– Energia Potencial

Energia potencial é qualquer energia que pode ser associada à configuração (arranjo) de um sistema de objetos que exercem forças uns sobre os outros.

Podemos relacionar o trabalho W com a variação da energia potencial.

Suponha que uma bolinha é arremessada para cima. Sabemos que, enquanto a bolinha sobre, o trabalho da força peso W_P é negativo (a força tira energia do tomate, diminuindo sua energia cinética). Tal energia é transferida pela força gravitacional (peso) da energia cinética da bolinha para a energia potencial gravitacional do sistema bolinha-Terra. Na descida, podemos pensar de maneira análoga e concluir que $W_P > 0$ e há transferência de energia da energia potencial gravitacional para a energia cinética da bolinha.

Se denotamos a variação da energia potencial como ΔU, podemos defini-la como o negativo do trabalho do peso, a partir do exemplo anterior e, de maneira geral:

$$\boxed{\Delta U = -W} .$$

(No Cálculo, podemos escrever: $\Delta U = -\int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx$)

Isso porque podemos pensar de maneira análoga considerando a força elástica também, por exemplo, num sistema massa-mola (ou outros tipos específicos de força!).

Nos exemplos anteriores, notamos que: os sistemas sempre eram compostos de mais de um corpo; a força atua entre um corpo do sistema que se comporta como partícula (o tomate, por exemplo) e o resto do sistema (a Terra, por exemplo); quando a configuração do sistema varia, a força realiza trabalho (W_1) sobre o objeto, de modo que diminui-se energia cinética K com um aumento de outra forma de energia; e quando a mudança de configuração se inverte, a força inverte o sentido de transferência de energia, realizando um trabalho W_2 no processo.

Em situações em que a relação $W_1 = -W_2$ é sempre observada, a outra forma de energia é uma energia potencial, e dizemos que a força é uma <u>força conservativa</u> (caso da força gravitacional e da força elástica). Uma força que não é conservativa é chamada de <u>dissipativa</u> (como a força de atrito cinético e a força de arrasto).

Podemos, dessa forma, concluir duas coisas importantes sobre o trabalho das forças conservativas:

"O trabalho total realizado por uma força conservativa sobre uma partícula que se move ao longo de qualquer percurso fechado é nulo".

Esse é o caso da bolinha arremessada para cima e volta ao ponto inicial do qual foi lançada (com mesmo módulo de velocidade). Além disso:

"O trabalho realizado por uma força conservativa sobre uma partícula que se move entre dois pontos não depende da trajetória seguida pela partícula".

* Energia potencial gravitacional

Em componentes, e considerando a força peso $\vec{P}$ constante e igual a $\vec{P} = -mg\hat{j}$, considerando o vetor deslocamento $\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}$, onde $\Delta x = x - x_i$, $\Delta y = y - y_i$ e $\Delta z = z - z_i$, podemos escrever a variação da energia potencial gravitacional $\Delta U = U - U_i$ como:

$$\Delta U = -W_P$$

$$\Delta U = -\vec{P}\cdot\Delta\vec{r} = -(-mg\hat{j})\cdot(\Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k})$$

$$\boxed{\Delta U = mg\Delta y}.$$

Ou seja

$$\boxed{U - U_i = mg(y - y_i)}.$$

Se tomamos a energia potencial U_i como a energia potencial gravitacional quando o sistema se encontra em uma configuração de referência, na qual a partícula está num ponto de referência y_i, podemos definir que $U_i = 0$ e $y_i = 0$. Dessa forma, podemos escrever

$$\boxed{U(y) = mgy} \quad \text{(Energia potencial gravitacional)}.$$

"A energia potencial gravitacional associada a um sistema partícula-Terra depende apenas da posição vertical y (ou altura) da partícula em relação à posição de referência $y = 0$, e não da posição horizontal."

O mesmo resultado seria obtido usando

$$\Delta U = -\int_{y_i}^{y} (-mg)\,dy$$

e aplicando a condição $U_i = 0$ e $y_i = 0$.

* Energia potencial elástica.

Sabendo que o trabalho da força elástica entre as posições inicial x_i e final qualquer x é dado por

$$W_{el} = \frac{kx_i^2}{2} - \frac{kx^2}{2},$$

e sabendo que $\Delta U = -W_{el}$, temos que

$$\Delta U = -\left[\frac{kx_i^2}{2} - \frac{kx^2}{2}\right]$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{kx^2}{2} - \frac{kx_i^2}{2}}. \qquad (\Delta U = U - U_i).$$

Na configuração de referência, $U_i = 0$ e $x_i = 0$, temos que a energia potencial elástica U associada ao bloco num sistema massa-mola é

$$\boxed{U(x) = \frac{Kx^2}{2}} \quad \text{(Energia potencial elástica)}.$$

O mesmo poderia ter sido obtido utilizando-se, em conjunto com a condição de referência ($U_i = 0$ e $x_i = 0$), a definição

$$\Delta U = -\int_{x_i}^{x} (-Kx)\,dx .$$

– Conservação da Energia Mecânica

A energia mecânica E_{mec} de um sistema é a soma da energia potencial do sistema com a energia cinética K dos objetos que compõem o sistema:

$$\boxed{E_{mec} = K + U}.$$

Vamos supor que o sistema está isolado do ambiente, ou seja, nenhuma força externa causa variação de energia dentro do sistema. Além disso, as forças internas do sistema são conservativas somente. Pelo Teorema da energia cinética,

$$\Delta K = W. \quad \text{(trabalho de uma força conservativa dentro do sistema)}$$

Sabendo que $\Delta U = -W$,

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1)$$

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

$$\boxed{E_{mec_2} = E_{mec_1}} \quad \text{(Conservação da energia mecânica)}.$$

"Em um sistema isolado, onde apenas forças conservativas causam variações de energia, a energia cinética e a energia potencial podem variar, mas sua soma, a energia mecânica E_{mec} do sistema, não pode variar!"

Esse resultado é conhecido como o Princípio de Conservação da Energia Mecânica. Podemos também escrever este princípio de outra forma:

$$\boxed{\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0}.$$

– Cálculo da Força a partir da Energia Potencial

* Equação para F(x) (força conservativa)

Sabemos que $\Delta U = -W$. Se lembramos, no caso unidimensional, que $\Delta U(x) = -F_m \Delta x$, onde F_m é uma força média no deslocamento Δx, temos que

$$F_m = -\frac{\Delta U(x)}{\Delta x}.$$

No limite em que $\Delta x \to 0$, podemos escrever:

$$\boxed{F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}}, \quad \text{(Movimento em 1 dimensão)}.$$

onde F(x) é a equação da força que atua na partícula em qualquer x. Como exemplo, para a energia potencial gravitacional $U(x) = mgx$, a força F(x) é

$$F(x) = -\frac{d(mgx)}{dx} \Rightarrow \boxed{F(x) = -mg}. \text{ (Peso!)}.$$

No caso da energia potencial elástica, $U(x) = \frac{kx^2}{2}$ e

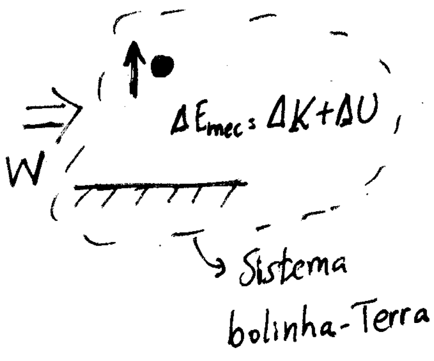
$$F(x) = -\frac{d\left(\frac{kx^2}{2}\right)}{dx} \Rightarrow F(x) = -\frac{k\cancel{2}x}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{F(x) = -kx}. \text{ (Força elástica)}$$

– Trabalho realizado por uma força externa sobre um sistema

O trabalho $\underline{W}$ é a energia entregue a um sistema ou retirada de um sistema por uma força externa (resultante) que age sobre o mesmo. Como vimos, caso o sistema possua uma única partícula, o trabalho $\underline{W}$ da força externa é capaz de modificar somente sua energia cinética (Teorema da Energia Cinética). Já quando o sistema é mais complicado, uma força externa pode alterar também outras formas de energia. Vamos ver dois casos importantes:

* Na ausência de atrito.

Considerando um sistema bolinha-Terra, quando erguemos a bolinha e a lançamos em velocidade, o trabalho W realizado pela força externa que exercemos produz mudança tanto na energia cinética da bolinha ($\underline{\Delta K}$) quanto na energia potencial gravitacional do sistema bolinha-Terra ($\underline{\Delta U}$). Logo:

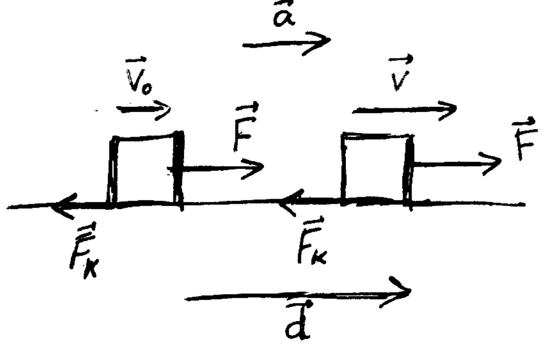


$$W = \Delta K + \Delta U$$

$$\boxed{W = \Delta E_{mec}}$$ (Trabalho realizado sobre um sistema sem atrito)

* Na presença de atrito.

Vamos considerar agora um sistema composto por um bloco somente, que desliza aceleradamente ao longo do eixo x por uma força constante $\underline{\vec{F}}$ também na direção x. Há atrito cinético entre o chão e o bloco, $\underline{\vec{F}_k}$, também constante.



Pela 2ª Lei de Newton para o bloco:

$$F - F_K = ma .$$

Como a aceleração $\underline{a}$ é constante:

$$V^2 - V_0^2 = 2ad \Rightarrow a = \frac{V^2 - V_0^2}{2d} ,$$

E a 2ª Lei pode ser escrita como

$$F - F_K = m\frac{(V^2 - V_0^2)}{2d} .$$

Reagrupando os termos, obtemos

$$(F - F_K)d = \underbrace{\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}}_{\Delta K \text{ (variação da energia cinética do bloco)}} ,$$

$$Fd = \Delta K + F_K d .$$

Se considerarmos, por exemplo, o caso onde o bloco sobe um plano inclinado, pode haver variação da energia potencial $\underline{\Delta U}$ do sistema. Nesse caso, poderíamos generalizar o resultado anterior escrevendo

$$Fd = \Delta E_{mec} + F_K d .$$

O termo $\underline{Fd}$ é o trabalho $\underline{W}$ realizado pela força externa $\underline{\vec{F}}$. O termo $\underline{F_K d}$ (que é o negativo do trabalho da força $\vec{F_K}$) é associado ao aumento de energia térmica $\underline{\Delta E_{térmica}}$ do bloco e do chão (aquecimento!).

Portanto:

$$\boxed{W = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térmica}}$$. (Trabalho realizado em um sistema com atrito).

- Conservação da Energia

A energia total E de um sistema é definida por:

$$E = E_{mec} + E_{térmica} + E_{int} ,$$

onde E_{int} é a soma das energias internas de um sistema que não sejam a mecânica E_{mec} (cinética K + potencial U) e térmica $E_{térmica}$.

A energia total E só pode variar se uma certa quantidade de energia é transferida para o sistema ou retirada do sistema. Esse fato (observado experimentalmente) é conhecido como Lei da Conservação da energia. Se um trabalho W é realizado no sistema:

$$\boxed{W = \Delta E = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térmica} + \Delta E_{int}} .$$

Se o sistema é dito isolado, $W = 0$ e

$$\boxed{\Delta E = 0} \Rightarrow \boxed{\Delta E_{mec} + \Delta E_{térmica} + \Delta E_{int} = 0} .$$

Se definimos $\Delta E_{mec} = E_{mec,2} - E_{mec,1}$ (1 e 2 são dois instantes diferentes), temos:

$$\boxed{E_{mec,2} = E_{mec,1} - \Delta E_{térmica} - \Delta E_{int}} .$$

– Potência (definição ampliada)

Por fim, podemos escrever que a potência média é dada por

$$\boxed{P_m = \frac{\Delta E}{\Delta t}},$$

($\Delta E \rightarrow$ quantidade de energia transferida por uma força)

e a potência instantânea como

$$\boxed{P = \frac{dE}{dt}}.$$