Lista de Funções Exponencial e Logarítmo

Resumo:

- Propriedades de potenciação:
  $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
  $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
  $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$
  $(\frac{x}{y})^n = (\frac{x^n}{y^n})$
  $a^{x^y} \neq (a^x)^y$
  $a^{-1} = \dfrac{1}{a} \longrightarrow a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

- Definição de função exponencial: $f(x) = b^x$ – "b"é chamado "base"
  Caso geral: $f(x) = a \cdot b^x + c$

- Definição de logaritmo: $b^x = y \longleftrightarrow log_b\ y = x$

- Função logarítmica: $f(x) = log_b\ x$

- Propriedades de logaritmo:
  $b^x \longrightarrow log_b\ b^x = x$
  $log_b\ (x \cdot y) = log_b\ x + log_b\ y$
  $log_b\ \frac{x}{y} = log_b\ x - log_b\ y$
  $log_b\ x^n = n \cdot log_b\ x$
  $log_y\ x = \dfrac{log_b\ x}{log_b\ y}$ (conversão de base de log)

EXERCÍCIOS

Função exponencial

1. Sem usar calculadora, determine o valor das funções abaixo nos pontos indicados. Determine também os domínios de cada uma e suas respectivas imagens.

   (a) $f(x) = 3^x$; f(0), f(-1), f(1), f(0,5), f(2).

   (b) $f(x) = 3^{-x}$; f(0), f(-1), f(1), f(0,5), f(2).

   (c) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; f(0), f(-1), f(1), f(0,5), f(2).

   (d) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$; f(0), f(-1), f(1), f(2), f(3).

   (e) $f(x) = 2^{x-1}$; f(0), f(-1), f(1), f(2), f(3).

   (f) $f(x) = 2^{x-3} + \frac{1}{2}$; f(0), f(-1), f(6).

   (g) $f(x) = 5^{-x}$; f(-2), f(-0,5), f(3).

   (h) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$; f(0), f(-2), f(1), f(0,5), f(2).

2. Você notou alguma semelhança nos valores encontrados nos itens (b) e (c) da questão anterior? Explique o que ocorre. Faça o mesmo com os itens (d) e (e) da questão.

Gráficos da função exponencial

3. Em um mesmo plano cartesiano, esboce o gráfico das funções dos itens (a), (b) e (d) da questão 5. Essas funções são crescentes ou decrescentes? Qual delas cresce/decresce mais rapidamente? Quais suas assíntotas? Quais as raízes dessas funções?

4. Relacione o gráfico à função.
   ( )$f(x) = 3^x + 1$ ( )$f(x) = 4^{x-1}$ ( )$f(x) = 4^{-x}$ ( )$f(x) = 2^x$ **VOLTAR AQUI**

5. Esboce os gráficos de

   (a) $f(x) = e^x$

   (b) $g(x) = e^{x-2}$

   (c) $h(x) = e^{-x}$

Logaritmos

6. Usando as leis dos logaritmos, expanda as expressões abaixo.

   (a) $log(4x)$

   (b) $log_2(16x^3)$

   (c) $log_3(y \cdot x^3)$

   (d) $log_2(\sqrt{x \cdot y})$

   (e) $log_2\left(\dfrac{8}{x^2}\right)$

   (f) $log_2(\dfrac{x}{w^5 \cdot z^2})$

   (g) $log_5\left(\dfrac{x+2}{x^2+1}\right)$

(h) $log_3\,(x\sqrt{x})$

(i) $log_3[\sqrt[3]{x^2\cdot w}]$

(j) $ln\left(\sqrt[3]{\dfrac{y}{w^4}}\right)$

(k) $log_2\sqrt{x(x+1)}$

7. Usando as leis dos logaritmos, condense as expressões abaixo.

   (a) $log\,6+log\,5$

   (b) $log_2\,x-log_2\,y$

   (c) $3\cdot log_2\,x+2\cdot log_2\,5$

   (d) $\dfrac{log_2\,x-3\cdot log_2\,z}{2}$

   (e) $\frac{1}{2}\cdot log_2\,x+2\cdot log_2\,y-\frac{1}{3}\cdot log_2\,(x+1)$

   (f) $\frac{4}{3}\,log_2\,(x-1)-\frac{1}{3}\,log_2\,(x+1)$

   (g) $-2\,log_4\,x$

   (h) $\frac{1}{3}\,log_2\,x$

8. Escreva cada expressão abaixo como o logaritmo de um único termo.

   (a) $\frac{1}{2}\,log_5\,(x–1)+log_5\,(x+1)$

   (b) $3\,log_4\,(2x+3)-log_2\,(x+2)$

   (c) $2\cdot[log\,(x+3)-log\,(\frac{x}{2})]-\frac{3}{2}\,log(x)$

9. Mostre, com um exemplo, que

   (a) $log\,(a+b)\neq log\,(a)+log\,(b)$

   (b) $log\,(a\cdot b)\neq log\,(a)log\,(b)$

10. Use uma calculadora científica e a regra de mudança de base para aproximar

   (a) $log_2\,3$

   (b) $log_5\,2$

   (c) $log_8\,24$

   (d) $log_6\,\frac{1}{12}$