

FISIKA 2

Pertemuan 2 - Minggu 3 (707101)
March 24, 2021

1 Potensial Listrik

1.1 Energi Potensial Listrik

1.1.1 Konsep Awal

- Medan gaya Coulomb memiliki kemiripan dengan medan gaya Gravitasi, keduanya memiliki bentuk $F \propto \frac{1}{r^2}$.
- Sebagaimana halnya medan gaya gravitasi, medan gaya Coulomb juga merupakan medan gaya yang bersifat konservatif.
- Gerak partikel bermuatan q dalam ruang bermedan listrik dapat dianalogikan dengan gerak partikel bermassa m dalam ruang bermedan gravitasi.
- Untuk medan gaya yang bersifat konservatif, dapat didefinisikan suatu besaran skalar yang disebut “potensial”. Terkait medan listrik, fungsi potensial tersebut adalah **Potensial Listrik** (*electric potential*)

1.1.2 Energi Potensial Listrik

Untuk memindahkan suatu muatan dari satu tempat ke tempat lainnya dalam pengaruh medan listrik diperlukan sejumlah usaha. Usaha yang dilakukan oleh sebuah gaya adalah:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \Delta U$$

- U mengindikasikan fungsi energi potensial bergantung pada posisi.
- Gaya Coulomb merupakan gaya konservatif. Untuk medan gaya konservatif, integral lintasan hanya bergantung pada posisi awal dan akhir.

Beda energi potensial antara dua buah titik, sama dengan usaha yang diperlukan untuk me-

mindahkan benda melawan medan gaya tersebut.

$$U(B) - U(A) = -W_{AB}$$

$$U(B) - U(A) = - \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

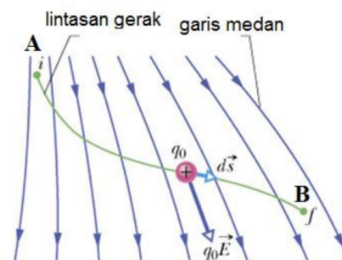
$$U(B) - U(A) = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\frac{U(B)}{q} - \frac{U(A)}{q} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$V(B) - V(A) = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Ini adalah rumus Energi Potensial Listrik persatuan muatan, atau bisa disebut Potensial Listrik.

Kenapa negatif? Karena $U(B)$ lebih kecil daripada $U(A)$, maka hasilnya itu negatif. Bayangkan gini, ketika gaya konservatif melakukan sebuah usaha, maka akan terjadi pengurangan energi potensial dan penambahan energi kinetik, namun energi mekaniknya sama (hampir sama dengan potensial gravitasi).



Beda potensial listrik antara dua titik bisa didefinisikan dengan usaha yang diperlukan untuk **melawan** medan gaya Coulomb dalam memindahkan satu satuan muatan dari satu titik ke titik yang lain.

1.2 Potensial Listrik

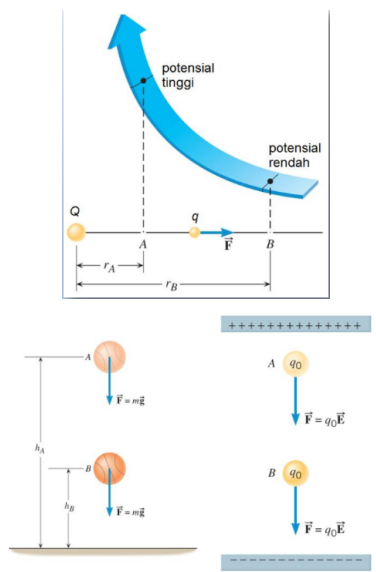
- Kita tinjau medan listrik yang ditimbulkan oleh muatan titik

$$\begin{aligned}
 V(B) - V(A) &= -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \\
 &= -kQ \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} \hat{r} \cdot dr \hat{r} \\
 &= kQ \left[\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} \\
 &= kQ \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)
 \end{aligned}$$

- Jika diambil acuan di suatu titik tertentu (misal ∞) dengan potensial tertentu (misal 0), maka..

$$\begin{aligned}
 0 - V(A) &= kQ \left[\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{\infty} \\
 &= kQ \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_A} \right) \\
 V(A) &= kQ \frac{1}{r_A}
 \end{aligned}$$

Itu adalah Potensial listrik pada jarak r_A dari suatu muatan Q .



Gambar 2 ini merupakan gambaran analogi antara potensial listrik dengan potensial gravitasi.

1.2.1 Definisi

- Besaran potensial listrik di suatu tempat hanya mempunyai makna jika dibandingkan dengan potensial di tempat lain.
- Jadi yang mempunyai makna fisis adalah **beda potensial** (ada tempat yang digunakan sebagai acuan)

- Beda potensial listrik antara dua buah titik merupakan usaha persatuan muatan yang diperlukan untuk memindahkan benda dari satu titik ke titik lainnya melawan medan gaya Coulomb.
- Potensial listrik di suatu titik sama dengan usaha persatuan muatan yang diperlukan untuk memindahkan muatan dari titik acuan (biasanya diambil pada ∞) ke titik yang dimaksud.

1.2.2 Potensial Listrik Oleh Muatan Titik

- Jika terdapat beberapa muatan titik, maka potensial listrik total di suatu tempat dapat diperoleh menggunakan prinsip superposisi (penjumlahan) potensial listrik yang disebabkan oleh masing-masing muatan titik.
 - Potensial listrik adalah besaran **skalar**.
 - Satu volt sama dengan Joule per Coulomb.
- $$V = \frac{J}{C}$$

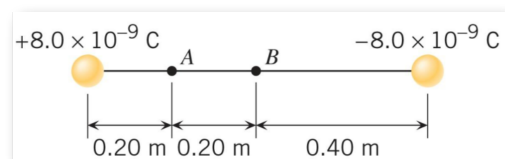
$$\begin{aligned}
 V(A) &= V(A)_{q_1} + V(A)_{q_2} + V(A)_{q_3} + V(A)_{q_4} + \dots \\
 &= k \frac{q_1}{r_{Aq_1}} + k \frac{q_2}{r_{Aq_2}} + k \frac{q_3}{r_{Aq_3}} + k \frac{q_4}{r_{Aq_4}} + \dots \\
 &= k \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_{Aq_i}}
 \end{aligned}$$

Catatan: potensial acuan sama dengan nol di ambil pada ∞

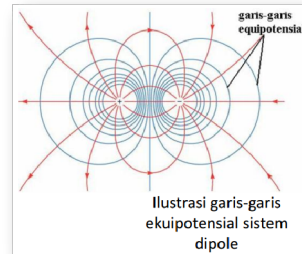
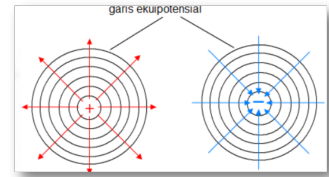
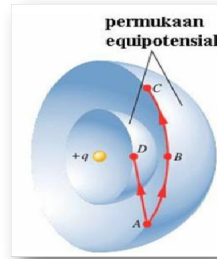
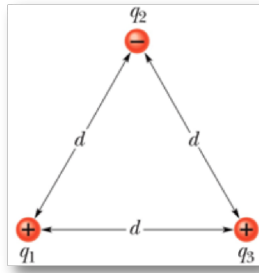
$V(A)$ menotasikan potensial listrik di titik A , sedangkan r_{Aq_i} ialah jarak dari muatan q_i ke titik A tersebut.

Contoh:

1. Tentukanlah potensial listrik di titik A dan B akibat kedua muatan



2. Tentukanlah energi potensial sistem tiga muatan berikut, jika $q_1 = +q$, $q_2 = -4q$ dan $q_3 = +2q$ dengan $d = 12\text{ cm}$ dan $q = 150\text{ nC}$



Jawaban:

1. • Potensial di Titik A

$$\begin{aligned} V_A &= k \frac{Q_1}{r_{A1}} + k \frac{Q_2}{r_{A2}} \\ &= k \left(\frac{8 \times 10^{-9}}{0.2} + \frac{-8 \times 10^{-9}}{0.6} \right) \\ &\approx 240 \end{aligned}$$

- Potensial di Titik B

$$\begin{aligned} V_A &= k \frac{Q_1}{r_{B1}} + k \frac{Q_2}{r_{B2}} \\ &= k \left(\frac{8 \times 10^{-9}}{0.4} + \frac{-8 \times 10^{-9}}{0.4} \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

2. Energi potensial sistem sama dengan usaha yang diperlukan untuk menyusun muatan-muatan tersebut

$$\begin{aligned} U &= U_{12} + U_{13} + U_{23} \\ &= q_2 V_{q_1 q_2} + q_3 V_{q_1 q_3} + q_2 V_{q_2 q_3} \\ &= k \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \\ &= k \left(\frac{-4q^2}{d} + \frac{2q^2}{d} + \frac{-8q^2}{d} \right) \\ &= -10k \frac{q^2}{d} \end{aligned}$$

1.2.3 Permukaan Ekuipotensial

- Posisi dalam ruang yang mempunyai nilai potensial sama membentuk suatu **permukaan ekuipotensial** (kasus 3D) atau **garis ekuipotensial** (kasus 2D).
- Untuk muatan titik dalam ruang (3D), permukaan ekuipotensial nya berbentuk permukaan bola.
- Untuk muatan titik dalam bidang (2D), garis ekuipotensial nya berupa lingkaran.

1.2.4 Hubungan Antara Potensial Listrik dan Medan Listrik

- Jika diketahui medan listrik \vec{E} , maka potensial listrik dapat diperoleh dengan mengingat pengertian (energi) potensial listrik sebagai berikut:

$$\Delta V = V(B) - V(A) = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Untuk medan listrik yang konstan dan searah maka akan diperoleh:

$$\begin{aligned} \Delta V &= V(B) - V(A) \\ &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= -E(\Delta s_{AB}) \\ E &= - \frac{\Delta V}{\Delta s} \end{aligned}$$

- Untuk medan listrik konstan dan arah perpindahan muatan yang tegak lurus, telah diperoleh:

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta s}$$

- Komponen vektor medan listrik \vec{E} , pada suatu arah tertentu sama dengan **negatif laju perubahan** (gradien) potensial listrik terhadap jarak pada arah tersebut

$$E = \frac{\partial V}{\partial s}$$

- Atau kalau dalam koordinat kartesian adalah

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k} = -\vec{\nabla}V$$

$$E_x = \frac{\partial V}{\partial x}; E_y = \frac{\partial V}{\partial y}; E_z = \frac{\partial V}{\partial z}$$

1.2.5 Potensial Listrik Akibat Dipole Listrik

Dipole adalah dua muatan titik dengan besar yang sama tapi dengan jenis yang berbeda

$$V_P = k \left(\frac{+q}{r_+} + \frac{-q}{r_-} \right) = kq \left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} \right)$$

Untuk kasus titik P yang jauh dari dipole tersebut ($r \gg d$) dapat digunakan pendekatan

$$r_- \approx r_+ \approx r \text{ dan } r_- - r_+ \approx d \cos \theta$$

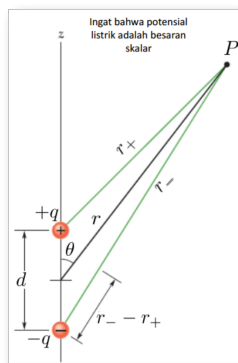
Sehingga

$$V_P \approx kq \left(\frac{d \cos \theta}{r^2} \right)$$

Apabila $p = qd$, maka

$$V_P \approx k \left(\frac{p \cos \theta}{r^2} \right)$$

p menotasikan momen dipole



Contoh:

- Potensial listrik dalam ruang yang ditimbulkan oleh muatan titik q di (x_0, y_0, z_0) dinyatakan dengan

$$V(x, y, z) = \frac{kq}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}}$$

Tentukanlah bentuk vektor medan listrik $\vec{E}(x, y, z)$ dalam ruang yang ditimbulkan oleh muatan titik tersebut.

Jawaban:

Jika diketahui fungsi potensial listrik, maka

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z};$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -kq \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \right)$$

$$= kq \frac{(x-x_0)}{((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2)^{3/2}}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = kq \frac{(y-y_0)}{((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2)^{3/2}}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = kq \frac{(z-z_0)}{((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2)^{3/2}}$$

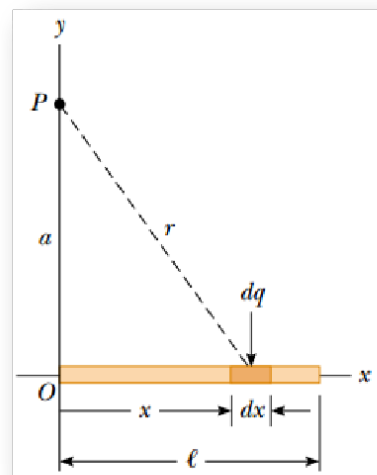
$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$

$$= kq \left(\frac{(x-x_0)\hat{i} + (y-y_0)\hat{j} + (z-z_0)\hat{k}}{((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2)^{3/2}} \right)$$

1.3 Potensial Listrik Akibat Muatan Terdistribusi Kontinu

- Muatan terdistribusi dalam satu dimensi (1D); rapat muatan persatuan panjang (λ), \Rightarrow batang bermuatan, cincin.
- Muatan terdistribusi dalam dua dimensi (2D); rapat muatan persatuan luas (σ) \Rightarrow permukaan/ lempengan bermuatan.
- Muatan terdistribusi dalam tiga dimensi (3D); rapat muatan persatuan volume (ρ) \Rightarrow bola/ silinder/ kubus bermuatan.

1.3.1 Batang Lurus



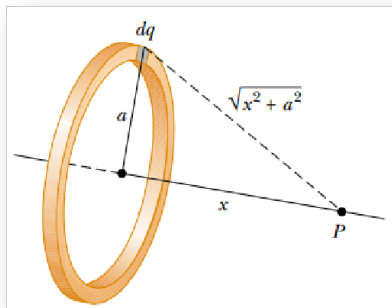
- Potensial listrik pada titik P yang disebabkan oleh muatan serba sama pada batang dari 0 sampai l , dapat dituliskan sebagai:

$$dC = k \frac{dq}{r} = k \frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

- Dengan melakukan integrasi dan mengaplikasikan syarat batasnya, dapat diperoleh:

$$\begin{aligned}
 V &= k \int_0^l \frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \\
 &= k\lambda \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a^2} \right) \Big|_0^l \\
 &= k\lambda \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + a^2}}{a} \right) \\
 V &= k\lambda \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + a^2}}{a} \right)
 \end{aligned}$$

1.3.2 Cincin



- Potensial listrik di titik P yang disebabkan oleh muatan q pada cincin dideskripsikan oleh:

$$V = k \int \frac{dq}{r} = k \int \frac{dq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

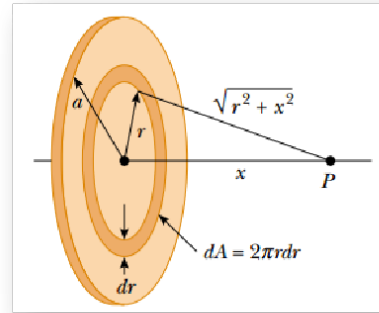
- Karena setiap elemen dq memiliki jarak yang sama dengan P , maka potensial listrik di P dapat ditulis:

$$V = \frac{k}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int dq = \frac{kQ}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

- Apabila dijadikan medan listrik, maka

$$\begin{aligned}
 E_x &= -\frac{dV}{dx} = -kQ \frac{d}{dx} (x^2 + a^2)^{-1/2} \\
 E_x &= -kQ (-1/2) (x^2 + a^2)^{-3/2} (2x) \\
 E_x &= \frac{kQx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}
 \end{aligned}$$

1.3.3 Piringan



Potensial listrik pada piringan yang memiliki muatan yang seragam

$$\begin{aligned}
 V &= k \int \frac{dq}{r} \\
 &= k \int \frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}} \\
 &= \pi \sigma k \int_0^a \frac{2r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}}
 \end{aligned}$$

misalkan $u = (x^2 + r^2)$, maka $du = 2r dr$
Sehingga

$$\int (x^2 + r^2)^{-1/2} 2r dr = \int u^{-1/2} du = 2u^{-1/2}$$

Jadi

$$V = 2\pi \sigma k (x^2 + r^2)^{1/2} \Big|_0^a$$

Dengan demikian potensial listrik di titik P adalah

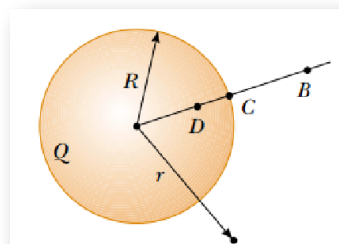
$$V = 2\pi \sigma k \left[(x^2 + a^2)^{1/2} - x \right]$$

Medan listrik di titik P bisa dihitung dengan

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = 2\pi \sigma k \left[1 - \frac{x}{(x^2 + a^2)^{1/2}} \right]$$

1.3.4 Bola Isolator

Bola pejal dengan rapat muatan yang merata, pada permukaan bola tersebut memiliki muatan Q .

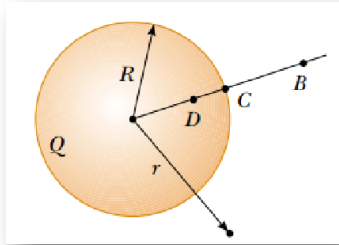


$$V(B) = \frac{kQ}{r_B} \quad (\text{untuk } r > R)$$

$$V(C) = \frac{kQ}{r_C} \quad (\text{untuk } r = R)$$

$$V(D) = \frac{kQ}{2R} \left(3 - \frac{r_D}{R^2} \right) \quad (\text{untuk } r < R)$$

1.3.5 Bola Konduktor

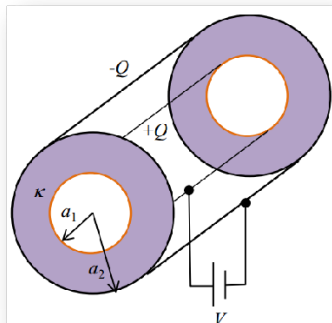


Karena medan listrik pada dalam konduktor adalah nol, maka potensial listriknya sama dengan di permukaannya

$$V(C) = \frac{kQ}{r_C} \quad (\text{untuk } r = R)$$

1.3.6 Silinder

- Silinder konsentris dengan jari-jari a_1 dan a_2 yang memiliki muatan masing-masing $+Q$ dan $-Q$, sebagaimana gambar berikut ini



Maka beda potensial antara keduanya ialah

$$V(a_1) - V(a_2) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{a_2}{a_1} \right)$$

$$V(a_1) = V(a_2) + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{a_2}{a_1} \right)$$