Trabalho e Energia

Atualmente, os físicos sabem trabalhar muito bem com várias formas de energia e entendem de maneira muito satisfatória como se dão as transformações entre essas formas. Eles sabem que existe uma lei incrivelmente poderosa, denominada Lei da Conservação da Energia, que governa todos os fenômenos naturais conhecidos até hoje. Inclusive, através dela, podem ser descobertas, por exemplo, novas partículas elementares.

No entanto, estes mesmos físicos não conseguiram dar uma definição precisa para o conceito de energia! O que sabemos é que energia é de vital importância para tudo o que fazemos e que temos uma noção intuitiva do que seja.

Algumas formas de energia conhecidas são: química, térmica, nuclear, elétrica, potenciais elástica e gravitacional, cinética, etc. Elas podem se transformar umas nas outras.

Antes de falarmos de alguns tipos de energia, é interessante definirmos a grandeza trabalho.

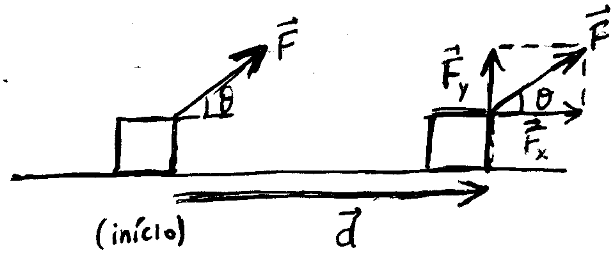
— Trabalho.

Diferentemente do que se fala no dia-a-dia, o conceito de trabalho em Física está associado à transferência de energia de um sistema para outro; para isso, são necessárias uma força e um deslocamento adequados. Isso significa que quem realiza trabalho é uma força sobre um sistema (ou corpo). Por exemplo, uma halterofilista levanta um "peso" a partir do chão; a força que ela fez sobre o "peso" o deslocou, ou seja, realizou trabalho; energia foi entregue ao "peso". Porém, para mantê-lo suspenso, a força feita pela halterofilista não produz trabalho (trabalho nulo).

No caso de uma força constante $\vec{F}$, como na figura abaixo (a caixa se desloca na horizontal e é puxada com uma força $\vec{F}$, que forma um ângulo θ com $\vec{d}$), o trabalho devido à $\vec{F}$ é definido por

$$\boxed{W \equiv F_x d} \Rightarrow W = F \cos\theta \, d$$

$$\boxed{W = F d \cos\theta}$$



$\vec{d}$: vetor deslocamento.
F : módulo de $\vec{F}$.
d : módulo de $\vec{d}$.

Usamos somente F_x na definição, pois essa é a componente capaz de gerar o deslocamento horizontal. Portanto, somente forças na direção do deslocamento realizam trabalho.

A unidade de W é o N.m, definido como joule (J), no S.I. É importante observarmos que o trabalho é uma grandeza escalar! Lembrando do produto escalar, podemos escrever, para $\vec{F}$ constante,

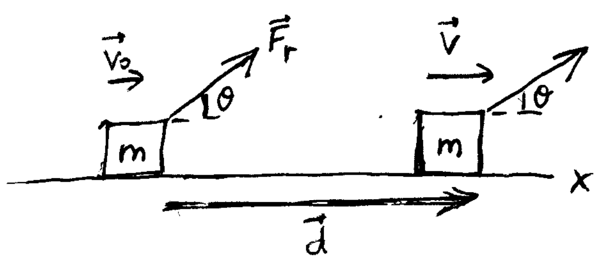
$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{d}}.$$

É importante observarmos também que quando $\vec{F}$ e $\vec{d}$ possuem mesma direção e sentido, $\theta = 0°$ e $W = Fd$; quando $\vec{F}$ e $\vec{d}$ são vetores opostos, $\theta = 180°$ e $W = -Fd$. Quando $\vec{F} \perp \vec{d}$, $\theta = 90°$ e $W = 0$. Além disso, o trabalho total realizado sobre um corpo é a soma dos trabalhos realizados por cada força que atua no corpo ou o trabalho da força resultante $\vec{F}_r$ sobre o mesmo.

— Energia Cinética e o Teorema da Energia Cinética

O trabalho realizado por uma força resultante sobre um corpo é a energia transferida para ele. Este corpo muda seu estado de movimento. Se o corpo, durante o deslocamento, tem sua velocidade aumentada, dizemos que ele ganhou energia cinética (ou de movimento). Dessa forma, a energia cinética (ou de qualquer tipo) deve ser um número, ou seja, uma grandeza escalar.

Vamos considerar um corpo de massa m que sofre a ação de uma força resultante $\vec{F}_r$ constante, e seu deslocamento é representado por $\vec{d}$, na direção x, por exemplo. A força $\vec{F}_r$ faz um ângulo θ com o eixo x.



$\vec{v}$: velocidade

Nesse caso, o trabalho total W_T é:

$$W_T = \vec{F}_r \cdot \vec{d} \Rightarrow W_T = F_{r,x}\, d .$$

Pela 2ª Lei de Newton, $F_{r,x} = m a_x$, e:

$$W_T = m a_x d . \quad (I)$$

Como trata-se de um movimento com aceleração constante, podemos utilizar a equação

$$v^2 = v_0^2 + 2 a_x d$$

$$a_x d = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} . \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I):

$$W_T = m\left(\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}\right) \Rightarrow W_T = \underbrace{\frac{m v^2}{2}}_{K} - \underbrace{\frac{m v_0^2}{2}}_{K_0} .$$

$$\boxed{W_T = K - K_0},\quad \text{(Teorema da Energia Cinética)}.$$

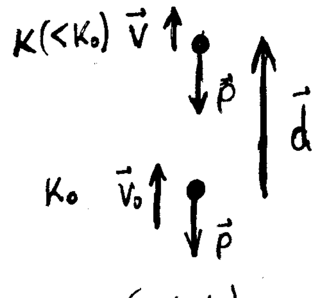
onde definimos $K \equiv \dfrac{mv^2}{2}$ como a energia cinética do corpo. Tal energia é sempre um número positivo e aumenta com a velocidade do corpo. No S.I, a unidade de energia também é o joule (J).

– <u>Trabalho realizado pela força gravitacional</u>

Considerando o peso de um corpo $\vec{P}$ como uma força constante, podemos calcular o trabalho do peso de um corpo ao ser arremessado para cima, por exemplo:

$$W_P = \vec{P}\cdot\vec{d}$$

$$\boxed{W_P = mgd\cos\theta}.$$



(subida)

Na subida, $\theta = 180°$, logo $\cos 180° = -1$ e:

$$\boxed{W_P = -mgd}\quad (W_P<0, \text{ corpo perde energia cinética}).$$

Na descida, $\theta = 0°$, logo $\cos 0° = 1$ e:

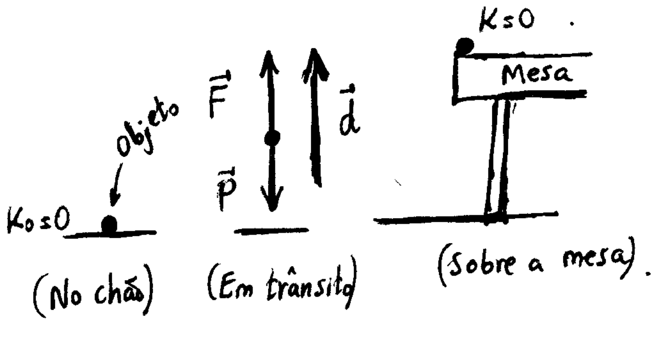
$$\boxed{W_P = mgd}.\quad (W_P>0, \text{ corpo ganha energia cinética}).$$

Pelo Teorema da energia cinética, notamos que, ao erguermos um objeto, aplicando uma força $\vec{F}$, inicialmente em repouso $(K_0=0)$, do chão até uma mesa, na qual o objeto também ficaria em repouso $(K=0)$, podemos encontrar a relação:

$$W_T = \cancel{K}^{0} - \cancel{K_0}^{0}$$

$$W_F + W_P = 0 \Rightarrow \boxed{W_F = -W_P}.$$

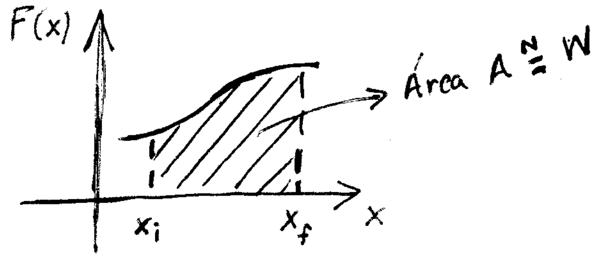
Ou: $\boxed{W_F = -mgd\cos\theta}$.



– Trabalho realizado por uma força variável

*** Em uma dimensão.**

Nesse caso, consideremos uma força na direção x de módulo variável com a posição, ou seja, $F = F(x)$, sendo aplicada a um corpo, que é deslocado nessa mesma direção. A equação $W = Fd\cos\theta$ não pode ser aplicada, pois só serve para F constante. Dessa forma, o trabalho pode ser calculado se conhecemos, por exemplo, o gráfico de $F(x)$:



O trabalho W da força $F(x)$ aplicada na partícula no deslocamento de x_i para x_f é igual à área entre a curva de $F(x)$ e o eixo x, entre os limites x_i e x_f.

Na linguagem do Cálculo Diferencial e Integral, conhecendo a função $F(x)$, podemos integrá-la em x nos limites x_i e x_f:

$$\boxed{W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx}.$$

*** Em três dimensões.**

Nesse caso, generalizamos a integral:

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F}\cdot d\vec{r} \Rightarrow \boxed{W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y\,dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z\,dz},$$

onde $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$ e $d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$, com $\vec{r}$ sendo o vetor deslocamento em três dimensões.

– Teorema da Energia cinética com uma força variável

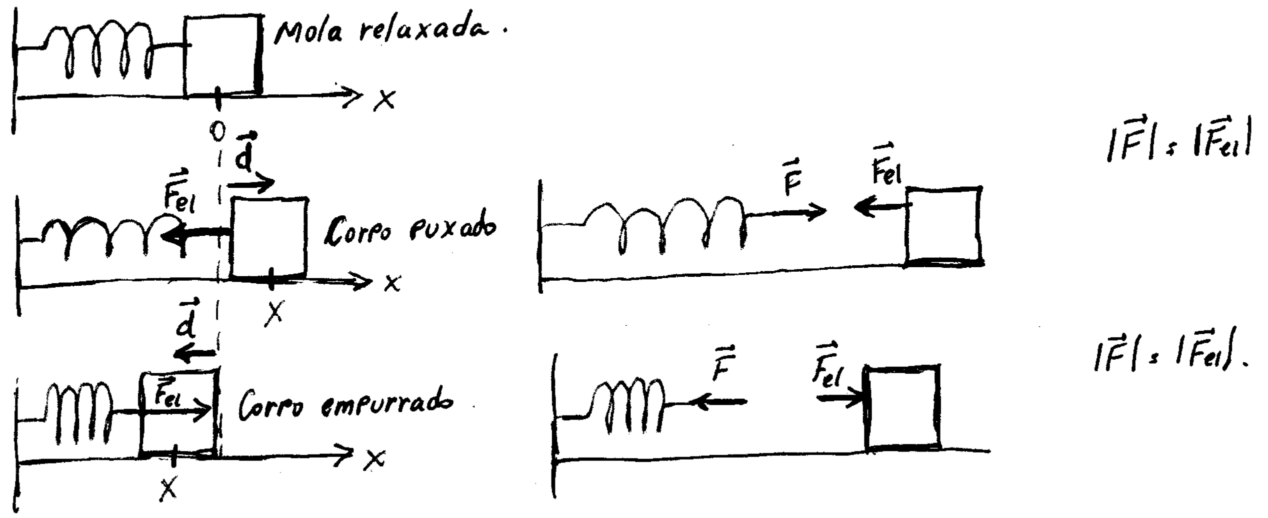
É possível demonstrar que o teorema vale para forças variáveis também. Nesse caso:

$$W = K_f - K_i$$

$$\boxed{\int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx = K_f - K_i}$$

– Trabalho realizado por uma força elástica

Um corpo que esteja ligado a uma mola deformada (alongada ou comprimida), pela 3ª Lei de Newton, também sofrerá uma força devido à mola, de mesmo módulo que a força que ele faz na mesma. Essa força é denominada <u>força elástica $\vec{F}_{el}$</u>, e <u>é uma força restauradora</u> (tende a trazer o corpo à posição de equilíbrio, ou seja, a posição em que a mola está relaxada).



Com uma boa aproximação para muitas molas, a força $\vec{F}_{el}$ é proporcional ao deslocamento $\vec{d}$ da extremidade livre a partir da posição que ocupa quando a mola está relaxada. Então:

$$\boxed{\vec{F}_{el} = -k\vec{d}} \quad \text{(Lei de Hooke)}$$

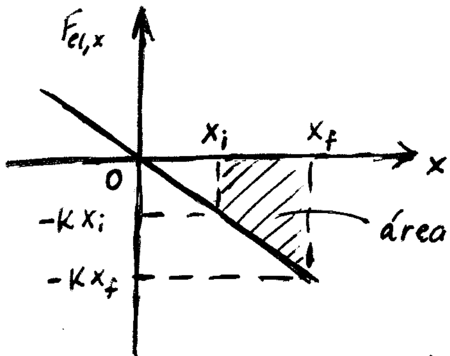
Essa é a conhecida Lei de Hooke. A constante k (não confundir com K, que representa energia cinética) é a constante elástica da mola e é uma medida da rigidez da mola. No S.I, $[k] = N/m$.

Para o sistema massa-mola do conjunto de figuras anterior, podemos escrever somente

$$\boxed{F_{el,x} = -kx}\,, \quad \text{(Lei de Hooke)}$$

uma vez que a posição da mola relaxada está em $x = 0$.

É fácil percebermos que estamos tratando de um caso de força variável, no caso da força elástica dada pela Lei de Hooke. Molas que obedecem a essa lei são consideradas ideais. Em uma dimensão, o gráfico de $F_{el,x}(x)$ é (para o sistema onde $x=0$ é a posição de equilíbrio):



Considerando também que a mola não tenha massa, podemos, a partir do gráfico acima, encontrar a equação para o trabalho realizado pela força elástica sobre o bloco do esquema anterior (considere que não há atrito entre o bloco e o piso): basta que encontremos a área indicada, considerando que o bloco saia de uma posição x_i e chegue numa posição x_f.

$$W = \text{área}$$

$$W = \frac{[-kx_f + (-kx_i)](x_f - x_i)}{2}$$

$$W = \frac{-k(x_f + x_i)(x_f - x_i)}{2} \Rightarrow W = -\frac{kx_f^2}{2} + \frac{kx_i^2}{2}$$

$$\boxed{W = \frac{kx_i^2}{2} - \frac{kx_f^2}{2}}$$

– Potência

É a taxa de variação com o tempo do trabalho realizado por uma força. Também chamada de potência instantânea P:

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}}.$$

A potência média P_m, é dada por

$$\boxed{P_m = \frac{W}{\Delta t}}.$$

No S.I, a unidade de potência é o watt (W):

$$\boxed{1W = 1\,J/s}.$$

Considerando o movimento de uma partícula na direção x, devido a uma força $\vec{F}$ que faz um ângulo θ com o eixo X, podemos escrever:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F\cos\theta\, dx}{dt}$$

$$P = Fv\cos\theta$$

Ou

$$\boxed{P = \vec{F}.\vec{v}}.$$