

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

Lucas Jacinto Gonçalves RA: 240013

Leonardo Novaes do Nascimento RA: 220142

Jorge Henrique de Andrade Pacheco Reis RA: 237966

Planejamento do experimento 4: Viscosidade e Lei de Stokes

Planejamento do experimento 4, da disciplina de  
Física Experimental 2, F 229.

Professor Dr. Ricardo Urbano.

Campinas, outubro de 2019.

## 1. Introdução

O movimento de um corpo em um meio viscoso é influenciado pela ação de uma força viscosa,  $F_V$ , proporcional à velocidade,  $v$ . No caso de esferas, assumindo velocidades baixas e um fluido homogêneo e infinito em todas as direções, chega-se a uma força de atrito dada pela lei de Stokes:  $F_V = 6\pi\eta rv$ , onde  $r$  é o raio da esfera e  $\eta$  o coeficiente de viscosidade do meio. Se uma esfera de densidade maior que a de um líquido for solta na superfície do mesmo, no instante inicial a velocidade é zero, mas a força resultante acelera a esfera de forma que sua velocidade vai aumentando. Pode-se verificar que a velocidade aumenta não-uniformemente com o tempo e atinge um valor limite, que ocorre quando a força resultante for nula. As três forças que atuam sobre a esfera estão representadas na Fig. 1 e são, além da força viscosa, o peso da esfera,  $P$ , e o empuxo,  $E$ . Igualando a resultante dessas três forças a zero, obtém-se a velocidade limite,  $v_L$ :

$$v_L = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho'}{\eta} gr^2,$$

onde  $\rho$  e  $\rho'$  são as densidades da esfera e a densidade do meio, respectivamente, e  $g$  é a aceleração da gravidade. A figura abaixo mostra esquematizado as forças que atuam na esfera de aço durante um dado momento de sua trajetória ao longo do tubo de vidro contendo mistura de glicerina e água:



**Figura 1:** Forças que atuam numa esfera num meio viscoso.

No experimento dado, como as paredes do tubo de vidro são finitas, logo elas exerceram algum efeito sobre a esfera de aço, alterando a sua velocidade limite, fazendo com que ela não seja exatamente a velocidade da equação  $v_L$  dada, então a equação com a correção dessa nova situação é dada da seguinte forma:

$$k \cdot v'_L = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho'}{\eta} gr^2,$$

onde

$$k = (1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R})(1 + 3,3 \cdot \frac{r}{H})$$

é decorrente do efeito de Ladenburgh, sendo  $R$  e  $H$ , respectivamente, o raio do tubo e a altura total do fluido no tubo. Portanto, temos que multiplicar a velocidade limite da esfera no tubo,  $v'_L$ , por  $k$ , para se obter a velocidade limite prevista pela equação de  $v_L$ .

## 2. Materiais necessários

- Tubo de vidro com mistura de glicerina e água
- Suporte com marcas graduadas
- Conjunto de esferas
- Trena
- Paquímetro
- Micrômetro
- Cronômetro
- Termômetro de Aço

## 3. Objetivos do Experimento

- Investigar o movimento de uma esfera de aço em um meio viscoso (mistura de água e glicerina);
- Determinar a viscosidade da mistura
- Determinar o percentual de água na glicerina

## 4. A equação linearizada

A equação  $v'_L = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho'}{\eta} g \cdot \frac{r^2}{k}$  pode ser linearizada tomando a seguinte relação:

$$\begin{aligned}v'_L &\longrightarrow y; \\ \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho'}{\eta} g &\longrightarrow a \\ \frac{r^2}{k} &\longrightarrow x\end{aligned}$$

que representa uma equação de uma reta do tipo  $y = a \cdot x$ , teoricamente centrada na origem.

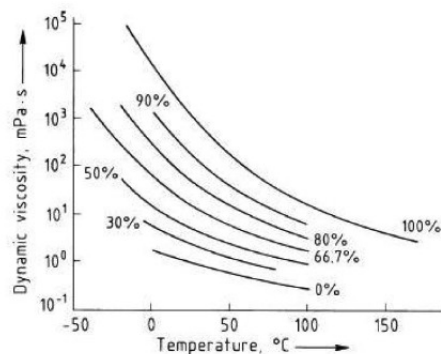
## 5. Procedimentos para Realização do Experimento

O primeiro passo é medir o diâmetro de cada uma das esferas com o micrômetro. Para determinar a velocidade limite, nós faremos alguns lançamentos preliminares para determinar uma altura que possa conter o percurso com velocidade constante da esfera afundando na glicerina. Essa altura será medida com uma trena.

Depois disso, cada membro do grupo fará respectivos lançamentos com cada esfera (de 2 - 3 lançamentos por pessoa por esfera), sempre no centro do tubo – para evitar variações na constante  $k$ . Um termômetro também precisa estar alocado dentro do tubo, para auxiliar nos resultados finais, que precisam da temperatura do conjunto – assumida constante. Em cada lançamento, o tempo de queda será aferido por um cronômetro digital e, dada a altura e o intervalo de tempo, calcularemos a velocidade limite (que é constante) com  $v = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ .

Essa mesma velocidade também será comparada utilizando o *software* Tracker, a partir de filmagens do experimento, feitas com um celular de um dos membros do grupo. Dados os valores das densidades das esferas de aço e do líquido, bem como o da gravidade, podemos escrever a equação linearizada que é algo da forma *velocidade terminal em função do raio da esfera* – claro, conhecidos os valores dos raios e suas incertezas. Um plot gráfico também será feito para melhor análise.

Feita a regressão linear, poderemos calcular o valor da viscosidade (que está ligado ao coeficiente angular da reta ajustada) e, conhecidos agora tanto a viscosidade quanto a temperatura, poderemos descobrir qual a concentração de água na nossa glicerina, utilizando o gráfico abaixo, que foi retirado da ref. 5 do roteiro.



**Figura 2:** Viscosidade da mistura glicerina-água. As concentrações são dadas em percentual de massa de glicerina.

Na falta de uma curva que corresponda adequadamente ao resultado encontrado, mesmo se considerarmos a incerteza do termômetro, podemos supor uma curva intermediária, com um comportamento semelhante ao de suas vizinhas, naquela região. Daí, poderemos tirar o resultado da concentração. Alguns cuidados devem ser tomados para a execução do experimento:

- É recomendado soltar as esferas com velocidade inicial nula (da mesma altura do tubo);
- É importante que se tome cuidado com a separação natural da água e da glicerina, que ocorrerá ao longo do tempo do experimento. Nesse caso, o sistema deixará de ser homogêneo e uma camada de água se formará no topo do tubo. Basta soltar a esfera abaixo dessa camada;
- Mais importante: jamais soltar duas bolinhas dentro do tubo. É necessário retirar uma antes de jogar a outra, porque elas podem entupir a válvula e impossibilitar que sejam ambas removidas;
- Cuidar para manter sempre o lançamento do centro e da mesma altura, para não modificar o valor da constante do efeito de Ladenburgh.