data 25.01.22

ALGEBRA LINEAR - LISTA 1

ALUNO JORGE NAMI HARBES
SISTEMAS DE INFORMAÇÃO 2022.1
PROF. ALEXANDRE SILVA ALLIL

1-

a) Denominamos base do $\mathbb{R}^2$ a todo conjunto formado por DOIS vetores linearmente independentes, pertencentes ao $\mathbb{R}^2$. Sendo assim, TRÊS VETORES não formam base em $\mathbb{R}^2$.

b) Denominamos base do $\mathbb{R}^3$ a todo conjunto formado por TRÊS vetores linearmente independentes, pertencentes ao $\mathbb{R}^3$. Sendo assim DOIS vetores não formam base em $\mathbb{R}^3$.

2-

Para que os vetores formem base em $\mathbb{R}^2$ eles não podem ser paralelos, sendo assim:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \neq 0$$

a) $\{(2,1),(3,0)\}$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 2.0 - 3.1 = -3 \text{ (é base de } \mathbb{R}^2)$$

data
fecha

b) $\{(4,1), (-7,-8)\}$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -7 & -8 \end{vmatrix} = -32 + 7 = -25$$ (é base de $\mathbb{R}^2$)

c) $\{(0,0), (1,3)\}$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$ (não é base de $\mathbb{R}^2$)

d) $\{(3,9), (-4,-12)\}$

$$\begin{vmatrix} 3 & 9 \\ -4 & -12 \end{vmatrix} = -36 + 36 = 0$$ (não é base de $\mathbb{R}^2$)

3 -

Para que os vetores formem base em $\mathbb{R}^3$ eles não podem ser coplanares, sendo assim:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

a) $\{(1,0,0), (2,2,0), (3,3,3)\}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{matrix} = 6$$ (é base em $\mathbb{R}^3$)

b) $\{(3,1,-4),(2,5,6),(1,4,8)\}$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 3 & 1 & -4 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 6 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 8 & 1 & 4 \end{array}\right| = 120 + 6 - 32 + 20 - 72 - 16 = 26$$

(forma base em $\mathbb{R}^3$)

c) $\{(2,-3,1),(4,1,1),(0,-7,1)\}$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 & -3 \\ 4 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & -7 & 1 & 0 & -7 \end{array}\right| = 2 - 28 + 14 + 12 = 0$$

(não é base em $\mathbb{R}^3$)

d) $\{(1,6,4),(2,4,-1),(-1,2,5)\}$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 6 & 4 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & -1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 5 & -1 & 2 \end{array}\right| = 20 + 6 + 16 + 16 + 2 - 60 = 0$$

(não é base em $\mathbb{R}^3$)

4-

Para que β seja base de $\mathbb{R}^4$ todos os vetores em questão devem ser linearmente independentes, para isso:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

Como propriedade da matriz escada temos que o determinante é igual a multiplicação dos elementos da diagonal principal, logo:

$$det = 1 . 1 . 1 . 1 = 1 \neq 0$$

(Logo β é base de $\mathbb{R}^4$)