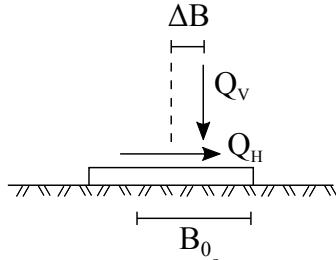
$$Q_h = 135 \text{ kN/m}$$

$$M = 377,5 \text{ kNm/m}$$



Beregner eksentrisiteten:

$$\Delta B = \frac{M}{Q'_V} = \frac{377,5}{525} = 0,72 \text{ m}$$

$$B_0 = B - 2\Delta B = 5 - 2 \cdot 0,72 = 3,56 \text{ m}$$


AKSJON:

$$q'_v = Q'_v/B_0 = 525/3,56 = 148 \text{ kN/m}^2$$

$$t_h = Q_h/B_0 = 135/3,56 = 38 \text{ kN/m}^2$$

REAKSJON:

$$\sigma'_v = \sigma'_{vn} + p'$$

$$\sigma'_{vn} = (N_q - 1)(p' + a + \bar{\gamma}d_0B_0)$$

$$\tau_h = r \tan \rho (\sigma'_v + a)$$

LIKEVEKT:

$$q'_v = \sigma'_v$$

$$t_h = \tau_h$$

$$\Rightarrow r \tan \rho = \frac{\tau_h}{(\sigma'_v + a)} = \frac{t_h}{(q'_v + a)} = \frac{135}{148} = 0,921$$

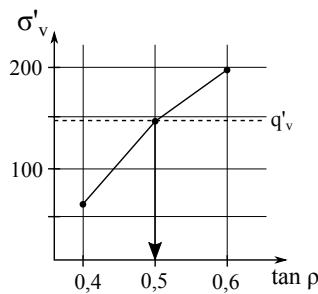
$$\Rightarrow r = \frac{0,921}{\tan \rho}$$

Prøver forskjellige verdier av $\tan \rho = f \cdot \tan \phi$ for å se hvilken sikkerhetsfaktor som gir $\sigma'_v \approx q'_v = 148 \text{ kN/m}^2$:

$\tan \rho$ (valgt)	r	N_q (diagr.)	d_0 (diagr.)	$p' + a + \bar{\gamma}d_0B_0$ (0 + 10 + 35,6 · d ₀)	σ'_{vn}	$\sigma'_v = \sigma'_{vn} + p'$ ($p' = 0$)
0,4	0,6	4,8	0,25	18,9	71,8	71,8
0,5	0,48	7,8	0,33	21,7	147,6	147,6
0,55	0,44	9,5	0,36	22,8	193,8	193,8

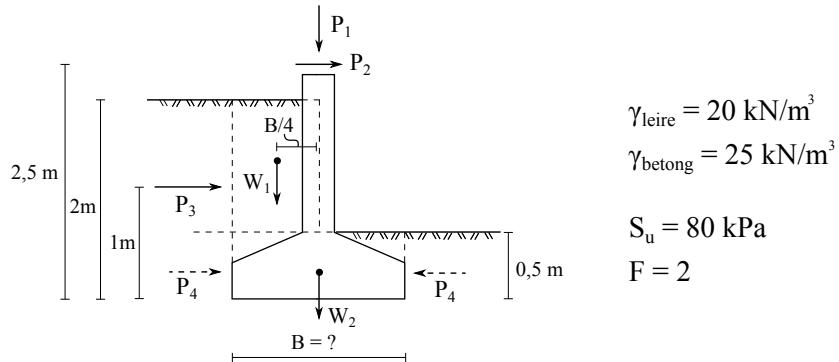
Ved interpolasjon finner vi at $\tan \rho = 0,5$ gir likevekt.

$$F = \frac{\tan \phi}{\tan \rho} = \frac{0,75}{0,5} = 1,5$$



Eksempel: Beregning av nødvendig fundamentbredde B_0 , s_u -analyse

Med gitte laster og grove overslag over arealer og egenvekter er det her vist hvordan man kan vurdere nødvendig bredde av et fundamentet på leire med høy styrke ($s_u = 80 \text{ kPa}$)



Påførte laster og jordtrykk:

$$P_1 = 150 \text{ kN/m}$$

Grove antagelser av arealer:

$$P_2 = 10 \text{ kN/m}$$

$$W_2 = B \cdot 0,5 \cdot 25 = 12,5B$$

$$P_3 = 20 \text{ kN/m}$$

P_4 utligner hverandre.

BEREGNER EKVIVALENTE LASTER:

$$Q_v = P_1 + W_1 + W_2 = 150 + 27,5B \text{ [kN/m]}$$

$$Q_h = P_2 + P_3 = 30 \text{ [kN/m]}$$

$$M = P_2 \cdot 2,5 \text{ m} + P_3 \cdot 1 \text{ m} - W_1 \cdot \frac{B}{4} = 45 - 3,75B^2 \text{ [kNm/m]}$$

$$\begin{aligned}
 \text{AKSJON: } \quad q_v &= Q_v/B_0 &= 150/B_0 + 27,5 \cdot B/B_0 \\
 \tau_h &= Q_h/B_0 &= 30/B_0 \\
 r &= t_h/\tau_c &= (30/B_0)/(80/2) = 0,75/B_0 \\
 B_0 &= B - 2M/Q_v &= B - 2 \cdot (45 - 3,75B^2)/(150 + 27,5B)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{REAKSJON: } \sigma_v &= N_c \cdot \tau_c + p \\ \tau_c &= 80 \text{ kPa}/2 = 40 \text{ kPa} \\ p &= 0,5 \text{ m} \cdot 20 \text{ kN/m}^3 = 10 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Prøver forskjellige verdier av B for å se hvilken fundamentlengde som gir $\sigma_v \approx q_v$:

B	B_0	q_v	τ_h	r	N_c	σ_v
2,0 m	1,71	120	18	0,44	4,58	193
1,25 m	0,83	222	36	0,91	3,41	147
1,5 m	1,12	171	27	0,67	4,15	176

Ser at for $B = 1,5 \text{ m}$ er $q_v = 171 \text{ kPa} \approx \sigma_v = 176 \text{ kPa}$.

7.5.2 Oppsummering - Formler for eksentrisk last

S_u -ANALYSE:

a) Aksjon:

$$\begin{aligned}
 \bar{Q}_v &= Q_v - U_v \\
 U_v &= \int_B u \, dx \\
 \Delta B &= \frac{M}{\bar{Q}_v} \\
 \bar{q}_{vn} &= \frac{\bar{Q}_v}{B_0} - \bar{p} \\
 t_h &= \frac{Q_h}{B_0}
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

b) Reaksjon:

Iterasjon i r eller $\tau_c \Rightarrow$ Anta verdi av r eller τ_c .

$$\tau_c = \frac{t_h}{r} \text{ eller } r = \frac{t_h}{\tau_c}$$

$$\sigma_{vn} = N_c(1 + f_A + f_D) \cdot \tau_c \tag{7.11}$$

Vurder $\sigma_{vn} \Leftrightarrow q_{vn}$

Verdier av bæreevnfaktoren N_c og korreksjonsfaktorene f_A og f_D er gitt i kapittel 10.

$a\phi$ -ANALYSE:

a) Aksjon:

$$\begin{aligned}
 Q'_v &= Q_v - U_v & U_v &= \int_B \int_L u \, dB \, dL \\
 \Delta L &= \frac{M_L}{Q'_v} & L_0 &= L - 2\Delta L \\
 \Delta B &= \frac{M_B}{Q'_v} & B_0 &= B - 2 \cdot \Delta B \\
 q'_{vn} &= \frac{Q'_v}{B_0 \cdot L_0} - q' \\
 t_h &= \frac{Q_h}{B_0 \cdot L_0}
 \end{aligned}$$

b) Reaksjon:

Iterasjon i r eller $\tan \rho$.

Anta verdi av r eller $\tan \rho$.

$$f_b = r \cdot \tan \rho = \frac{t_h}{q'_{vn} + q' + a}$$

$$\tan \rho = \frac{f_b}{r} \text{ eller } r = \frac{f_b}{\tan \rho}$$

$$\sigma'_{vn} = (N_q - 1)(q' + \bar{\gamma} \cdot d_0 \cdot B_0 + a)$$

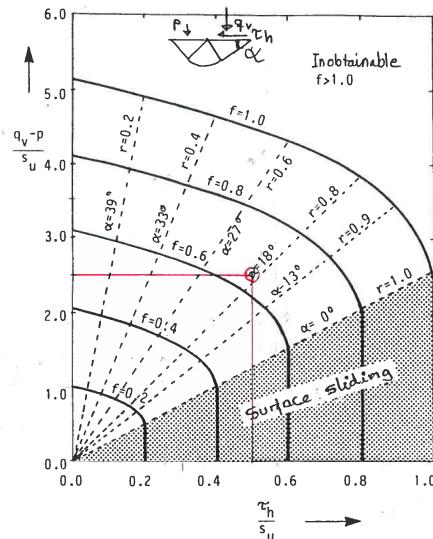
$$\text{Vurd} \tilde{\text{A}} \text{r } \sigma'_{vn} \Leftrightarrow q'_{vn}$$

Verdier av bæreevnfaktorene N_q , N_γ og d_0 er gitt i kapittel 10.

7.6 Kapasitetsdiagrammer og fugefriksjonstall

Interaksjonsdiagram for bærevne, s_u -analyse

Ved å gjøre vertikal- og skjærspenningene dimensjonsløse (normalisere mot s_u) kan en sette opp et generelt kapasitetsdiagram som vist nedenfor. Dette er generelt, og eksempelet viser hvordan en kan bruke dette til å finne mobiliseringsgrad, r og inngangsvinkel α i snittelementet direkte.



A 'handy interaction-diagram' may be derived by rearranging the bearing capacity equations slightly:

$$(a) \sigma_v = N_c \tau_c + p, \tau_c = f \cdot s_u$$

$$(b) \tau_h = r \cdot \tau_c$$

Rewriting we get

$$(a) \frac{q_v - p}{s_u} = N_c f$$

$$(b) \frac{\tau_h}{s_u} = r \cdot f$$

This is used to obtain the interaction diagram

Example

Given: $\sigma_v = q_v = 50 \text{ kN/m}^2$, $\tau_h = 10 \text{ kN/m}^2$, $s_u = 20 \text{ kN/m}^2$, $p = 0$

(1) Compute dimensionless values:

$$\frac{q_v - p}{s_u} = \frac{50 - 0}{20} = 2.5$$

$$\frac{\tau_h}{s_u} = \frac{10}{20} = 0.5$$

(2) From the interaction diagram

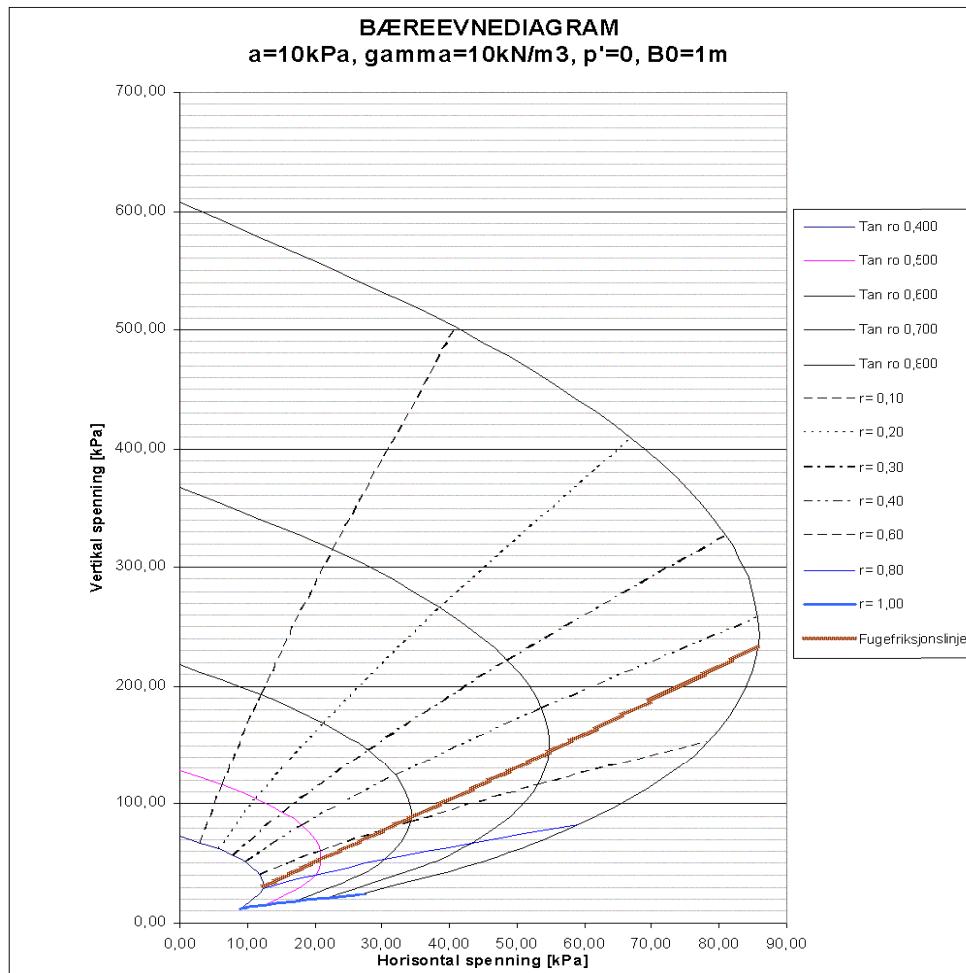
Degree of mobilization: $f = 0.65$

Roughness ratio: $r = 0.77$ (high)

Shear surface inclination: $\alpha = 19^\circ - 20^\circ$

Material factor: $f_m = \frac{1}{4} = 1.54$

Figur 7.30: Interaksjonsdiagram bæreevne på s_u -basis



Figur 7.31: Eksempel på bæreevnediagram for varierende friksjon og ruhetsforhold

Kapittel 8

SPENNINGSFORDELING UNDER FUNDAMENT

8.1 Hensikt

Hensikten med dette kapitlet er å gi anvisninger på betraktninger og formler som kan brukes til å vurdere spenningsfordelingen under et fundament, både i dybden (for settningsberegninger) og mot fundamentsålen (for dimensjonering av sålen).

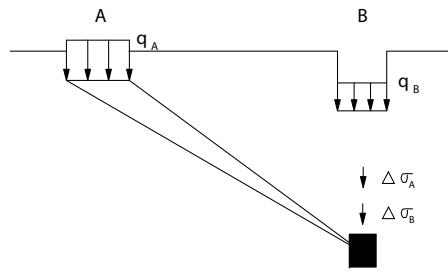
Ofte brukes elastisitetsteoretiske løsninger som grunnlag for slike vurderinger, men som det vises her kan løsninger basert på konstant verdi av elastisitetsmodul og tverrkonstraksjon føre svært galt av sted. De elastisitetsteoretiske løsningene er tatt med som referanse og sammenligningsgrunnlag, men regnes ikke som del av pensum.

Det forutsettes at man etter å ha arbeidet med stoffet skal:

1. kunne bestemme spenningsfordelingen i dybden under et fundament basert på den plastisitetsbaserte fordelingsmodellen, forutsatt at formlene er tilgjengelige
2. kunne vurdere bestemme såletrykkfordelingen ut fra antagelsen om konstant mobiliseringgrad i jorden under fundamentsålen, forutsatt at bæreevne-formler og diagram er tilgjengelige

8.2 Innledning

Ved beregninger av setninger av et fundament må vi kjenne initiell spenningstilstand under fundamentet samt spenningsendringene på grunn av det inngrepet vi ønsker å bedømme setningene for. Inngrepet kan være en lastendring på det fundamentet vi beregner setningen for, men det kan også være belastningsendringer på nabofundamenter.



Figur 8.1: Spenningstilvekst under nabofundament.

Spennningstilvekster, figur 8.1:

På grunn av fundamentet selv (B):

$$\Delta\sigma_B = f(q_B \dots)$$

På grunn av nabofundamentet (A):

$$\Delta\sigma_A = f(q_A \dots)$$

Samlet setning:

$$\delta_B = f(\Delta\sigma_B + \Delta\sigma_A \dots)$$

Følgelig:

Vertikal tilleggsspenning må egentlig bestemmes i ethvert punkt - ikke bare under fundamentet selv. (Elastisitetsteorien overdriver riktig nok innvirkningen fra nabofundamenter, ofte kan det derfor gi like riktig svar å sløyfe innvirkningen $\Delta\sigma_A$ fra nabofundamentene).

Metoder:

- A. Elastisitetsteoretiske løsninger
- B. Plastisitetsteoretiske løsninger.
- C. Overslagsmetoder.

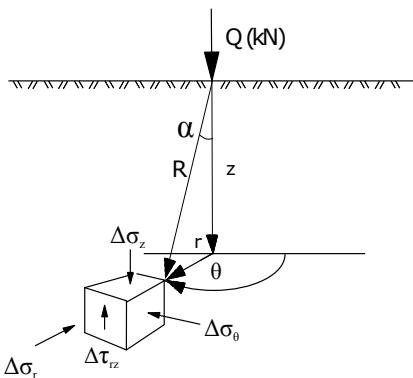
8.3 Elastisitetsteoretiske løsninger

De elastisitetsteoretiske løsningene forutsetter at jorden kan beskrives som et uendelig halvrom med konstant elastisitetsmodul (E) og tverkontraksjonstall (ν). Løsningene er temmelig misvisende for reell jord der økning i stivhet og styrke med dybden har stor betydning.

Løsninger der man tar hensyn til jordens styrke gir en bedre beskrivelse av delvis plastifisert jord.

Det finnes mange løsninger som er basert på elastisitetsteorien, her nevnes bare noen få.

8.3.1 Boussinesq (1885) Basisløsning



Forutsetninger:

- a) Vertikal punktlast
- b) Horisontal overflate
- c) Halvuendelig jordvolum
- d) Jord:
 - homogen
 - isotrop
 - lineært elastisk (E, ν)

Figur 8.2: Spenningsstilvekst under punktlast.

$$\Delta\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} = \frac{3Q}{2\pi z^2} \cos^2 \alpha \quad *) \quad \cos^5 \alpha = \frac{z^5}{R^5}$$

$$\Delta\sigma_r = \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{R^2} \left[\frac{3zr^2}{R^3} - \frac{R(1-2v)}{R+z} \right]$$

$$\Delta\sigma_\theta = \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{R^2} (1-2v) \left[\frac{R}{R+z} - \frac{z}{R} \right]$$

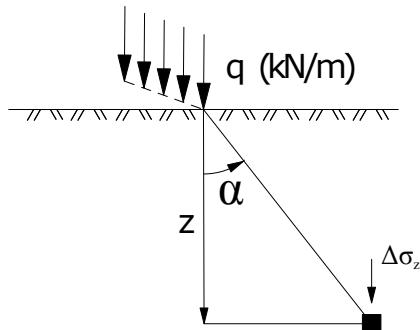
$$\Delta\tau_{rz} = \frac{3Q}{2\pi} \frac{rz^2}{R^5}$$

$$\delta_v = \frac{Q(1+v)}{2\pi E} \left[\frac{z^2}{R^3} + \frac{2(1-v)}{R} \right]$$

$$\delta_r = \frac{Q(1+v)}{2\pi E} \left[\frac{zr}{R^3} + \frac{(1-2v)r}{R(R+z)} \right]$$

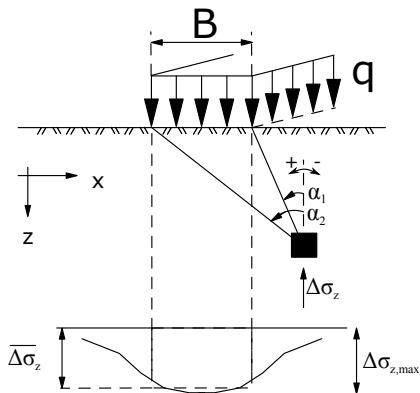
*) Tilnærmet løsning for søylefundament $B \times B$ når $z > 2B$ (under senter)

8.3.2 Linjelast



Figur 8.3: Spenninngstilvekst under linjelast.

8.3.3 Jevnt fordelt stripelast ($L \gg B$) - Fleksibel



Figur 8.4: Spenninngstilvekst under jevn fordelt stripelast.

Linjelast, figur 8.3:

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q}{\pi z} \cos^4 \alpha$$

Tilnærmet løsning for bankett når $z > 2B$ (under senter).

Jevnt fordelt stripelast, figur 8.4:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi} [\alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha]_{\alpha_1}^{\alpha_2}$$

$$\Delta\sigma_{z,\max} = \frac{2q}{\pi} [\alpha_0 + \sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0]$$

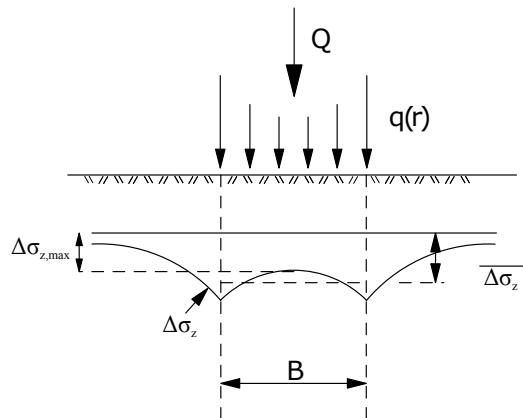
$$\tan \alpha_0 = \frac{B}{2z}$$

$$\alpha_0 = \alpha_2 = -\alpha_1$$

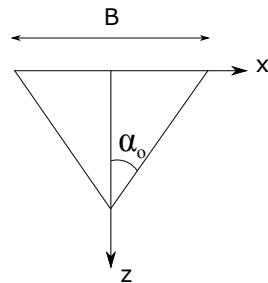
$$\Delta\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \arctan \frac{B}{z}$$

(Gjennomsnitt over bredden B)

8.3.4 Stripelast ($L \gg B$) - Glatt, uendelig stivt fundament



Figur 8.5: Fordeling av fundamenttrykket mot stivt fundament.



Figur 8.6: Referansesystem.

Trykkfordeling, figur 8.5 og figur 8.6:

Kontakttrykk ($z = 0$):

$$q(r) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\bar{q}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x}{B}\right)^2}}$$

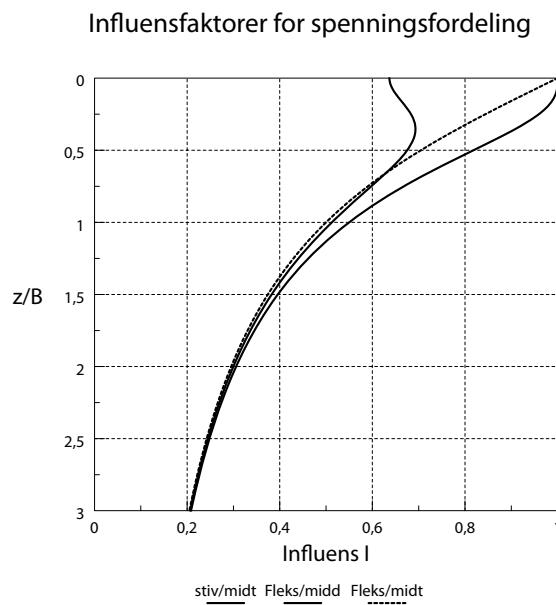
$$\bar{q} = \frac{Q}{B}$$

I senterlinjen ($z > 0$):

$$\Delta\sigma_{z,m} = \frac{2}{\pi} \cdot \bar{q} \cdot \sin \alpha_0 (2 - \sin^2 \alpha_0)$$

Middlere vertikalspenning i dybde z over bredden B gir et meget komplisert uttrykk, gjengis ikke her.

8.3.5 Oppsummering av løsninger basert på elastisitetsteorien



Figur 8.7: Spenningsfordeling midt under fundamentet etter elastisitetsteori.

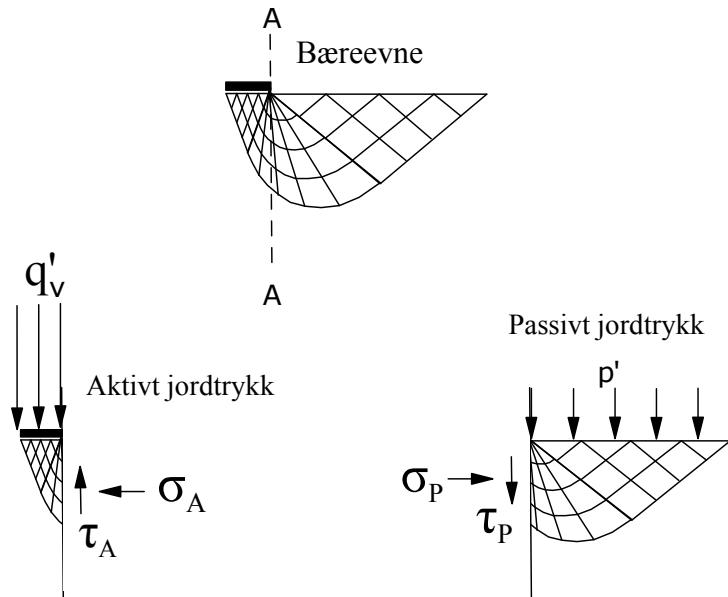
Noen kommentarer til ulike spenningsfordelinger vist i figur 8.7:

- Spenningsfordelingen for antatt stift og fleksibelt fundament avviker mest like under midten av fundamentet
- Gjennomsnittspenningene (over fundamentbredden) under antatt stift og fleksibelt fundament avviker svært lite fra hverandre
- En enkel tilnærningsverdi til disse gjennomsnittspenningene fåes ved å anta at lasten bæres av en jordkile med helning 2:1, det vil si at man fordeler fundamentlasten jevnt over en flate som øker med dybden. For en stripelast over fundamentbredden B blir referansebredden $(B+z)$ i dybde z . Betraktingen har ingen fysisk bakgrunn.

8.4 Plastisitetsteoretisk løsning, Janbu

8.4.1 Innledning

Elastisitetsteorien gir sterke skjærspenningskonsentrasjoner i jordvolum nær fundamentranden. Ofte er disse høye skjærspenningene kombinert med at minste hovedspenning er meget lav nær overflaten. I følge Coulombs bruddkriterium betyr dette at jordelementene er anstrengt langt utover styrken, dvs. at disse løsningene er ufysikalske. Det er derfor fristende å finne frem til betraktinger som kan ta hensyn til styrken av jorden. Her skal vises en tilpasning som er utviklet av Janbu, basert på spenningsfeltbetraktinger.



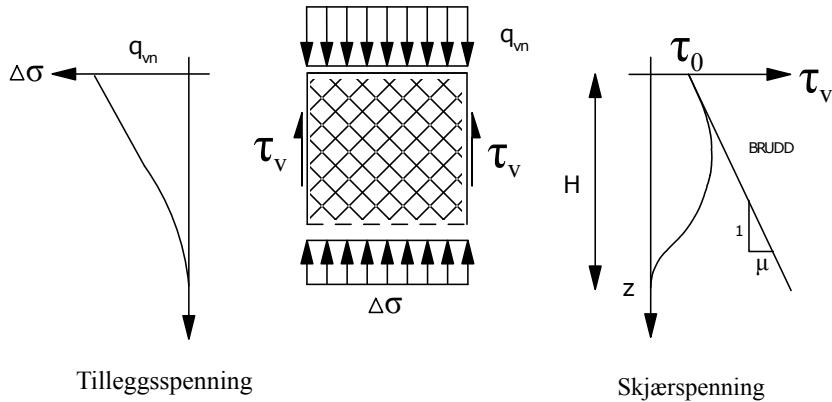
Figur 8.8: Prinsipp for bæreevnebetrakting, tilhørende spenningsfelt.

Etter elastisitetsteorien ser vi at ved stive fundamenter vil vi få store spenningskontrasjoner ved fundamentrendene dersom fundamentene er stive. Det er derfor rimelig å anta at jorden er plastifisert i områdene rundt fundamentrendene, selv ved relativt lave fundamentlaster slik som f.eks i brukstilstand.

Ved full plastifisering av jorda er spenningstilstanden under og ved siden av fundamentflaten karakterisert gjennom Rankine-soner og Prandtl-soner som vist i Kapittel 2 og Kapittel 4. Dersom vi bygger på den informasjonen som dette gir oss, må vi vente å få bedre samsvar med virkelige spenninger enn ved å anta lineært-elastisk jord. Ettersom vi får riktig styring på spenningsfeltene inne ved fundamentranden kan vi tilmed tillate oss å bruke grovere tilnærmelser lengre ut i spenningsfeltet der unøyaktigheter har mindre betydning.

En nærmere betrakting av figur 8.8 viser at de vertikale spenningene på et vertikalplan ($A-A$) gjennom fundamentranden kan bestemmes som skjærspenningskomponenten ved en jordtrykkgjennomregning på samme plan. Ettersom planet går langs en stråle (radius) i Prandtl-sonen er planet et kritisk plan med $r = 1$ og jordtrykket må følgelig regnes for $r = 11$. Merk at ved beregning av bæreevnen betrakter vi spenningstilstanden i den horisontale fundamentfugen. Fundamentfugen behøver slett ikke være noe kritisk plan, av den skisserte bæreevnefiguren fremgår det at $r = 0$ i fundamentfugen i dette tilfellet!

For lasttilfeller med skrålast vil fundamentfugen ha en spenningstilstand som tilsvarer $r > 0$. **På vertikalplanet $A-A$ gjelder forsatt at $r = 1$ så lenge skrålasten dreiningssvinkelen $\omega < \alpha_-$** . Dette er det samme grensetilfellet som gir fundamentet største horisontalmotstand for en gitt skjermobilisering i jorda, se Kapittel 4. Større skrålaster opptrer sjeldent som varig, setningsgivende last. Skulle en meget skrå last opptre, måtte man formelt regne $0 < r < 1$ ved jordtrykkgjennomregningen i snitt $A-A$. Størrelsen av r kunne da bestemmes ut fra sonegeometrien.



Figur 8.9: Sammentrykning av en jordsøyle.

Antagelsene om hvordan tilleggsspenningene $\Delta\sigma$ fordeler seg nedover i jordsøylen utnyttes til å beregne vertikaltøyningene i hvert snitt. Tøyningene vil avta nedover i søylen fordi tilleggsspenningene gjør det, men ofte også fordi jordstivheten uttrykt ved ødometermodulen M gjør det.

Ved setningsberegningen kan man tenke seg at fundamentet er plassert på toppen av en jordsøyle, se figur 8.9. Søylen støttes på de vertikale sidene av horisontale normalspenninger og vertikale skjærspenninger. Nedover i søylen bærer de vertikale skjærkraftene som er integralet av skjærspenningene, etterhvert mer og mer av fundamentlasten slik at aksialkraften i jordsøylen til slutt bare skyldes egenvekten av overliggende jord. Fundamentlasten er da i sin helhet tatt opp av de vertikale skjærspenningene (og overført til jordvolumene ved siden av fundamentet) og de vertikale tilleggsspenningene er "dødd ut".

Beregning av fundamentets setning $\Delta\sigma$ skjer nå ved å integrere vertikaltøyningen i jordsøylen fra fundamentnivå og ned til den dybden der tilleggsspenningene tar slutt.

8.4.2 Grunnleggende antagelser for anslag av skjærspenninger

1. Spenningsstilstanden nær fundamentranden styres hovedsaklig av plastiske spenningsfelt.
2. Disse spenningsfeltene kan karakteriseres ved en nedskalert styrke $\tan \rho = f \cdot \tan \phi$
3. Vertikal tilleggsspenning og skjærspenning dør ut ved en endelig dybde, forplantningsdybden H , figur 8.9
4. Vertikal setning av fundamentet kan beregnes som sammentrykningen av et jordprisme med tverrsnitt lik fundamentflaten og høyde lik H .
5. Gjennomsnittlig vertikal tilleggsspenning i dybden z under fundamentet i dette jordprismet er gitt av vertikal likevekt der skjærspenningene langs prismets vertikale flater er gitt i avsnitt "Matematiske tilpasningsfunksjoner".

8.4.3 Matematiske tilpasningsfunksjoner

Ved å ta utgangspunkt i jordtrykkteori for den passive delen av bæreevnene (høyre del av den splittede figuren i figur 8.8) kan man etablere en styrelinje for skjærspenningsvariasjonen i dybden i fundamentranden:

$$\begin{aligned}
 \sigma'_P + a &= K_P(p'_v + a) \\
 \tau_v &= r \tan \rho(\sigma'_P + a) \\
 \tau_v = \tau_P &= r \cdot \tan \rho \cdot K_P(p' + \bar{\gamma} \cdot z + a) \quad \text{for } r = 1 \\
 \tau_v &= \tau_0 + \mu \cdot z
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

der:

K_P = passiv jordtrykkoeffisient

τ_0 = mobilisert skjærspenning på vertikalplanet ved fundamentranden

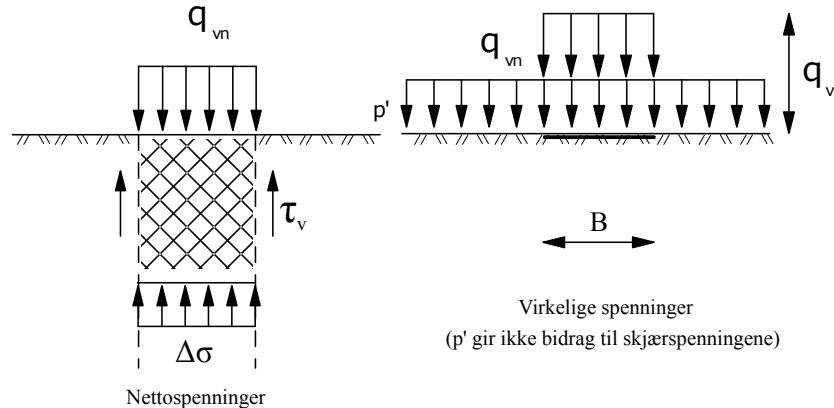
μ = økning i mobilisert skjærspenning med dybden på vertikalplanet ved fundamentranden (kPa/m, eller kN/m³)

Ved å anta en potensrekke for funksjonen $\tau_v(z)$ med utgangspunkt i styringslinjen ovenfor, kan man skrive:

$$\tau_v = \tau_0 + \mu \cdot z + A_0 z^2 + A_1 z^3 + \dots$$

$$\frac{\tau_v}{q_n} = \frac{\tau_0}{q_{vn}} + \frac{\mu H}{q_n} \cdot \zeta + \frac{A_0 \cdot H^2}{q_n} \cdot \zeta^2 + \frac{A_1 \cdot H^3}{q_n} \cdot \zeta^3 + \dots = I'_\tau = I_\tau \cdot \frac{2A}{\theta H} \tag{8.2}$$

der A_0 og A_1 = tilpasningskonstanter som velges slik at τ_v og dens deriverte $\frac{d\tau_v}{dz}$ begge blir 0 for forplantningsdybden H . $\zeta = \frac{z}{H}$ = dimensjonsløs dybdekoordinat.



Figur 8.10: Tilleggsspenninger $\Delta\sigma$ finnes av vertikal likevekt.

Vertikal tilleggsspenning finnes av vertikallikevekt av jordsøylen (se figur 8.10) ned til dybde z :

$$\begin{aligned}
 q_{vn} \cdot A &= \int_0^z \tau_v \cdot \theta \cdot dz + \Delta\sigma \cdot A \\
 I_\sigma &= \frac{\Delta\sigma}{q_{vn}} = 1 - \int_0^\zeta \frac{\theta \cdot H}{A} \cdot I'_\tau \cdot d\zeta
 \end{aligned} \tag{8.3}$$

Innfører:

$$I_\tau = \frac{\theta \cdot H}{2A} \cdot I'_\tau$$

$$I_\sigma = 1 - 2 \int_0^\zeta I'_\tau \cdot d\zeta$$

der:

$q_{vn} = q - p'$ = netto fundamenttrykk

$q' = \bar{\gamma}D$ = effektivt overlagringstrykk i fundamentnivå (utenfor fundamentet)

A = fundamentarealets dimensjoner (rektagulært)

θ = omkretsen av fundamentarealet, ($\theta = 2(B + L)$ ved rektagulært fundament, $\theta = \pi \cdot B$ ved sirkulært fundament der B er diameteren)

$\Delta\sigma_{vn}$ = gjennomsnittlig vertikal tilleggsspenning i dybden z

$I_\sigma = \frac{\Delta\sigma_{vn}}{q_{vn}}$ = "influensordinaten" for vertikal tilleggsspenning

$I_\tau = \frac{\theta \cdot H}{2A} \cdot \frac{\tau_v}{q_{vn}}$ = "influensordinaten" for vertikal skjærspenning under randen av fundamentet. Merk overgangen mellom I'_τ og I_τ .

$h = \frac{H}{B}$ = dimensjonsløs influensdybde

Formfaktoren $\frac{\theta \cdot H}{2A} = \frac{\theta \cdot B \cdot h}{2A}$ avhenger av fundamentflatens form. For sirkulære og kvadratiske fundamenter formfaktoren er $\frac{\theta \cdot H}{2A} = 2 \frac{H}{B} (= 2h)$, der B er bredden eller diameteren. For rektagulære fundamentflater med $A = B \cdot L$ er $\frac{\theta \cdot H}{2A} = h \left(1 + \frac{B}{L}\right)$.

Konstantene A_0 og A_1 må nå tilpasses slik at grensebetingelsene ved $z = H$ tilfredsstilles. Dette fører til betingelsen:

$$r_1 h + r_2 h^2 = 1 \quad (8.4)$$

der vi har innført hjelpestørrelsene:

$$r_1 = \frac{\theta \cdot B}{A} \cdot \frac{\tau_0}{q_{vn}} = \left(1 + \frac{B}{L}\right) \frac{\tau_0}{q_{vn}} \quad \text{og}$$

$$r_2 = \frac{\theta \cdot B}{A} \cdot \frac{\mu \cdot B}{6q_{vn}} = \left(1 + \frac{B}{L}\right) \frac{\mu \cdot B}{6q_{vn}}$$

Av ligning 9.4 løses den dimensjonsløse influensdybden h (bare positiv løsning er interessant), dermed er influensdybden H kjent. De dimensjonsløse influensordinatene blir:

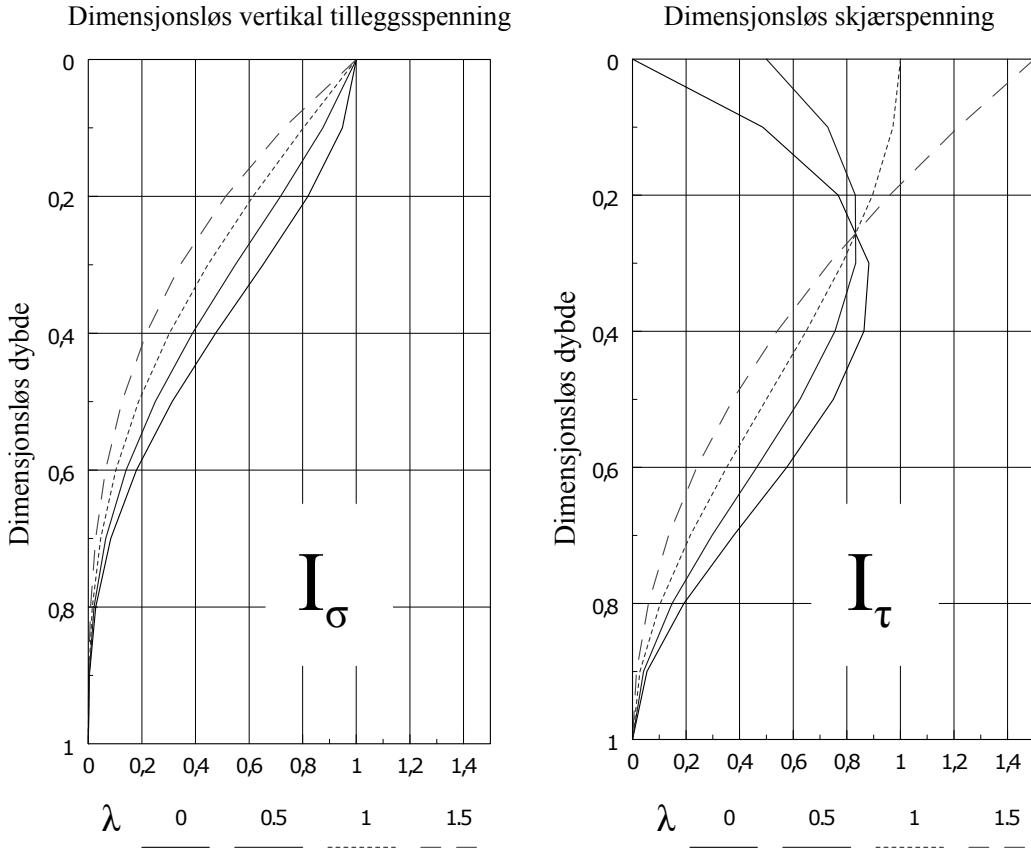
$$I_\tau = [(1 + 2\zeta)\lambda + 6(1 - \lambda)\zeta](1 - \zeta)^2 \quad (8.5)$$

$$I_\sigma = [1 + (3 - 2\lambda)\zeta](1 - \zeta)^3$$

der:

$\lambda = r_1 \cdot h$ = tilpasningen av den vertikale skjærspenningsfordelingen. Merk at $\lambda = I_\tau(0)$ det vil si at λ er lik startverdien av I_τ for $\zeta = 0$.

Diagram over de dimensjonsløse influensordinatene I_σ og I_τ er gitt i figur 8.11.


 Figur 8.11: Influensordinatene I_σ og I_τ .

Gitt:

$$\begin{aligned}
 q_{vn} &= (N_q - 1)(p' + a) & H &= hB \\
 \text{der av } f \text{ og } \tan \rho & & r_1 &= \left(1 + \frac{B}{L}\right) \frac{\tau_0}{q_{vn}} \text{ og} \\
 & & & \lambda = r_1 h \\
 \text{Beregn } r = +1: & & r_2 &= \left(1 + \frac{B}{L}\right) \frac{\mu \cdot B}{6q_{vn}} \\
 \tau_0 &= r \tan \rho K_P (p' + a) \\
 \mu &= r \tan \rho K_P \bar{\gamma} z & h &= \frac{1}{2r_2} \left(\sqrt{r_1^2 + 4r_2} - r_1 \right)
 \end{aligned}$$

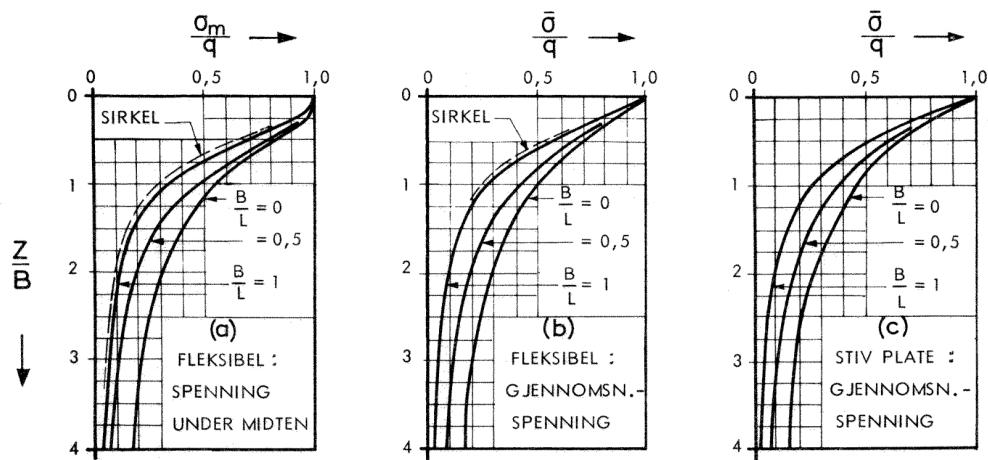
I dybde z :

$$\zeta = z/H \quad \text{Av diagram: } I_\sigma$$

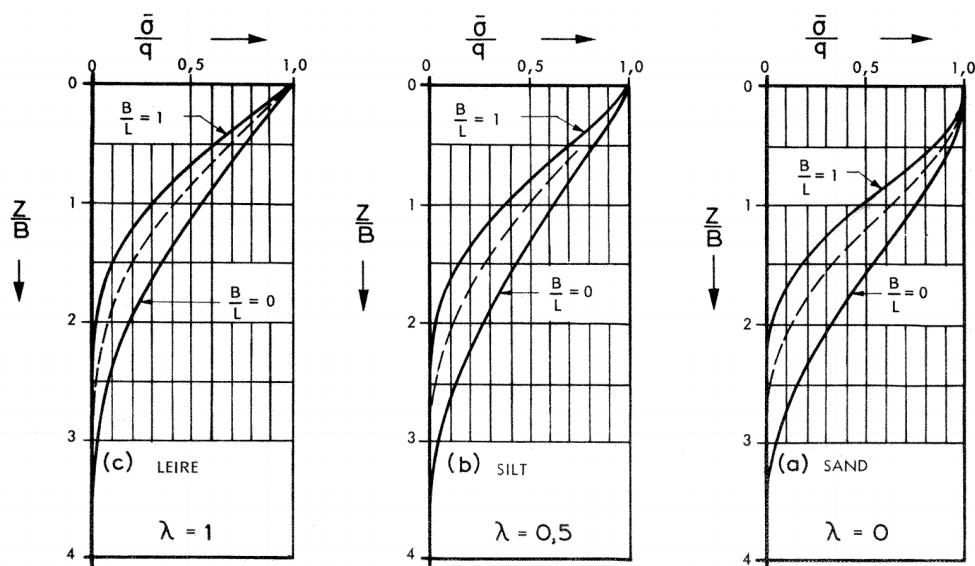
$$\Delta\sigma = I_\sigma \cdot q_{vn}$$

$$\tau_v = I_\tau \cdot h \left(1 + \frac{B}{L}\right) \cdot q_{vn}$$

8. SPENNINGSFORDELING UNDER FUNDAMENT



Figur 8.12: Spenningsfordeling etter elastisitetsteorien



Figur 8.13: Spenningsfordeling for overflatebelastning (Etter teori tilpasset jordartens egenskaper)

Kapittel 9

PELER

Hensikt

I dette kapitlet behandles peler generelt, i tillegg til ulike typer, installasjon og bæreevne. De klassiske jordtrykks- og bæreevnebetraktingene benyttes i det aksialsymmetriske tilfellet ved en pel. Dette er klart en forenkling ettersom betraktingene egentlig gjelder for plan tilstand. Det er imidlertid klare fordeler med å holde på de enkle prinsippene for å kunne beskrive og forstå hvilke faktorer som påvirker bæreevnen.

I kapitlet gis også en enkel innføring i betraktinger omkring peleramming. Betraktingene er sterkt forenklede og må brukes med stor forsiktighet ved lange peler.

Det forutsettes at man etter å ha arbeidet med stoffet skal:

1. ha oversikt over de forskjellige pelytyper som benyttes
2. kunne bedømme pelers strukturelle kapasitet
3. kunne bedømme statisk bæreevne for en pel i en gitt jordart på drenert og udrenert basis, samt på trykk og strekk
4. kunne vurdere påhengskrefter
5. kunne vurdere rammemotstand (nødvendig rammeenergi), og forventet bæreevne ut fra rammeobservasjoner

9.1 Innledning

Peler er konstruksjonselementer som er laget av stål, betong og /eller tre og brukes i de tilfeller der en trenger å føre lastene fra konstruksjonen lenger ned i jorden, til jordarter med bedre bæreevne.

Enkeltpeler og pelegrupper

Peler benyttes oftest i pelegrupper der pelene settes i antall og et mønster som kan ta opp kreftene. Toppen på pelen er normalt støpt inn i et pelehode som danner fundamentet for f.eks. et brulandkar, en søylelast i et bygg, en legg i en oljeplattform osv.

I noen tilfeller benyttes peler som enkeltpeler ved at store stålørspeler bores eller rammes og at den delen som stikker opp av jorda utgjør søylen i f.eks. et brukar.

Pelers anvendelsesområder

I hvilke tilfeller er det aktuelt å vurdere bruk av peler?

1. Der grunnen har topplag av masser som er for bløte til direkte fundamentering og for mektige til at utskifting av massene ikke lønner seg. Dette er vanlig i norske grunnforhold med store forekomster av bløt leire, og i mange tilfeller søker man å pele helt til fjell for å oppnå ønsket kapasitet.
2. Ved skrånende terren og/eller lagdeling i grunnen kan kompensert fundamentering være problematisk mhp differensialsetninger. Ved riktig bruk av peler under hele eller deler av fundamentet kan man redusere dette problemet.
3. Ved opptak av horisontalkrefter. Fundamenter kan utsettes for horisontalkrefter fra vind, jordtrykk, jordskjelv, påkjørsel fra f.eks. skip, oppbremsing av vogntog og lignende. En vertikal enkeltpel vil kunne ta dette ved bøyemoment, mens skrapeler i en gruppe i tillegg vil ta opp disse kreftene ved trykk og strekk i forskjellige peler i gruppen.
4. Der det kreves opptak av strekk-krefter slik det kan oppstå i lange slanke konstruksjoner som master, brutårn, offshore konstruksjoner osv.
5. Ved fundamentering i strømmende vann er peler også fordelaktig ved at man kan dimensjonere med hensyn på erosjon.

Pelene kalles *spissbærende peler* dersom pelespissen rammes inn i lag med meget stor fasthet, f. eks. fjell, morene og meget fast sand eller leire. Pelene kalles *friksjonspeler* eller *svevepeler* når spissmotstanden utgjør en beskjeden del av bæreevnen, pelen bærer da på friksjon mellom pelesiden og omgivende jord. Bæreevnen vil i mange tilfeller være en kombinasjon av spissmotstand og sidefriksjon.

En pel installeres i jorden ved at den rammes ned eller settes i et forboret hull. Pelene kan være prefabrikert eller støpes i et forboret eller rammet foringsrør. Ved ramming av prefabrikerte peler må man være forsiktig ved håndtering og ramming slik at pelen ikke skades. Ved peler utstøpt i bakken må man passe på at pelen blir komplett uten soner med redusert tverrsnitt. Dette er spesielt viktig dersom foringsrøret trekkes opp for gjenvinning. Ved opptrekking av foringsrøret kan det oppstå situasjoner der jorden

9. PELER

presses inn i det tiltenkte peletverrsnittet, rett og slett på grunn av for dårlig sidestøtte fra den ferske betongen som delvis ”henger seg opp” på foringsrøret når dette trekkes opp.

På land i Skandinavia rammes ofte prefabrikerte betongpeler med diameter rundt 0,3 m ved fundamentering av hus. Vanligst i Norge er firkantede tverrsnitt med 230 mm eller 270 mm sidekant. Disse kan rammes med fallodd med loddmasse fra 3 tonn og oppover, avhengig av jordarten.

Ved brufundamenter ble det tidligere ofte brukt grove, borede peler med diameter omkring 1 m. Ved de senere broprosjekter er disse ofte blitt erstattet med peler som utstøpes i rammede lukkede stålør med diameter på omlag 0,8 m. På grunn av fremtidig korrosjon er det ikke vanlig å regne med stålørret som del av fremtidig bæreevne ved disse pelene. Av økonomiske hensyn velges derfor veggtykkelsen minst mulig. Stålørrene kan rammes med fallodd eller dieselhammere/hydrauliske pelehammere. Falloddene bør ha betydelig masse (4 tonn og oppover) for å hindre for store rammespenninger i rørene.

Ved fundamentering av marine konstruksjoner rammes hule stålørspeler med diameter opptil 3 m, gjerne innpå 100 m lange. Det er utviklet hydrauliske pelehammere med masse på over 100 tonn som kan arbeide på flere hundre meters vanndyp til dette formålet.

Bæreevnen av peler vurderes ut fra:

1. Statiske bæreevneformler. Teoretiske betraktninger med jordparametere bestemt fra vanlige grunnundersøkelser.
2. Rammeformler. Med input fra observasjoner ved prøveramming (til hjelp ved endelig prosjektering) og ved endelig ramming.
3. PStatiske prøvebelastninger

9.2 Peletype

9.2.1 Betongpeler

Stikkord for betongpeler i Norge:

- Vanligste tverrsnitt er:

P230NA, minimum tverrsnitt $230 \times 230 \text{ mm}^2$

P270MA, minimum tverrsnitt $270 \times 270 \text{ mm}^2$

P345MA, minimum tverrsnitt $345 \times 345 \text{ mm}^2$

- Slakkarmert i lengder opp til 14 m
- Standard: NS3046 Prefabrikerte betongelementer - Betongpæler med kvadratisk tverrsnitt
- Betongkvalitet: C55
- Vanligst som spissbærende, også som friksjonsbærende i sand, grus og fast leire.
- Skjøter må utføres med god kontakt for å oppnå nødvendig momentkapasitet og unngå tap av rammeenergi
- Etterramming viktig for å unngå setninger

- Aggresivt miljø kan kreve at betongpelen beskyttes ved bruk av spesialsement eller ved påstrykning av beskyttende lag.



Figur 9.1: Betongpeler under ramming. Kontroll ved Chellis strek.

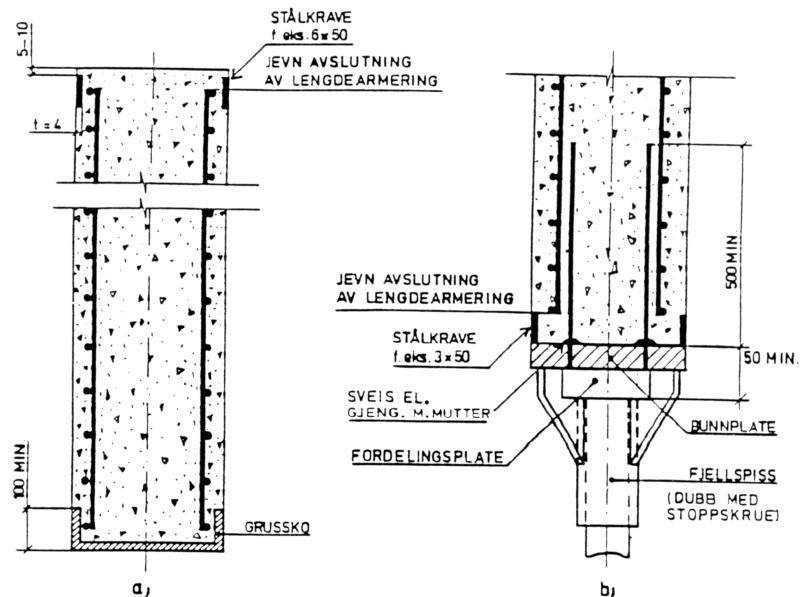


Figur 9.2: Betongpeler satt i bløt leire. Her kan en se at kvikkleire har kommet opp under nedsetting av pelene.

Figur 9.3 viser oppbygningen av en betongpel med stålkgrave på pelehodet, lengde og spiralarmering i selve pelen, og spissalternativ for friksjonspel og spissbærende pel. Friksjonspelen er utstyrt med en ”grussko” som holder pelspissen sammen og er i stand til å ta opp moderate laster fra hindringer. For den spissbærende pelen er det satt på

9. PELER

en kraftig fjellspiss som er armert opp i betongpelen med minimum forankringslengde i overlapp med pelens basisarmering. Figur 9.1 viser (bak personen) stålkraven på toppen av en allerede rammet pel mens Figur 9.4 viser en pelesko som har blitt ødelagt under ramming.



Figur 9.3: Oppbygging av betongpel - fra Peleveiledningen (2012).



Figur 9.4: Skadet pelesko for betongpel.

9.2.2 Peler utstøpt i bakken

For å installere en betongpel i bakken benyttes det tre hovedmetoder.

Ramming av lukkede stålrør med påfølgende armering og utstøping. Dette medfører fortrengning av masser under driving og sannsynslighet for forhøyet poretrykk.

Ramming av åpne stålrør med utgraving (pølsetrekking) og utstøping. Dette er en fordelaktig metode der det er viktig å minimalisere massefortrengning og oppbyggingen av poretrykk. I svært bløte masser kan det være vanskelig å få tømt røret fordi massene kan presses inn i røret i spissnivå, dvs det oppstår et omvendt grunnbrudd. Stålrøret kan gjenvinnes ved at det trekkes opp under utstøping, men for å få best mulig kontroll med sluttresultatet blir dette ofte utelatt og røret satt igjen i jorden som del av den ferdige pelen.

Installasjon av borede pilarer er en støysvak og skånsom metode som ikke trenger ramming og ikke gir massefortrengning eller poretrykksoppbygging. Den er derfor aktuell der det er må tas spesielle miljøhensyn eller generell terrengstabilitet er et problem.

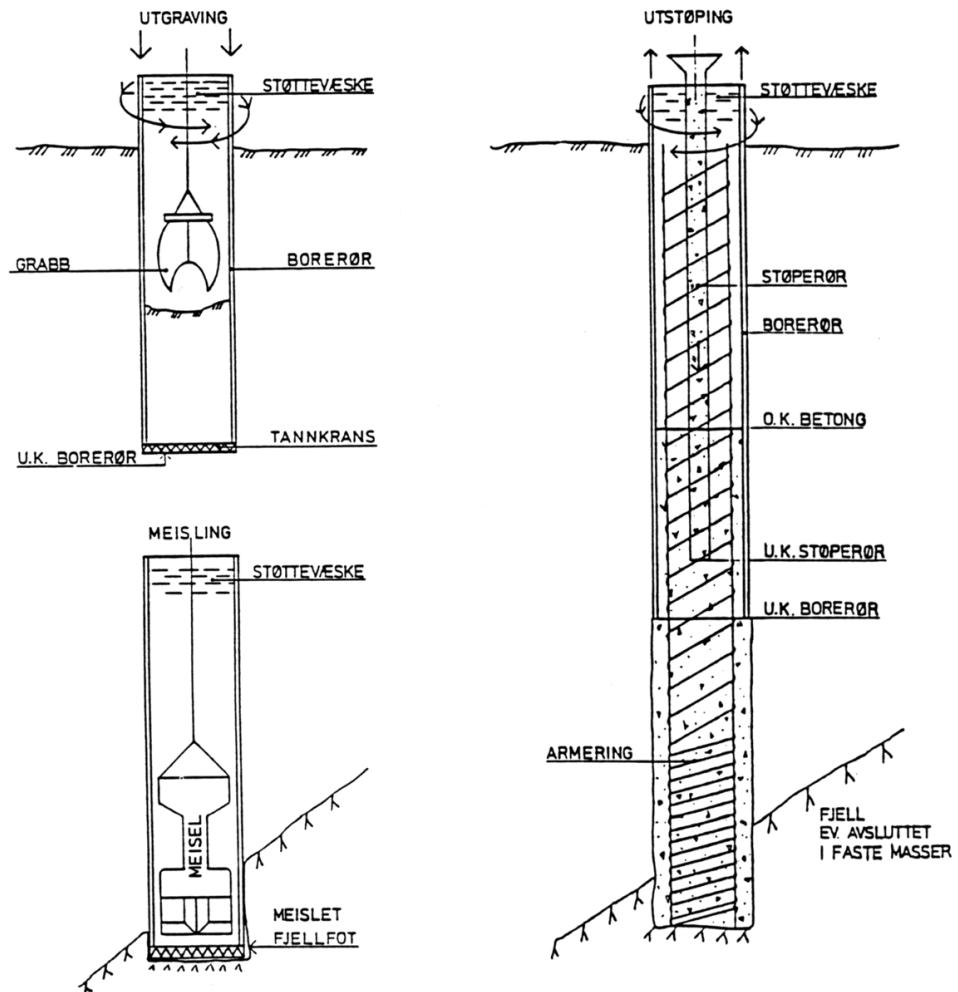
Borede pilarer installeres ved at det bores et hull til nødvendig dybde for deretter å fylle hullet med armert eller uarmert betong. Det er flere måter å stabilisere hullet på. Dersom grunnforholdene er gode kan hullet bores uten stabiliserende tiltak, men vanligvis kreves det bruk av enten foringsrør eller stabiliserende væske, og ganske ofte en kombinasjon av disse.

De vanligste problem er innpressing av jord på pelespiss på grunn av for liten skjærstyrke i jorden eller, dersom grunnforholdene består av sand og silt, hydraulisk grunnbrudd som kan vaske inn finstoff i pelen og skape setninger utenfor.

Stabiliserende væske i hullet kan være vann eller en væske med høy densitet som gjerne består av bentonittslurry.

Utstøpingen av pelene gjøres ved undervannsstøping. Dette gjøres ved at det først føres et støperør ned til bunnen av pilaren og at mørtel deretter presses ut slik at vannet eller bentonittslurryen presses opp og ut av pilaren. Riktig utført vil denne og en på den måten unngå at det oppstår hulrom i pelen. I prosessen trekkes foringsrøret opp slik at det blir stående en kolonne av armering og betong igjen i jorden. Ved trekking av foringsrør må man passe på at dette ikke trekker med seg deler av pelen oppover da det ellers kan dannes innsnevninger i pelen.

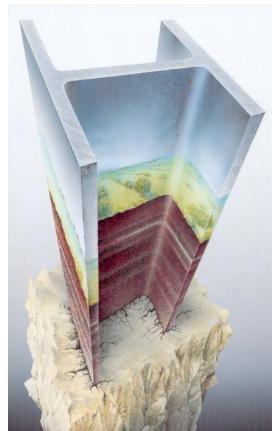
For detaljert beskrivelse av arbeid med borede pilarer se Peleveiledningen.



Figur 9.5: Prinsippskisse for produksjon av borede peler

9.2.3 Stålpe - HP-profil

Et HP-profil er H-formet stålbelte som har samme tykkelse av flens og steg.



Figur 9.6: Et stilisert bilde av en HP-pel. Fra Profil Arbed-katalog.

En HP-pel beskrives ved betegnelse *typedimensjon x masse pr løpemeter*, hvor typedimensjon normalt er fra 200 til 400. Denne henspeiler til en viss grad på pelproflets verdier for bredde og høyde. Godstykken inngår ikke i betegnelsen.

HP-pele kappes lett, og skjøtes ved sveising, se figur 9.7, og tilpassing til ønsket pelelengde er derfor meget enkelt. Utførelse av sveisen er svært viktig 1) for å kunne motstå spenningene som oppstår i pelen under ramming, og 2) for å tilfredsstille krav til dimensjonerende kapasitet.

HP-pele benyttes både som spissbærende og som friksjonspeler. De har på grunn av sin store aksialkapasitet og god rambarhet blitt benyttet mye som spissbærende peler for å ta store laster. I norske forhold vil dette ofte medføre ramming til fjell med ytterligere ramming for å meisle inn spissen i fjellet for å oppnå et godt feste uten fare for deformasjoner ved belastning til brukstilstand. For å tåle innmeislingen, og å oppnå god fjellkontakt må det monteres en egen spiss på pelen. Vist i figur 9.9 er et eksempel på en slik design som består av en påsveist sylinderisk spiss av herdet høyfast stål.

Et eksempel på bruk av HP-pele er vist i figur 9.8.

Eksempel: Fra ARBEDs produktkatalog:

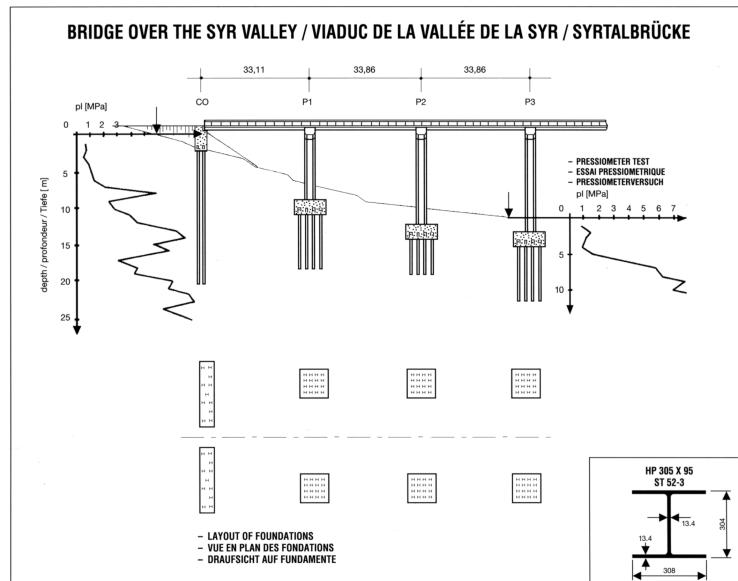
HP 400x122:
 $H = 348$ mm, $B = 390$ mm,
godstykkelse= 14 mm,
masse pr lm=122 kg.

HP 305x79:
 $H = 299.3$ mm, $B = 306.4$ mm,
godstykkelse=11 mm,
masse pr lm=79 kg.

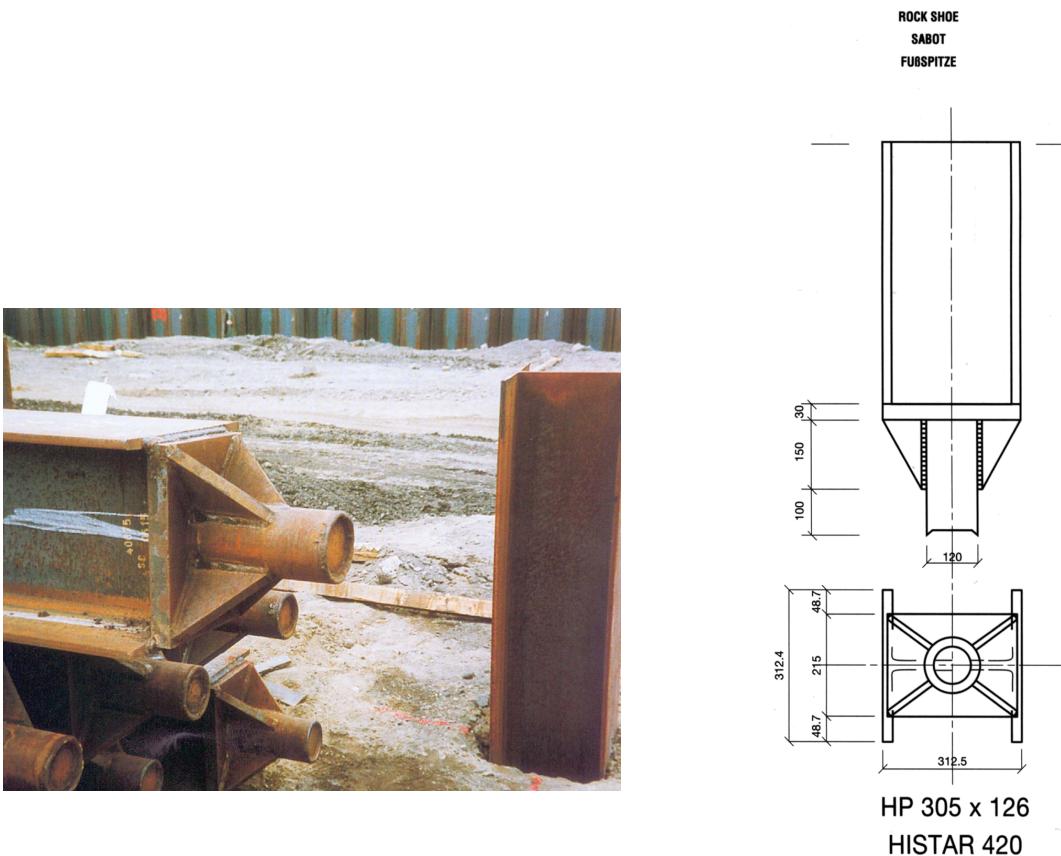
HP 305x223:
 $H = 338$ mm, $B = 325.4$ mm,
godstykkelse=30.5 mm,
masse pr lm=223 kg.



Figur 9.7: Sveising av en HP-pel. Fra Profil Arbed-katalog.



Figur 9.8: Eksempel på brofundamentering med pelegrupper av HP305-peler. Fra Profil Arbed-katalog.



Figur 9.9: HP-pel med pelspiss. Fra Profil Arbed-katalog.

9.2.4 Store stålørspeler

Store stålør kan med forbausende liten motstand rammes ned i grunnen og brukes idag både enkeltvis, parvis og i grupper som fundamenteringssløsning. Stålørspeler med diameter opp mot 2 m benyttes mye i offshore fundamentering, og på land har pelene blitt spesielt populære i forbindelse med fundamentering av bruer slik som vist i figur 9.10. På land bygges stålørspelene både med og uten betongfylling. Ved betongfylling er det vanlig å benytte armering, og pelen blir en søyle av betong med stålkledning.

I noen tilfeller blir det påsveist spiss på pelene, se figur 140 hvor en rekke endeløsninger er skissert.

Stålørspeler skjøtes ved sveising.

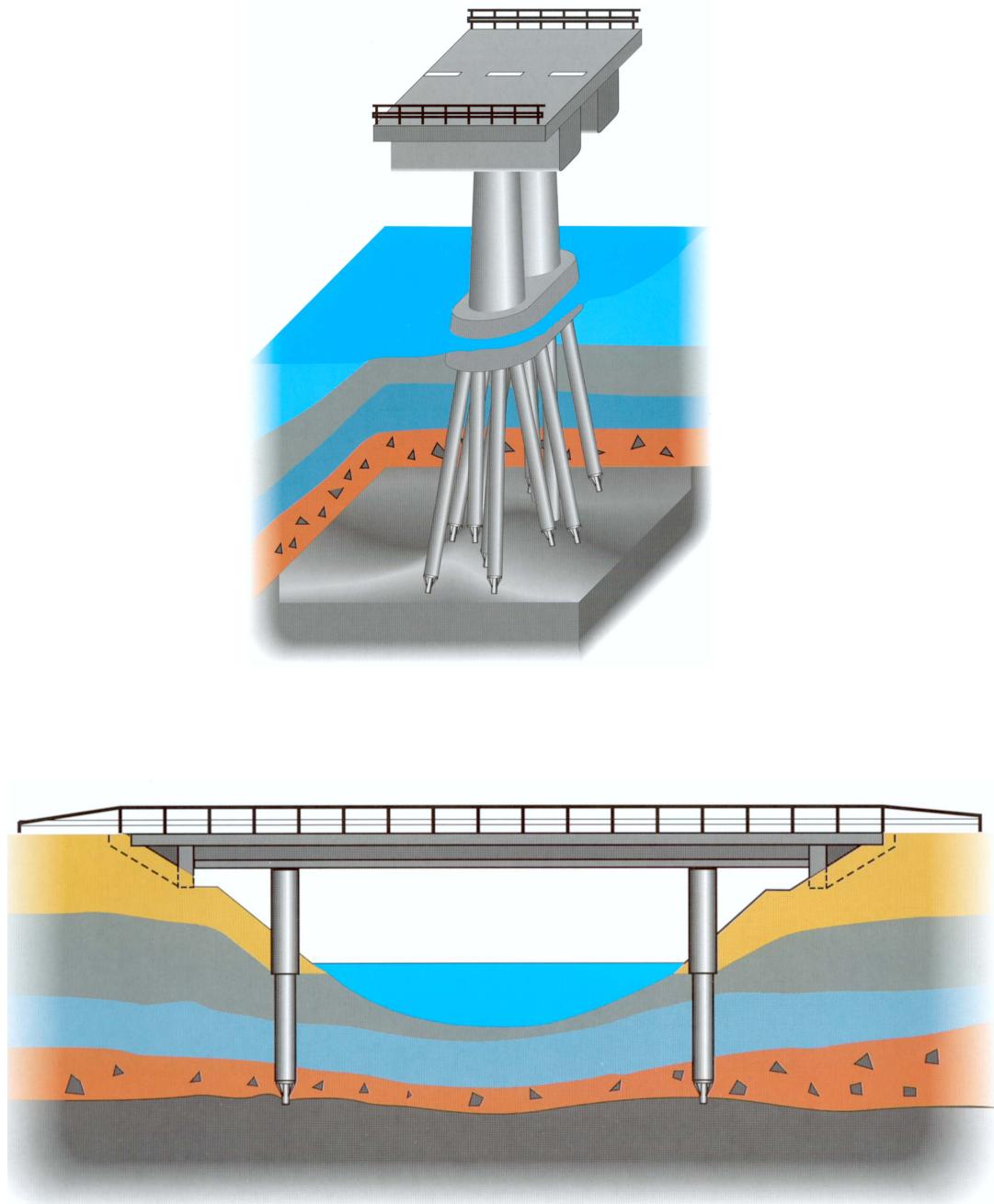
Ved ramming av stålørspeler med stor diameter til store dyp i bløte masser oppstår det store påkjenninger på rørprofilet, og det står i fare for å bukkle, dvs blir klemt sammen.

Dette hender fra tid til annen, og sammenklappede pel er å betrakte som defekte, og det må settes nye peler på siden av de gamle.

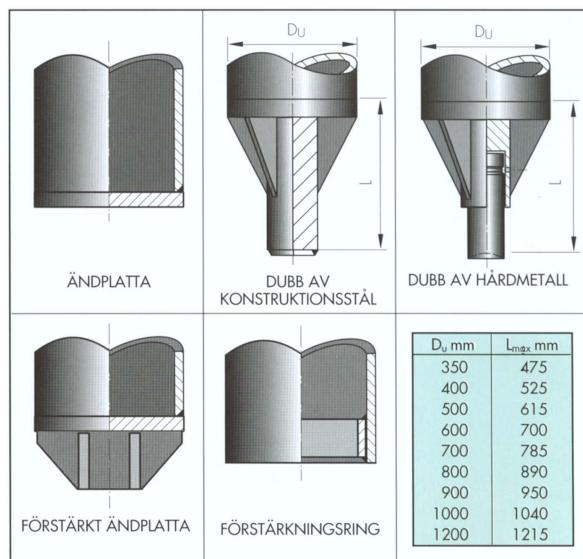
Giske (2001) har på bakgrunn av erfaring satt opp tabell 9.1 som gir minium gods-tykkelse ved forskjellige pelediametre.

Peldiameter [mm]	Minimum godstykkelse [mm]
500	10
600	10
700	12
800	14
900	16
1000	18
1100	18-20
1200	18-25

Tabell 9.1: Veiledende vegtykkelse av stålørspeler ved forskjellige diametre.
Peleveiledning (2012)



Figur 9.10: Brofundamenter av stålpeler. Fra Rautaruuki-katalog.



Figur 9.11: Stålrör - eksempel på påsveist spiss. Fra Rautaruuki-katalog.

9.2.5 Stålkjernepeler

En stålkjernepel er i prinsippet en slank stålsylinder som installeres i jorden i forborede og forede hull. Stålkjernepeler brukes kun som spissbærende og installeres vanligvis med spissen boret inn i fjellet.

Ved bruk av ODEX-boring installeres først et foringsrør i jorden. Dette røret har en indre diameter som er ca 50 mm større enn stålkjernens diameter. Foringsrøret renskes nøye og fylles med mortel, og stålkjernen installeres sentrert inne i foringsrøret ved bruk av avstandsholdere.

En stålkjernepel bør være boret inn i fjell. Trykkpeler som kun settes til fjelloverflaten vil lett kunne få tilleggssetninger, spesielt fordi fjellet i overgangen mellom fjell og jord kan være løst og forvitret. Innboringen vil øke bæreevnen på spissen og oftest løse disse problemene. For strekkpeler er innboringslengden sammen med kvaliteten på innstøpingen dimensjonerende for strekk-kapasiteten av pelen.

Innboringen skjer i forlengelsen av boringen av foringsrør, og kan være gjort med samme ODEX-utrustning, men kan også gjøres med vanlig fjellboreutstyr.

Stålkjernens diameter er vanligvis fra 90 mm og opp til 180 mm, og i norsk design er det kun pelens stålkjerner som tillates tatt med i kapasitetsberegningene, det skal ses bort i fra betonglaget og det ytre foringsrøret som kun tas hensyn til som hinder for korrosjon av stålkjernen.

Pelene leveres normalt i 6 m lengder som skjøtes enten ved sammeskruing eller ved sveising. Metoden for setting av stålkjernepeler tillater arbeid i rom med liten takhøyde, f.eks. fra kjeller og da kan kjerner med lengde ned mot 1.5 m leveres. Dette er spesielt interessant ved refundamentering av gamle bygninger der eksisterende fundament er i ferd med å svikte.

Skjøting av stålkjerner gjøres ved gjengede eller sveisede skjøter.

Stålkjernepelen er et slankt konstruksjonselement og til forskjell fra de fleste andre peler er knekning et aktuelt dimensjoneringskriterium. Knekning av en aksialbelastet stav er kjent fra statikken, og for en stav som er installert i jord er prinsippene de samme. Med økende sidestøtte fra jorden øker imidlertid knekklasten mens knekklengden går ned. Det er derfor avgjørende at installasjonen av pelene ikke forstyrrer den omliggende jord mer enn høyst nødvendig slik at jordens sidestøtte beholdes.

9.3 Dimensjonering av peler

Peler i Norge dimensjoneres etter grensetilstandsmetoden. Dette går ut på å vise at konstruksjonen har tilstrekkelig kapasitet til å motstå brudd, og at det er tilstrekkelig sikkerhet mot skadelig nedbryting eller deformasjon.

Dimensjonering må ta hensyn til to forhold:

- a) *Pelens installerte kapasitet.* Denne finnes ved først å beregne dimensjonerende kapasitet som er avhengig av pelens materiale, oppbygning og dimensjon. Denne skal deretter multipliseres med en reduksjonsfaktor som skal ta hensyn til spesielle forhold som gjelder pelefundamentering, så som unøyaktigheter i pelen, (krumming, toleransefeil), rammeskader, korrosjon osv. Dette er detaljert omtalt i Peleveileningen (1991).
- b) *Pel-jord-samvirkets dimensjonerende bæreevne* som er avhengig av jordens styrkeparametre, pelens penetrasjonsdybde, dens tverrsnitt og overflatestruktur.

De forskjellige grensetilstandene er:

- a) *Bruddgrensetilstanden.* Det skal dimensjoneres slik at dimensjonerende bæreevne og installert kapasitet av pelen eller pelgruppen er større eller lik den dimensjonerende lastvirkning.
- b) *Bruksgrensetilstanden.* Det skal dimensjoneres slik at pelfundamentet i løpet av levetiden ikke får setninger, erosjon eller fysisk nedbryting som gjør det uegnet til formålet.
- c) *Ulykkesgrensetilstanden.* Det skal dimensjoneres for mulige men lite sannsynlige belastninger på en slik måte at disse ikke kan føre til at bruddgrensetilstand oppstår.
- d) *Utmattingsgrensetilstanden.* Det skal dimensjoneres slik at virkning av gjentatte eller varierende laster ikke reduserer bæreevnen eller kapasiteten av peler eller pelgrupper som mye at bruddgrensetilstand oppstår.

9.4 Pelens installerte kapasitet

Peler kan utsettes for aksialkraft og skjærkraft og moment og må dimensjoneres slik at pelmaterialet tåler disse belastninger.

Pelens installerte kapasitet er betegnet N_i og gjelder pelens kapasitet etter at den er satt i jorden, med hensyn tatt til eventuelle kapasitetsreduserende hendelser og elementer.

$$N_i = f_a \cdot N_d \quad (9.1)$$

- f_a = reduksjonsfaktor
= 0.9 ved gode rammeforhold
= 0.75 ved middels gode forhold
= 0.6 ved vanskelige forhold

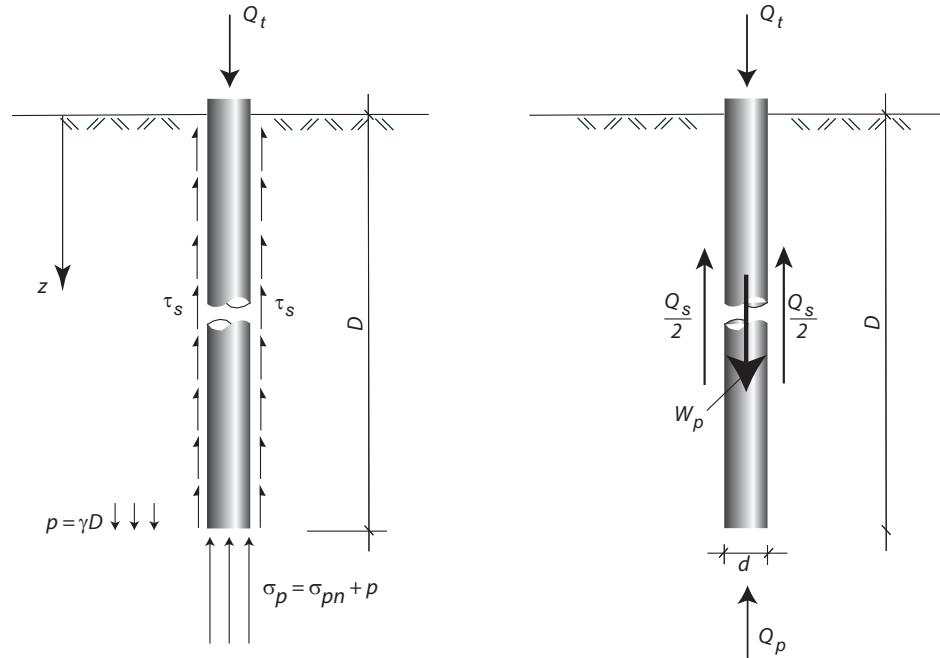
N_d = dimensjonerende kapasitet ut fra NS-EN 10025 og gjelder ideell rett, knekkavstivet øyle m

Øvrige detaljer om valg av f_a er gitt i Peleveiledningen.

Eksempel: Beregning av installert kapasitet av pel

Stål:	S355JR
Pel:	massiv stålpel
Peldiameter:	120 mm
Pelareal:	$\pi \cdot d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 120^2 = 11309 \text{ mm}^2$
Flytespenning:	$\sigma_y = 355 \text{ MPa}$
Materialfaktor for stål:	$\gamma = 1.15$
Reduksjonsfaktor:	$f_a = 0.9$
Dimensjonerende kapasitet:	$N_d = A \cdot \sigma_y / \gamma = 11309 \cdot 355 / 1.15 = 3491 \text{ kN}$
Installert kapasitet:	$N_i = N_d \cdot f_a = 3491 \cdot 0.9 = 3142 \text{ kN}$

9.5 Teoretisk beregning av pelers bæreevne



Figur 9.12: Bæreevne av pel, prinsipp.

De ytre spenninger som virker på en pel er:

- Spissmotstanden, σ_p . Denne spenningen virker på pelens spissareal, i pelens lengderetning, og er sterkt avhengig av jordarten som spissen står i. Det er vanlig å snakke om netto spissmotstand, σ_{pn} som den spissmotstand man kan utnytte til å beregne bæreevne av pelen. Det er da antatt at pelens vekt er lik vekten av det jordvolum som pelen fortrenger og at p -delen av σ_p går med til å motvirke pelens egenvekt. Denne antagelsen kan diskuteres, men ved pelyper benyttet som friksjonspeler er antagelsen brukbar, f.eks. er tyngdetettheten for leire ca 20 kN/m³ mens den for betong er 24-25 kN/m³.
- Sidefriksjonen, τ_s . Denne er også svært avhengig av jordmaterialet, og vil vanligvis øke med dybden.

I selve pelen virker det aksialspenninger i stålet eller betongen som kommer fra aksialkraften og et eventuelt moment. Aksialkraften er normalt størst i toppen, ved lastens angreppspunkt, og avtar nedover til spissen hvor den er redusert til spissmotstanden Q_p .

Bæreevnen av en pel vurderes ved hjelp av vertikal likevekt:

$$\begin{aligned}
 Q_t + W_p &= Q_p + Q_s \\
 Q_{pn} &\approx Q_p - W_p \quad \text{i det vi antar} \quad \gamma_p \approx \gamma \\
 Q_t &= Q_{pn} + Q_s
 \end{aligned} \tag{9.2}$$

der:

Q_t = kraft på topp av pel

W_p = tyngde av pelen

$Q_p = A_p \cdot \sigma_p$ = mobilisert spissmotstand

$Q_s = \int_{z=0}^D \tau_s \cdot o \cdot dz$ = mobilisert sidefriksjon (skaftemotstand, mantelfriksjon)

$0 =$ omkretsen av peletverrsnittet $= \pi d$

$Q_{pn} = A_p \cdot \sigma_{pn}$ = netto spissmotstand

γ_p = pelens tyngdetetthet

γ = jordens tyngdetetthet

A_p = spissareal

D = pelens penetrasjonsdybde

σ_p, σ_{pn} = brutto og netto spenning på pelens spiss

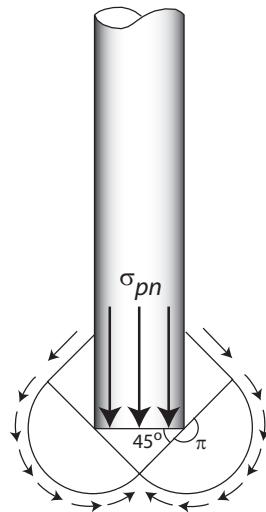
τ_s = skjærspenning langs pelen (skaftemotstand) i dybde z

For å vurdere bæreevne av en pel er det derfor nødvendig å beregne spenningene σ_p og τ_s . Dette kan for spenningen på spissen vurderes ut fra bæreevnebetraktninger av et dypt og kvadratisk/sirkulært fundament. For vurdering av skjærspenningene langs pelens overflate benyttes jordtrykksbetraktninger.

9.5.1 Beregning av spissmotstand

s_u -analyse

Ved totalspenningsanalyse blir bruddfiguren preget av 45° -vinkler slik som vist i figur 9.13. Denne kan sammenlignes med bruddfiguren for bæreevne av et overflatefundament, men her går bruddfiguren opp forbi pelens spissnivå og aktiverer en større skjærflate, og dermed også større motstand mot bruddet.



Figur 9.13: Bæreevne for dypt fundament.

Bæreevnen av et dypt fundament er gitt i Kapittel 7 og generelt gitt:

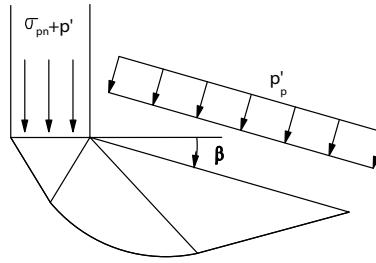
$$\sigma_{pn} = N_c \tau_c = N_c \cdot \frac{s_u}{F} \quad (9.3)$$

der:

- $\sigma_{pn} = \sigma_p - P_p =$ netto spissstrykk
- $N_c (\approx 9) =$ bæreevnefaktor for dype, kvadratiske fundamenter. Her tas for enkelhets skyld korrekasjonen for form- og dybdefaktorene inn i selve N_c . $N_c = (1 + f_A) \cdot (1 + f_D) \cdot (\pi + 2)$. Om vi går tilbake til Kapittel 7 husker vi at for en last på overflaten er $N_c = 5.14$. Bæreevnen for et dypt fundament er altså nesten to ganger bæreevnen for et overflatefundament.

aφ-analyse

Tilsvarende som for totalspenningsanalysen er bæreevnen for et dypt fundament (spissmotstanden) på effektivspenningsbasis basert på spenningsfelter som vist i Kapittel 7.



Figur 9.14: Bæreevne for dyp fundament.

Figur 9.14 viser spenningsfeltet rundt en pelspiss, og ved å benytte formelen for bæreevne av et dypt fundament fås:

$$\begin{aligned}\sigma_{pn} &= (N_q - 1)(p'_p + a + \bar{\gamma}d_0B_0) \\ d_0 \cdot B_0 &<< D \\ \sigma_{pn} &= (N_q - 1)(p'_p + a)\end{aligned}\quad (9.4)$$

hvor

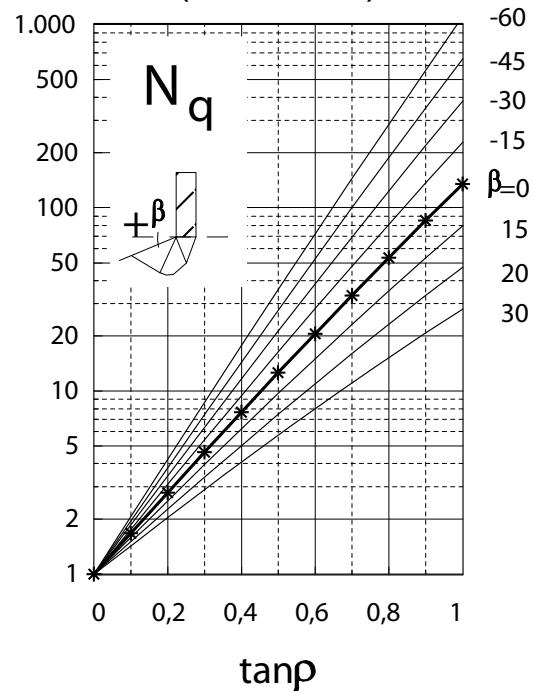
- $\sigma_{pn} = \sigma'p - p'_p =$ netto effektiv spissmotstand
- $N_q = N_+ \cdot e^{(\pi-2\beta)\tan\rho} =$ bæreevnefaktor for sentrisk vertikallast ($r = 0$), justert for plastifiseringsvinkelen β , se figur 9.14. Kan også leses av diagram i figur 9.15.
- $p'_p =$ effektiv vertikal spenning i jorden i nivå med pelespissen
- $B = B_0 =$ sidekant eller diameter i peletverrsnitt (regner ingen eksentrisitet, pelen støttes av jordtrykk mot skaftet)
- $D =$ pelens penetrasjonsdybde

Bæreevnebidraget fra d_0 blir neglisjert fordi det ved dype fundamenter blir svært lite i forhold til effektivspenningen på pelspiss.

Diagrammet i figur 9.15 viser hvordan N_q varierer med mobilisert friksjon $\tan\rho$ og plastifiseringsvinkelen β . Finnes også bak i kapittel 10.

β vil for løs jord være stor (15°) og for fast jord lav (0°).

BÆREEVNEFAKTOR (vertikallast)

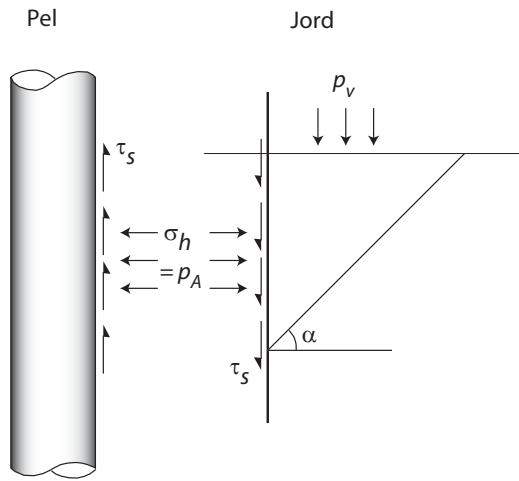


Figur 9.15: Bæreevnefaktor for beregning av spissmotstand ved effektivspenningsanalyse.

9.5.2 Beregning av sidefriksjon

s_u -analyse

Fra klassisk jordtrykksbetraktnng har vi følgende situasjon:



Figur 9.16: Prinsippskisse for vurdering av sidefriksjon på s_u -basis.

Sidefriksjonen vurderes ut skjærspenningen som angitt i fra ligning 9.5:

$$\tau_s = r \cdot \tau_c = r \cdot \frac{s_u}{F} \quad (9.5)$$

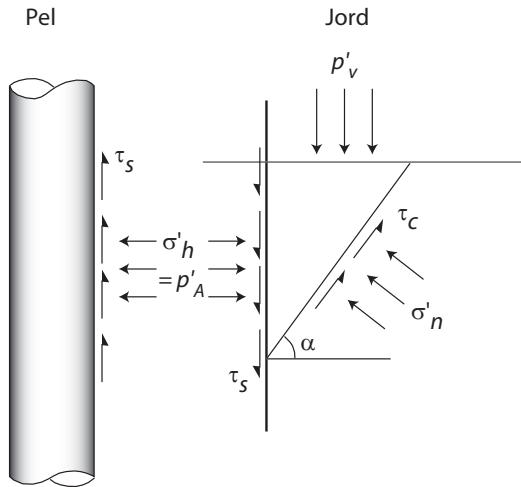
der:

- r = en kombinasjon av ruhetsforhold og omrøring ved pelerammingen og senere konsolidering. Denne kalles ofte "Gjenvinningsfaktor" som viser at det er en faktor som reflekterer at forholdene blir bedre med tiden. Peleveiledingen anbefaler verdier av r fra 0.3 til 1.0 avhengig av s_u og pelemateriale.
- $\frac{s_u}{F}$ = mobilisert udrenert skjærstyrke i dybde z . Denne trenger ikke å være konstant med dybden. Det er derfor nødvendig å vurdere friksjonen i hele pelens lengde.

$a\phi$ -analyse

For effektivspenningsanalyse er sidefriksjonen avhengig av spenningene i jorda og dermed varierende med dybden z . For et element nede i jorden er situasjonen som vist i figur 9.17, hentet fra klassisk jordtrykksbetraktnng.

En antagelse om aktiv tilstand i jorden rundt pelen er gjort. Normalt vil pelens belastning være nedover, noe som vil gi et negativt ruhetsforhold.



Figur 9.17: Prinsippskisse for vurdering av sidefriksjon ved effektivspenningsanalyse.

Om en ser på skjærspenningen mellom jord og pelens overflate kan dette beskrives slik:

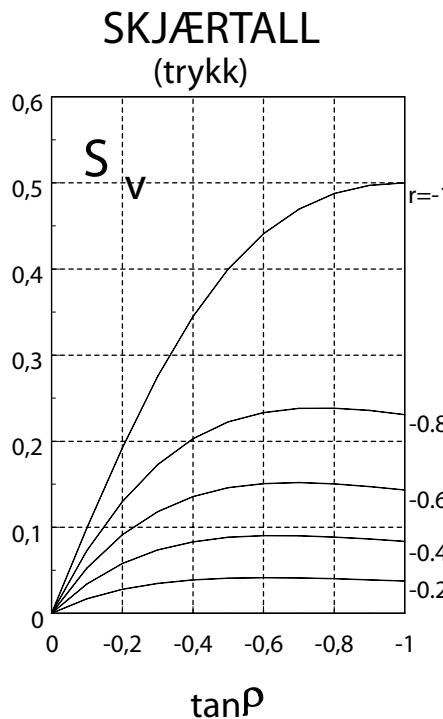
$$\begin{aligned}
 p'_p + a &= K_A(p' + a) \\
 \tau_s &= r \cdot \tan \rho \cdot K_A(p' + a) \\
 \tau_s &= S_v(p' + a) \\
 S_v &= r \cdot \tan \rho \cdot K_A
 \end{aligned} \tag{9.6}$$

der:

- r = mobilisert ruhetsforhold langs peleskaftet (negativ ved trykksbelastning)
- $\tan \rho$ = mobilisert friksjon i jorden (negativ for aktivt jordtrykk)
- K_A = klassisk jordtrykkskoeffisient, antar aktiv tilstand, det vil si negativ ruhet, plan skjærflate
- S_v = skjærtall, se ligning 9.7
- $p' = \bar{\gamma} \cdot s$ effektiv overlagring i dybde z
- a = attraksjon

$$S_v = \frac{r \cdot \tan \rho}{\left(\sqrt{1 + \tan^2 \rho} - \tan \rho \cdot \sqrt{1 + r} \right)^2} \tag{9.7}$$

Figur 9.18 viser S_v med varierende $\tan \rho$ og ruhetsforhold r .



Figur 9.18: Skjærtall for beregning av sidefriksjon på $a\phi$ -basis. Gjelder kun ved oppadrettet skjærspenning.

Merk at formelen og diagrammet for S_v er konsekvent i fortegnsregler for $\tan \rho$ og r slik vi har definert det i Kapittel 6. Det betyr at $\tan \rho$ og r skal føres inn med negative verdier i det vanlige aktive tilfellet med pele i trykk som formelen gjelder for.

Negativ friksjon - påhengskrefter

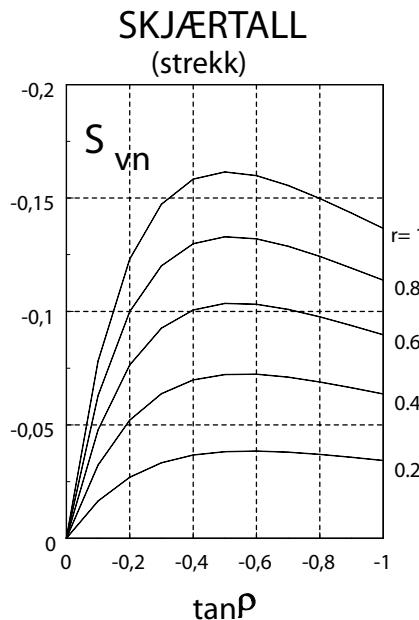
Den vanligste årsak til negativ friksjon er setning i massene rundt pelen, enten på grunn av overflatelast, på grunn av forstyrrelser fra rammingen, på grunn av grunnvannssenkning eller på grunn av endret bruk av området. For norske forhold benyttes spissbærende peler for å løse problemer med bøte normalkonsoliderte sedimenter, sedimenter som i sin natur er svært utsatt for setninger.

Ettersom pelen står mot fjell og er forhindret fra å sette seg like mye, vil det kunne oppstå nedadrettede skjærspenninger langs peleskaftet. Dette betyr at Q_s skifter fortegn, den blir en påhengskraft på pelen og nedsetter nyttig bæreevne Q_t på toppen.

For lange peler er det målt påhengskrefter av samme størrelsesorden som spissmotstanden Q_p , og dette betyr at pelen ikke kan ta noen last på peletopp i det hele tatt. Skaftemotstanden kan vurderes ut fra klassisk jordtrykkteori, aktivt jordtrykk. Dersom påhengskreftene blir problematiske forsøker man gjerne å minske dem ved forskjellige friksjonsnedsettende tiltak. Dette kan være forboring hvor man heller bentonitt eller lignende i gapet mellom peleveggen og jorden, smøring av peleskaftene med bitumen av passende kvalitet eller elektroosmose der man sikter på å trekke vann mot pelen overflate for å bløte opp jorden tettest inn mot pelens overflate.

$$\begin{aligned}\tau_{sn} &= S_{vn}(p' + a) \text{ der } n \text{ står for negativ sidefriksjon} \\ S_{vn} &= r \cdot \tan \rho \cdot K_A \text{ for } r > 0\end{aligned}$$

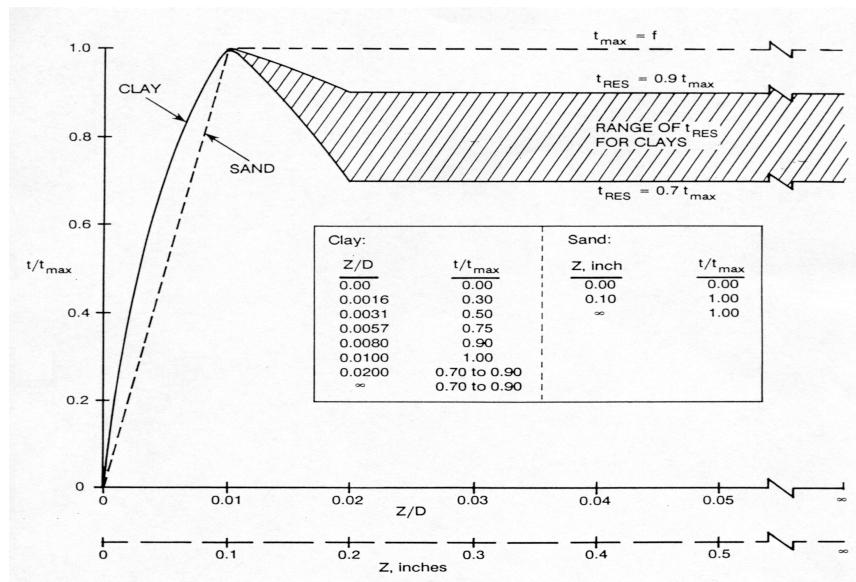
der man benytter positiv ruhet og negativ friksjon $\tan \rho$.



Figur 9.19: Skjærtall for $a\phi$ -basis med påhengskrefter. Gjelder kun for nedadrettet skjærspenning.

Merk at termen negativ skaftemotstand ikke samsvarer med definisjonen av ruhetsforsøkt, dersom jordtrykket antas å være av aktiv type. Termen negativ skaftemotstand (eller skaftefriksjon) brukes i praksis, men er altså en noe forvirrende term. Påhengskraft er et bedre ord.

I amerikansk standard er det angitt såkalte t - z -kurver, som angir hvor stor vertikal forskyvning av pelen som skal til for å mobilisere full skjærspenning langs pelesiden. Som figur 9.20 viser vil maksimal skjærspenning oppstå allerede ved en forskyvning lik 1% av peldiameteren. I praksis betyr dette at for alle vanlige peler vil dette skje før den relative forskyvningen når 10 mm.

Figur 9.20: $t - z$ -kurver fra API.

Om en vurderer et enkelt lag av NC-leire vil selv en grunnvanns senkning på 1m sette i gang en konsoliderings prosess som vil gi flere cm setning i leirlaget og med betydelig virkning i dybden. I en slik situasjon kan det meste av pelen bli utsatt for nedadrettede skjærspenninger og kapasiteten spises opp.

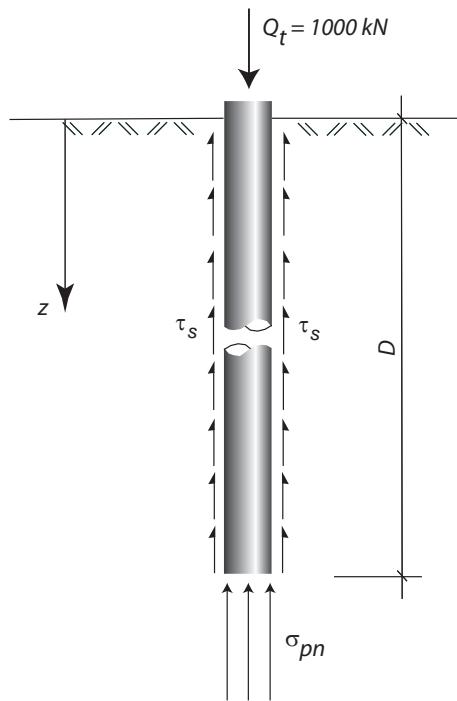
9.6 Fordeling av spenninger og krefter med dybden

Etter siste slag av rammingen og før pelen belastes vil jorden under pelspiss virke oppover og gi en aksialkraft som virker i pelens spiss. I den nederste delen vil jorden rundt pelen gi oppoverrettede skjærspenninger som igjen vil øke aksialkraften i pelen med økende nivå over pelspiss. Størrelsen av spissmotstanden umiddelbart etter ramming kan være liten, for lange peler kanskje nær 0.

I toppen av pelen er aksiallasten 0, og langs pelens øvre del virker det nedoverrettede skjærspenninger som akkumulerer aksialkraft i pelen. I det nivå hvor de akkumulerte aksialkrefter er like vil skjærspenningen langs pelen være 0.

Ved belastning vil pelen trykkes elastisk sammen (stukes) og gradvis vil alle skjærspenninger langs pelen endres mot å være rettet oppad, i tillegg vil spissmotstanden vil øke. Ved den last at alle skjærspenninger er oppadrettet vil det være kontinuerlig økende aksialkraft i pelen med maksimal verdi i toppen. Størst friksjon langs pelsiden finner man i det nivå hvor aksialkraften endres mest med dybden.

Eksempel: s_u -analyse for å finne nødvendig pelelengde



Data for pel:

Ytterdiameter: $d = 0.6 \text{ m}$ (stål)

$$\text{Spissareal: } A_p = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$$

$$\text{Sideareal: } A_f = \pi \cdot d \cdot D$$

Data for jord:

Leire, udrenert skjærstyrke: $s_u = 50 \text{ kPa}$, her regnet konstant med dybden.

Bæreevne sammensatt av sidefriksjon og spissmotstand:

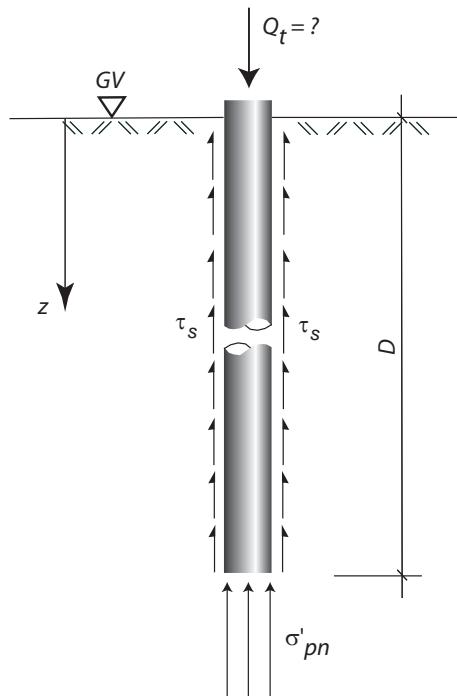
$$\begin{aligned} Q_t &= \bar{\tau}_s \cdot A_f + \sigma_{pn} \cdot A_p \\ Q_t &= f_r \cdot \bar{s}_u \cdot A_f + N_c \cdot s_u \cdot A_p \end{aligned}$$

Merk! Her brukes midlere skjærstyrke \bar{s}_u for sidefriksjon multiplisert med en reduksjonsfaktor f_r og s_u i nivå med pelspissen for spissmotstand.

$$\begin{aligned} 1000 &= 0,6 \cdot 50 \cdot (\pi \cdot 0,6) \cdot D + 9 \cdot 50\pi \frac{0,6^2}{4} \\ 1000 &= 56,6 \cdot D + 127,2 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\text{Nødvendig penetrasjon av pelen: } D = \frac{1000 - 127,2}{56,6} \approx 15,4 \text{ m}$$

NB! Resultatet viser at bæreevnen oppnås ved sidefriksjon på 870 kN og spissmotstand på bare 127 kN, det er altså verdt å merke seg at det meste tas av friksjon. Dette betyr f.eks. at dersom en åpen stålørspel rammes i leire vil sidefriksjonen inni pelen raskt bli større enn spissmotstanden, og det oppstår en jordplugg i pelen.

Eksempel: Beregning av kapasitet av pel ved $a\phi$ -analyse

Data for pel:

Ytterdiameter: $d = 280$ mm Penetrasjonsdyp $D = 20$ m

Data for jord:

Sand, friksjon $\tan \phi = 0,7$, attraksjon $a = 20$ kN/m³, effektiv tyngdetetthet $\gamma' = 10$ kN/m³.

Bærevne er sammensatt av sidefriksjon og spissmotstand:

$$Q_t = \bar{\tau}_s \cdot A_f + \sigma'_{pn} \cdot A_p$$

Sidefriksjonsareal: $A_f = D \cdot \pi \cdot L = 17,6 \text{ m}^2$

Spissareal: $A_p = \frac{\pi}{4} D^2 = 0,062 \text{ m}^2$ antar lukket pelspiss

Merk at for sidefriksjon benyttes gjennomsnittsverdi for skjærspenningen.

Beregning av bruddlast ($F = 1.0$)

1) Spissmotstand

Bruker bæreevnediagram og vertikalspenning p'_p på spissen:

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= 0,7 \\ \beta &= 0^\circ \end{aligned} \quad \} N_q - 1 \approx 30$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{pn} &= (N_q - 1)(p'_p + a) \\ &= 30 \cdot (20 \text{ m} \cdot 10 \text{ kN/m}^3 + 20 \text{ kN/m}^2) \\ &= 30 \cdot 220 = 6600 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

$$\sigma'_{pn} \cdot A_p = 6600 \text{ kN/m}^2 \cdot 0.062 \text{ m}^2 = 410 \text{ kN}$$

2) Sidefriksjon

Bruker tabell over skjærtall og gjennomsnittlig vertikalspenning \bar{p}' langs pelen:

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= 0,7 \\ r &= 0,9(\text{høy}) \end{aligned} \quad \} S_v \approx 0,30$$

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_s &= S_v(\bar{p}' + a) \\ &= 30 \cdot (10 \text{ m} \cdot 10 \text{ kN/m}^3 + 20 \text{ kN/m}^2) \\ &= 0,30 \cdot 120 = 36 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

$$\bar{\tau}_s \cdot A_f = 36 \text{ kN/m}^2 \cdot 17,6 \text{ m}^2 = 630 \text{ kN}$$

Med disse verdier blir bruddlasten:

$$Q_t = (410 + 630) = 1040 \text{ kN} = 1,04 \text{ MN} \text{ (som tilsvarer 104 tonn)}$$

Vi ser at for denne pelen er spissmotstand og sidefriksjon av samme størrelsesorden.

Beregning av brukslast med valgt sikkerhetsfaktor $F = 1.5$:

Redusert friksjon gir ny bæreevnefaktor og nytt skjærtall:

$$\begin{aligned} \tan \rho &= \frac{\tan \varphi}{F} = \frac{0,7}{1.5} = 0,47 \\ \beta &= 15^\circ \\ r &= 0,8 \end{aligned} \quad \} (N_q - 1) = 7, \quad S_v = 0,22$$

Brukslasten blir:

$$Q_t = (0,22 \cdot 120) \cdot 17,6 + (7 \cdot 220) \cdot 0,062 = 465 \cdot 95 = 560 \text{ kN}$$

Merk at forholdet mellom bruddlast og brukslast er $104/560 = 1,86$, innføringen av en sikkerhetsfaktor på 1,5 gir her en relativt sett større reduksjon av tillatt last.

Aksialkraftfordeling i bruddtilstand (uten negativ friksjon):

Det kan være interessant å se på hvilke aksialaster som er i pelen f.eks. i bruddtilstand. Vi vet at spissen tar 410 kN mens sidefriksjonen tar 630 kN.

Uttrykket for skjærspenning langs pelen er $\bar{\tau}_s = S_v(p' + a)$. Dersom p' er lik $\gamma'z$ øker effektiv vertikalspenning lineært med dybden, og dette gir lineær økning av sidefriksjonen med dybden. Dette gir en parabolsk reduksjon av aksialkraften F i pelen med dybden.

Vertikal likevekt av øvre del av pelen gir:

$$Q_T = F + T$$

$$F = Q_T - T$$

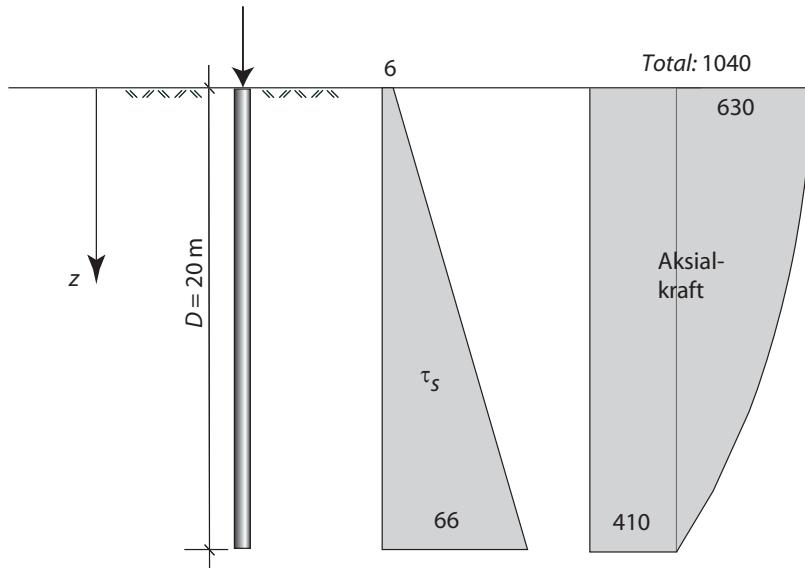
Om en regner aksialkraftbidraget dT fra skjærspenningen på et segment av pelen med høyde dz og integrerer opp kretene fra overflaten til dybde z fås:

$$\begin{aligned} dT &= \tau_s \cdot \pi d \cdot dz \\ \int dT &= \int \tau_s \cdot \pi d \cdot dz \\ T &= \int S_v(\gamma'z + a)dz \\ T &= S_v \pi d \int (\gamma'z + a)dz \\ T &= S_v \pi d \left(\frac{1}{2} \gamma' z^2 + az \right) \Big|_0^z \\ T &= S_v \pi d \left(\frac{1}{2} \gamma' z^2 + az \right) \end{aligned}$$

For tilfellet vi nettopp har regnet på blir da:

$$\begin{aligned} F &= Q_T - T \\ &= 1040 - S_v \pi d \left(\frac{1}{2} \gamma' z^2 + az \right) \\ &= 1040 - \left(0,3 \cdot \pi \cdot 0,28 \left(\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot z^2 + 20z \right) \right) \\ &= 1040 - 0,264(5z^2 + 20z) \end{aligned}$$

og opptegnet blir dette som vist i figuren nedenfor.



Merk at dette tilfellet gjelder for tilstanden der pelen har kontinuerlige oppadrettede skjærspenninger på overflaten.

Eksempel: Grunnvannssenkning og negativ friksjon på peler

Gitt:

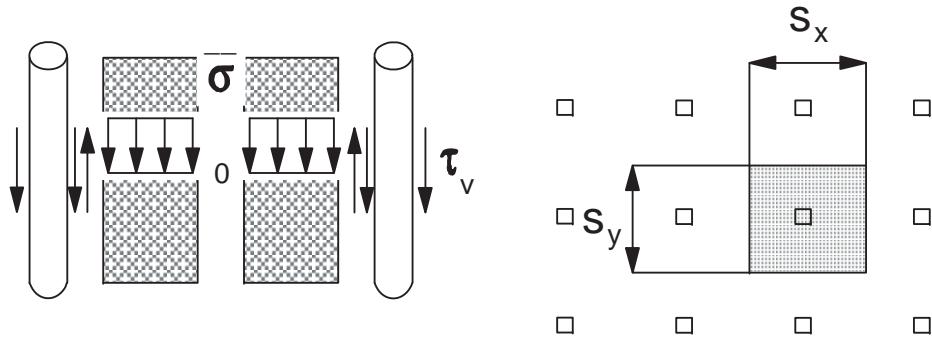
Total dybde til fjell (og pelelengde): 20 m
 Lagdeling: 1 m tørrskorpe over NC-leire
 Modul i tørrskorpa: $M = 8 \text{ MPa}$
 Modultall i NC-leira: $m = 20$
 Tyngdetetthet: $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$

Etter peling senkes grunnvannet fra terrengnivå til 1 m under terrengnivå. Denne grunnvannssenkningen gir små endringer i effektivspenningen, men forårsaker tøyninger i NC-leira, ikke bare i toppen, men helt ned til bunnen av laget der det eksempelvis oppstår tøyninger på

$$\varepsilon = \frac{1}{m} \ln \left(\frac{\sigma' + \Delta\sigma'}{\sigma'} \right) = \frac{1}{20} \ln \left(\frac{200 + 10}{200} \right) = 0,0024 = 0,24\%.$$

Tøyningsprofilen vil se slik ut;

og den akkumulerte setning vil være ca 15 cm i overflaten. Allerede 4 m over bunnen er det akkumulert setning på 10 mm, og over dette nivå må det påregnes påhengskrefter.



Figur 9.21: Nedadrettede krefter på pel i pelegruppe

Dersom pelen står i en pelegruppe kan den imidlertid ikke få større påhengskrefter enn tyngden av den jorden som ligger inne mellom pelene, Figur 9.21, det vil si at kreftene begrenses til vekten av et jordprisme med tverrsnittet S_x ganger S_y :

$$Q_{sn} \leq \bar{\gamma} \cdot s_x \cdot s_y \cdot D \quad (9.8)$$

der:

$\bar{\gamma}$ = gjennomsnittlig tyngdetetthet i jorden innen pelgruppen

S_x = horisontal peleavstand i x -retning

S_y = horisontal peleavstand i y -retning

D = penetrert dybde (dybden til pelespiss)

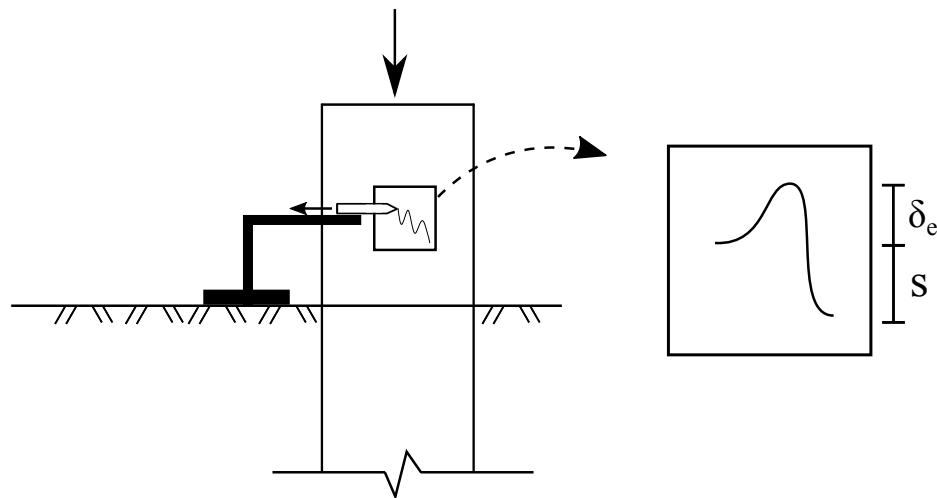
9.7 Rammeformel

Ved alle rammearbeider føres rammeprotokoll. I denne skal det blant annet føres observasjoner av antall slag som trengs for å ramme pelen til ønsket dybde. Slagantallet registreres ved å telle opp antall slag, f.eks. pr $0,5\text{ m}$ ($n_0, 5$) ved en del penetrasjonsdybder, og spesielt ved den siste slagserien. Dette betyr at man har registrert synkning pr slag, $s = 0,5/n_0,5$ (m pr slag).

Disse observasjonene kan brukes i rammeformelen til å vurdere om pelen har fått den bæreevnen som var forutsatt. Ofte vil det utføres prøveramming forut for den endelige prosjekteringen slik at rammeformelen kan brukes til å vurdere bæreevnen og dermed peleantallet også under prosjekteringen.

9.7.1 Chellis' blyantstrek (genistrek)

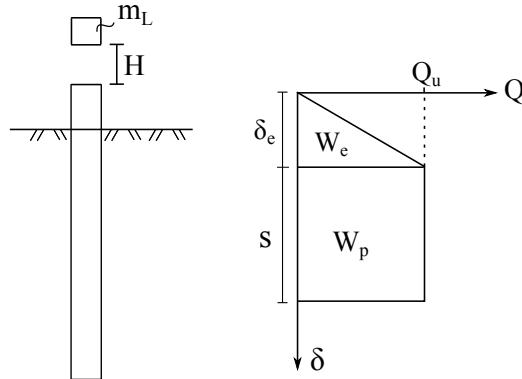
Chellis anbefalte å feste et papir på pelen i passe høyde over marken. En horisontal list festes opp inn mot pelen, men slik at listen ikke påvirkes av pelens bevegelser. I det loddet treffer pelen trekkes en blyant i passe, jevn fart langs listen slik at en kurve tegnes på papiret. Av denne kurven kan man lese av varig synkning s og elastisk deformasjon δ_e av peletoppen, se figur 9.22.



Figur 9.22: Chellis' blyantstrek, prinsipp.

Bla tilbake til figur 9.1 for å se hvordan Chellis' strek blir utført i praksis.

9.7.2 Energibetraktnng



Figur 9.23: Prinsipp for energibetraktnng.

Den energien W_L som er overført fra loddet til pelen i det loddet er stanset helt (for siden å bli kastet oppover igjen) er:

$$W_L = \eta \cdot m_L \cdot g \cdot H \quad (9.9)$$

der:

- η = er virkningsgraden for rammeutstyret i denne jobben (avhengig av rigg, operatør, jordart, osv)
- m_L = loddets masse
- g = tyngdeakselerasjonen
- H = anvendt fallhøyde

Energien antas å bli dissipert (tatt opp) ved et plastisk arbeid W_p og et elastisk arbeid W_e :

$$\begin{aligned} W_p &= Q_u \cdot s \\ W_e &= \frac{1}{2} Q_u \cdot \delta_e \end{aligned} \quad (9.10)$$

der:

- Q_u = den dynamiske bruddlasten som pelen forskyves varig for
- s = varig synk pr slag
- δ_e = elastisk deformasjon av pel og jord

Dersom s og δ_e er målt (Chellis' strek, se kapittel 8.10.1) kan den dynamiske rammetstanden Q_d finnes:

$$\begin{aligned} W_L &= W_p + W_e \\ \eta \cdot m_L \cdot g \cdot H &= Q_u \cdot s + \frac{1}{2} Q_u \cdot \delta_e \\ Q_u &= \frac{\eta \cdot m_L \cdot g \cdot H}{s + \frac{1}{2} \delta_e} \end{aligned} \quad (9.11)$$

Ofte er δ_e ikke målt og må derfor anslås. Et overslag kan gjøres ved å anta at pelen i bruddfasen skyves ned av den konstante trykkraften Q_d (som antatt ovenfor) og dessuten anta at spissmotstand og sidemotstand fordeler seg omtrent som i den statiske bæreevneformelen. Dersom man videre negligerer eventuelle deformasjoner av pelespissen, får man følgende overslag:

$$\delta_e = \frac{Q_t + Q_p}{2Q_t} \cdot \frac{Q_t \cdot L}{AE} = \alpha \cdot \frac{Q_t \cdot L}{AE} \quad (9.12)$$

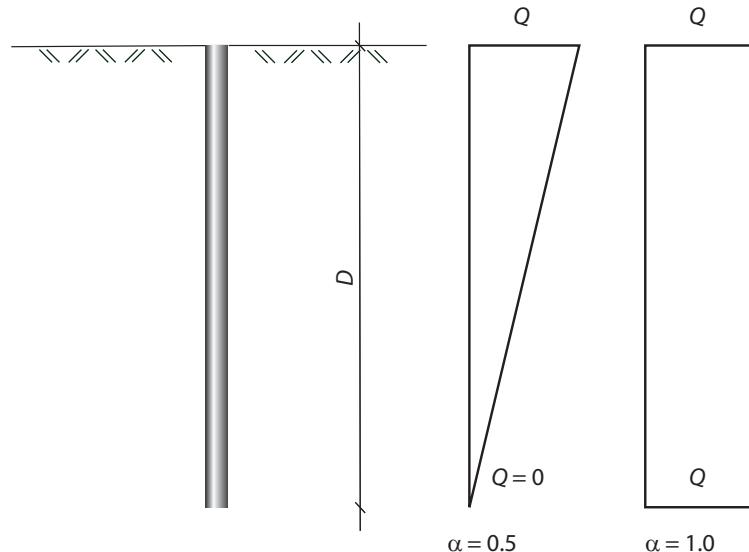
der:

L = pelens totale lengde

α = en fordelingsfaktor for kraftforløpet i pelen (normale verdier er $0.5 < \alpha < 1$)

Ølnes (2001) anbefaler:

- α = 1,0 for $L = 10$ m
- = 0,9 for $L = 15$ m
- = 0,8-0,7 for $L = 20 - 25$ m
- = 0,6 for $L = 30$ m
- = 0,5 for $L = 40$ m



Figur 9.24: Antagelser om fordeling av aksialkraft i pelen ved beregning av aksial strukning.

Uttrykket for den elastiske deformasjonen kan settes inn i rammeformelen, dette gir:

$$\eta \cdot m_L \cdot g \cdot H = Q_u \cdot s + \frac{1}{2} Q_u \cdot \alpha \frac{Q_u \cdot L}{AE} \quad (9.13)$$

og etter en bearbeiding av ligningen:

$$Q_u = \frac{2\eta \cdot m_L \cdot g \cdot H}{s + \sqrt{s^2 + 2 \cdot \eta \cdot \alpha \cdot \frac{m_L \cdot g \cdot H \cdot L}{AE}}} \quad (9.14)$$

Eksempel: Betongpel

Betongpel:

Diameter:	$d = 28 \text{ cm}$
Lengde:	$L = 20 \text{ m}$
Youngs modul:	$E = 35 \text{ GN/m}^2 = 35000 \text{ MN/m}^2$
Areal av tverrsnitt:	$A = 0.0616 \text{ m}^2$
Aksialstivhet:	$EA = 2.15 \text{ GN}$

Rammeutstyr:

Vekt av lodd:	$W = 30 \text{ kN}$ (som tilsvarende masse = 3 tonn)
Fallhøyde:	$H = 0,7 \text{ m}$
Virkningsgrad:	$\eta = 0,65$

Ønsker:

Synt $s = 1 \text{ cm}$

Antar $\alpha = 0.8$

Dynamisk rammemotstand og elastisk stukning blir:

$$Q_d = \frac{2 \cdot 0,65 \cdot 30 \cdot 0,7}{0,01 + \sqrt{0,01^2 + 2 \cdot 0,65 \cdot 0,8 \frac{30 \cdot 0,7 \cdot 20}{2,15 \cdot 10^6}}} = 996 \text{ kN}$$

$$\delta_e = 0,8 \cdot \frac{996 \cdot 20}{215 \cdot 10^6} = 0,0074 \text{ m dvs. } 7,4 \text{ mm}$$

Bølgeforplantning i pelen

Støtbølgens forplantningshastighet uttrykt ved stivhet og densitet av materialet er:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

og for tre, betong og stål er typiske verdier av dette:

Tre	3000	m/s
Betong	4000	m/s
Stål	5100	m/s

Støtbølgens forplantningshastighet kan uttrykkes ved impulssatsen:

$m \cdot v = Q \cdot \Delta t$ hvor m og v er massen og hastigheten av loddet, og Q og Δt er kraften som overføres til pelhodet, og tiden kraften virker på pelhodet.

Ved å bruke energiligningen på loddet, $\frac{1}{2}mv^2 = mgH$ dvs $v = \sqrt{2gH}$, kombinert med impulssatsen får følgende uttrykk for slagets varighet:

$$\Delta t = \frac{m \cdot v}{Q} = \frac{W \cdot \sqrt{2gH}}{g \cdot Q} = \frac{W}{Q} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Med det foregående eksempel blir dette:

$$\Delta t = \frac{30 \text{ kN}}{996 \text{ kN}} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,7 \text{ m}}{9,81 \text{ m/s}^2}} \approx 0,01 \text{ s sek.}$$

På denne tiden går støtbølgen 40-50 m. Det vil si at den for 20 m pel går ca 2-2,5 ganger pelelengden. Dette rettferdiggjør antagelsen om at hele pelen ihh til rammeformelen stukes elastisk idet trykkbelastningen på toppen får forplantet seg til full dybde mens lasten står på.

9.7.3 Stoppslagning, $s = 0$

Når pelen er rammet til ønsket dybde og her møter betydelig spissmotstand som forutsatt ved spissbærende peler, kan den ønskede spissmotstanden kontrolleres ved å prøveramme med en passende energi slik at verig synk $s = 0$. Dette kalles stoppslagning, og den eneste deformasjon i pelen er nå elastisk. $s = 0$ satt inn i ligning 9.13 gir:

$$\eta \cdot m_L \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \alpha \cdot \frac{Q_u^2 \cdot L}{AE} \quad (9.15)$$

Omvendt kan dette sees slik; dersom en gitt energi har gitt stoppslagning ($s = 0$) betyr dette at pelen har møtt en rammemotstand gitt av ligning 9.16:

$$Q_u = \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot m_L \cdot g \cdot H \cdot A \cdot E}{\alpha \cdot L}} \quad (9.16)$$

9.8 Dimensjonering av peler etter Eurokode 7

Dimensjonering av peler blir dekket i Seksjon 7 i NS-EN1997:2004+NA:2008 Eurokode 7. Denne seksjonen tar hovedsaklig for seg oppførselen til peler med aksiallast. Lasten som påvirker pelen kalles for *aksjon*, og bæreremotstanden til pelen kalles for *reaksjon*. Som nevnt tidligere, og vist i figur 9.25, kan peler klassifiseres som enten friksjonspeler eller spissbærende peler. I Eurokode 7 benyttes korrelasjonsfaktoren ξ for å uttrykke den karakteristiske trykk- og strekkmotstanden til pelen. Disse korrelasjonsfaktorene kan innhentes ved prøvebelatning med statisk eller dynamisk last eller prøver av grunnforhold. Legg merke til at bæreremotstand, bærekapasitet og bæreevne blir brukt om hverandre.

Her er listet noen viktige symboler:

$R_{c;k}$ = karakteristisk bæreevne

$R_{s;k}$ = karakteristisk sidefriksjon

$R_{b;k}$ = karakteristisk spissmotstand

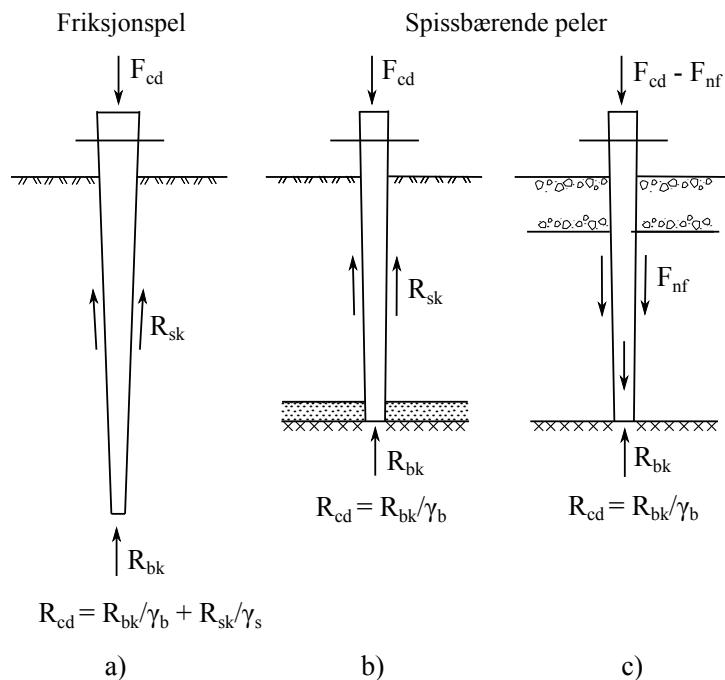
$R_{c;d}$ = dimensjonerende bæreevne

$F_{c;k}$ = karakteristisk aksiallast

$F_{c;d}$ = dimensjonerende aksiallast

γ_b = partialfaktor for spissmotstand

γ_s = partialfaktor for sidefriksjon



Figur 9.25: Sjematisk illustrasjon av lastoverføring for enkle peler (Peleveileding 2012)

Friksjonspeler

Friksjonspeler overfører last til omkringliggende jord ved en kombinasjon av spissmotstand og sidefriksjon langs pelens overflate, figur 9.25 a). For friksjonspeler kan spissmotstandens andel av bæreevnen variere innen vide grenser. I bløt leire er spissmotstanden neglisjerbar, mens den i sand kan bidra med en betydelig andel av pelens totale kapasitet.

Spissbærende peler

Spissbærende peler overfører største del av lasten gjennom pelespissen og ned i fjell eller faste jordlag omkring spissen. For denne typen peler vil sidefriksjonens bidrag til bæremotstanden som oftes være neglisjerbar, figur 9.25 b). Sidefriksjonen kan for spissbærende peler også være negativ dersom omliggende jord setter seg mer enn pelen, figur 9.25 c).

9.8.1 Karakteristisk bæreevne

Den karakteristiske aksiale bæreevnen for en pel, $R_{c;k}$, er bestemt i henhold til prinsippene gitt i kap 7.6 i Eurokode 7. Følgende kan brukes som grunnlag for fastsettelse av karakteristisk bæreevne:

- Prøvebelasteringer som gir målt bæreevne, $R_{c;m}$
- Formler som beregner bæremotstanden, $R_{c;cal}$
- Støtbølgemålinger eller andre målinger under ramming som gir grunnlag for vurdering av bæreevne, $R_{c;m}$.

Karakteristisk bæreevne $R_{c;k}$ kan bestemmes ved å dividere beregnet eller målt bæreevne med korrelasjonsfaktor ξ , se lign 9.17 og 9.18. Korrelasjonsfaktorene er bestemt av type forsøk, antall prøvebelasteringer, omfanget av målingene og hvor godt de geotekniske grunnforholdene er kartlagt.

$$R_{c;k} = \frac{R_{c;m}}{\xi} \quad (9.17)$$

$$R_{c;k} = \frac{R_{c;cal}}{\xi} \quad (9.18)$$

hvor $R_{c;m}$ er den målte bæreevnen, $R_{c;cal}$ er den beregnede bæreevnen og ξ er korrelasjonsfaktoren. Den beregnede bæreevnen vil få bidrag fra både spissmotstanden og sidefriksjon, se lign 9.19:

$$R_{c;cal} = R_{b;cal} + R_{s;cal} \quad (9.19)$$

Spissmotstanden og sidefriksjonen kan hhv beregnes fra lign 9.20 og 9.21:

$$R_{b;cal} = A_b \cdot q_{b;cal} \quad (9.20)$$

$$R_{s;cal} = \sum_i A_{s_i} \cdot q_{s_i;cal} \quad (9.21)$$

hvor $q_{b;cal}$ er beregnet spissmotstand og $q_{s_i;cal}$ er beregnet sidefriksjon.

Ovenstående notasjon for bæreevne er angitt for peler under aksielt trykk, vist ved indeks c (for compression). De beskrevne dimensjoneringsprinsipper gjelder også for peler utsatt for strekk, da angitt ved indeks t (for tension) i Eurokode 7. De karakteristiske

verdiene for spissmotstand og sidefriksjon kan bestemmes ved å dele beregnet verdi med korreskvensjonsfaktorer:

$$R_{b;k} = \frac{R_{b;cal}}{\xi} \quad (9.22)$$

$$R_{s;k} = \frac{R_{s;cal}}{\xi} \quad (9.23)$$

9.8.2 Bestemmelse av korrelasjonsfaktorer

Anbefalte korrelasjonsfaktorer, ξ , for bestemmelse av karakteristisk kapasitet er gitt i Eurokode 7, NA.

ξ_1 : for middelverdi av beregnede bæreevner basert på statiske prøvebelastninger

ξ_2 : for minimumsverdien av beregnede bæreevner basert på statiske prøvebelastninger

ξ_3 : for middelverdi av beregnede bæreevner basert på grunnundersøkelser og laboratorieforsøk

ξ_4 : for minimumsverdien av beregnede bæreevner basert på grunnundersøkelser og laboratorieforsøk

ξ_5 : for middelverdi av bæreevner basert på dynamiske målinger

ξ_6 : for minimumsverdi av bæreevner basert på dynamiske målinger

Statiske prøvebelastninger

Forsøkspelene må være av samme type og prøvd under sammenlignbare grunn- og belastningsforhold. Ved tolkning av resultater må man ta hensyn til variasjoner i grunnforhold og variasjon i installasjonen. Korrelasjonsfaktorer for utledning av karakteristiske verdier fra statisk last finnes i tabell 9.2. (n er antall utførte prøvebelastninger.)

ξ for $n =$	1	2	3	4	≥ 5
ξ_1	1.40	1.30	1.20	1.10	1.00
ξ_2	1.40	1.20	1.05	1.00	1.00

Tabell 9.2: Korrelasjonsfaktorer for å utlede karakteristisk verdi fra statiske prøvebelastninger

Fra den målte bæreevnen $R_{c;m}$ kan man finne den karakteristiske verdien $R_{c;k}$ vha. ligning 9.24:

$$R_{c;k} = \min \left\{ \frac{(R_{c;m})_{\text{mean}}}{\xi_1}; \frac{(R_{c;m})_{\text{min}}}{\xi_2} \right\} \quad (9.24)$$

Grunnundersøkelser

Dette er basert på en modellprosedyre som tar hensyn til $\tilde{\alpha}$ on eller flere undersøkte grunnprofiler. Korrelasjonsfaktorer for utleding av karakteristiske verdier fra geotekniske undersøkelser kan innhentes fra tabell 9.3. (n er antall utførte prøvebelastninger.)

ξ for $n =$	1	2	3	4	5	7	10
ξ_3	1.55	1.55	1.45	1.45	1.45	1.35	1.35
ξ_4	1.55	1.55	1.33	1.33	1.33	1.20	1.20

Tabell 9.3: Korrelasjonsfaktorer for å utlede karakteristisk verdi fra geotekniske undersøkelser

Antall prøvingsprofiler n er her å fortså som:

- $n = 1$ og $n = 2$ angir anbefalte verdier for ξ forutsatt at kjennskapet til grunnforholdene er begrenset samtidig som det forventes betydelige variasjoner i grunnforholdene.
- $n = 3$ og $n = 5$ angir anbefalte verdier for ξ forutsatt normalt god kjennskap til grunnforholdene.
- $n = 7$ og $n = 10$ angir anbefalte verider for ξ forutsatt at omfattende felt- og laboratoriedata forligger, og forutsatt at usikkerhetene i vurderingene av jordparametrene er små.

Den karakteristiske verdien for bæreevne til en pel er beregnet fra ligning 9.25:

$$R_{c;k} = \min \left\{ \frac{(R_{c;cal})_{\text{mean}}}{\xi_3}, \frac{(R_{c;cal})_{\text{min}}}{\xi_4} \right\} \quad (9.25)$$

Dynamiske slagprøvinger

Likt som for statisk last kan man også for dynamisk last beregne den karakteristiske kapasiteten. Korrelasjonsfaktorene er da gitt i tabell 9.4:

ξ for $n =$	≥ 2	≥ 5	≥ 10	≥ 15	≥ 20
ξ_5	1.60	1.50	1.45	1.42	1.40
ξ_6	1.50	1.35	1.30	1.25	1.25

Tabell 9.4: Korrelasjonsfaktorer for å utlede karakteristisk verdi fra dynamiske målinger

Fra den målte bæreevnen $R_{c;m}$ kan man finne den karakteristiske verdien $R_{c;k}$ vha ligning 9.26:

$$R_{c;k} = \min \left\{ \frac{(R_{c;m})_{\text{mean}}}{\xi_5}, \frac{(R_{c;m})_{\text{min}}}{\xi_6} \right\} \quad (9.26)$$

9.8.3 Dimensjonerende bæreevne

Dimensjonerende aksial bæreevne, $R_{c;d}$, er bestemt ved å benytte de partielle faktorene hentet fra tabell 9.5 i ligning 9.27. Denne tabellen er gitt for rammede peler, og tilsvarende tabeller finnes for borede peler og CFA-peler i NA.A.3.3.2 i Eurokode 7.

$$R_{c;d} = \frac{R_{c;d}}{\gamma_t} = \frac{R_{cs;k}}{\gamma_b} + \frac{R_{cb;k}}{\gamma_s} \quad (9.27)$$

Motstand	Symbol	Sett (R2)
Spissmotsatnd	γ_b	1.1
Sidefriksjon (trykkpel)	γ_s	1.1
Total bæreevne (trykkpel)	γ_t	1.1
Sidefriksjon for strekkpel	$\gamma_{s;t}$	1.2

Tabell 9.5: Partialfaktorer for motstand for rammede peler

Dimensjoneringsmetode

Metoden for peledimensjonering er beskrevet i kap. 7.6 i Eurokode 7. Punkt 7.6.1.1(1)P gir 4 grensetilstander som må sjekkes eksplisitt. De første tre er bruddgrensetilstand (ULS):

1. Bruddgrensen for enkle peler
2. Bruddgrensen for hele fundamentet
3. Kollaps av støttestruktur

Den siste er bruksgrensetilstand (SLS) for støttestruktur, forårsaket av forskyvning som har oversteget en bestemt grenseverdi. Tre dimensjoneringsmetoder er beskrevet i Eurokode 7 for å reflektere nasjonale valgmuligheter. Ulike tilnærmelser reflekterer om sikkerheten er innbakt i materialegenskaper, aksjoner (det man laster på) eller reaksjoner (jordens bæreevne). Ulike sett for partialfaktorer for peledimensjonering er gitt i tabell 9.6. Bæremotstand for bruddgrensetilstand for enkle peler og for hele pelefundamenter korresponderer til tradisjonell bæreevnedimensjonering. Her vil fokuset være på bruddgrensetilstand.

Dimensjoneringsmetode	Strukturell aksjon	Geoteknisk aksjon ^a	Grunnmotstand
DA 1			
kombinasjon 1	Sett A1	Sett (M1) + A1	Sett (M1) + (R1)
kombinasjon 2	Sett (A2)	Sett M2 + (A2)	Sett (M1) + R4
DA 2	Sett A1	Sett (M1) + A1	Sett (M1) + R2
DA 3	Sett A1	Sett M2 + (A2)	Sett M2 + (R3)

Tabell 9.6: Sett av partialfaktorer for peledimensjonering for permanente og midlertidige situasjoner

1. Merk at for (A2), (M1), (R1), (R3): Sett A2 (permanent aksjon); M1 og R1 (rammede peler i trykk); og R3 (alle peler i trykk) har verdier for partialfaktorer lik 1.0, se tabell 9.7, 9.8 og 9.9.

2. Ved bruk av prøvebelastning alene for dimensjonering bør kun DA 1 og DA 2 vurderes. DA 3 er ikke brukbar ettersom metoden involverer bruk av partialfaktorer for karakteristisk verdi for grunnen.
3. ^aUgunstig aksjon, f.eks negativ friksjon eller skrå last

Aksjonstype	Gunstig/Ugunstig	Symbol	A1	A2
Permanent (G)	Ugunstig	γ_G	1.35	1.0
	Gunstig		1.0	1.0
Variable(Q)	Ugunstig	γ_Q	1.5	1.3
Tilfeldig (A)	Ugunstig	γ_A	1.0	1.0

Tabell 9.7: Sett av partialfaktorer for aksjon A1 og A2

Materialparameter	Symbol	M1	M2
Friksjonsvinkel(ϕ)	γ_ϕ	1.0	1.25
Kohesjon(c)	γ_c	1.0	1.25
Udrenert skjærstyrke(c_u/s_u)	$\gamma_{c_u}/\gamma_{s_u}$	1.0	1.4
Ubgrenset trykkfasthet(q_u)	γ_{q_u}	1.0	1.4
Tyngdetetthet(γ)	γ_γ	1.0	1.0

Tabell 9.8: Sett av partialfaktorer for materialstyrke M1 og M2

Type motstand	Symbol	R1	R2	R3
Bæremotstand(R_v)	γ_{R_v}	1.0	1.4	1.0
Glide motstand(R_h)	γ_{R_h}	1.0	1.1	1.0
Jordmotstand(R_e)	γ_{R_e}	1.0	1.4	1.0

Tabell 9.9: Sett av partialfaktorer for motstand R1, R2 og R3

Bruddgrensetilstand sjekkes med følgende ulikhet, lign 9.28

$$F_{c;d} \leq R_{c;d} \quad (9.28)$$

hvor $F_{c;d}$ er den dimensjonerende aksialtrykklasten, og $R_{c;d}$ er den dimensjonerende verdien for grunnens trykkfasthet. Den dimensjonerende lasten er funnet ved å benytte relevante partialfaktorer A1 og A2 fra tabell 9.7 i ligningen for den karakteristiske lasten:

$$F_{c;d} = \gamma_G \cdot F_{c;k} \quad F_{c;d} = \gamma_Q \cdot F_{c;k} \quad F_{c;d} = \gamma_A \cdot F_{c;k}$$

Rammede friksjonspeler i sand

Sand er her brukt som en fellesbetegnelse for fritt drenerende friksjonsjordarter. I prinsippet skulle sidefriksjonen for peler i sand kunne beregnes ganske nøyaktig hvis effektivspenningene langs pelen var kjent.

Peleramming medfører imidlertid en betydelig spenningsomlagring i jorden både på grunn av den fysiske massefortrengningen ved ramming av peler og de vibrasjoner og komprimeringseffekter rammingen medfører. Spesielt for løst lagret sand kan dette medføre at sanden får en høyere pakningsgrad og friksjonsvinkel. Dette er imidlertid ikke ensbetydende med at friksjonen blir vesentlig bedre av den grunn, da radielt jordtrykk kan avta betydelig på grunn av vibrering og videre komprimering etter at spissen har passert. Spesielt i løst lagret sand har man defor observert at kapasiteten av rammde betongpeler i langt mindre grad enn forventet øker med pelens dybde.

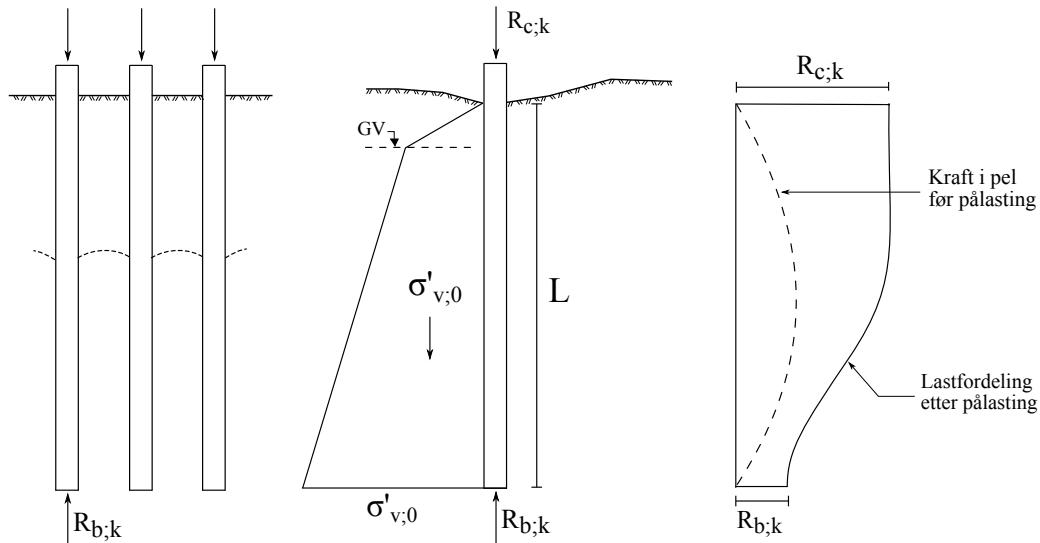
Karakteristisk bæreevne, $R_{c;k}$, i trykk beregnes som summen av beregnet sidefriksjon, $R_{s;cal}$, og spissmotstand, $R_{b;cal}$:

$$R_{c;k} = \frac{R_{s;cal} + R_{b;cal}}{\xi} \quad (9.29)$$

Dette er illustrert i figur 9.26, hvor

$R_{s;cal}$	$= \tau_{s;cal} \cdot A_s$ = kraft som opptas ved friksjon
A_s	pelen overflateareal
$\tau_{s;cal}$	$= \beta \cdot \sigma'_{v;0}$ = beregnet sidefriksjon
β	sidefriksjonsfaktor (figur 9.27 a))
$\sigma'_{v;0}$	midlere vertikal in-situ effektivspenning langs pelen
$R_{b;cal}$	$q_{b;k} \cdot A_b$ = beregnet bæreevne (kraft) ved pelespiss
A_b	spissareal
$q_{b;cal}$	$= N_q \cdot \sigma'_{v;0b}$ = beregnet bæreevne (spenning) ved pelespiss
N_q	bæreevnefaktor (figur 9.27 b))
$\sigma'_{v;0b}$	vertikal in-situ effektivspenning ved pelespiss
ξ	korrelasjonsfaktor (se 9.8.2)

$$R_{c;k} = R_{s;k} + R_{b;k}$$



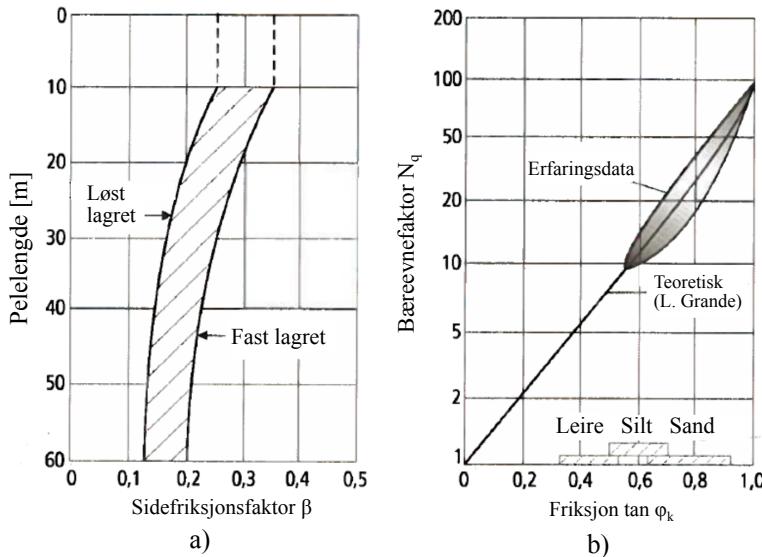
Figur 9.26: Illustrasjon av bidrag til bæreevne og spenningstilstand etter nedramming

Figur 9.27 a) viser sidefriksjonsfaktor slik den var anbefalt i tidligere utgave av Peleveileddningen 1991, og figur 9.27b) og tabell 9.10 grunnlag for å bestemme spissmotstand.

Merk at denne metoden forutsettes anvendt med gjennomsnittlig spenning og anslått β -verdi langs hele pelen, dvs det er ikke en inkrementell metode som tar hensyn til lokale variasjoner med dybden. Metoden gir betydelig rom for brukeren til å velge parametere, og anses for å gi generelt konservative verdier for bæreevnen. Den kan likevel benyttes for overslagsberegninger.

Lagringsfasthet	Silt - Finsand	Sand - Grus
Løs	0,4 til 0,6	0,6 til 0,8
Fast	0,6 til 0,7	0,7 til 0,9

Tabell 9.10: Retningsgivende verdier for $\tan \phi_k$ som skal benyttes sammen med figur 9.27 b)



Figur 9.27: Grunnlag for beregning av bæreevne i sand iflg. Peleveriledning av 1991

Det er i dag en generell forståelse for at sidefriksjonen i en gitt dybde er avhengig av en lang rekke faktorer, hvorav de viktigste er:

- In-situ vertikal effektivspenning, $\sigma'_{v;0}$, i angjeldende dybde
- Relativ lagringstetthet, D_r
- Sandens spenningshistorie, uttrykt ved forkonsolideringsgraden, OCR
- Type sand
- Lengden av pel som er rammet
- Type pelemateriale (stål, betong, tre) og eventuell overflatebehandling
- Type installasjon (ramming, pressing, vibrering eller in-situ støpt)

- Om pelen har åpen eller lukket ende under ramming
- Tid fra installasjon til belastningsforsøk eller støtbølgemåling utføres
- Type belastning og belastingshastighet

BÆREEVNE BASERT PÅ NYE EMPIRISKE RELASJONER MOT CPT:

En ny semi-empirisk metode, kalt NGI99-metoden, som er relatert til resultatet av trykksondering (CPT), blir anbefalt i PELEVEILEDNINGEN (2012). Metoden gir statistisk sett best og mest konsistent tilpasning til peleforsøkene i databasen. Alle vesentlige parametere som anvendes i NGI99-metoden bestemmes på grunnlag av trykksondering (CPT). Den viktigste parameteren er sandens relative lagringstetthet, D_r , som ut fra trykksonderinger bestemmes fra uttrykket:

$$D_r = 0,4 \cdot \ln \left(\frac{q_c}{22 \cdot (\sigma'_{v;0} \cdot \sigma_a)^{0.5}} \right) \quad (9.30)$$

hvor

- q_c = målt ukorrigert spissmotstand ved trykksondering
- $\sigma'_{v;0}$ = beregnet in-situ vertikal effektivspenning
- σ_a = atmosfærisk referansetrykk (100kPa)

Merk at det ikke er noen øvre begrensning på D_r , dvs at den kan være større enn 1,0.

BEREGNET SIDEFRIKSJON, $\tau_{s;cal}$, langs hele eller deler av en pel som står i sand med samme lagringstetthet beregnes ut fra:

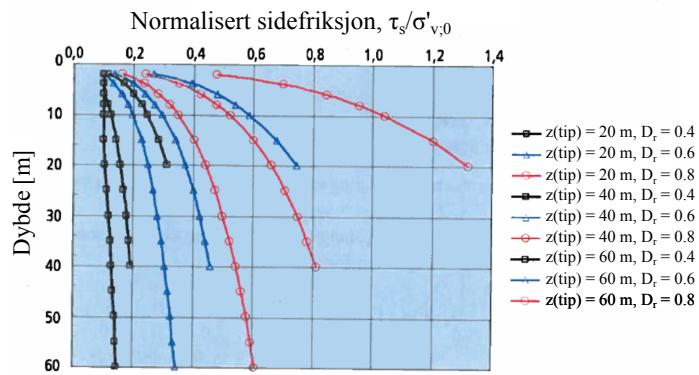
$$\tau_{s;cal} = \frac{z}{z_t} \cdot \sigma_a \cdot F_{DR} \cdot F_{last} \cdot F_{spiss} \cdot F_{mat} \cdot F_\sigma \quad (9.31)$$

hvor

- z = dybde under terren
- z_t = pelespissens endelige dybde under terren
- σ_s = atmosfærisk referansetrykk (100 kPa)
- F_{DR} = $2,1 \cdot (D_r - 0,1)^{1,7}$
- F_{last} = 1,0 for strekkbelastning og 1,3 for trykksbelastning
- F_{spiss} = 1,0 for pel som er rammet åpen og ikke har plugget under ramming;
- F_{spiss} = 1,6 for lukket pel eller fra det nivå pelen har plugget under ramming
- F_{mat} = 1,0 for stål og tre og 1,2 for betong
- F_σ = $\left(\frac{\sigma'_{v;0}}{\sigma_a} \right)^{0.25}$

Minimumsverdi av sidefriksjon: $\tau_{s;cal,min} = 0,1 \cdot \sigma'_{v;0}$. Det skal også bemerkes spesielt at beregning av sidefriksjon er helt knyttet til at relativ lagringstetthet er bestemt på grunnlag av formel 9.30.

Figur 9.28 viser eksempel på beregnet normalisert sidefriksjon, uttrykt ved forholds-tallet $\beta = \frac{\tau_s}{\sigma'_{v;0}}$ for en trykksbelastet stålrørspl i sand som ikke har plugget under ramming. Eksemplene dekker lagringstetthet, D_r , på 40, 60 og 80 %, og pelelengder 20 til 60 m. Figur 9.28 viser at variasjonsområdet for β er vesentlig større enn hva som fremgår av figur 9.27 a). Legg merke til at i fast lagret sand kan normalisert sidefriksjon være så stor som $> 1,0$.



Figur 9.28: Eks. på normalisert sidefriksjon for åpen pei i sand, NGI99-metoden

Rammede friksjonspeler i leire

Leire er som regel vannmettet og tilnærmet inkompressibel ved hurtige deformasjoner. Ramming av peier medfører derfor en massefortrengning lik pelens volum og økt jordtrykk og poretrykk langs peien som resultat. Leira langs peien blir sterkt omrørt under installasjonen, og sidefriksjonen vil umiddelbart etter ramming omrent tilsvare omrørt styrke. For trepeler eller rørpeler i kvikkleire kan det derfor forekomme at peien flyter opp og må holdes nede inntil den fester seg.

Etter hvert som poretrykksøkningen pga massefortrengning synker, vil effektivspenningene og sidefriksjonen bygge seg opp. Sidefriksjonen er klart relatert til effektiv horisontalspenning mot peien etter at rekonsideringsprosessen er avsluttet og udrenert styrke av den omrørte rekonsoliderte leira er gjenopprettet. For sterkt forbelastede plastiske leirer kan friksjonen også være styrt av residual friksjonsvinkel.

I lavplastiske leirer som er normalkonsolidert eller moderat forbelastet, viser målinger at horisontal effektivspenning mot peien kan bli betydelig lavere enn opprinnelig in-situ effektiv horisontalspenning i leira. Selv i normalkonsolidert leira kan derfor sidefriksjonen bli vesentlig lavere enn uforstyrret in-situ styrke. I mer plastiske normalkonsoliderte leirer er målt effektivspenning og sidefriksjon tilnærmet lik og endog noe større enn opprinnelig in-situ udrenert styrke. I fast overkonsolidert leira kan effektivspenningen øke noe i forhold til effektiv horisontalspenning, men effekten av omrøring på udrenert skjærfasthet er større og vil alltid gjøre at sidefriksjonen blir lavere enn in-situ styrke for overkonsoliderte leirer.

BEREGNING AV BÆREEVNE UT FRA SEMI-EMPIRISK METODE:

Karakteristisk bæreevne bestemmes generelt som summen av beregnet sidefriksjon og spissmotstand:

$$R_{c;k} = \frac{\int A_s \cdot \tau_{us;cal} dz + 9 \cdot A_b \cdot c_{u;b;cal}}{\xi} \quad (9.32)$$

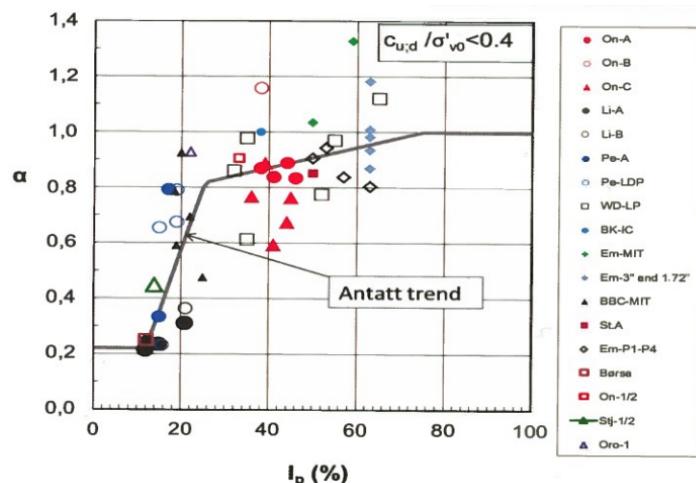
hvor

dz	= inkrementell dybde, z
A_s	= pelens omkrets i jord ($\pi \cdot D$ for sylinderisk pel)
$\tau_{us;cal}$	= $\alpha \cdot c_{u;cal}$ = beregnet udrenert sidefriksjon i en gitt dybde
α	= empirisk sidefriksjonsfaktor, figur 9.30
$c_{u;cal}$	= beregnet in-situ udrenert styrke i en gitt dybde
A_b	= pelens spissareal
$c_{u;b;cal}$	= beregnet udrenert skjærstyrke ved pelespiss
ξ	= korreksjonsfaktor

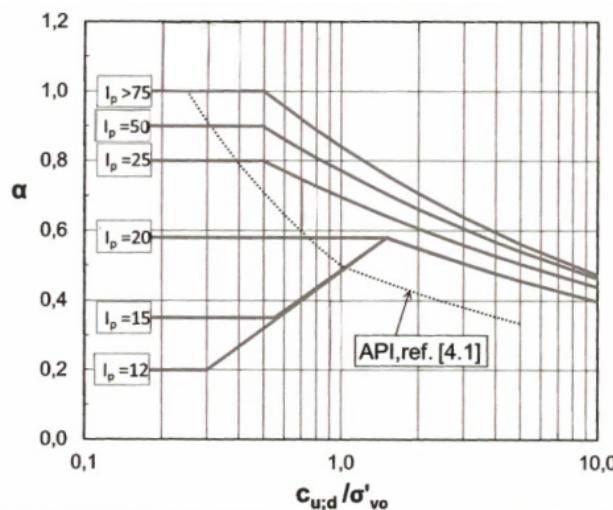
I bløt leire vil spissmotstanden bidra lite til bæreevnen, mens den i fast leire kan utgjøre opp mot 10-15% for korte perioder.

En rekke empiriske metoder har vært foreslått gjennom 1970-, 80- og 90-årene for å bestemme sidefriksjonen langs peler i leire. I 2005 ble en ny metode utviklet basert på statistisk data fra peleforsøk utført av NGI. Denne metoden ble i 2012 videreutviklet til en ny og forbedret versjon, som vil bli beskrevet her. I likhet med den tidligere versjonen vil denne metoden ta hensyn til både effekten av normalisert, udrenert skjærstyrke, c_u/σ'_{vo} , og plastisitetsindeksen, I_p , for å bestemme sidefriksjonsfaktoren α . Det er bevist at effekten av plastisitetsindeksen er signifikant spesielt for nesten normalkonsolidert leirer, se figur 9.29. Figur 9.30 gir anbefalte α -verdier i relasjon til både c_u/σ'_{vo} - og I_p -forholdet. Det antas at sidefriksjonen er beregnet som en funksjon av dybden og ikke som en gjennomsnittsverdi for hele pelens lengde.

Metoden skiller ikke mellom sidefriksjon for en pel som belastes nedad rettet (trykkbelastning) eller oppad rettet (strekksbelastning). Men, som det imidlertid fremgår av NS-EN 1997-1, se tabell 9.5, vil det for peler under permanent strekk benyttes større partiafaktorer. Det bemerkes også at det ikke tas direkte hensyn til noen effekt av pelens lengde på sidefriksjonen i leire.



Figur 9.29: Målt normalisert sidefriksjon på peler i tilnærmet normalkonsolidert leire. Karlsrud (2012)



Figur 9.30: Anbefalt prosedyre for bestemmelse av normalisert sidefriksjon i leire (α -verdi). Karlsrud (2012)

9.9 Referanser

Giske, Steinar (2001): "Stålørspeler". Foredrag under NGF-kurs 23-25 april, 2001, Sarpsborg.

Haugen, Torgeir (2001): "Stålspeler". Foredrag under NGF-kurs 23-25 april, 2001, Sarpsborg.

Hjeldnes, Erik (1992) "Fundamentering". NTH, Institutt for geoteknikk, Trondheim.

Nordal, Steinar (1989) "Forelesningsnotater i 33525 Geoteknikk 2". NTH, Institutt for geoteknikk.

Peleveiledningen. 2 utgave 2001. Den norske pelekomite i samarbeid med Norsk Byggstandardiseringsråd.

Simonsen, Arne S. (2001) "Stålkjernepeler". Foredrag under NGF-kurs 23-25 april, 2001, Sarpsborg.

Ølnes, Albert (2001) "Betongpeler". Foredrag under NGF-kurs 23-25 april, 2001, Sarpsborg.

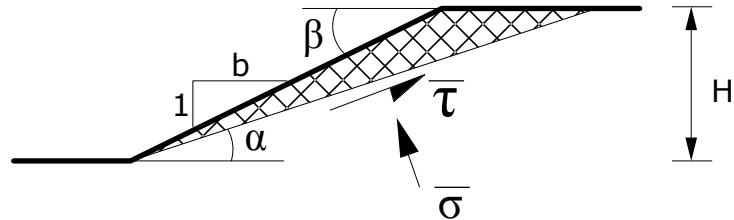
Kapittel 10

DIAGRAMMER OG FORMLER

Dette er en samling av diagrammer og formler som vil være nyttige for oppgaveløsning. Disse vil også bli oppgitt på eksamen.

10.1 Skråningsstabilitet

10.1.1 Plane skjærflater



$$\bar{\sigma} = \cos \alpha \cdot \cos \alpha \left(1 \cdot \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right) \frac{\gamma H}{2} = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right) \frac{\gamma H}{2}$$

$$\bar{\tau} = \sin \alpha \cdot \cos \alpha \left(1 \cdot \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right) \frac{\gamma H}{2} = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \cdot \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right) \frac{\gamma H}{2}$$

10.1.2 Sirkulære skjærflater, $a\phi$ -basis

$$F = \frac{R \sum (\tau_f \cdot \Delta L)}{Q \cdot e + \sum (\Delta W + \Delta Q_v) \cdot X} = \frac{R \sum \frac{(p' + a) \tan \phi \cdot \Delta X}{\left(1 + \frac{1}{F} \cdot \tan \phi \cdot \tan \alpha \right) \cdot \cos \alpha}}{Q \cdot e + \sum (p \cdot \Delta X \cdot X)}$$

og derav

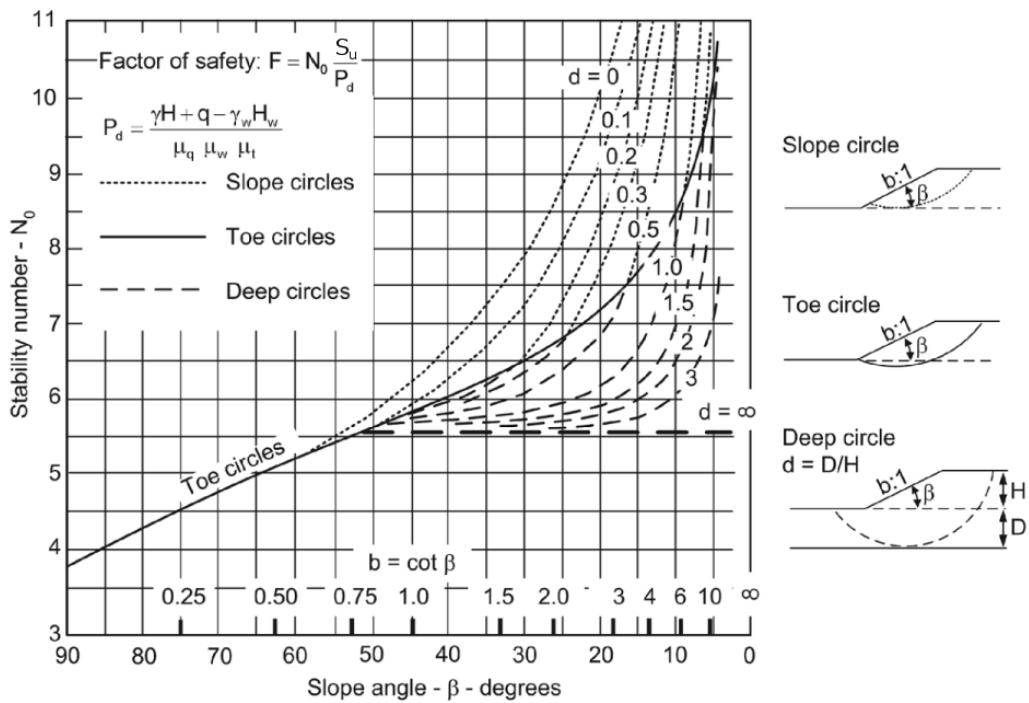
$$F = \frac{R \sum \frac{(p' + a) \tan \phi \cdot \Delta X}{m_\alpha}}{Q \cdot e + \sum (p \cdot \Delta X \cdot X)}$$

der

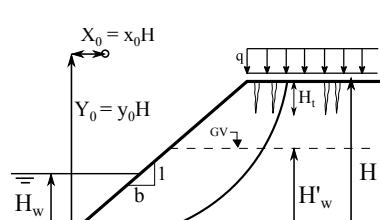
$$m_\alpha = \left(1 + \frac{1}{F} \tan \phi \cdot \tan \alpha \right) \cdot \cos \alpha$$

10.1.3 Direktemetoden

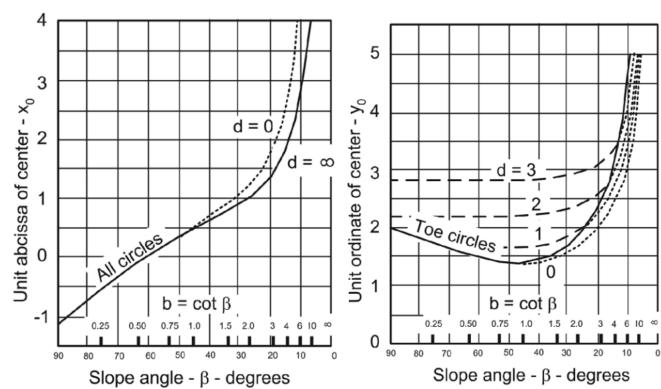
S_u -basis



Figur 10.1: Stabilitetskart for s_u -basis, N_0

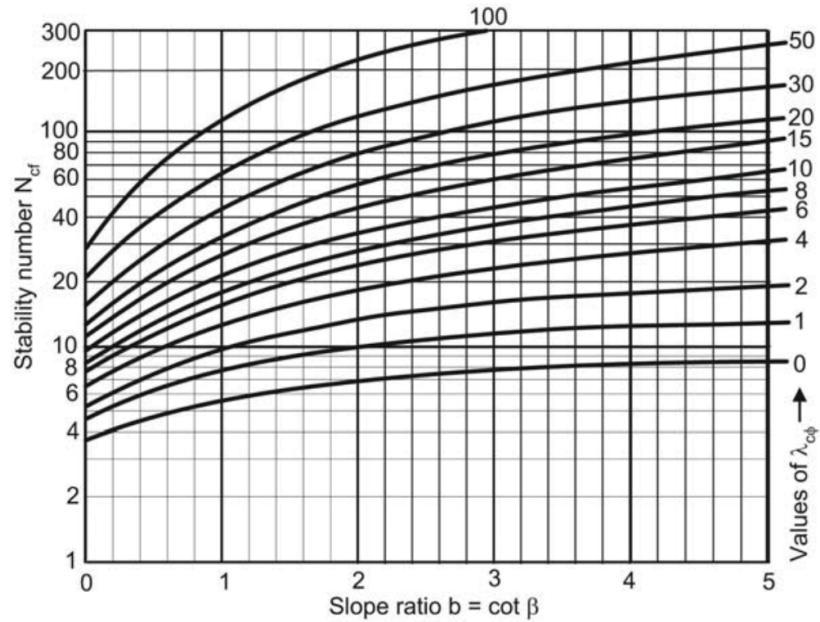


Figur 10.2: Variabler, samme for $a\phi$



Figur 10.3: Koordinater til kritisk sirkel, s_u -basis

$a\phi$ -basis



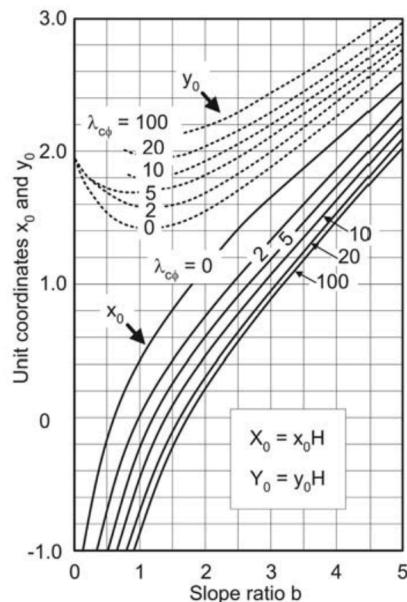
Figur 10.4: Stabilitetskart for $a\phi$ -basis, N_{cf}

$$F = N_{cf} \frac{a \tan \phi}{P_d}$$

$$\lambda_{c\phi} = \frac{P_e}{a}$$

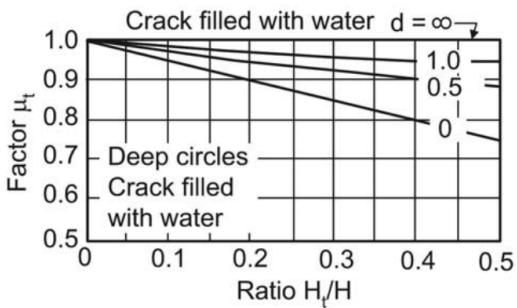
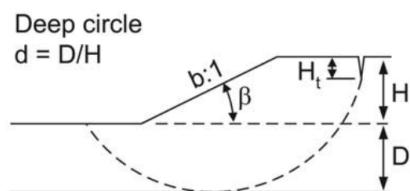
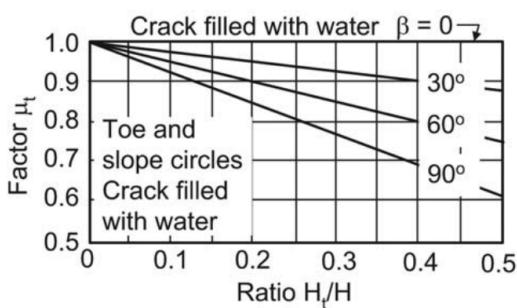
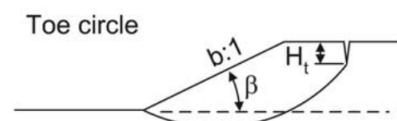
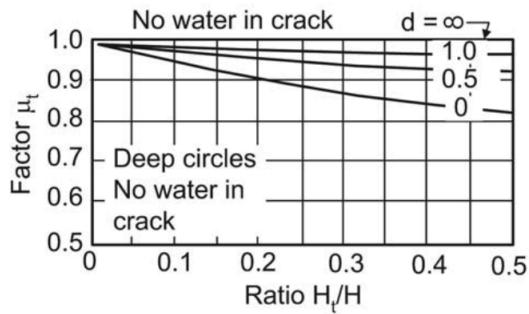
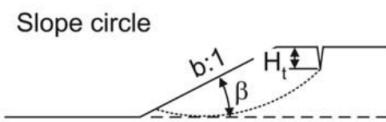
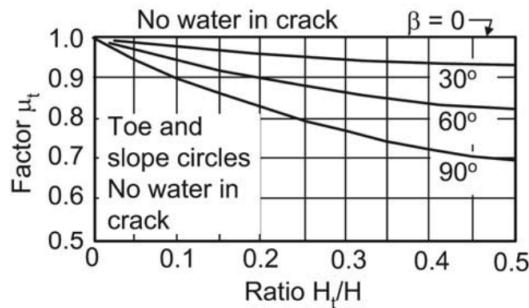
$$P_e = \frac{\gamma H + q - \gamma_w H'_w}{\mu_q \mu'_w}$$

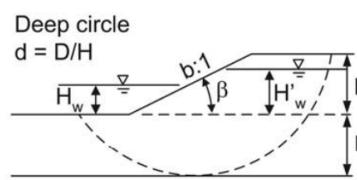
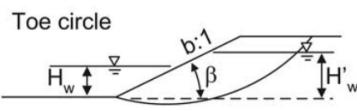
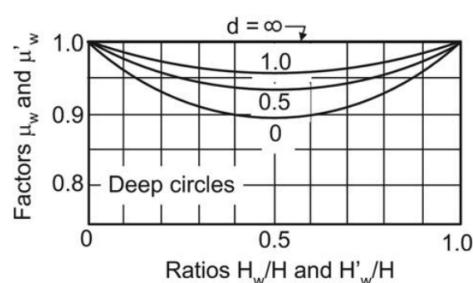
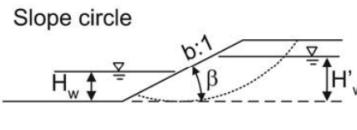
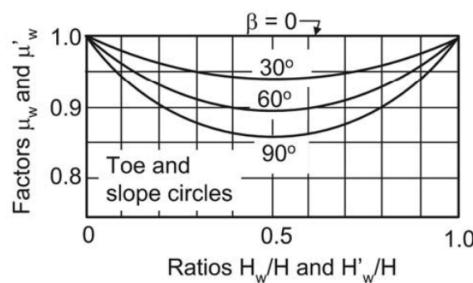
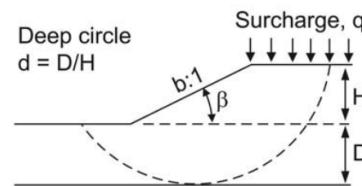
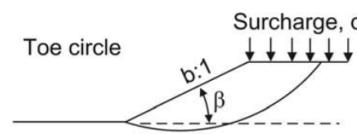
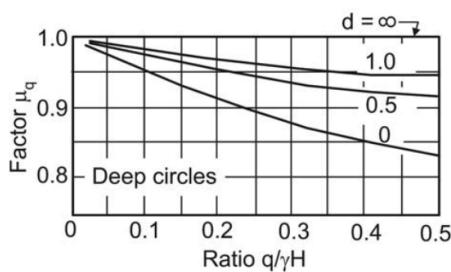
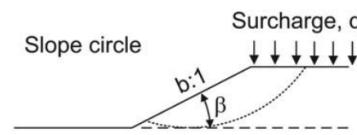
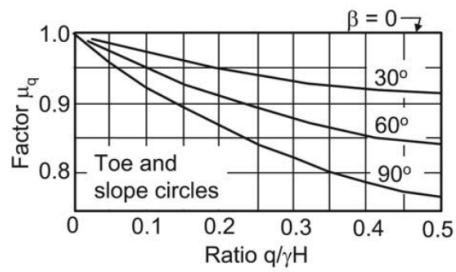
$$P_d = \frac{\gamma H + q - \gamma_w H_w}{\mu_q \mu_w \mu_t}$$



Figur 10.5: Koordinater til kritisk sirkel, $a\phi$ -basis

10.1.4 Korreksjonsfaktorene





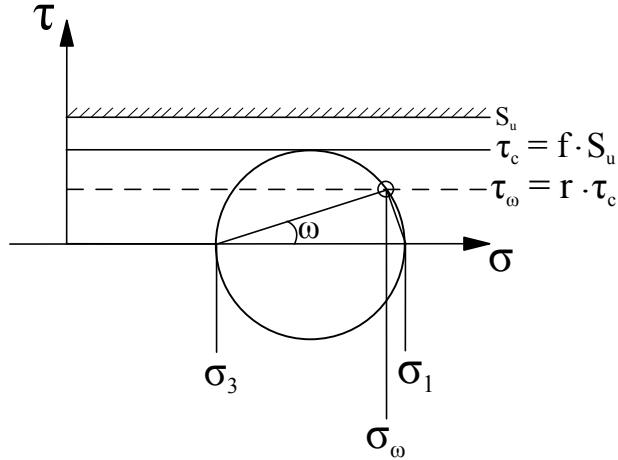
μ_w = submergence factor, depends on H_w

μ'_w = seepage factor, depends on H'_w

10.2 Skjærstyrke, spenningsendringer og ruhetsforhold

s_u -basis

$$\sigma_1 = \sigma_3 + 2\tau_c \quad \sigma_c = \sigma_3 + \tau_c \quad \sigma_\omega = \sigma_3 + (1 + \cos(2\omega))\tau_c$$

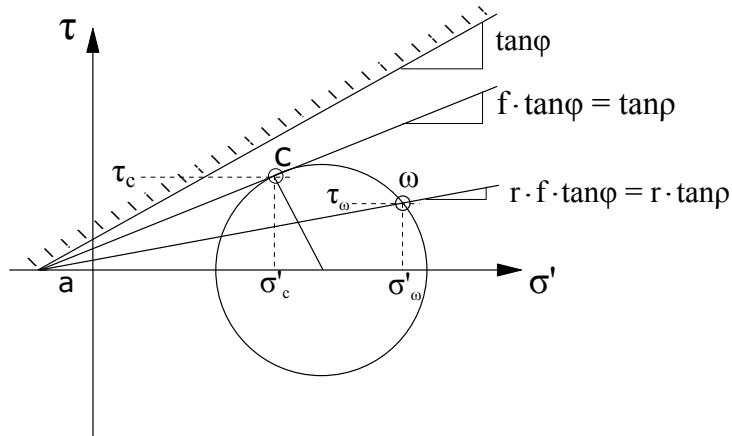


$a\phi$ -basis

$$\begin{aligned} (\sigma'_1 + a) &= N(\sigma'_3 + a) & N &= \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} \\ \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) &= S(\sigma'_3 + a) & S &= \frac{\sin \rho}{1 - \sin \rho} = \frac{N - 1}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta \sigma'_3}{\frac{1}{2}(\Delta \sigma'_1 - \Delta \sigma'_3)} = 2D - \frac{2}{3} \quad \Delta u = \Delta \sigma_m - D \Delta \sigma_d$$

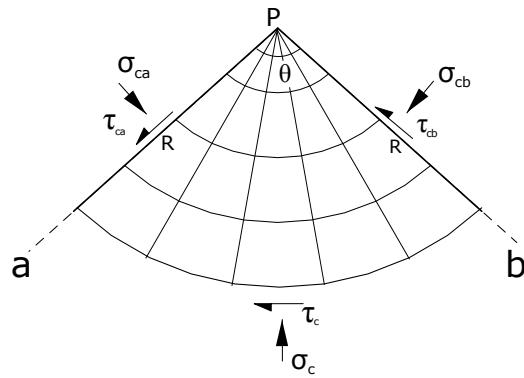
$$\tau_c = \tan \rho \cdot (\sigma'_c + a) \quad \tau_\omega = r \cdot \tan \rho \cdot (\sigma'_\omega + a)$$



10.3 Prandtl-sonen

s_u -basis

$$\sigma_a = \sigma_b + 2\theta\tau_c$$



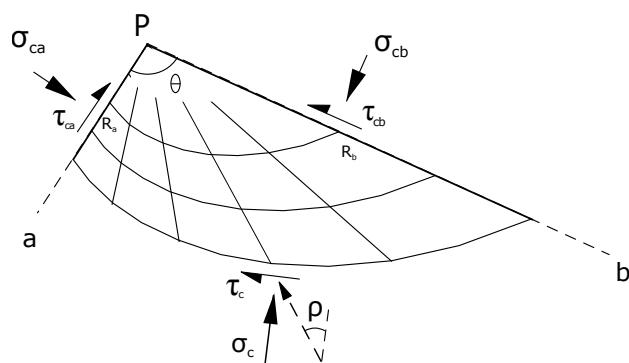
$a\phi$ -basis

$$(\sigma'_{ca} + a) \cdot R_a^2 \cdot \frac{1}{2} = (\sigma'_{cb} + a) \cdot R_b^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$(\sigma'_{ca} + a) = N_\theta \cdot (\sigma'_{cb} + a)$$

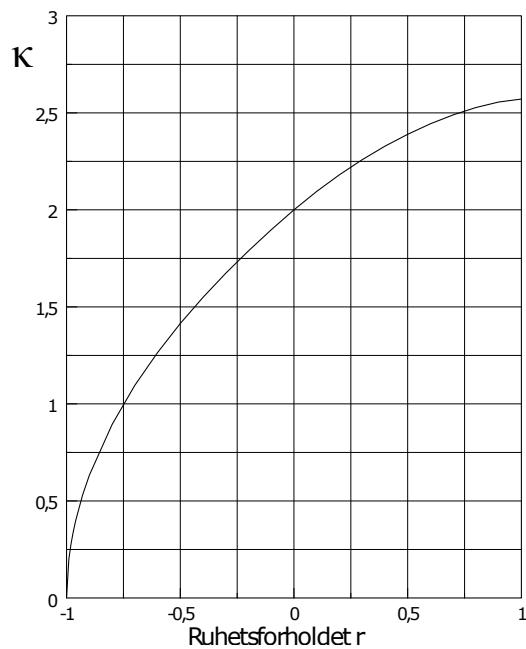
$$N_\theta = e^{2\theta \cdot \tan \rho}$$

$$\left(\frac{R_b}{R_a}\right)^2 = e^{2\theta \tan \rho}$$



10.4 Jordtrykk

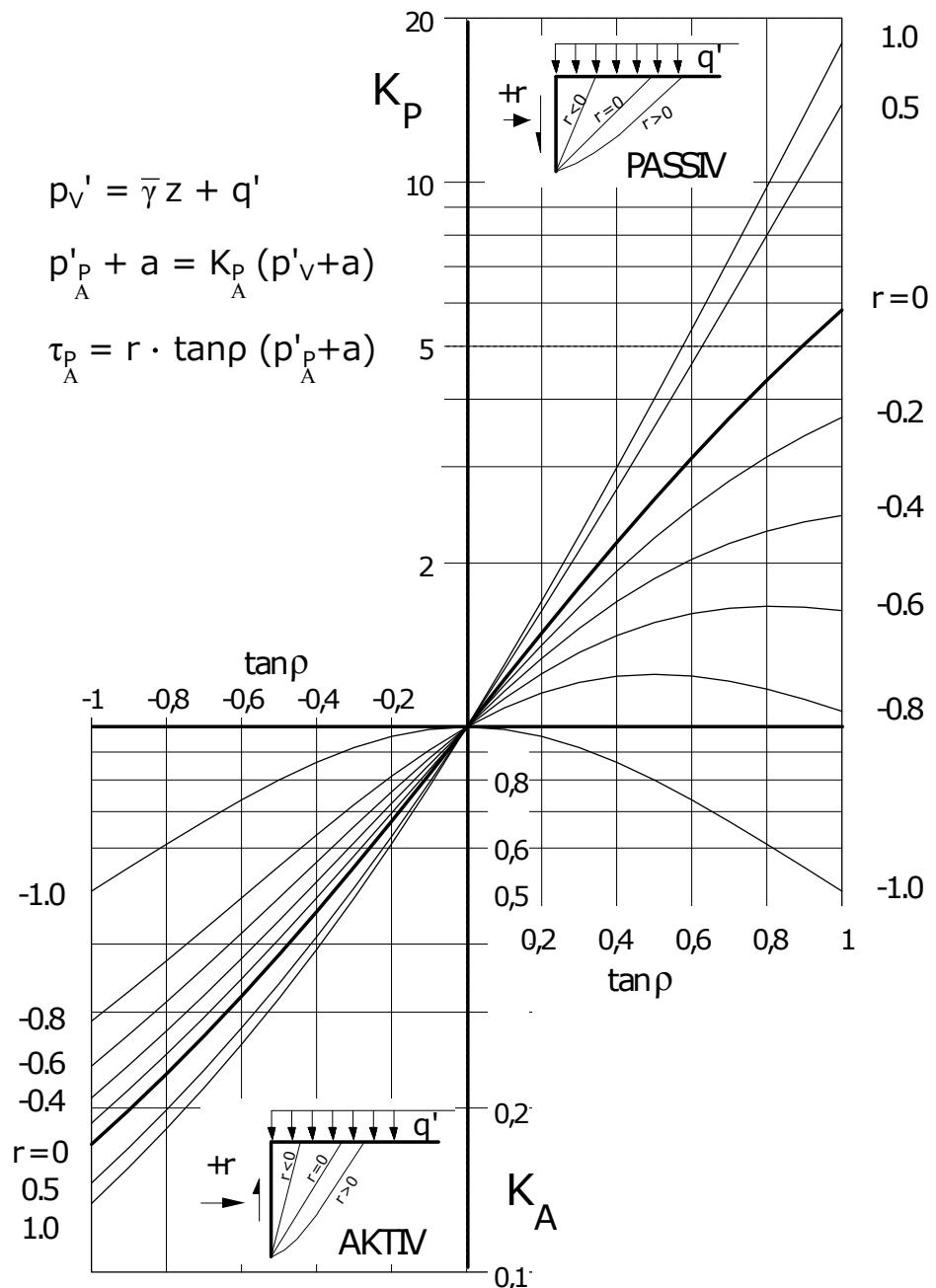
s_u -basis



Figur 10.6: Jordtrykkskoeffisient, κ , for s_u -analyse.

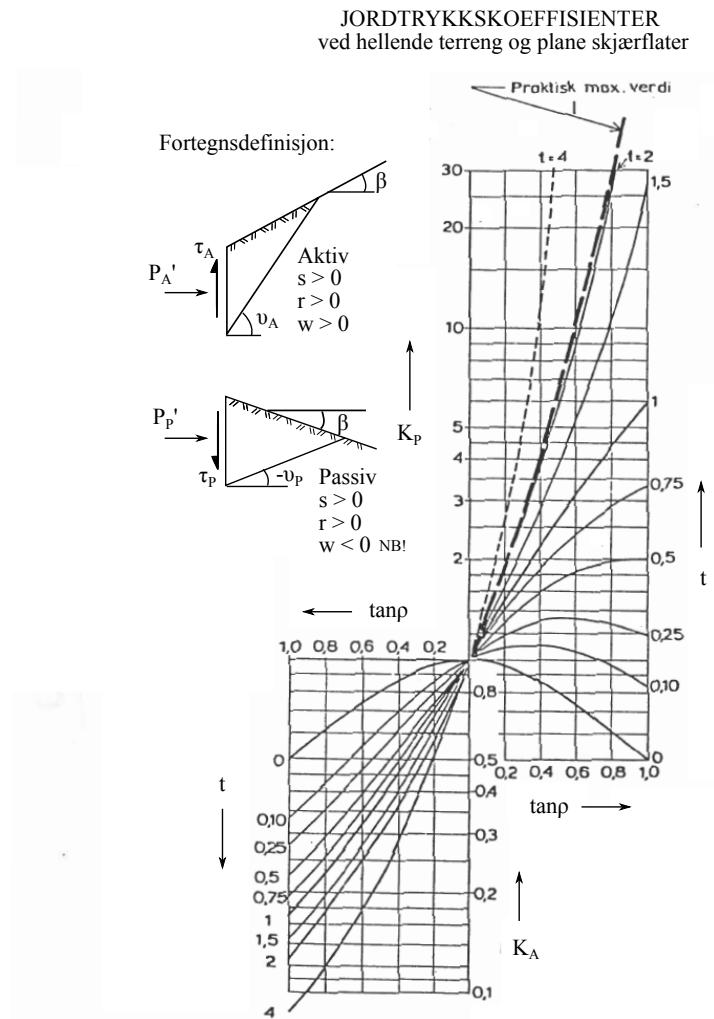
$$p_{\frac{P}{A}} = p_v \pm \kappa \cdot \frac{s_u}{F}$$

$a\phi$ -basis



Figur 10.7: Jordtrykkskoeffisienter for $a\phi$ -analyse.

Hellende terren



Figur 10.8: Jordtrykkskoeffisienter for hellende terren og plane skjærflater

$$p'_A + a = K_A (p'_v + a) + \frac{s}{s - w_A} \cdot a$$

$$\frac{\tau_A}{P} = r \tan \rho (p'_A + a)$$

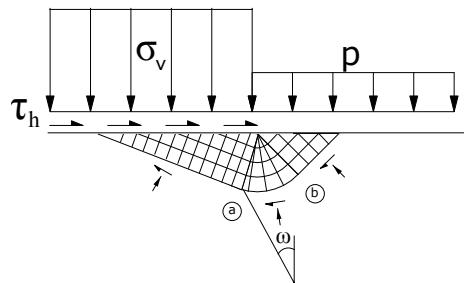
$$t = (1 + r)(1 - s) \quad [0 < t < 4]$$

$$s = \frac{\tan \beta}{\tan \rho}$$

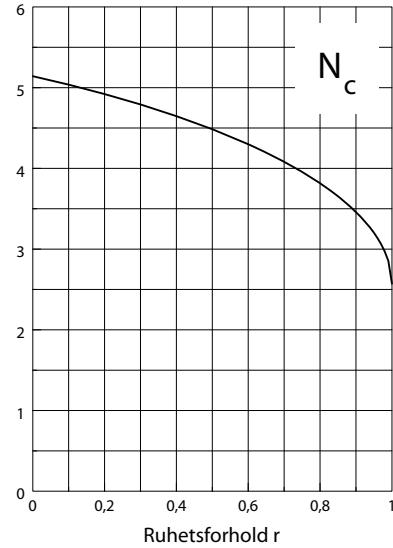
$$w_A = \frac{\tan v_A}{\tan \rho} = 1 \pm \frac{1}{\sin \rho} \sqrt{\frac{1-s}{1-r}} = 1 \pm \frac{1}{\tan \rho} \sqrt{\frac{(1+\tan^2 \rho)(1-s)}{1+r}}$$

10.5 Bæreevne

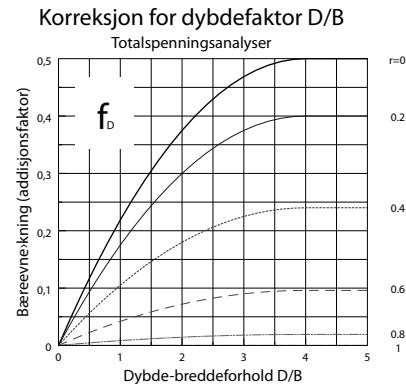
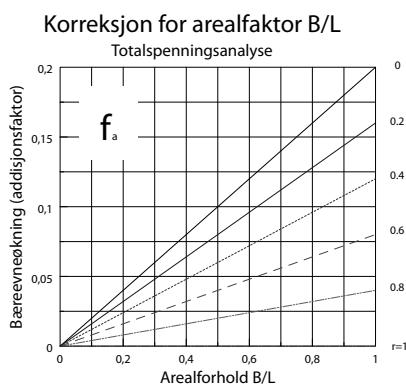
s_u -basis



Figur 10.9: Sonekombinasjon ved sentrisk skrålast



Figur 10.10: N_c som funksjon av r



Figur 10.11: Korreksjonsfaktor f_A og f_D

$$\sigma_v = \sigma_{vn} + p$$

$$\sigma_{vn} = N_c(1 + f_A + f_D) \cdot \tau_c \approx N_c \tau_c$$

$$N_c = 1 + \pi - 2\omega + \cos 2\omega$$

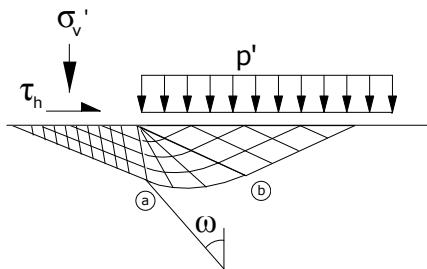
$$N_c = (\pi - 2\omega) + \frac{2}{1 + f_\omega^2}$$

$$\tau_h = \tau_\omega = r \cdot \tau_c$$

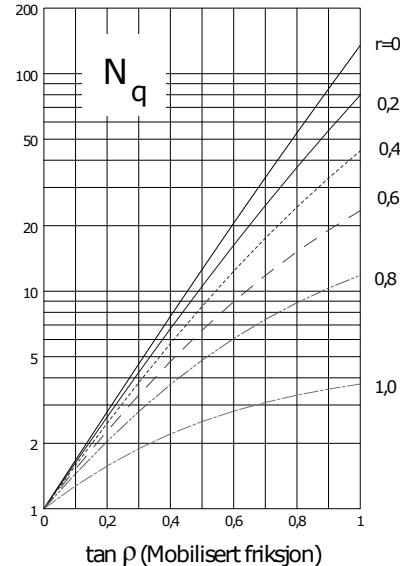
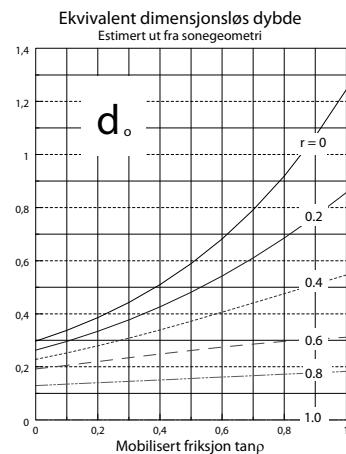
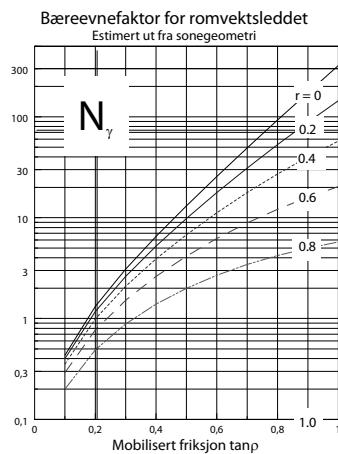
$$f_\omega = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$$

$$\tan \omega = f_\omega \cdot \tan \alpha_+ = f_\omega \cdot 1$$

$$R_a = R_b = B_0 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \omega\right)$$

$a\phi$ -basis


Figur 10.12: Sonekombinasjon ved sentrisk skrålast


 Figur 10.13: N_q som funksjon av r og $\tan \rho$

 Figur 10.14: Faktorene N_γ og d_0 for beregning av romvektleddet

$$\sigma'_v = \sigma'_{vn} + p'$$

$$\tau_h = \tau_\omega = r \cdot \tan_\rho (\sigma'_v + a)$$

$$\sigma'_{vn} = (N_q - 1)(p' + a + \bar{\gamma} \cdot d_0 \cdot B_0)$$

$$f_\omega = \frac{1}{r} (1 - \sqrt{1 - r^2})$$

$$\sigma'_{vn} = (N_q - 1)(p' + a) + \frac{1}{2} \bar{\gamma} \cdot N_\gamma \cdot B_0$$

$$\tan \omega = f_\omega \cdot \tan \alpha_+$$

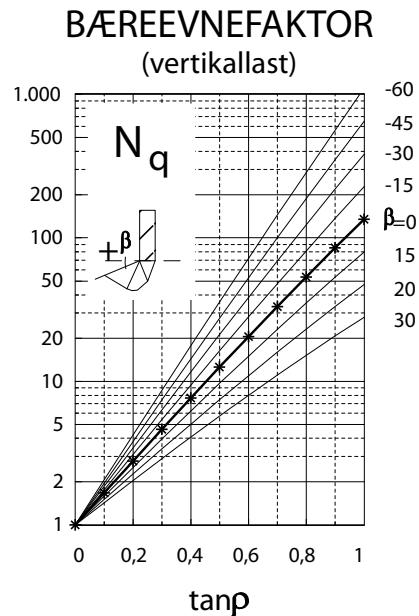
$$R_a = B_0 \frac{\sin(\alpha_c + \omega)}{\cos \rho}$$

$$\tan \alpha_{c+} = \tan \rho + \sqrt{1 + \tan^2 \rho}$$

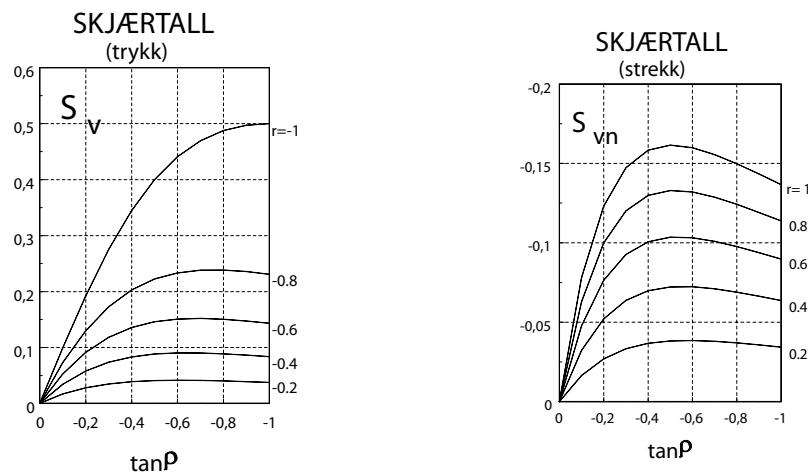
$$R_b = R_a \cdot e^{(\frac{\pi}{2} - \omega) \tan \rho}$$

$$\alpha_{c+} = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}$$

10.6 Peler



Figur 10.15: Bæreevnefaktor for beregning av spissmotstand ved $a\phi$ -analyse.



Figur 10.16: S_v ved oppadrettet skjærspenning

Figur 10.17: S_{vn} ved nedadrettet skjærspenning

$$\sigma'_{pn} = (N_q - 1)(p' + a)$$

$$\tau_s = S_v(p' + a)$$

$$S_v = r \cdot \tan \rho \cdot K_A$$

$$Q_u = \frac{2 \cdot \eta \cdot m_L \cdot g \cdot H}{s + \sqrt{s^2 + 2 \cdot \eta \cdot \alpha \cdot \frac{m_L \cdot g \cdot H \cdot L}{A \cdot E}}}$$

Bibliografi

- [1] N. Janbu, 1973 *Shear strength and stability of soils*, NGF - lecture, Oslo.
- [2] N. Janbu, 1989(1970) *Grunnlag i Geoteknikk*, Tapir akademisk forlag, Trondheim.
- [3] S. Nordal, 2012 *TBA4116 Geotechnical engineering, advanced course*, Lecture notes, Geotechnic, structures. Geotechnical Division, NTNU.

Register

- CAD , 35
- CAU , 35
- CID , 35
- CIU_C , 35
- CIU_E , 35
- CPT , 22
- K'_o , 123
- Aktivt jordtrykk, 53
- Aktivt treaksialforsøk, 35
- Anisotrop konsolidering, 35
- Attraksjon, 37
- Attraksjon typiske verdier, 44
- Avstivning, 17
- Boussinesq, 115
- Bruddbetrakninger, 111, 117
- Bruddkriterium, 19
 - Effektivspenningsbasert, 36
- Bruddtaket, 20
- Bruddtilstand, 120
 - effektivspenningsanalyse, 120
- Brukskriterium, 20
- Brukstilstanden, 20
- Byrette, 122
- Bæreevne, 17, 58, 112
- Bæreevne 5.14, 58
- Bæreevne på s_u -basis, $r = 0$, 58
- Cellettrykk, 34
- Cone Penetration, 25
- Coulomb-kriteriet, 35
- Dilatans, 124
- Dilatansparameter, 43
- Effektiv hviletrykksoffisient K'_o , 123
- Elastisk spenningsfordeling - Bossineq, 116
- Enaksialforsøk, 23
- Enaksiell styrke, 20
- Erosjon, 16
- Filterpapir, 32
- Friksjonsvinkel, 36
- Friksjonsvinkel typiske verdier, 44
- Gummihud, 45, 122
- Hovedspenning, 20
- Hovedspenningsdiagram, 20
- Hovedspenningsforhold N , 123
- Isotrop konsolidering, 40
- Janbu poretrykksligning, 48
- Jordtrykk, 112
 - s_u -analyse, 54
 - effektivspenningsanalyse, 56
- Karakteristisk tilstand, 121
- Kohesjonsjordarter, 27
- Kompatibilitet, 113
- Kompatibilitetskrav, 114
- Konsolidering, 34
- Konusforsøket, 22
- Kritisk bruddelement, 19, 36
- Kritisk likevektselement, 20, 37
- Kritisk plan, 119
- Kritisk skjærflate, 112
- Middelspenning, 19
- Mobiliseringsgrad, 20, 122
- Mobilisert friksjon, 111
- Mohr sirkel, 131
- Mohr sirkel dimensjonsløs, 125
- Mohr-diagram, 36
- Mohrsirkel, 125
- Mohrssirkel, 135
- N , 123
- p_0' -konsolidering, 35
- Passivt jordtrykk, 52
- Passivt treaksialforsøk, 35
- Ruhet, 53
- Ruhetsforhold, 53

REGISTER

- S, skjærtallet, 125
Sikkerhetsfaktor, 20
Sikkerhetsmargin, 20
Skjærbokforsøket
 Simple shear, 24
Skjærboksforsøk, 22, 24
Skjærflate, 17
Skjær forsøket, 35
Skjærspenning
 på kritisk plan, 127
Skjærstyrke, 15
 på effektivspenningsbasis, 35
Skjærtallet S , 125
Skjærtøyning, 24
Skråningsstabilitet, 112
Spenningsfelt, 112
Spenningsforhold
 normaliserte av $\tan \rho$, 125
 normaliserte avr , 120
Spenningsrom, 21
Spenningssti, 41
Spenningstilstand
 totalspenningsanalyse, 134
 vilkårlig plan, 120
Spunt, 17
Stabilitetsproblemer, 112
Strekstag, 17
Støttevegg, 17
- Totalspenningsbasis, 19
Treaksialforsøk, 24, 32, 34
 Ødotriaksialforsøk, 122
 Dilatansparameter, 43
 Eksempel, 47
 Hovedspenningsdiagram, 38
 NTH-diagram, 39
 Stigningstallet S , 39
 Udrenert, 33
Tresca-kriteriet, 35
- Udrenert, 33
Udrenert skjærstyrke
 s_u , 19
 Enaksforsøk, 23
 omrørt, s_r , 23
 sammenheng med stivhet, 29
 variasjon med p'_c , 28
 variasjon med dybde, 27
 variasjon med vanninnhold, 29