

# Prova I

Nome: Lucas Machado da Silva Santana\_\_\_\_\_ data.: 06/02/2022

Professor.:Ronilson

- 1) No exemplo abaixo temos a implementação em Python do problema Torre de Hanoi de forma recursiva para formula  $T_{(n)} = 2.T_{(n-1)} + 1$ .

```
import sys
class Pilha:
    def __init__(self, capacidade):
        self.capacity = capacidade
        self.top = -1
        self.array = [0]*capacidade
    def cria_pilha(capacidade):
        pilha = Pilha(capacidade)
        return pilha
    def cheia(pilha):
        return (pilha.top == (pilha.capacity - 1))
    def vazia(pilha):
        return (pilha.top == -1)
    def push(pilha, item):
        if(cheia(pilha)):
            return
        pilha.top+=1
        pilha.array[pilha.top] = item
    def Pop(pilha):
        if(vazia(pilha)):
            return -sys.maxsize
        Top = pilha.top
        pilha.top-=1
        return pilha.array[Top]
    def moverDiscosEntreDoisArcos(src, dest, a, b):
        Arco1DiscoSup = Pop(src)
        Arco2Discosup = Pop(dest)
        if (Arco1DiscoSup == -sys.maxsize):
            push(src, Arco2Discosup)
            moverDisco(b, a, Arco2Discosup)
        elif (Arco2Discosup == -sys.maxsize):
            push(dest, Arco1DiscoSup)
            moverDisco(a, b, Arco1DiscoSup)
        elif (Arco1DiscoSup > Arco2Discosup):
            push(src, Arco1DiscoSup)
            push(src, Arco2Discosup)
            moverDisco(b, a, Arco2Discosup)
        else:
```

```

push(dest, Arco2Discosup)
push(dest, Arco1DiscoSup)
moverDisco(a, b, Arco1DiscoSup)
def moverDisco(fromPin, toPin, disco):
    print("Mova o disco", disco, "do '", fromPin, "' para'", toPin, "'")
def Iterativo(num_de_discos, src, aux, dest):
    a, b, c = 'A', 'B', 'C'
    if (num_de_discos % 2 == 0):
        temp = b
        b = c
        c = temp
    total_movimentos = int(pow(2, num_de_discos) - 1)
    for i in range(num_de_discos, 0, -1):
        push(src, i)
    for i in range(1, total_movimentos + 1):
        if (i % 3 == 1):
            moverDiscosEntreDoisArcos(src, dest, a, b)
        elif (i % 3 == 2):
            moverDiscosEntreDoisArcos(src, aux, a, c)
        elif (i % 3 == 0):
            moverDiscosEntreDoisArcos(aux, dest, c, b)
    num_de_discos = int(input("Quantos discos deseja considerar? \n -->"))
    print("Solução do Problema (" , 2 ** num_de_discos - 1, "jogadas): \n")
    src = cria_pilha(num_de_discos)
    dest = cria_pilha(num_de_discos)
    aux = cria_pilha(num_de_discos)
    Iterativo(num_de_discos, src, aux, dest)

```

```

def hanoi(n, orig, dest, aux):
    if n == 1:
        print("Mover de", orig, "para", dest)
    else:
        hanoi(n-1, orig, aux, dest)
        print("Mover de", orig, "para", dest)
        hanoi(n-1, aux, dest, orig)

def main():
    n = int(input("Digite a quantidade de discos: "))
    hanoi(n, "A", "B", "C")

main()

```

Implemente o algoritmo de Torre de Hanoi em python na formula direta  $T_{(n)} = 2^n - 1$ .

- 2) Usando a definição formal de Big O prove que  $6n^3 \neq O(n^2)$  e que  $\lg n$  não é  $\Omega(n)$

$$6n^3 \neq O(n^2)$$

$$C=10$$

N	$6n^3$	$\leq$	$C * N^2$	
1	216	>	10	
2	1728	>	40	
3	5832	>	90	
4	13824	>	160	
5	27000	>	250	
100	216.000.000	>	100.000	

$$\lg n \neq \Omega(n)$$

$$C=0,2$$

N	$\lg N$	$\geq$	$C * N$	
1	0	<	0,2	
2	0,301	<	0,4	
3	0,477	<	0,6	
4	0,602	<	0,8	
5	0,698	<	1	
100	2	<	20	
1000	3	<	200	

3) Demonstre com exemplo para  $n^2$  análise assintótica para  $\Omega, \Theta$ , Big O

Tabela	Assintótica	Para $f(n)=$	$N^2$
	$\Omega$	$\Theta$	Big O
$N!$	não	não	sim
$2^N$	não	não	sim
$N^2$	sim	sim	sim
$N \log N$	sim	não	não
$n$	sim	não	não
$\log n$	sim	não	não
1	sim	não	não

$C1=1$

$C2=3$

N	$C1 * N!$	$\leq$	$N^2$	$\leq$	$C2 * N!$
1	1	<	1	<	3
2	2	<	4	<	6
3	6	<	9	<	18
3	24	>	16	<	72
5	120	>	25	<	360
10	3628800	>	100	<	10.886.400

$C1=1$

$C2=3$

N	$C1 * 2^N$	$\leq$	$N^2$	$\leq$	$C2 * 2^N$
1	2	<	1	<	6
2	4	=	4	<	12
3	8	<	9	<	24
4	16	=	16	<	48
5	32	>	25	<	96
10	1024	>	100	<	3.072

C1=1  
C2=3

N	C1 * N^2	<=	N^2	<=	C2 * N^2
1	1	=	1	<	3
2	4	=	4	<	12
3	9	=	9	<	27
4	16	=	16	<	48
5	25	=	25	<	75
10	100	=	100	<	300

C1=1  
C2=3

N	C1 * n logn	<=	N^2	<=	C2 * n logn
1	0	<	1	>	0
2	0,602	<	4	>	1,806
3	1,431	<	9	>	4,293
4	2,408	<	16	>	7,224
5	3,494	<	25	>	10,482
10	10	<	100	>	30

C1=1  
C2=3

N	C1 * n	<=	N^2	<=	C2 * n
1	1	<	1	<	3
2	2	<	4	<	6
3	3	<	9	=	9
4	4	<	16	>	12
5	5	<	25	>	15
10	10	<	100	>	30
100	100	<	10000	>	300

C1=1  
C2=3

N	C1 * logn	<=	N^2	<=	C2 * logn
1	0	<	1	>	0
2	0,301	<	4	>	0,903
3	0,477	<	9	>	1,431
4	0,602	<	16	>	1,806
5	0,698	<	25	>	2,094
10	1	<	100	>	3
100	2	<	10000	>	6

C1=1  
C2=3

N	C1 * 1	<=	N^2	<=	C2 * 1
1	1	=	1	<	3
2	1	<	4	>	3
3	1	<	9	>	3
4	1	<	16	>	3
5	1	<	25	>	3
10	1	<	100	>	3
100	1	<	10000	>	3

4) Considere as seguintes funções e coloque as funções em ordem de crescimento assintótico demonstrando graficamente.

a.  $\log n$

b.  $2^n$

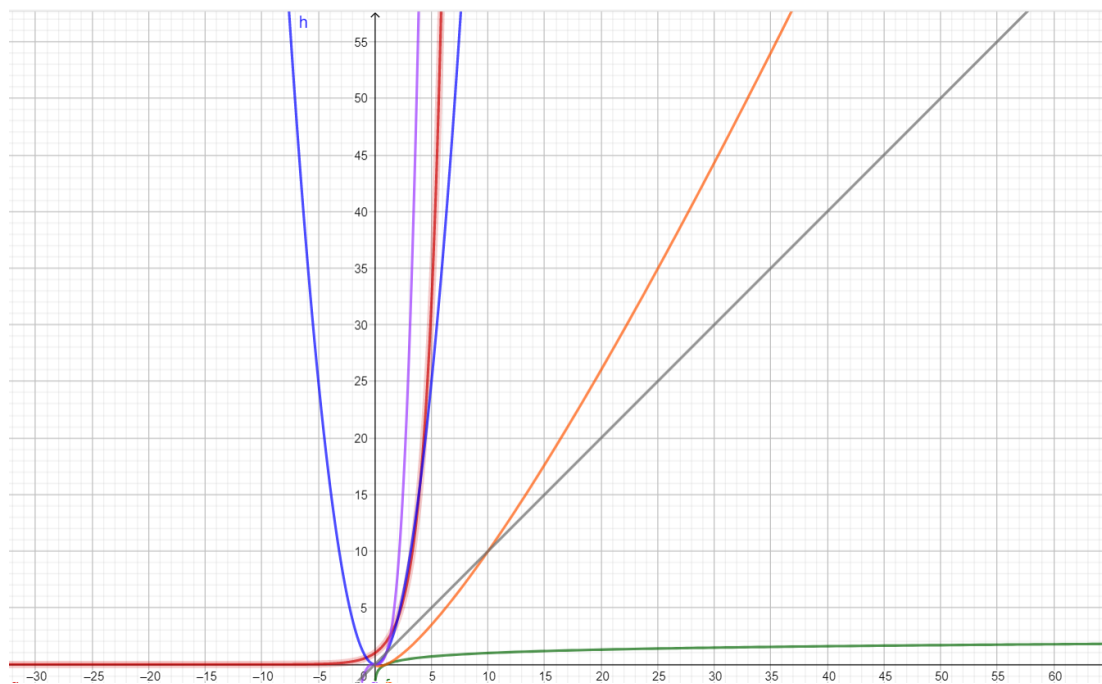
c.  $n^2$

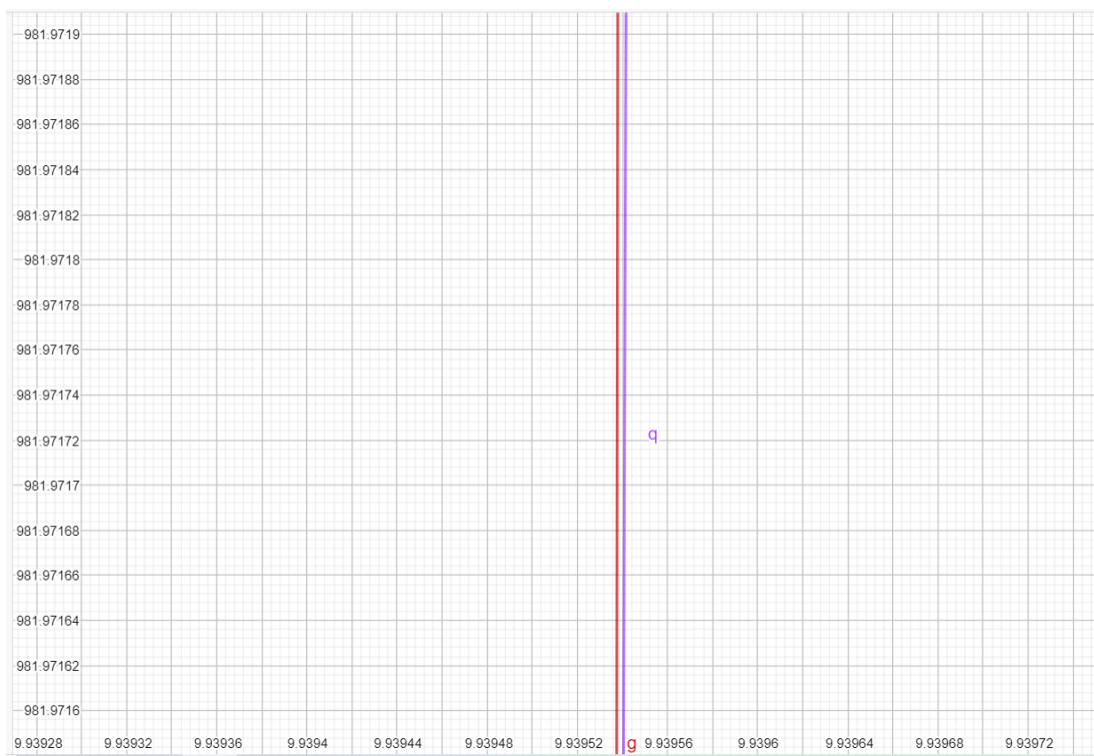
d.  $n^*$

e.  $n^3$

g.  $n$

R:  $2^n > n^3 > n^2 > n \log n > n > \log n$





	$f(x) = \log_{10}(x)$	
	$g(x) = 2^x$	
	$h(x) = x^2$	
	$p(x) = x \log_{10}(x)$	
	$q(x) = x^3$	
	$r(x) = x$	