Liste de Números Complexos

Resumo

- $\mathbb{R} \longrightarrow$ **Reta** Real
- $\mathbb{C} \longrightarrow$ **Plano** Complexo (também chamado de Plano de Argand-Gauss)
- $\mathbb{C} = \{z = a + bi \,|\, a, b \in \mathbb{R}$, onde $i^2 = -1\}$
- A representação de um complexo como um ponto no plano recebe o nome de **afixo**
- Multiplicar por i corresponde a rotacionar um complexo exatamente $90°$ no sentido anti-horário, mantendo o tamanho original do vetor. Para rotacionar por ângulos diferentes, bem como para mudar o módulo, multiplicaremos por números complexos específicos, dependendo de cada resultado que se queira obter.
- Para converter de graus para radianos (ou vice-versa), faça a seguinte regra de três: $\dfrac{\theta}{\alpha°} = \dfrac{\pi}{180°}$, com θ em radianos
- Forma algébrica (ou retangular)
  - Parte Real e Parte Imaginária: $a = \mathrm{Re}(z)$ e $b = \mathrm{Im}(z)$ representam as coordenadas do complexo
  - Igualdade: $z_1 = z_2 \longleftrightarrow a + bi = c + di \longrightarrow a = c$ e $b = d$
  - Soma: $z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i \in \mathbb{C}$
  - Multiplicação: $z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (bc + ad)i \in \mathbb{C}$
  - Conjugado: $z = a + bi \longrightarrow \overline{z} = a - bi$
  - Divisão: $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_2 \cdot \overline{z_2}}$
- Forma trigonométrica (ou polar)
  - Módulo: $|z|$ é o tamanho do vetor que liga a origem até o afixo, no plano complexo
  - Argumento: $arg(z) = \theta$; ângulo entre a parte positiva do eixo dos reais, seguindo em sentido anti-horário, até o vetor que representa o número complexo
  - Notação: $z = |z| cis(\theta) = (\,|z|; arg(z)\,)$
  - Soma: **não faça somas nessa forma, porque é muito complicado e trabalhoso**
  - Multiplicação: $z_1 \cdot z_2 = |z_1| \cdot |z_2| \cdot cis(\theta_1 + \theta_2)$
  - Conjugado: $z = |z| \cdot cis(\theta) \longrightarrow \overline{z} = |z| \cdot cis(-\theta)$
  - Divisão: $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{|z_1|}{|z_2|} \cdot cis(\theta_1 - \theta_2)$
- Conversão: algébrica $\longleftrightarrow$ trigonométrica
  - Algébrica $\longrightarrow$ trigonométrica

    $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $arg(z) = arctan(\dfrac{b}{a})$

- Trigonométrica $\longrightarrow$ algébrica
  $a = |z| \cdot cos(\theta)$ e $b = |z| \cdot sin(\theta)$

- Fórmulas de De Moivre
  - As fórmulas de De Moivre falam de potenciação e radiciação com $n \in \mathbb{Z}$. Portanto, a menos que você fique confortável calculando coisas do tipo $z^n = (a + bi)^n$, expandindo o Binômio de Newton, ou coisas do tipo $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{a + bi}$, sugiro que use sempre a forma trigonométrica para calculá-las.
  - $n \in \mathbb{Z}$
  - Potenciação: $z^n = |z|^n \cdot cis(n \cdot \theta)$
  - Radiciação: $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \cdot cis(\frac{\theta + 2k\pi}{n})$