

Lista 1: Exercícios de MATRIZES

Exercícios Propostos

- 1) Determinar tais que $\begin{pmatrix} 2x - y & 8 \\ 3 & x + y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
- 2) Represente explicitamente cada uma das matrizes abaixo
 - a) $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$ tal que $a_{ij} = i + 2j$
 - b) $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ tal que $a_{ij} = (-1)^{i+j}$
 - c) $A = (a_{ij})_{2 \times 3}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ i + j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$
 - d) $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \\ 2i + j, & \text{se } i > j \\ j, & \text{se } i < j \end{cases}$
- 3) Qual é a transposta da matriz $A = (a_{ij})_{2 \times 4}$ tal que $a_{ij} = \frac{i}{j}$
- 4) Sendo a matriz $A = (a_{ij})_{2 \times 3}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} i, & \text{se } i = j \\ j, & \text{se } i \neq j \end{cases}$ obtenha A^T .
- 5) Para que valores reais x e y tem-se $\begin{pmatrix} 3x + y & 2 & 3 \\ 4 & 5x - y & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$
- 6) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} x^2 - 1 & 4 \\ 9 & x^3 \end{pmatrix}$, encontre o número real x de modo que $A^T = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$.
- 7) Obtenha $x, x \in R$, de modo que a matriz $A = \begin{pmatrix} x^2 - 5x + 6 & 0 \\ 0 & x^2 - 6x + 8 \end{pmatrix}$ seja igual à matriz nula de ordem 2.
- 8) Obtenha $x, x \in R$, de modo que a matriz $A = \begin{pmatrix} x^2 - 7x + 13 & 0 \\ x^2 - 3x - 4 & 1 \end{pmatrix}$ seja igual à matriz identidade de ordem 2
- 9) Construa a matriz $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} i^2, & \Leftrightarrow i \neq j \\ i + j, & \Leftrightarrow i = j \end{cases}$

10) Escreva a matriz $A = (a_{ij})$ em cada caso:

a) A é do tipo 2×3 e $a_{ij} = \begin{cases} 3i + j & \Leftrightarrow i = j \\ i - 2j & \Leftrightarrow i \neq j \end{cases}$

b) A é quadrada de ordem 4 e $a_{ij} = \begin{cases} 2i & \Leftrightarrow i < j \\ i - j & \Leftrightarrow i = j \\ 2j & \Leftrightarrow i > j \end{cases}$

c) A é do tipo 4×2 e $a_{ij} = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow i \neq j \\ 3 & \Leftrightarrow i = j \end{cases}$

d) A é quadrada de ordem 3 e $a_{ij} = 3i - j + 2$.

11) Determine x e y tais que

a) $\begin{bmatrix} 2x + y \\ 2x - y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 9 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} x^2 & y \\ x & y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

12) Determine o valor de $x \in \mathbb{R}$ na matriz A para que $A = A^t$, sendo $A = \begin{bmatrix} 3 & x^2 \\ 21x & x \end{bmatrix}$

Exercícios complementares

C1) Uma matriz A é simétrica se, e somente se, $A = A^T$. Obtenha os números reais x e y , sabendo que a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 4 \\ x^2 & 3 & -3 \\ y & x & 5 \end{pmatrix}$ é simétrica.

C2) Sob que condição, a matriz de elementos reais $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ é simétrica

C3) Classifique cada afirmação como verdadeiro ou falso (V ou F).

- a) Toda matriz identidade é necessariamente quadrada.
- b) Existe uma matriz identidade que não é quadrada
- c) Toda matriz nula é necessariamente quadrada
- d) Existe uma matriz nula que não é quadrada
- e) $(A^t)^t = A$, qualquer que seja a matriz A .
- f) $A^t \neq A$, qualquer que seja a matriz A .
- g) Se a matriz A é do tipo 2×3 , então A^t é do tipo 3×2 .

Respostas Exercícios propostos

1) $x = 2$ e $y = -1$

2) a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$; b) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$; d) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 3 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$

3) $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

4) $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

5) $x = 1$ e $y = 4$

6) $x = -2$

7) $x = 2$

8) $x = 4$

9) Desafio para o aluno

10) Desafio para o aluno

11) Desafio para o aluno

12) Desafio para o aluno

C1) $x = -3$ e $y = 4$

C2) $b = c$

C3) a) V; b) F; c) F; d) V; e) V; f) F; g) V