

1. Resumo

O movimento de um corpo em um meio viscoso é influenciado pela ação de uma força viscosa, F_V , proporcional à velocidade, v . No caso de esferas, assumindo velocidades baixas e um fluido homogêneo e infinito em todas as direções, chega-se a uma força de atrito dada pela lei de Stokes: $F_V = 6\pi\eta r v$, onde r é o raio da esfera e η o coeficiente de viscosidade do meio. Se uma esfera de densidade maior que a de um líquido for solta na superfície do mesmo, no instante inicial a velocidade é zero, mas a força resultante acelera a esfera de forma que sua velocidade vai aumentando. Pode-se verificar que a velocidade aumenta não-uniformemente com o tempo e atinge um valor limite, que ocorre quando a força resultante for nula. As três forças que atuam sobre a esfera estão representadas na Fig. 1 e são, além da força viscosa, o peso da esfera, P , e o empuxo, E . Igualando a resultante dessas três forças a zero, obtém-se a velocidade limite, v_L :

$$v_L = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho'}{\eta} g r^2,$$

onde ρ e ρ' são as densidades da esfera e a densidade do meio, respectivamente, e g é a aceleração da gravidade. A figura abaixo mostra esquematizado as forças que atuam na esfera de aço durante um dado momento de sua trajetória ao longo do tubo de vidro contendo mistura de glicerina e água:

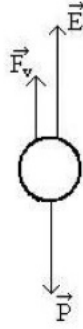


Figura 1: Forças que atuam numa esfera num meio viscoso.

No experimento dado, como as paredes do tubo de vidro são finitas, logo elas exerceram algum efeito sobre a esfera de aço, alterando a sua velocidade limite, fazendo com que ela não seja exatamente a velocidade da equação v_L dada, então a equação com a correção dessa nova situação é dada da seguinte forma:

$$k \cdot v'_L = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho'}{\eta} g r^2,$$

onde

$$k = (1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R})(1 + 3,3 \cdot \frac{r}{H})$$

é decorrente do efeito de Ladenburgh, sendo R e H , respectivamente, o raio do tubo e a altura total do fluido no tubo. Portanto, temos que multiplicar a velocidade limite da esfera no tubo, v'_L , por k , para se obter a velocidade limite prevista pela equação de v_L .

2. Procedimentos e incertezas

Para esse experimento utilizamos os seguintes aparatos: tubo de vidro com mistura de glicerina e água, suporte com marcas graduadas, conjunto de esferas, trena, paquímetro, micrômetro, cronômetro e termômetro de aço.

Tabela 1: incertezas dos equipamentos

Equipamento	Incerteza	Função Probabilidade	Tipo
Micrômetro	0,002 mm	Triangular	B
Trena	0,0204 cm	Triangular	B
Termômetro	0,0204 °C	Triangular	B
Paquímetro	0,0102 mm	Triangular	B
Cronômetro	0,0003 s	Retangular	B

Nesse experimento fizemos uma atribuição de números as esferas com o intuito de identificação das mesmas ficando da seguinte forma: a esfera com diâmetro de 2,49 mm é (1), a esfera com diâmetro de 2,99 mm é (2), a esfera com diâmetro de 3,49 mm é (3) e a esfera com diâmetro de 3,95 mm é (4) - todos estes com o micrômetro. Medimos também, com uma trena, a altura da coluna da mistura de glicerina e água, obtendo a medida de 38 cm. Concomitante a isso, foi realizada a medição da temperatura, com um termômetro analógico, dessa mistura, obtendo-se 27°C - medida feita no início e ao longo de intervalos de tempo espaçados. O procedimento experimental ficou definido pelo nosso grupo da seguinte maneira: dividimos as medições realizadas com as esferas em 4 grupos e para cada grupo foram realizadas 6 medidas do cronômetro (duas para cada membro do grupo, evitando a intensificação de erros considerados sistemáticos).

Tabela 2: valores no tubo de glicerina

Tubo de Glicerina	Valor	Incerteza
Altura H (cm)	38	0,0204
Diâmetro D (mm)	55	0,0102
Altura de Queda (cm)	14	0,0204
Temperatura (°C)	27	0,0204

OBS: Durante a realização do experimento notamos a presença de uma película de água na superfície do líquido contendo a mistura de glicerina e água e isso foi devido a dissociação da água com a glicerina com o decorrer do tempo, logo as esferas foram soltas logo embaixo dessa película de água (recomendação do roteiro caso ocorresse esse fato).

Nota: Em conjunto com a realização desse experimento, fizemos gravações através de um smartphone na resolução de 1920x1080p 60fps com o objetivo de analisar no *Tracker* os dados coletados pelo nosso grupo para que possamos embasar nossas conclusões. Foram ao todo 24 vídeos gravados.

3. Resultados

Durante o experimento, foram feitas seis medidas de tempo de queda para cada esfera (duas por integrante), com o tamanho do percurso mantido constante ao longo de todo o experimento ($h = 140 \pm 0,2$ mm). Com isso, calculou-se a média dos tempos e suas respectivas incertezas combinadas, a fim de obter a velocidade-terminal média de cada lançamento.

Tabela 3: Velocidade terminal em função do raio de esfera.

Número de ordem de medida	Tempo de queda médio (s)	Velocidade terminal (mm / s)	Raio da esfera (mm)	Fator de Ladenburgh
1	3,5 +/- 0,1	40 +/- 1	1,245 +/- 0,001	1,2742 +/- 0,0002
2	2,53 +/- 0,03	55,3 +/- 0,7	1,495 +/- 0,001	1,3333 +/- 0,0003
3	1,96 +/- 0,02	71,3 +/- 0,6	1,745 +/- 0,001	1,3936 +/- 0,0003
4	1,52 +/- 0,02	92 +/- 1	1,975 +/- 0,001	1,4502 +/- 0,0003

Com os raios das esferas, as velocidades-terminal e o fatores de Ladenburgh, podemos fazer a regressão linear e montar o gráfico linearizado com o *software SciDAVis*. A equação $v'_L = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho'}{\eta} g \cdot \frac{r^2}{k}$ pode ser linearizada tomando a seguinte relação: $v'_L \rightarrow y$; $\frac{2}{9} \frac{\rho - \rho'}{\eta} g \rightarrow a$ e; $\frac{r^2}{k} \rightarrow x$ que representa uma equação de uma reta do tipo $y = a \cdot x$, teoricamente centrada na origem.

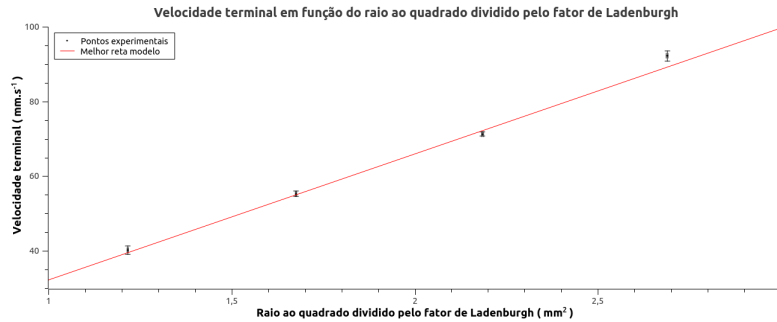


Figura 2: Gráfico com as incertezas.

● Assim, achamos o coeficiente angular (a) sendo, $a = (34 \pm 1) \text{mm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Logo obtemos o valor, $\eta = (428 \pm 13) \text{mPa} \cdot \text{s}$, para o coeficiente de viscosidade. Com o valor do coeficiente de viscosidade, com a temperatura do experimento 27°C e com auxílio da tabela dada pelo moodle, podemos descobrir o percentual de água na mistura. O valor obtido experimentalmente inclui um valor tabelado, $420 \text{mPa} \cdot \text{s}$, para a temperatura de $27,5^\circ\text{C}$. Logo podemos deduzir que o percentual de água como 3,11% e de glicerina, aproximadamente, 96,89% - sem fazer a interpolação, visto que o valor encontrado reside nas imediações do tabelado. Se fizermos um gráfico sem barra de incerteza obteríamos um coeficiente angular muito semelhante.

OBS: Fizemos a análise da velocidade limite no Tracker. Os valores deram, estatisticamente, bem próximos dos medidos com cronômetro. Como exemplo, as velocidades de queda da esfera 2 deram, na média, $54 \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$.

IFGW Experimento 04 07/10/2019

Tempo de queda da esfera: ($H = 230 \text{ mm}$) (9)

$t_1 = 6,08 \Delta$
 $t_2 = 5,33 \Delta$
 $t_3 = 8,08 \Delta \rightarrow \text{maior}$
 $t_4 = 2,69 \Delta \rightarrow \text{menor}$
 $t_5 = 18,08 \Delta \rightarrow \text{menor (soltu da mesa)}$
 $t_6 = 15,26 \Delta \rightarrow \text{menor (soltu da porta)}$
 $t_7 = 3,42 \Delta \rightarrow \text{menor}$
 $t_8 = 3,59 \Delta \rightarrow \text{menor}$

$t_9 = 3,40 \Delta \rightarrow \text{menor}$ ($H > 230 \text{ mm}$)

Diâmetro menor = $2,80 \text{ mm}$
 Diâmetro igual maior =
 Diâmetro igual menor = $0,01 \text{ mm}$
 Diâmetro maior =
 Diâmetro menor =

Diâmetro esfera maior = $3,95 \text{ mm}$ (1)
 segunda maior = $3,49 \text{ mm}$ (3)
 segunda menor = $2,99 \text{ mm}$ (2)
 menor = $2,49 \text{ mm}$ (4)

Qual a capacidade térmica da glicerina
 Altura da coluna da glicerina: 38 cm .
 $\rightarrow \text{temperatura}$

IFGW
 Experimento 04 ~~Exercício 1~~
 14, 10, 19
 Temperatura inicial: $27,0^{\circ}\text{C} \pm (0,1^{\circ})$ Altura = 14m
 Experiência (2) ~~Experiência~~
 Sampa: $T_1 = 2,498 \Delta$ (anomalia)
 $T_2 = 2,550 \Delta \pm \left(\frac{0,001}{2,13} \right)$
 $T_3 = 2,645 \Delta$
 $T_4 = 2,557 \Delta$
 $T_5 = 2,428 \Delta$
 $T_6 = 2,502 \Delta$

Experiência (3) ~~Experiência~~
 Sampa:
 $T_1 = 4,921 \Delta$
 $T_2 = 4,986 \Delta$
 $T_3 = 4,916 \Delta$
 $T_4 = 4,984 \Delta$
 $T_5 = 4,967 \Delta$
 $T_6 = 4,916 \Delta$

4 Sampa:
 $T_1 = 3,005 \Delta$
 $T_2 = 3,541 \Delta$
 $T_3 = 3,510 \Delta$
 $T_4 = 3,608 \Delta$
 $T_5 = 3,598 \Delta$
 $T_6 = 3,621 \Delta$

• Cálculo do coeficiente de viscosidade (η):

$$a = \frac{2}{9} \left[\frac{(\rho - \rho')}{\eta} \right] g$$

a = coeficiente angular
 $= 34, \pm 1 \frac{1}{\Delta \text{ mm}}$

$$\eta = \frac{2}{9} \left[\frac{(\rho - \rho')}{a} \right] g = \frac{2}{9} \cdot \frac{6,62 \cdot 980}{340}$$

$$= 4,24 \frac{g}{cm \cdot s} = 0,424 \frac{kg}{m \cdot s}$$

$$= 424 \text{ mPa}$$