CAPÍTULO 7

ENERGIA CINÉTICA E TRABALHO

7-1 O QUE É FÍSICA?

Um dos objetivos fundamentais da física é estudar de perto algo de que se fala muito hoje em dia: a energia. O tópico é obviamente importante. Na verdade, nossa civilização depende da obtenção e uso eficiente da energia.

Como todos sabem, nenhum movimento pode ser iniciado sem algum tipo de energia. Para atravessar o oceano Pacífico a bordo de um avião, precisamos de energia. Para transportar um computador para o último andar de um edifício ou para uma estação espacial em órbita, precisamos de energia. Para chutar uma bola, precisamos de energia. Gastamos verdadeiras fortunas para obter e utilizar energia. Guerras foram iniciadas pela disputa de fontes de energia. Guerras foram decididas pelo uso de armas que liberam grandes quantidades de energia. Qualquer um seria capaz de citar muitos exemplos de energia e de sua utilização, mas o que realmente significa o termo *energia*?

7-2 O que É Energia?

O termo *energia* é tão amplo que é difícil pensar em uma definição simples. Tecnicamente, energia é uma grandeza escalar associada ao estado de um ou mais objetos; entretanto, esta definição é vaga demais para ser útil a quem está começando.

Uma definição menos rigorosa pode servir pelo menos de ponto de partida. Energia é um número que associamos a um sistema de um ou mais objetos. Se uma força afeta um dos objetos, fazendo-o, por exemplo, entrar em movimento, o número que descreve a energia do sistema varia. Após um número muito grande de experimentos, os cientistas e engenheiros confirmaram que, se o método através do qual atribuímos um número à energia for definido adequadamente, esse número pode ser usado para prever os resultados de experimentos e, mais importante, para construir máquinas capazes de realizar proezas fantásticas, como voar. Este sucesso se baseia em uma propriedade fascinante do universo: a energia pode mudar de forma e ser transferida de um objeto para outro, mas a quantidade total de energia permanece constante (a energia é *conservada*). Até hoje, nunca foi encontrada uma exceção desta *lei de conservação da energia*.

Pense nas muitas formas de energia como se fossem os números que representam as quantias depositadas em contas bancárias. Algumas regras foram estabelecidas para o significado desses números e a forma como podem ser modificados. Você pode transferir os números que representam quantias em dinheiro de uma conta para outra, talvez eletronicamente, sem que qualquer objeto material seja movimentado; entretanto, a quantidade total de dinheiro (a soma de todos os números) permanece constante: essa soma é conservada em todas as transações bancárias.

Neste capítulo, concentramos a atenção em um único tipo de energia (a *energia cinética*) e uma única forma de transferência de energia (o *trabalho*). No próximo capítulo, examinaremos algumas outras formas de energia e o modo como a lei de conservação da energia pode ser expressa através de equações.

7-3 Energia Cinética

A **energia cinética** K é a energia associada ao *estado de movimento* de um objeto. Quanto mais depressa o objeto se move, maior é a energia cinética. Quando um objeto está em repouso, a energia cinética é nula.

Para um objeto de massa m cuja velocidade v é muito menor que a velocidade da luz,

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \text{(energia cinética)}. \tag{7-1}$$

Um pato de 3,0 kg que voa a 2,0 m/s, por exemplo, tem uma energia cinética de 6,0 kg · m²/s², ou seja, associamos esse número ao movimento do pato.

A unidade de energia cinética (e de qualquer outra forma de energia) no SI é o **joule** (J), em homenagem a James Prescott Joule, um cientista inglês do século XIX. Ela é definida a partir da Eq. 7-1 em termos das unidades de massa e velocidade:

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2. \tag{7-2}$$

Assim, o pato do exemplo anterior tem uma energia cinética de 6,0 J.

Exemplo

Energia cinética em um choque de locomotivas

Em 1896, em Waco, Texas, William Crush posicionou duas locomotivas em extremidades opostas de uma linha férrea com 6,4 km de extensão, acendeu as caldeiras, amarrou os aceleradores para que permanecessem acionados e fez com que as locomotivas sofressem uma colisão frontal, em alta velocidade, diante de 30.000 espectadores (Fig. 7-1). Centenas de pessoas foram feridas pelos destroços; várias morreram. Supondo que cada locomotiva pesava $1{,}2 \times 10^6$ N e tinha uma aceleração constante de 0,26 m/s², qual era a energia cinética das duas locomotivas imediatamente antes da colisão?

Figura 7-1 O resultado de uma colisão entre duas locomotivas em 1896. *(Cortesia da Library of Congress)*

IDEIAS-CHAVE

(1) Para calcular a energia cinética de cada locomotiva usando a Eq. 7-1, precisamos conhecer a massa de cada locomotiva e sua velocidade imediatamente antes da colisão. (2) Como podemos supor que cada locomotiva sofreu uma aceleração constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1 para calcular a velocidade v imediatamente antes da colisão.

Cálculos Escolhemos a Eq. 2-16 porque conhecemos os valores de todos os parâmetros, exceto v:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0).$$

Com $v_0 = 0$ e $x - x_0 = 3{,}2 \times 10^3$ m (metade da distância inicial), temos:

$$v^2 = 0 + 2(0{,}26 \text{ m/s}^2)(3{,}2 \times 10^3 \text{ m}),$$

ou

$$v = 40{,}8 \text{ m/s}$$

(cerca de 150 km/h).

Podemos calcular a massa de cada locomotiva dividindo o peso por g:

$$m = \frac{1{,}2 \times 10^6 \text{ N}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 1{,}22 \times 10^5 \text{ kg}.$$

Em seguida, usando a Eq. 7-1, calculamos a energia cinética total das duas locomotivas imediatamente antes da colisão:

$$K = 2(\tfrac{1}{2}mv^2) = (1{,}22 \times 10^5 \text{ kg})(40{,}8 \text{ m/s})^2$$
$$= 2{,}0 \times 10^8 \text{ J}. \quad \text{(Resposta)}$$

Esta colisão foi como a explosão de uma bomba.

7-4 Trabalho

Quando aumentamos a velocidade de um objeto aplicando uma força, a energia cinética $K(= mv^2/2)$ do objeto aumenta. Da mesma forma, quando diminuímos a velocidade do objeto aplicando uma força, a energia cinética do objeto diminui. Explicamos essas variações da energia cinética dizendo que a força aplicada transferiu energia *para o objeto* ou *do objeto*. Nas transferências de energia através de forças, dizemos que um **trabalho** W é *realizado pela força sobre o objeto*. Mais formalmente, definimos o trabalho da seguinte forma:

Trabalho (W) é a energia transferida para um objeto ou de um objeto através de uma força que age sobre o objeto. Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo; quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo.

"Trabalho", portanto, é energia transferida; "realizar trabalho" é o ato de transferir energia. O trabalho tem a mesma unidade que a energia e é uma grandeza escalar.

O termo *transferência* pode ser enganador. Não significa que um objeto material entre ou saia do objeto; a transferência não é como um fluxo de água. Ela se parece mais com a transferência eletrônica de dinheiro entre duas contas bancárias: o valor de uma das contas aumenta, o valor da outra conta diminui, mas nenhum objeto material é transferido de uma conta para a outra.

Note que não estamos usando a palavra "trabalho" no sentido coloquial, segundo o qual *qualquer esforço*, físico ou mental, representa trabalho. Assim, por exemplo, ao empurrar uma parede com força, você se cansa por causa das contrações musculares repetidas e está, no sentido coloquial, realizando um trabalho. Entretanto, como este esforço não produz uma transferência de energia para a parede ou da parede, o trabalho realizado sobre a parede, de acordo com nossa definição, é nulo.

7-5 Trabalho e Energia Cinética

Encontrando uma Expressão para o Trabalho

Para encontrar uma expressão para o trabalho, considere uma conta que pode deslizar ao longo de um fio sem atrito ao longo de um eixo x horizontal (Fig. 7-2). Uma força constante $\vec{F}$, fazendo um ângulo ϕ com o fio, é usada para acelerar a conta. Podemos relacionar a força à aceleração através da segunda lei de Newton, escrita para as componentes em relação ao eixo x:

$$F_x = ma_x, \tag{7-3}$$

onde m é a massa da esfera. Enquanto a conta sofre um deslocamento $\vec{d}$, a força muda a velocidade da conta de um valor inicial $\vec{v}_0$ para um outro valor, $\vec{v}$. Como a força é constante, sabemos que a aceleração também é constante. Assim, podemos usar a Eq. 2-16 para escrever, para as componentes em relação ao eixo x,

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x d. \tag{7-4}$$

Explicitando a_x, substituindo na Eq. 7-3 e reagrupando os termos, obtemos:

$$\tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2 = F_x d. \tag{7-5}$$

O primeiro termo do lado esquerdo da equação é a energia cinética K_f da conta no fim do deslocamento d; o segundo termo é a energia cinética K_i da conta no início do deslocamento. Assim, o lado esquerdo da Eq. 7-5 nos diz que a energia cinética foi alterada pela força e o lado direito nos diz que esta mudança é igual a $F_x d$. Assim, o trabalho W realizado pela força sobre a conta (a transferência de energia em consequência da aplicação da força) é

$$W = F_x d. \tag{7-6}$$

Se conhecemos os valores de F_x e d, podemos usar essa equação para calcular o trabalho W realizado pela força sobre a conta.

Para calcular o trabalho que uma força realiza sobre um objeto quando este sofre um deslocamento, usamos apenas a componente da força paralela ao deslocamento do objeto. A componente da força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.

Como se pode ver na Fig. 7-2, $F_x = F \cos \phi$, onde F é o módulo de $\vec{F}$ e ϕ é o ângulo entre o deslocamento $\vec{d}$ e a força $\vec{F}$. Assim,

$$W = Fd \cos \phi \quad \text{(trabalho executado por uma força constante).} \tag{7-7}$$

Como o lado direito desta equação é equivalente ao produto escalar $\vec{F} \cdot \vec{d}$, também podemos escrever

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad \text{(trabalho executado por uma força constante),} \tag{7-8}$$

em que F é o módulo de $\vec{F}$. (O produto escalar foi definido na Seção 3-8.) A Eq. 7-8 é especialmente útil para calcular o trabalho quando $\vec{F}$ e $\vec{d}$ são dados em termos dos vetores unitários.

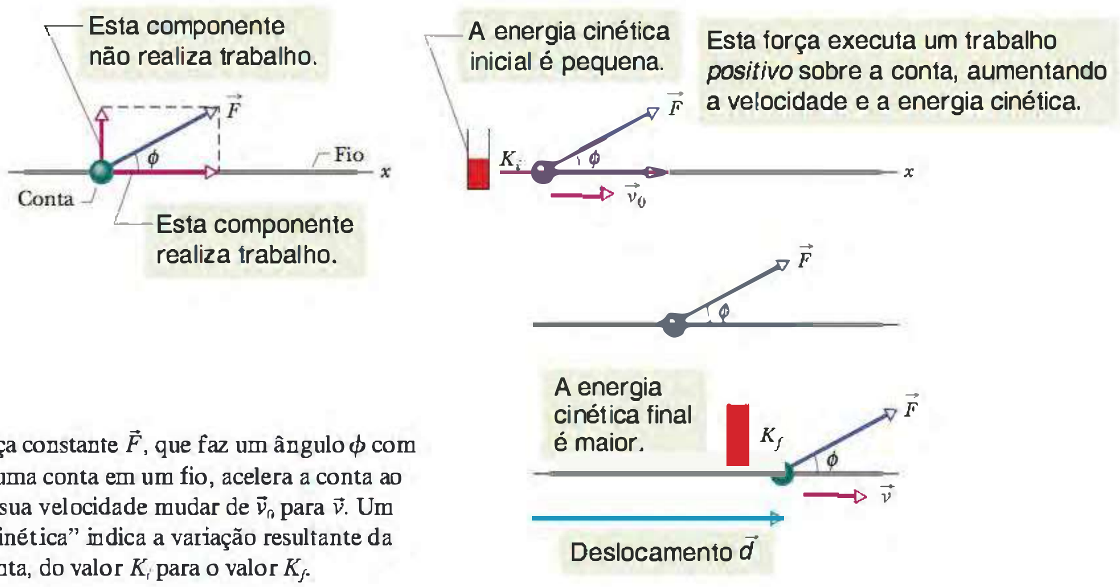

Figura 7-2 Uma força constante $\vec{F}$, que faz um ângulo ϕ com o deslocamento $\vec{d}$ de uma conta em um fio, acelera a conta ao longo do fio, fazendo sua velocidade mudar de $\vec{v}_0$ para $\vec{v}$. Um "medidor de energia cinética" indica a variação resultante da energia cinética da conta, do valor K_i para o valor K_f.

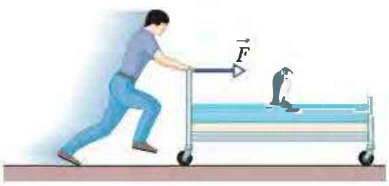

Figura 7-3 Um dos participantes de uma corrida de camas. Podemos considerar a cama e seu ocupante como uma partícula para calcular o trabalho realizado sobre eles pela força aplicada pelo estudante.

Atenção: Existem duas restrições ao uso das Eqs. 7-6 a 7-8 para calcular o trabalho realizado por uma força sobre um objeto. Em primeiro lugar, a força deve ser uma *força constante*, ou seja, o módulo e a orientação da força não devem variar durante o deslocamento do objeto. (Mais tarde discutiremos o que fazer no caso de uma *força variável* cujo módulo não é constante.) Em segundo lugar, o objeto deve se comportar *como uma partícula*. Isso significa que o objeto deve ser *rígido*; todas as suas partes devem se mover da mesma forma. Neste capítulo, consideramos apenas objetos que se comportam como partículas, como a cama e seu ocupante na Fig. 7-3.

O sinal do trabalho. O trabalho realizado por uma força sobre um objeto pode ser positivo ou negativo. Assim, por exemplo, se o ângulo ϕ da Eq. 7-7 é menor que 90°, $\cos \phi$ é positivo e o trabalho é positivo. Se ϕ é maior do que 90° (até 180°), $\cos \phi$ é negativo e o trabalho é negativo. (Você é capaz de explicar por que o trabalho é zero para $\phi = 90°$?) Esses resultados levam a uma regra simples: para determinar o sinal do trabalho realizado por uma força, considere a componente da força paralela ao deslocamento:

O trabalho realizado por uma força é positivo se a força possui uma componente vetorial no sentido do deslocamento e negativo se a força possui uma componente vetorial no sentido oposto. Se a força não possui uma componente vetorial na direção do deslocamento, o trabalho é nulo.

Unidade de trabalho. A unidade de trabalho no SI é o joule, a mesma da energia cinética. Entretanto, de acordo com as Eqs. 7-6 e 7-7, uma unidade equivalente é o newton-metro (N · m). A unidade correspondente no **sistema britânico** é o pé-libra (ft · lb). De acordo com a Eq. 7-2, temos:

$$1\text{ J} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2 = 1\text{ N}\cdot\text{m} = 0{,}738\text{ ft}\cdot\text{lb}. \tag{7-9}$$

Trabalho total realizado por várias forças. Quando duas ou mais forças atuam sobre um objeto, o **trabalho total** realizado sobre o objeto é a soma dos trabalhos realizados separadamente pelas forças. O trabalho total pode ser calculado de duas formas: (1) determinando o trabalho realizado separadamente pelas forças e somando os resultados; (2) determinando a força resultante $\vec{F}_{res}$ de todas as forças e aplicando a Eq. 7-7, com o módulo F substituído por F_{res} e ϕ substituído pelo ângulo entre $\vec{F}_{res}$ e $\vec{d}$. Também podemos usar a Eq. 7-8, substituindo $\vec{F}$ por $\vec{F}_{res}$.

Teorema do Trabalho e Energia Cinética

A Eq. 7-5 relaciona a variação da energia cinética da conta (de um valor inicial $K_i = \frac{1}{2}mv_0^2$ para um valor final $K_f = \frac{1}{2}mv^2$) ao trabalho $W (= F_x d)$ realizado sobre a conta. No caso de objetos que se comportam como partículas, podemos generalizar essa equação. Seja ΔK a variação da energia cinética do objeto e W o trabalho resultante realizado sobre o objeto. Nesse caso, podemos escrever

$$\Delta K = K_f - K_i = W, \tag{7-10}$$

que significa o seguinte:

$$\begin{pmatrix}\text{variação da energia}\\ \text{cinética de uma partícula}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{trabalho total executado}\\ \text{sobre a partícula}\end{pmatrix}.$$

Podemos também escrever

$$K_f = K_i + W, \tag{7-11}$$

que significa o seguinte:

$$\begin{pmatrix}\text{energia cinética depois da}\\ \text{execução do trabalho}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{energia cinética antes}\\ \text{da execução do trabalho}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{trabalho}\\ \text{executado}\end{pmatrix}.$$

Essas relações, conhecidas tradicionalmente como **teorema do trabalho e energia cinética** para partículas, valem para trabalhos positivos e negativos. Se o trabalho total realizado sobre uma partícula é positivo, a energia cinética da partícula aumenta de um valor igual ao trabalho realizado; se o trabalho total é negativo, a energia cinética da partícula diminui de um valor igual ao trabalho realizado.

Por exemplo, se a energia cinética de uma partícula é inicialmente 5 J e a partícula recebe uma energia de 2 J (trabalho total positivo), a energia cinética final é 7 J. Por outro lado, se a partícula cede uma energia total de 2 J (trabalho total negativo), a energia cinética final é 3 J.

TESTE 1

Uma partícula está se movendo ao longo do eixo x. A energia cinética aumenta, diminui ou permanece a mesma se a velocidade da partícula varia (a) de -3 m/s para -2 m/s e (b) de -2 m/s para 2 m/s? (c) Nas situações dos itens (a) e (b) o trabalho realizado sobre a partícula é positivo, negativo ou nulo?

Exemplo

Trabalho realizado por duas forças constantes: espionagem industrial

A Fig. 7-4*a* mostra dois espiões industriais arrastando um cofre de 225 kg a partir do repouso e assim produzindo um deslocamento $\vec{d}$ de módulo 8,50 m, em direção a um caminhão. O empurrão $\vec{F}_1$ do espião 001 tem um módulo de 12,0 N e faz um ângulo de 30,0° para baixo com a horizontal; o puxão $\vec{F}_2$ do espião 002 tem um módulo de 10,0 N e faz um ângulo de 40,0° para cima com a horizontal. Os módulos e orientações das forças não variam quando o cofre se desloca e o atrito entre o cofre e o atrito com o piso é desprezível.

(a) Qual é o trabalho total realizado pelas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ sobre o cofre durante o deslocamento $\vec{d}$?

IDEIAS-CHAVE

(1) O trabalho total W realizado sobre o cofre é a soma dos trabalhos realizados separadamente pelas duas forças. (2) Como o cofre pode ser tratado como uma partícula e as forças são constantes, tanto em módulo como em orientação, podemos usar a Eq. 7-7 ($W = Fd \cos \phi$) ou a Eq. 7-8 ($W = \vec{F} \cdot \vec{d}$) para calcular esses trabalhos. Como conhecemos o módulo e a orientação das forças, escolhemos a Eq. 7-7.

Cálculos De acordo com a Eq. 7-7 e o diagrama de corpo livre do cofre (Fig. 7-4*b*), o trabalho realizado por $\vec{F}_1$ é

$$W_1 = F_1 d \cos \phi_1 = (12{,}0\ \text{N})(8{,}50\ \text{m})(\cos 30{,}0°) = 88{,}33\ \text{J},$$

e o trabalho realizado por $\vec{F}_2$ é

$$W_2 = F_2 d \cos \phi_2 = (10{,}0\ \text{N})(8{,}50\ \text{m})(\cos 40{,}0°) = 65{,}11\ \text{J}.$$

Assim, o trabalho total W é

$$W = W_1 + W_2 = 88{,}33\ \text{J} + 65{,}11\ \text{J} = 153{,}4\ \text{J} \approx 153\ \text{J}. \quad \text{(Resposta)}$$

Durante o deslocamento de 8,50 m, portanto, os espiões transferem 153 J para a energia cinética do cofre.

(b) Qual é o trabalho W_g realizado pela força gravitacional $\vec{F}_g$ sobre o cofre durante o deslocamento e qual é o trabalho W_N realizado pela força normal $\vec{F}_N$ sobre o cofre durante o deslocamento?

IDEIA-CHAVE

Como tanto o módulo como a orientação das duas forças são constantes, podemos calcular o trabalho realizado por elas usando a Eq. 7-7.

Cálculos Como o módulo da força gravitacional é mg, onde m é a massa do cofre, temos:

$$W_g = mgd \cos 90° = mgd(0) = 0 \quad \text{(Resposta)}$$

e

$$W_N = F_N d \cos 90° = F_N d(0) = 0. \quad \text{(Resposta)}$$

Estes resultados já eram esperados. Como as duas forças são perpendiculares ao deslocamento do cofre, não realizam trabalho e não transferem energia para o cofre.

(c) O cofre está inicialmente em repouso. Qual é sua velocidade v_f após o deslocamento de 8,50 m?

IDEIA-CHAVE

A velocidade do cofre varia porque sua energia cinética muda quando $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ transferem energia para ele.

Cálculos Podemos relacionar a velocidade ao trabalho realizado combinando as Eqs. 7-10 e 7-1:

$$W = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2.$$

A velocidade inicial v_i é zero e agora sabemos que o trabalho realizado é 153,4 J. Explicitando v_f e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(153{,}4\ \text{J})}{225\ \text{kg}}} = 1{,}17\ \text{m/s}. \quad \text{(Resposta)}$$

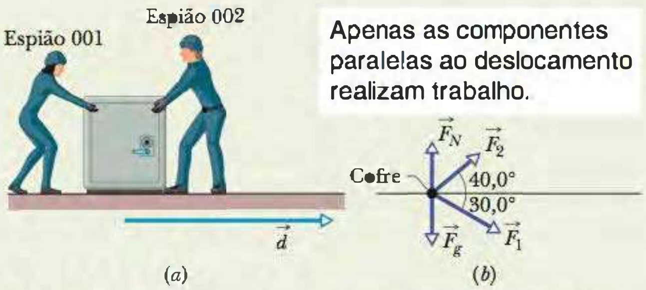

Figura 7-4 (*a*) Dois espiões arrastam um cofre, produzindo um deslocamento $\vec{d}$. (*b*) Diagrama de corpo livre do cofre.

Exemplo

Trabalho realizado por uma força constante expressa em termos dos vetores unitários

Durante uma tempestade, um caixote desliza pelo piso escorregadio de um estacionamento, sofrendo um deslocamento $\vec{d} = (-3,0\ \text{m})\hat{\text{i}}$ enquanto é empurrado pelo vento com uma força $\vec{F} = (2,0\ \text{N})\hat{\text{i}} + (-6,0\ \text{N})\hat{\text{j}}$. A situação e os eixos do sistema de coordenadas estão representados na Fig. 7-5.

(a) Qual é o trabalho realizado pelo vento sobre o caixote?

A componente da força paralela ao deslocamento realiza um trabalho *negativo*, reduzindo a velocidade do caixote.

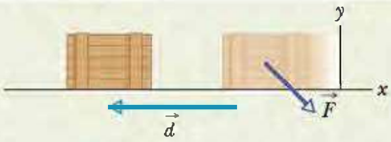

Figura 7-5 Uma força $\vec{F}$ desacelera um caixote durante um deslocamento $\vec{d}$.

IDEIA-CHAVE

Como podemos tratar o caixote como uma partícula e como a força do vento é constante, podemos usar a Eq. 7-7 ($W = Fd\cos\phi$) ou a Eq. 7-8 ($W = \vec{F}\cdot\vec{d}$) para calcular o trabalho. Como conhecemos $\vec{F}$ e $\vec{d}$ em termos dos vetores unitários, escolhemos a Eq. 7-8.

Cálculos Temos:

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = [(2,0\ \text{N})\hat{\text{i}} + (-6,0\ \text{N})\hat{\text{j}}]\cdot[(-3,0\ \text{m})\hat{\text{i}}].$$

De todos os produtos entre vetores unitários, apenas $\hat{\text{i}}\cdot\hat{\text{i}}$, $\hat{\text{j}}\cdot\hat{\text{j}}$ e $\hat{\text{k}}\cdot\hat{\text{k}}$ são diferentes de zero (veja o Apêndice E). Assim, temos:

$$W = (2,0\ \text{N})(-3,0\ \text{m})\hat{\text{i}}\cdot\hat{\text{i}} + (-6,0\ \text{N})(-3,0\ \text{m})\hat{\text{j}}\cdot\hat{\text{i}}$$
$$= (-6,0\ \text{J})(1) + 0 = -6,0\ \text{J}. \quad \text{(Resposta)}$$

A força realiza, portanto, um trabalho negativo de 6,0 J sobre o caixote, retirando 6,0 J da energia cinética do caixote.

(b) Se o caixote tem uma energia cinética de 10 J no início do deslocamento $\vec{d}$, qual é a energia ao final do deslocamento?

IDEIA-CHAVE

Como a força realiza um trabalho negativo sobre o caixote, reduz a energia cinética do caixote.

Cálculo Usando o teorema do trabalho e a energia cinética na forma da Eq. 7-11, temos:

$$K_f = K_i + W = 10\ \text{J} + (-6,0\ \text{J}) = 4,0\ \text{J}. \quad \text{(Resposta)}$$

A redução da energia elétrica indica que o caixote foi freado.

7-6 Trabalho Realizado pela Força Gravitacional

Vamos examinar agora o trabalho realizado sobre um objeto pela força gravitacional. A Fig. 7-6 mostra um tomate de massa m que se comporta como partícula, arremessado para cima com velocidade inicial v_0 e, portanto, com uma energia cinética inicial $K_i = \frac{1}{2}mv_0^2$. Na subida, o tomate é desacelerado por uma força gravitacional $\vec{F}_g$, ou seja, a energia cinética do tomate diminui porque $\vec{F}_g$ realiza trabalho sobre o tomate durante a subida. Uma vez que o tomate pode ser tratado como uma partícula, podemos usar a Eq. 7-7 ($W = Fd\cos\phi$) para expressar o trabalho realizado durante um deslocamento $\vec{d}$. No lugar de F, usamos mg, o módulo de $\vec{F}_g$. Assim, o trabalho W_g realizado pela força gravitacional $\vec{F}_g$ é

$$W_g = mgd\cos\phi \quad \text{(trabalho executado por uma força gravitacional).} \qquad (7\text{-}12)$$

Durante a subida, a força $\vec{F}_g$ tem o sentido contrário ao do deslocamento $\vec{d}$, como mostra a Fig. 7-6. Assim, $\phi = 180°$ e

$$W_g = mgd\cos 180° = mgd(-1) = -mgd. \qquad (7\text{-}13)$$

O sinal negativo indica que, durante a subida, a força gravitacional remove uma energia mgd da energia cinética do objeto. Isto está de acordo com o fato de que o objeto perde velocidade na subida.

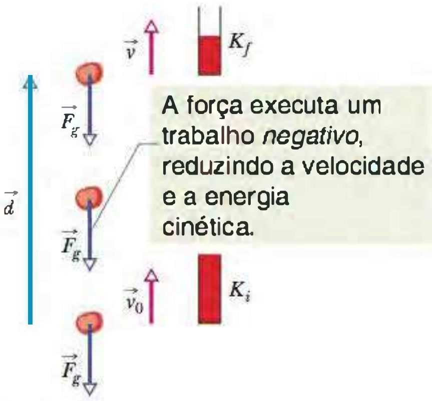

Figura 7-6 Por causa da força gravitacional $\vec{F}_g$ a velocidade de um tomate de massa m arremessado para cima diminui de $\vec{v}_0$ para $\vec{v}$ durante um deslocamento $\vec{d}$. Um medidor de energia cinética indica a variação resultante da energia cinética do tomate, de $K_i\ (= \frac{1}{2}mv_0^2)$ para $K_f\ (= \frac{1}{2}mv^2)$.

Depois que o objeto atinge a altura máxima e começa a descer, o ângulo ϕ entre a força $\vec{F}_g$ e o deslocamento $\vec{d}$ é zero. Assim,

$$W_g = mgd \cos 0° = mgd(+1) = +mgd. \qquad (7\text{-}14)$$

O sinal positivo significa que agora a força gravitacional transfere uma energia *mgd* para a energia cinética do objeto. Isto está de acordo com o fato de que o objeto ganha velocidade na descida. (Na realidade, como vamos ver no Capítulo 8, transferências de energia associadas à subida e descida de um objeto envolvem o sistema completo objeto–Terra.)

Trabalho Realizado para Levantar e Baixar um Objeto

Suponha agora que levantamos um objeto que se comporta como uma partícula aplicando ao objeto uma força vertical $\vec{F}$. Durante o deslocamento para cima, a força aplicada realiza um trabalho positivo W_a sobre o objeto, enquanto a força gravitacional realiza um trabalho negativo W_g. A força aplicada tende a transferir energia para o objeto, enquanto a força gravitacional tende a remover energia do objeto. De acordo com a Eq. 7-10, a variação ΔK da energia cinética do objeto devido a essas duas transferências de energia é

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g, \qquad (7\text{-}15)$$

onde K_f é a energia cinética no fim do deslocamento e K_i é a energia cinética no início do deslocamento. A Eq. 7-15 também é válida para a descida do objeto, mas, nesse caso, a força gravitacional tende a transferir energia *para* o objeto, enquanto a força aplicada tende a remover energia *do* objeto.

Em muitos casos, o objeto está em repouso antes e depois do levantamento. Isso acontece, por exemplo, quando levantamos um livro do chão e o colocamos em uma estante. Nesse caso, K_f e K_i são nulas e a Eq. 7-15 se reduz a

$$W_a + W_g = 0$$

ou

$$W_a = -W_g. \qquad (7\text{-}16)$$

Note que obtemos o mesmo resultado se K_f e K_i forem iguais, mesmo que não sejam nulas. De qualquer forma, o resultado significa que o trabalho realizado pela força aplicada é o negativo do trabalho realizado pela força gravitacional, ou seja, que a força aplicada transfere para o objeto a mesma quantidade de energia que a força gravitacional remove do objeto. Usando a Eq. 7-12, podemos escrever a Eq. 7-16 na forma

$$W_a = -mgd \cos \phi \quad \text{(trabalho para levantar e baixar; } K_f = K_i\text{)}, \qquad (7\text{-}17)$$

onde ϕ é o ângulo entre $\vec{F}_g$ e $\vec{d}$. Se o deslocamento é verticalmente para cima (Fig. 7-7*a*), $\phi = 180°$ e o trabalho realizado pela força aplicada é igual a *mgd*. Se o deslocamento é verticalmente para baixo (Fig. 7-7*b*), $\phi = 0°$ e o trabalho realizado pela força aplicada é igual a $-mgd$.

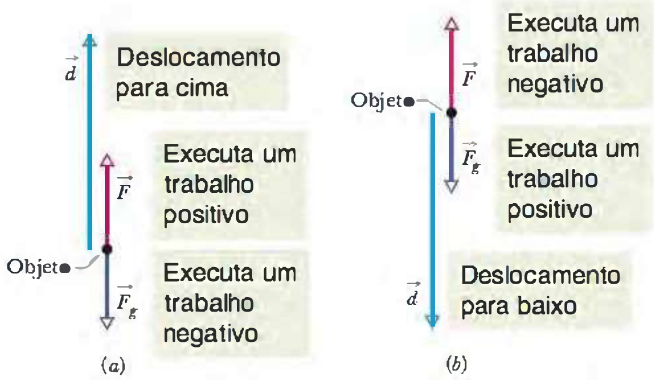

Figura 7-7 (*a*) Uma força $\vec{F}$ faz um objeto subir. O deslocamento $\vec{d}$ do objeto faz um ângulo $\phi = 180°$ com a força gravitacional $\vec{F}_g$. A força aplicada realiza um trabalho positivo sobre o objeto. (*b*) A força $\vec{F}$ é insuficiente para fazer o objeto subir. O deslocamento $\vec{d}$ do objeto faz um ângulo $\phi = 0°$ com a força gravitacional $\vec{F}_g$. A força aplicada realiza um trabalho negativo sobre o objeto.

As Eqs. 7-16 e 7-17 se aplicam a qualquer situação em que um objeto é levantado ou baixado, com o objeto em repouso antes e depois do deslocamento. Elas são independentes do módulo da força usada. Assim, por exemplo, se você levanta acima da cabeça uma caneca que estava no chão, a força que você exerce sobre a caneca varia consideravelmente durante o levantamento. Mesmo assim, como a caneca está em repouso antes e depois do levantamento, o trabalho que a sua força realiza sobre a caneca é dado pelas Eqs. 7-16 e 7-17, onde, na Eq. 7-17, mg é o peso da caneca e d é a diferença entre a altura inicial e a altura final.

Exemplo

Trabalho realizado sobre um elevador acelerado

Um elevador de massa $m = 500$ kg está descendo com velocidade $v_i = 4{,}0$ m/s quando o cabo de sustentação começa a deslizar, permitindo que o elevador caia com aceleração constante $\vec{a} = \vec{g}/5$ (Fig. 7-8*a*).

(a) Se o elevador cai de uma altura $d = 12$ m, qual é o trabalho W_g realizado sobre o elevador pela força gravitacional $\vec{F}_g$?

IDEIA-CHAVE

Podemos tratar o elevador como uma partícula e, portanto, usar a Eq. 7-12 ($W_g = mgd\cos\phi$) para calcular o trabalho W_g.

Cálculo De acordo com a Fig. 7-8*b*, o ângulo entre $\vec{F}_g$ e o deslocamento $\vec{d}$ do elevador é 0°. Assim, de acordo com a Eq. 7-12,

$$W_g = mgd\cos 0° = (500\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(12\ \text{m})(1)$$
$$= 5{,}88 \times 10^4\ \text{J} \approx 59\ \text{kJ}. \qquad \text{(Resposta)}$$

(b) Qual é o trabalho W_T realizado sobre o elevador pela força $\vec{T}$ exercida pelo cabo durante a queda?

IDEIAS-CHAVE

(1) Podemos calcular o trabalho W_T usando a Eq. 7-7 ($W = Fd\cos\phi$) se obtivermos uma expressão para o módulo T da tensão do cabo. (2) Podemos obter essa expressão escrevendo a segunda lei de Newton para as componentes das forças em relação ao eixo y da Fig. 7-8*b* ($F_{\text{res},y} = ma_y$).

Cálculos Temos:

$$T - F_g = ma. \qquad (7\text{-}18)$$

Explicitando T, substituindo F_g por mg e substituindo o resultado na Eq. 7-7, obtemos

$$W_T = Td\cos\phi = m(a + g)d\cos\phi. \qquad (7\text{-}19)$$

Em seguida, substituindo a aceleração a (para baixo) por $-g/5$ e o ângulo ϕ entre as forças $\vec{T}$ e $m\vec{g}$ por 180°, obtemos

$$W_T = m\left(-\frac{g}{5} + g\right)d\cos\phi = \frac{4}{5}mgd\cos\phi$$
$$= \frac{4}{5}(500\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(12\ \text{m})\cos 180°$$
$$= -4{,}70 \times 10^4\ \text{J} \approx -47\ \text{kJ}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Atenção Note que W_T não é simplesmente o negativo de W_g. A razão disso é que, como o elevador acelera durante a queda, sua velocidade varia e, consequentemente, a energia cinética também varia. Assim, a Eq. 7-16 (que envolve a suposição de que a energia cinética é igual no início e no final do processo) *não se aplica* neste caso.

(c) Qual é o trabalho total W realizado sobre o elevador durante a queda?

Cálculo O trabalho total é a soma dos trabalhos realizados pelas forças a que o elevador está sujeito:

$$W = W_g + W_T = 5{,}88 \times 10^4\ \text{J} - 4{,}70 \times 10^4\ \text{J}$$
$$= 1{,}18 \times 10^4\ \text{J} \approx 12\ \text{kJ}. \qquad \text{(Resposta)}$$

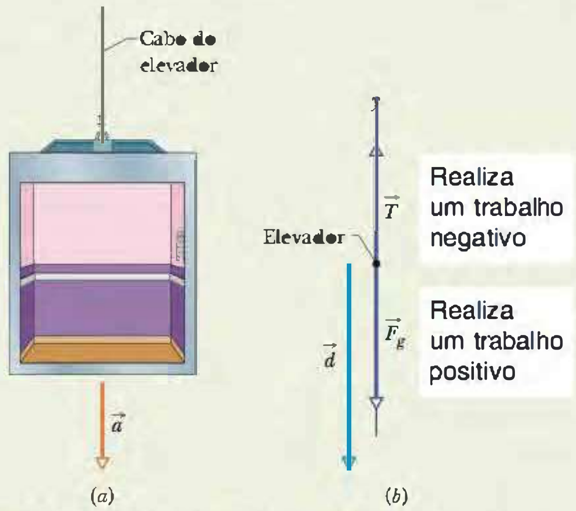

Figura 7-8 Um elevador, que estava descendo com velocidade v_i, de repente começa a acelerar para baixo. (*a*) O elevador sofre um deslocamento $\vec{d}$ com uma aceleração constante $\vec{a} = \vec{g}/5$. (*b*) Diagrama de corpo livre do elevador, mostrando também o deslocamento.

(d) Qual é a energia cinética do elevador no final da queda de 12 m?

IDEIA-CHAVE

De acordo com a Eq. 7-11 ($K_f = K_i + W$), a variação da energia cinética é igual ao trabalho total realizado sobre o elevador.

Cálculo De acordo com a Eq. 7-1, podemos escrever a energia cinética no início da queda como $K_i = \frac{1}{2}mv_i^2$. Nesse caso, a Eq. 7-11 pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned} K_f &= K_i + W = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + W \\ &= \tfrac{1}{2}(500\ \text{kg})(4{,}0\ \text{m/s})^2 + 1{,}18 \times 10^4\ \text{J} \\ &= 1{,}58 \times 10^4\ \text{J} \approx 16\ \text{kJ}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

7-7 Trabalho Realizado por uma Força Elástica

Vamos agora discutir o trabalho realizado sobre uma partícula por um tipo particular de *força variável*: a **força elástica** exercida por uma mola. Muitas forças na natureza têm a mesma forma matemática que a força de uma mola. Assim, examinando esta força em particular, podemos compreender muitas outras.

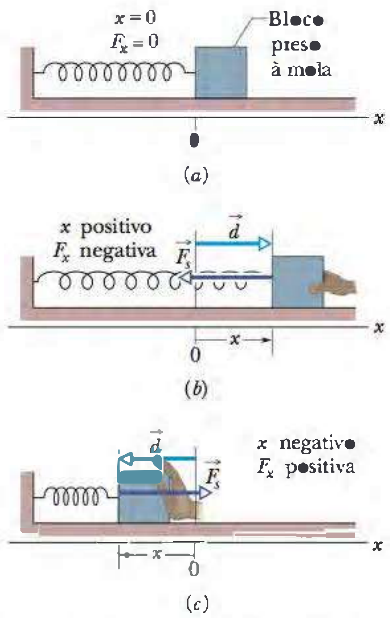

Figura 7-9 (*a*) Uma mola no estado relaxado. A origem do eixo x foi colocada na extremidade da mola que está presa ao bloco. (*b*) O bloco sofre um deslocamento $\vec{d}$ e a mola sofre uma distensão (variação positiva de x). Observe a força restauradora $\vec{F}_s$ exercida pela mola. (*c*) A mola sofre uma compressão (variação negativa de x). Observe novamente a força restauradora.

A Força Elástica

A Fig. 7-9*a* mostra uma mola no **estado relaxado**, ou seja, nem comprimida nem alongada. Uma das extremidades está fixa, e um objeto que se comporta como uma partícula, um bloco, por exemplo, está preso na outra extremidade. Se alongamos a mola puxando o bloco para a direita, como na Fig. 7-9*b*, a mola puxa o bloco para a esquerda. (Como a força elástica tende a restaurar o estado relaxado, ela também é chamada de *força restauradora*.) Se comprimimos a mola empurrando o bloco para a esquerda, como na Fig. 7-9*c*, a mola empurra o bloco para a direita.

Como uma boa aproximação para muitas molas, a força $\vec{F}_s$ é proporcional ao deslocamento $\vec{d}$ da extremidade livre a partir da posição que ocupa quando a mola está no estado relaxado. A *força elástica* é dada por

$$\vec{F}_s = -k\vec{d} \quad \text{(lei de Hooke).} \tag{7-20}$$

A Eq. 7-20 é conhecida como **lei de Hooke** em homenagem a Robert Hooke, cientista inglês do final do século XVII. O sinal negativo da Eq. 7-20 indica que o sentido da força elástica é sempre oposto ao sentido do deslocamento da extremidade livre da mola. A constante k é chamada de **constante elástica** (ou **constante de força**) e é uma medida da rigidez da mola. Quanto maior o valor de k, mais rígida é a mola, ou seja, maior é a força exercida pela mola para um dado deslocamento. A unidade de k no SI é o newton por metro.

Na Fig. 7-9 foi traçado um eixo x paralelo à maior dimensão da mola, com a origem ($x = 0$) na posição da extremidade livre quando a mola está no estado relaxado. Para esta configuração, que é a mais comum, podemos escrever a Eq. 7-20 na forma

$$F_x = -kx \quad \text{(lei de Hooke),} \tag{7-21}$$

onde mudamos o índice. Se x é positivo (ou seja, se a mola está alongada para a direita), F_x é negativa (é um puxão para a esquerda). Se x é negativo (ou seja, se a mola está comprimida para a esquerda), F_x é positiva (é um empurrão para a direita). Note que a força elástica é uma *força variável*, uma vez que depende de x, a posição da extremidade livre. Assim, F_x pode ser representada na forma $F(x)$. Note também que a lei de Hooke é uma relação *linear* entre F_x e x.

Trabalho Realizado por uma Força Elástica

Para determinar o trabalho realizado pela mola quando o bloco da Fig. 7-9*a* se move, vamos fazer duas hipóteses simplificadoras a respeito da mola. (1) Vamos supor que se trata de uma mola *sem massa*, ou seja, de uma mola cuja massa é desprezível em relação à massa do bloco. (2) Vamos supor que se trata de uma *mola ideal*, ou seja, de uma mola que obedece exatamente à lei de Hooke. Vamos supor também que não existe atrito entre o bloco e o piso e que o bloco se comporta como uma partícula.

Vamos dar ao bloco um impulso para a direita, apenas para colocá-lo em movimento. Quando o bloco se move para a direita, a força elástica F_x realiza trabalho sobre ele, diminuindo a energia cinética e desacelerando o bloco. Entretanto, *não podemos* calcular o trabalho usando a Eq. 7-7 ($W = Fd\cos\phi$) porque essa equação só é válida se a força é constante. A força elástica é uma força variável.

Para determinar o trabalho realizado pela mola, podemos usar os métodos do cálculo. Seja x_i a posição inicial do bloco e x_f a posição do bloco em um instante posterior. Vamos dividir a distância entre essas duas posições em muitos segmentos, cada um com um pequeno comprimento Δx. Rotulamos esses segmentos, a partir de x_i, como segmentos 1, 2 e assim por diante. Quando o bloco se move no interior de um dos segmentos, a força elástica praticamente não varia, já que o segmento é tão curto que x é praticamente constante. Assim, podemos supor que o módulo da força é aproximadamente constante dentro de cada segmento. Vamos rotular esses módulos como F_{x1} no segmento 1, F_{x2} no segmento 2 e assim por diante.

Com uma força constante em cada segmento, *podemos* calcular o trabalho realizado dentro de cada segmento usando a Eq. 7-7. Nesse caso, $\phi = 180°$, de modo que $\cos\phi = -1$. Assim, o trabalho realizado é $-F_{x1}\Delta x$ no segmento 1, $-F_{x2}\Delta x$ no segmento 2 e assim por diante. O trabalho total W_s realizado pela mola de x_i a x_f é a soma de todos esses trabalhos:

$$W_s = \sum -F_{xj}\,\Delta x, \tag{7-22}$$

onde $j = 1, 2...$ é o número de ordem de cada segmento. No limite em que Δx tende a zero, a Eq. 7-22 se torna

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} -F_x\,dx. \tag{7-23}$$

De acordo com a Eq. 7-21, o módulo da força F_x é kx. Assim, temos:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} -kx\,dx = -k\int_{x_i}^{x_f} x\,dx$$
$$= (-\tfrac{1}{2}k)[x^2]_{x_i}^{x_f} = (-\tfrac{1}{2}k)(x_f^2 - x_i^2). \tag{7-24}$$

ou seja

$$W_s = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2 \quad \text{(trabalho de uma força elástica).} \tag{7-25}$$

Este trabalho W_s realizado pela mola pode ser negativo ou positivo, dependendo do fato de a transferência *total* de energia ser do bloco para a mola ou da mola para o bloco quando este se move de x_i para x_f. *Atenção*: a posição final x_f aparece no *segundo* termo do lado direito da Eq. 7-25. Assim, de acordo com a Eq. 7-25,

O trabalho W_s é positivo se a posição final do bloco está mais próxima da posição no estado relaxado ($x = 0$) que a posição inicial, e negativo se a posição final está mais afastada de $x = 0$ que a posição inicial. O trabalho é zero se a posição final do bloco está à mesma distância de $x = 0$ que a posição inicial.

Supondo que $x_i = 0$ e chamando a posição final de x, a Eq. 7-25 se torna

$$W_s = -\tfrac{1}{2}kx^2 \quad \text{(trabalho de uma força elástica).} \tag{7-26}$$

O Trabalho Realizado por uma Força Aplicada

Suponha agora que deslocamos o bloco ao longo do eixo x mantendo uma força $\vec{F}_a$ aplicada ao bloco. Durante o deslocamento, a força aplicada realiza sobre o bloco um trabalho W_a, enquanto a força elástica realiza um trabalho W_s. De acordo com a Eq. 7-10, a variação ΔK da energia cinética do bloco devido a essas duas transferências de energia é

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_s, \tag{7-27}$$

onde K_f é a energia cinética no final do deslocamento e K_i é a energia cinética no início do deslocamento. Se o bloco está em repouso no início e no fim do deslocamento, K_i e K_f são iguais a zero e a Eq. 7-27 se reduz a

$$W_a = -W_s. \tag{7-28}$$

Se um bloco que está preso a uma mola se encontra em repouso antes e depois de um deslocamento, o trabalho realizado sobre o bloco pela força responsável pelo deslocamento é o negativo do trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica.

Atenção: se o bloco não estiver em repouso antes e depois do deslocamento, esta afirmação *não* é verdadeira.

TESTE 2

Em três situações, as posições inicial e final, respectivamente, ao longo do eixo x da Fig. 7-9 são: (a) -3 cm, 2 cm; (b) 2 cm, 3 cm; (c) -2 cm, 2 cm. Em cada situação, o trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica é positivo, negativo ou nulo?

Exemplo

Trabalho realizado por uma mola para mudar a energia cinética

Na Fig. 7-10, depois de deslizar sobre uma superfície horizontal sem atrito com velocidade $v = 0{,}50$ m/s, um pote de cominho de massa $m = 0{,}40$ kg colide com uma mola de constante elástica $k = 750$ N/m e começa a comprimi-la. No instante em que o pote para momentaneamente por causa da força exercida pela mola, de que distância d a mola foi comprimida?

IDEIAS-CHAVE

1. O trabalho W_s realizado sobre o pote pela força elástica está relacionado à distância d pedida através da Eq. 7-26 ($W_s = -\frac{1}{2}kx^2$) com d substituindo x.
2. O trabalho W_s também está relacionado à energia cinética do pote através da Eq. 7-10 ($K_f - K_i = W$).
3. A energia cinética do pote tem um valor inicial $K = \frac{1}{2}mv^2$ e é nula quando o pote está momentaneamente em repouso.

Cálculos Combinando as duas primeiras ideias-chave, escrevemos o teorema do trabalho e energia cinética para o pote na seguinte forma:

$$K_f - K_i = -\tfrac{1}{2}kd^2.$$

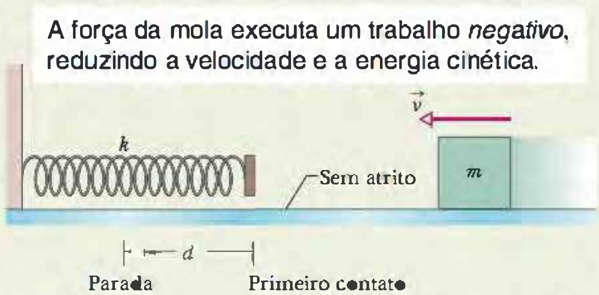

Figura 7-10 Um pote de massa m se move com velocidade $\vec{v}$ em direção a uma mola de constante k.

Substituindo a energia cinética inicial e final pelos seus valores (terceira ideia-chave), temos:

$$0 - \tfrac{1}{2}mv^2 = -\tfrac{1}{2}kd^2.$$

Simplificando, explicitando d e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$d = v\sqrt{\frac{m}{k}} = (0{,}50\text{ m/s})\sqrt{\frac{0{,}40\text{ kg}}{750\text{ N/m}}}$$
$$= 1{,}2 \times 10^{-2}\text{ m} = 1{,}2\text{ cm}. \qquad \text{(Resposta)}$$

7-8 Trabalho Realizado por uma Força Variável Genérica

Análise Unidimensional

Vamos voltar à situação da Fig. 7-2, mas agora suponha que a força aponta no sentido positivo do eixo x e que o módulo da força varia com a posição x. Assim, quando a conta (partícula) se move, o módulo $F(x)$ da força que realiza trabalho sobre ela varia. Apenas o módulo da força varia; a orientação permanece a mesma. Além disso, o módulo da força em qualquer posição não varia com o tempo.

A Fig. 7-11*a* mostra o gráfico de uma *força variável unidimensional* como a que acabamos de descrever. Queremos obter uma expressão para o trabalho realizado por esta força sobre a partícula quando ela se desloca de uma posição inicial x_i para uma posição final x_f. Entretanto, *não podemos* usar a Eq. 7-7 ($W = Fd\cos\phi$) porque ela só é válida no caso de uma força constante $\vec{F}$. Assim, usaremos novamente os métodos do cálculo. Dividimos a área sob a curva da Fig. 7-11*a* em um grande número de faixas estreitas de largura Δx (Fig. 7-11*b*). Escolhemos Δx suficientemente pequeno para que possamos considerar a força $F(x)$ aproximadamente constante nesse intervalo. Vamos chamar de $F_{j,\text{méd}}$ o valor médio de $F(x)$ no intervalo de ordem j. Nesse caso, $F_{j,\text{méd}}$ na Fig. 7-11*b* é a altura da faixa de ordem j.

Com $F_{j,\text{méd}}$ constante, o incremento (pequena quantidade) de trabalho ΔW_j realizado pela força no intervalo de ordem j pode ser calculado usando a Eq. 7-7:

$$\Delta W_j = F_{j,\text{méd}}\,\Delta x. \tag{7-29}$$

Na Fig. 7-11*b*, ΔW_j é, portanto, igual à área sob a faixa retangular sombreada de ordem j.

Para determinar o trabalho total W realizado pela força quando a partícula se desloca de x_i para x_f, somamos as áreas de todas as faixas entre x_i e x_f da Fig. 7-11*b*:

$$W = \sum \Delta W_j = \sum F_{j,\text{méd}}\Delta x. \tag{7-30}$$

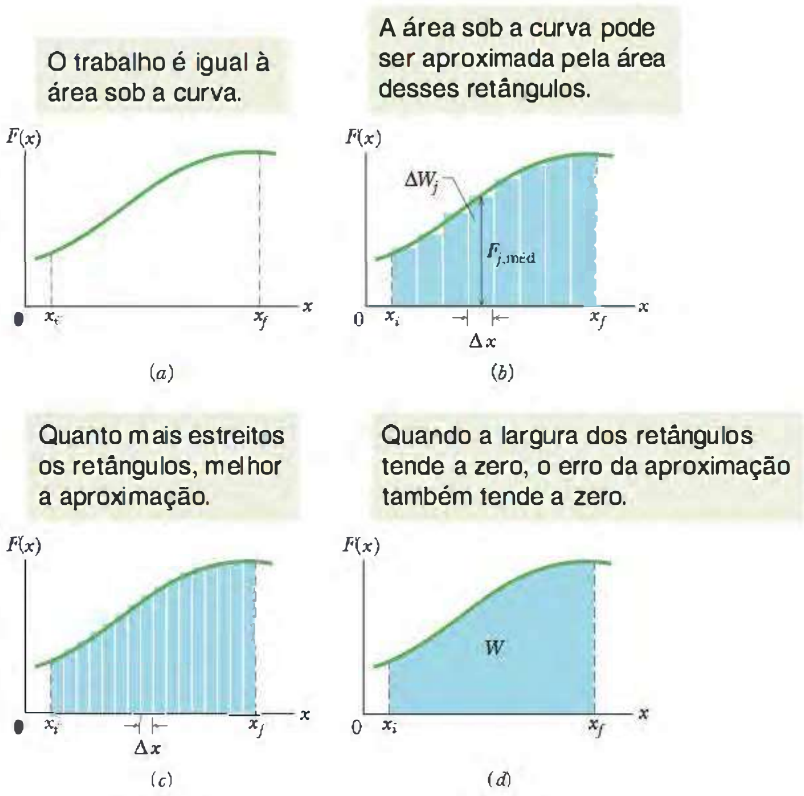

Figura 7-11 (*a*) Gráfico do módulo de uma força unidimensional $\vec{F}(x)$ em função da posição x de uma partícula sobre a qual a força atua. A partícula se desloca de x_i a x_f. (*b*) O mesmo que (*a*), mas com a área sob a curva dividida em faixas estreitas. (*c*) O mesmo que (*b*), mas com a área sob a curva dividida em faixas mais estreitas. (*d*) O caso limite. O trabalho realizado pela força é dado pela Eq. 7-32 e é representado pela área sombreada entre a curva e o eixo x e entre x_i e x_f.

A Eq. 7-30 é uma aproximação porque a "escada" formada pelos lados superiores dos retângulos da Fig. 7-11*b* é apenas uma aproximação da curva real de $F(x)$.

Podemos melhorar a aproximação reduzindo a largura Δx dos retângulos e usando mais retângulos, como na Fig. 7-11*c*. No limite, fazemos a largura dos retângulos tender a zero; nesse caso, o número de retângulos se torna infinitamente grande e temos, como resultado exato,

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum F_{j,\text{méd}}\, \Delta x. \tag{7-31}$$

Este limite corresponde à definição da integral da função $F(x)$ entre os limites x_i e x_f. Assim, a Eq. 7-31 se torna

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx \quad \text{(trabalho de uma força variável).} \tag{7-32}$$

Se conhecemos a função $F(x)$, podemos substituí-la na Eq. 7-32, introduzir os limites de integração apropriados, efetuar a integração e assim calcular o trabalho. (O Apêndice E contém uma lista das integrais mais usadas.) Geometricamente, o trabalho é igual à área entre a curva de $F(x)$ e o eixo x e entre os limites x_i e x_f (área sombreada na Fig. 7-11*d*).

Análise Tridimensional

Considere uma partícula sob a ação de uma força tridimensional

$$\vec{F} = F_x\hat{\text{i}} + F_y\hat{\text{j}} + F_z\hat{\text{k}}, \tag{7-33}$$

cujas componentes F_x, F_y e F_z podem depender da posição da partícula, ou seja, podem ser funções da posição. Vamos, porém, fazer três simplificações: F_x pode depender de x, mas não de y ou z, F_y pode depender de y, mas não de x ou z; F_z pode depender de z, mas não de x ou y. Suponha que a partícula sofra um deslocamento incremental

$$d\vec{r} = dx\hat{\text{i}} + dy\hat{\text{j}} + dz\hat{\text{k}}. \tag{7-34}$$

De acordo com a Eq. 7-8, o incremento dW do trabalho realizado sobre a partícula pela força $\vec{F}$ durante o deslocamento $d\vec{r}$ é

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz. \tag{7-35}$$

O trabalho W realizado por $\vec{F}$ enquanto a partícula se move de uma posição inicial r_i de coordenadas (x_i, y_i, z_i) para uma posição final r_f de coordenadas (x_f, y_f, z_f) é, portanto,

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW = \int_{x_i}^{x_f} F_x\, dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y\, dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z\, dz. \tag{7-36}$$

Se $\vec{F}$ possui apenas a componente x, os termos da Eq. 7-36 que envolvem y e z são nulos e a equação se reduz à Eq. 7-32.

Teorema do Trabalho e Energia Cinética com uma Força Variável

A Eq. 7-32 permite calcular o trabalho realizado por uma força variável sobre uma partícula em uma situação unidimensional. Vamos agora verificar se o trabalho calculado é realmente igual à variação da energia cinética da partícula, como afirma o teorema do trabalho e energia cinética.

Considere uma partícula de massa m que se move ao longo de um eixo x e está sujeita a uma força $F(x)$ paralela ao eixo x. De acordo com a Eq. 7-32, o trabalho realizado pela força sobre a partícula quando a partícula se desloca da posição x_i para a posição x_f é dado por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx = \int_{x_i}^{x_f} ma\, dx. \tag{7-37}$$

onde usamos a segunda lei de Newton para substituir $F(x)$ por ma. Podemos escrever o integrando $ma\, dx$ da Eq. 7-37 como

$$ma\, dx = m \frac{dv}{dt} dx. \tag{7-38}$$

Usando a regra da cadeia para derivadas, temos:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v, \tag{7-39}$$

e a Eq. 7-38 se torna

$$ma\, dx = m \frac{dv}{dx} v\, dx = mv\, dv. \tag{7-40}$$

Substituindo a Eq. 7-40 na Eq. 7-37, obtemos

$$W = \int_{v_i}^{v_f} mv\, dv = m \int_{v_i}^{v_f} v\, dv$$
$$= \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2. \tag{7-41}$$

Observe que quando mudamos a variável de integração de x para v, tivemos que expressar os limites da integral em termos da nova variável. Observe também que, como a massa m é constante, pudemos colocá-la do lado de fora da integral.

Reconhecendo os termos do lado direito da Eq. 7-41 como energias cinéticas, podemos escrever esta equação na forma

$$W = K_f - K_i = \Delta K,$$

que é o teorema do trabalho e energia cinética.

Exemplo

Cálculo do trabalho por integração gráfica

Na anestesia epidural, como a usada nos partos, o médico ou anestesista precisa introduzir uma agulha nas costas do paciente e atravessar várias camadas de tecido até chegar numa região estreita, chamada de espaço epidural, que envolve a medula espinhal. A agulha é usada para injetar o líquido anestésico. Este delicado procedimento requer muita prática, pois o médico precisa saber quando chegou ao espaço epidural e não pode ultrapassar a região, um erro que poderia resultar em sérias complicações.

A sensibilidade de um médico em relação à penetração da agulha se baseia no fato de que a força que deve ser aplicada à agulha para fazê-la atravessar os tecidos é variável. A Fig. 7-12*a* é um gráfico do módulo F da força em função do deslocamento x da ponta da agulha durante uma anestesia epidural típica. (Os dados originais foram retificados para produzir os segmentos de reta.) Quando x cresce a partir de 0, a pele oferece resistência à agulha, mas em $x = 8{,}0$ mm a pele é perfurada e a força necessária diminui. Da mesma forma, a agulha perfura o ligamento interespinhoso em $x = 18$ mm e o ligamento amarelo, relativamente duro, em $x = 30$ mm. A agulha entra, então, no espaço epidural (onde deve ser injetado o líquido anestésico) e a força diminui bruscamente. Um médico recém-formado precisa se familiarizar com este comportamento da força com o deslocamento para saber quando deve parar de empurrar a agulha. (Este é o padrão que é programado nas simulações em realidade virtual de uma anestesia epidural.) Qual é o trabalho W realizado pela força exercida sobre a agulha para levá-la até o espaço epidural em $x = 30$ mm?

IDEIAS-CHAVE

(1) Podemos calcular o trabalho W realizado pela força variável $F(x)$ integrando a força para todas as posições x consideradas. De acordo com a Eq. 7-32,

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx.$$

Queremos calcular o trabalho realizado pela força durante o deslocamento de $x_i = 0$ até $x_f = 0{,}030$ m. (2) Podemos calcular a integral determinando a área sob a curva da Fig. 7-12*a*:

$$W = \begin{pmatrix} \text{área entre a curva da força} \\ \text{e o eixo } x, \text{ de } x_i \text{ a } x_f \end{pmatrix}.$$

Cálculos Como nosso gráfico é formado por segmentos de reta, podemos calcular a área separando a região sob a curva em regiões retangulares e triangulares, como na Fig. 7-12*b*. A área da região triangular *A*, por exemplo, é dada por

$$\text{área}_A = \tfrac{1}{2}(0{,}0080 \text{ m})(12 \text{ N}) = 0{,}048 \text{ N·m} = 0{,}048 \text{ J}.$$

Depois de calcular as áreas de todas as regiões da Fig. 7-12*b*, descobrimos que o trabalho total é

$$\begin{aligned} W &= (\text{soma das áreas das regiões de } A \text{ a } K) \\ &= 0{,}048 + 0{,}024 + 0{,}012 + 0{,}036 + 0{,}009 + 0{,}001 \\ &\quad + 0{,}016 + 0{,}048 + 0{,}016 + 0{,}004 + 0{,}024 \\ &= 0{,}238 \text{ J}. \end{aligned}$$ (Resposta)

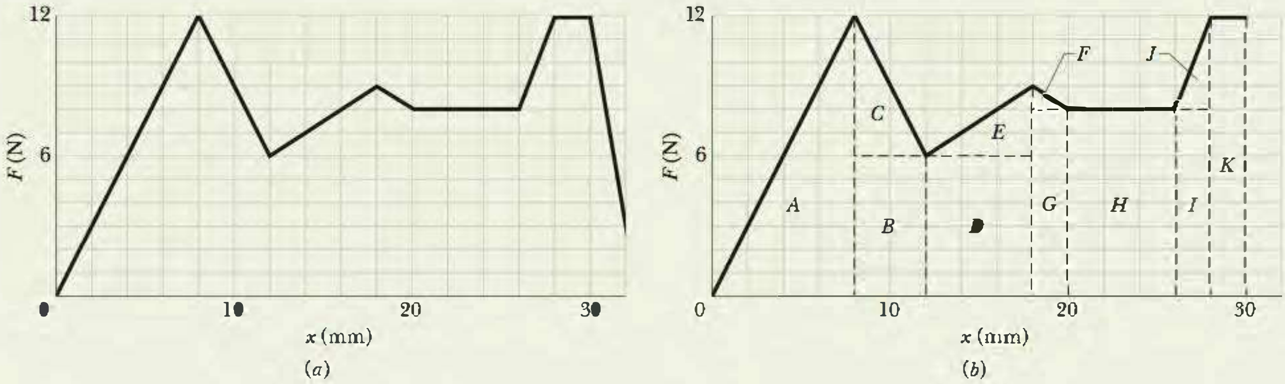

Figura 7-12 (*a*) Módulo *F* da força aplicada à agulha em função do deslocamento *x* em uma anestesia epidural. (*b*) Divisão da região entre a curva e o eixo em várias partes para calcular a área.

Exemplo

Trabalho: integração bidimensional

A força $\vec{F} = (3x^2 \text{ N})\hat{\imath} + (4 \text{ N})\hat{\jmath}$, com *x* em metros, age sobre uma partícula, mudando apenas a energia cinética da partícula. Qual é o trabalho realizado sobre a partícula quando ela se desloca das coordenadas (2 m, 3 m) para (3 m, 0 m)? A velocidade da partícula aumenta, diminui ou permanece a mesma?

IDEIA-CHAVE

A força é variável porque sua componente *x* depende do valor de *x*. Assim, não podemos usar as Eqs. 7-7 e 7-8 para calcular o trabalho realizado. Em vez disso, devemos usar a Eq. 7-36 para integrar a força.

Cálculo Escrevemos duas integrais, uma para cada eixo:

$$\begin{aligned} W &= \int_2^3 3x^2\, dx + \int_3^0 4\, dy = 3\int_2^3 x^2\, dx + 4\int_3^0 dy \\ &= 3[\tfrac{1}{3}x^3]_2^3 + 4[y]_3^0 = [3^3 - 2^3] + 4[0 - 3] \\ &= 7{,}0 \text{ J}. \end{aligned}$$ (Resposta)

O resultado positivo significa que a força $\vec{F}$ transfere energia para a partícula. Assim, a energia cinética da partícula aumenta e, como $K = \frac{1}{2}mv^2$, a velocidade escalar também aumenta. No caso de trabalho negativo, a energia cinética e a velocidade teriam diminuído.

7-9 Potência

A taxa de variação com o tempo do trabalho realizado por uma força recebe o nome de **potência**. Se uma força realiza um trabalho *W* em um intervalo de tempo Δt, a **potência média** desenvolvida durante esse intervalo de tempo é

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t} \quad \text{(potência média)}. \tag{7-42}$$

A **potência instantânea** P é a taxa de variação instantânea com a qual o trabalho é realizado, que pode ser escrita como

$$P = \frac{dW}{dt} \quad \text{(potência instantânea)}. \tag{7-43}$$

Suponha que conhecemos o trabalho $W(t)$ realizado por uma força em função do tempo. Nesse caso, para determinar a potência instantânea P, digamos, no instante $t = 3{,}0$ s da realização do trabalho, basta derivar $W(t)$ em relação ao tempo e calcular o valor da derivada para $t = 3{,}0$ s.

A unidade de potência no SI é o joule por segundo. Essa unidade é usada com tanta frequência que recebeu um nome especial, o **watt** (W), em homenagem a James Watt, cuja contribuição foi fundamental para o aumento da potência das máquinas a vapor. No sistema britânico, a unidade de potência é o pé-libra por segundo (ft · lb/s). O horsepower (hp) também é muito usado. Seguem as relações entre essas unidades e a unidade de potência no SI.

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 0{,}738 \text{ ft} \cdot \text{lb/s} \tag{7-44}$$

e

$$1 \text{ horsepower} = 1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s} = 746 \text{ W}. \tag{7-45}$$

Examinando a Eq. 7-42, vemos que o trabalho pode ser expresso como potência multiplicada por tempo, como na unidade quilowatt-hora, muito usada na prática. A relação entre o quilowatt-hora e o joule é a seguinte:

$$\begin{aligned} 1 \text{ quilowatt-hora} &= 1 \text{ kW} \cdot \text{h} = (10^3 \text{ W})(3600 \text{ s}) \\ &= 3{,}60 \times 10^6 \text{ J} = 3{,}60 \text{ MJ}. \end{aligned} \tag{7-46}$$

Talvez por aparecer nas contas de luz, o watt e o quilowatt-hora são normalmente associados à energia elétrica. Entretanto, podem ser usados para medir outras formas de potência e energia. Se você apanha um livro no chão e o coloca sobre uma mesa, pode dizer que realizou um trabalho, digamos, de 4×10^{-6} kW · h (ou 4 mW · h).

Também podemos expressar a taxa com a qual uma força realiza trabalho sobre uma partícula (ou um objeto que se comporta como uma partícula) em termos da força e da velocidade da partícula. Para uma partícula que se move em linha reta (ao longo do eixo x, digamos) sob a ação de uma força $\vec{F}$ que faz um ângulo ϕ com a direção de movimento da partícula, a Eq. 7-43 se torna

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F\cos\phi\, dx}{dt} = F\cos\phi\left(\frac{dx}{dt}\right),$$

ou

$$P = Fv\cos\phi. \tag{7-47}$$

Escrevendo o lado direito da Eq. 7-47 como o produto escalar $\vec{F} \cdot \vec{v}$, a equação se torna

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad \text{(potência instantânea)}. \tag{7-48}$$

Assim, por exemplo, o caminhão da Fig. 7-13 exerce uma força $\vec{F}$ sobre a carga que está sendo rebocada, que tem velocidade $\vec{v}$ em um certo instante. A potência instantânea desenvolvida por $\vec{F}$ é a taxa com a qual $\vec{F}$ realiza trabalho sobre a carga nesse instante e é dada pelas Eqs. 7-47 e 7-48. Podemos dizer que essa potência é "a potência do caminhão", mas devemos ter em mente o que isso significa: potência é a taxa com a qual uma *força* realiza trabalho.

Figura 7-13 A potência desenvolvida pela força aplicada à carga pelo caminhão é igual à taxa com a qual a força realiza trabalho sobre a carga. *(REGLAIN FREDERIC/GammaPresse, Inc.)*

TESTE 3

Um bloco descreve um movimento circular uniforme sob a ação de uma corda presa ao bloco e ao centro da trajetória. A potência desenvolvida pela força que a corda exerce sobre o bloco é positiva, negativa ou nula?

Exemplo

Potência, força, velocidade

A Fig. 7-14 mostra as forças constantes $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ que agem sobre uma caixa enquanto desliza para a direita sobre um piso sem atrito. A força $\vec{F}_1$ é horizontal, de módulo 2,0 N; a força $\vec{F}_2$ está inclinada para cima de um ângulo de 60° em relação ao piso e tem um módulo de 4,0 N. A velocidade escalar v da caixa em um certo instante é 3,0 m/s. Quais são as potências desenvolvidas pelas duas forças que agem sobre a caixa nesse instante? Qual é a potência total? A potência total está variando nesse instante?

IDEIA-CHAVE

Estamos interessados na potência instantânea e não na potência média em um intervalo de tempo. Além disso, conhecemos a velocidade da caixa e não o trabalho realizado sobre a caixa.

Cálculo Usamos a Eq. 7-47 duas vezes, uma para cada força. Para a força $\vec{F}_1$, que faz um ângulo ϕ_1 com a velocidade $\vec{v}$, temos:

$$P_1 = F_1 v \cos\phi_1 = (2{,}0\text{ N})(3{,}0\text{ m/s})\cos 180° = -6{,}0\text{ W}. \quad \text{(Resposta)}$$

Este resultado negativo indica que a força $\vec{F}_1$ está *recebendo* energia da caixa à taxa de 6,0 J/s.

No caso da força $\vec{F}_2$, que faz um ângulo ϕ_2 com a velocidade $\vec{v}$, temos:

$$P_2 = F_2 v \cos\phi_2 = (4{,}0\text{ N})(3{,}0\text{ m/s})\cos 60° = 6{,}0\text{ W}. \quad \text{(Resposta)}$$

Este resultado positivo indica que a força $\vec{F}_2$ está *fornecendo* energia à caixa à taxa de 6,0 J/s.

A potência total é a soma das duas potências:

$$P_{tot} = P_1 + P_2 = -6{,}0\text{ W} + 6{,}0\text{ W} = 0, \quad \text{(Resposta)}$$

que nos diz que a taxa total de transferência de energia é zero. Assim, a energia cinética ($K = \frac{1}{2}mv^2$) da caixa não está variando e a velocidade da caixa continua a ser 3,0 m/s. Como as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ e a velocidade $\vec{v}$ não variam, vemos pela Eq. 7-48 que P_1 e P_2 são constantes e o mesmo acontece com P_{tot}.

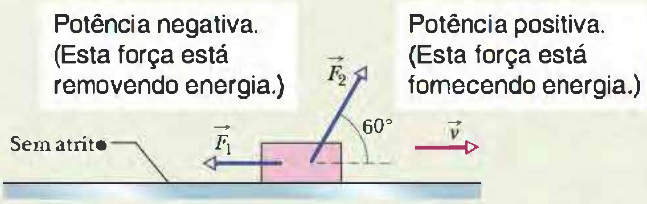

Figura 7-14 Duas forças, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, agem sobre uma caixa que desliza para a direita em um piso sem atrito. A velocidade da caixa é $\vec{v}$.

REVISÃO E RESUMO

Energia Cinética A energia cinética K associada ao movimento de uma partícula de massa m e velocidade escalar v, onde v é muito menor que a velocidade da luz, é dada por

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \text{(energia cinética).} \qquad (7\text{-}1)$$

Trabalho Trabalho W é a energia transferida para um objeto ou de um objeto por uma força que age sobre o objeto. Quando o objeto recebe energia, o trabalho é positivo; quando o objeto cede energia, o trabalho é negativo.

Trabalho Realizado por uma Força Constante O trabalho realizado sobre uma partícula por uma força constante $\vec{F}$ durante um deslocamento $\vec{d}$ é dado por

$$W = Fd\cos\phi = \vec{F}\cdot\vec{d} \quad \text{(trabalho, força constante),} \qquad (7\text{-}7, 7\text{-}8)$$

onde ϕ é o ângulo constante entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$. Apenas a componente de $\vec{F}$ na direção do deslocamento $\vec{d}$ realiza trabalho sobre o objeto. Quando duas ou mais forças agem sobre um objeto, o **trabalho total** é a soma dos trabalhos realizados pelas forças, que também é igual ao trabalho que seria realizado pela força resultante $\vec{F}_{res}$.

Trabalho e Energia Cinética No caso de uma partícula, uma variação ΔK da energia cinética é igual ao trabalho total W realizado sobre a partícula:

$$\Delta K = K_f - K_i = W \quad \text{(teorema do trabalho e energia cinética),} \qquad (7\text{-}10)$$

onde K_i é a energia cinética inicial da partícula e K_f é a energia cinética da partícula após o trabalho ter sido realizado. De acordo com a Eq. 7-10, temos:

$$K_f = K_i + W. \qquad (7\text{-}11)$$

Trabalho Realizado pela Força Gravitacional O trabalho W_g realizado pela força gravitacional $\vec{F}_g$ sobre uma partícula (ou um objeto que se comporta como uma partícula) de massa m durante um deslocamento $\vec{d}$ é dado por

$$W_g = mgd\cos\phi, \qquad (7\text{-}12)$$

onde ϕ é o ângulo entre $\vec{F}_g$ e $\vec{d}$.

Trabalho Realizado para Levantar e Baixar um Objeto O trabalho W_a realizado por uma força aplicada quando um objeto que se comporta como uma partícula é levantado ou baixado está relacionado ao trabalho W_g realizado pela força gravitacional e à variação ΔK da energia cinética do objeto através da equação

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g. \qquad (7\text{-}15)$$

Se $K_f = K_i$, a Eq. 7-15 se reduz a

$$W_a = -W_g, \qquad (7\text{-}16)$$

que nos diz que a energia cedida ao objeto pela força aplicada é igual à energia extraída do objeto pela força gravitacional.

Força Elástica A força $\vec{F}_s$ de uma mola é

$$\vec{F}_s = -k\vec{d} \quad \text{(lei de Hooke)}, \qquad (7\text{-}20)$$

onde $\vec{d}$ é o deslocamento da extremidade livre da mola em relação à posição que ocupa quando a mola está no **estado relaxado** (nem comprimida nem alongada) e k é a **constante elástica** (uma medida da rigidez da mola). Se um eixo x é traçado ao longo do comprimento da mola, com a origem na posição da extremidade livre da mola no estado relaxado, a Eq. 7-20 pode ser escrita na forma

$$F_x = -kx \quad \text{(lei de Hooke)}. \qquad (7\text{-}21)$$

A força elástica é, portanto, uma força variável: ela varia com o deslocamento da extremidade livre da mola.

Trabalho Realizado por uma Força Elástica Se um objeto está preso à extremidade livre de uma mola, o trabalho W_s realizado sobre o objeto pela força elástica quando o objeto é deslocado de uma posição inicial x_i para uma posição final x_f é dado por

$$W_s = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2. \qquad (7\text{-}25)$$

Se $x_i = 0$ e $x_f = x$, a Eq. 7-25 se torna

$$W_s = -\tfrac{1}{2}kx^2. \qquad (7\text{-}26)$$

Trabalho Realizado por uma Força Variável Quando a força $\vec{F}$ aplicada a um objeto que se comporta como uma partícula depende da posição do objeto, o trabalho realizado por $\vec{F}$ sobre o objeto enquanto o objeto se move de uma posição inicial r_i de coordenadas (x_i, y_i, z_i) para uma posição final r_f de coordenadas (x_f, y_f, z_f) pode ser calculado integrando a força. Supondo que a componente F_x pode depender de x mas não de y ou z, que a componente F_y pode depender de y mas não de x ou z e que a componente F_z pode depender de z mas não de x ou y, o trabalho é dado por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y\,dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z\,dz. \qquad (7\text{-}36)$$

Se $\vec{F}$ possui apenas a componente x, a Eq. 7-36 se reduz a

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx. \qquad (7\text{-}32)$$

Potência A **potência** desenvolvida por uma força é a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre um objeto. Se a força realiza um trabalho W em um intervalo de tempo Δt, a *potência média* desenvolvida pela força nesse intervalo de tempo é dada por

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t}. \qquad (7\text{-}42)$$

Potência instantânea é a taxa instantânea com a qual o trabalho está sendo realizado:

$$P = \frac{dW}{dt}. \qquad (7\text{-}43)$$

No caso de uma força $\vec{F}$ que faz um ângulo ϕ com a velocidade instantânea $\vec{v}$ de um objeto, a potência instantânea é

$$P = Fv\cos\phi = \vec{F}\cdot\vec{v}. \qquad (7\text{-}47, 7\text{-}48)$$

PERGUNTAS

1 Ordene as seguintes velocidades de acordo com a energia cinética que uma partícula teria se estivesse a essa velocidade, em ordem decrescente: (a) $\vec{v} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$, (b) $\vec{v} = -4\hat{i} + 3\hat{j}$, (c) $\vec{v} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$, (d) $\vec{v} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$, (e) $\vec{v} = 5\hat{i}$ e (f) $v = 5$ m/s a 30° com a horizontal.

2 A Fig. 7-15*a* mostra duas forças horizontais que agem sobre um bloco que está deslizando para a direita sobre um piso sem atrito. A Fig. 7-15*b* mostra três gráficos da energia cinética K do bloco em função do tempo t. Qual dos gráficos corresponde melhor às três seguintes situações: (a) $F_1 = F_2$, (b) $F_1 > F_2$, (c) $F_1 < F_2$?

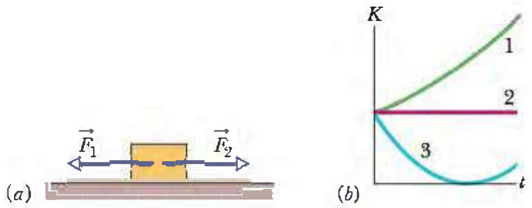

Figura 7-15 Pergunta 2.

3 O trabalho realizado por uma força constante $\vec{F}$ sobre uma partícula durante um deslocamento retilíneo $\vec{d}$ é positivo ou negativo (a) se o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$ é 30°; (b) se o ângulo é 100°; (c) se $\vec{F} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$ e $\vec{d} = -4\hat{i}$?

4 Em três situações, uma força horizontal aplicada brevemente muda a velocidade de um disco de metal que desliza sobre uma superfície de gelo de atrito desprezível. As vistas superiores da Fig. 7-16 mostram, para cada situação, a velocidade inicial v_i do disco, a velocidade final v_f e as orientações dos vetores velocidade correspondentes. Ordene as situações de acordo com o trabalho realizado sobre o disco pela força aplicada, do mais positivo para o mais negativo.

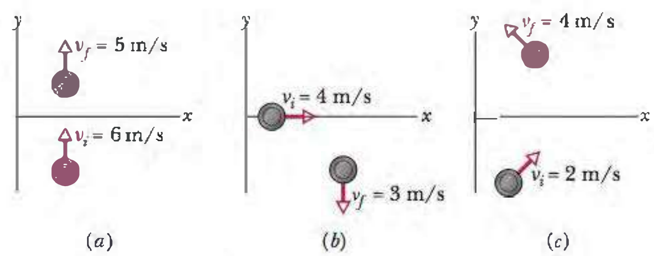

Figura 7-16 Pergunta 4.

5 A Fig. 7-17 mostra quatro gráficos (traçados na mesma escala) da componente F_x de uma força variável (dirigida ao longo de um eixo x) em função da posição x de uma partícula sobre a qual a força atua. Ordene os gráficos de acordo com o trabalho realizado pela força sobre a partícula de $x = 0$ a $x = x_1$, do mais positivo para o mais negativo.

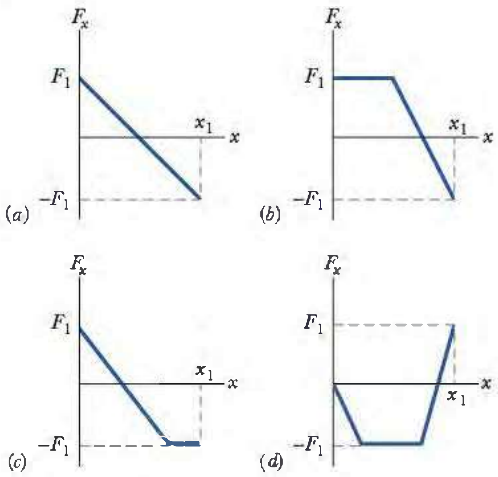

Figura 7-17 Pergunta 5.

6 A Fig. 7-18 mostra a componente F_x de uma força que pode agir sobre uma partícula. Se a partícula parte do repouso em $x = 0$, qual é sua coordenada quando (a) a energia cinética é máxima, (b) a velocidade é máxima e (c) a velocidade é nula? (d) Qual é o sentido da velocidade da partícula ao passar pelo ponto $x = 6$ m?

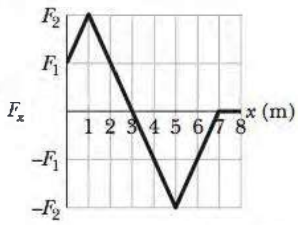

Figura 7-18 Pergunta 6.

7 Na Fig. 7-19, um porco ensebado pode escolher entre três escorregas para descer. Ordene os escorregas de acordo com o trabalho que a força gravitacional realiza sobre o porco durante a descida, do maior para o menor.

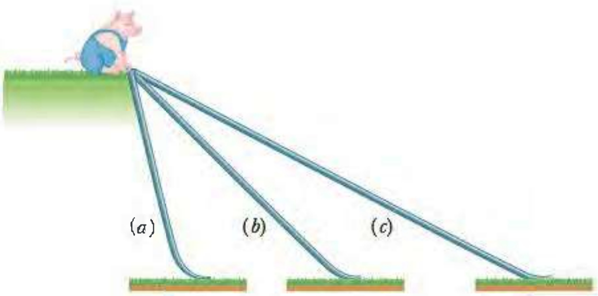

Figura 7-19 Pergunta 7.

8 A Fig. 7-20*a* mostra quatro situações nas quais uma força horizontal age sobre um mesmo bloco, que está inicialmente em repouso. Os módulos das forças são $F_2 = F_4 = 2F_1 = 2F_3$. A componente horizontal v_x da velocidade do bloco é mostrada na Fig. 7-20*b* para as quatro situações. (a) Que gráfico da Fig. 7-20*b* melhor corresponde a que força da Fig. 7-20*a*? (b) Que gráfico da Fig. 7-20*c* (da energia cinética K em função do tempo t) melhor corresponde a que gráfico na Fig. 7-20*b*?

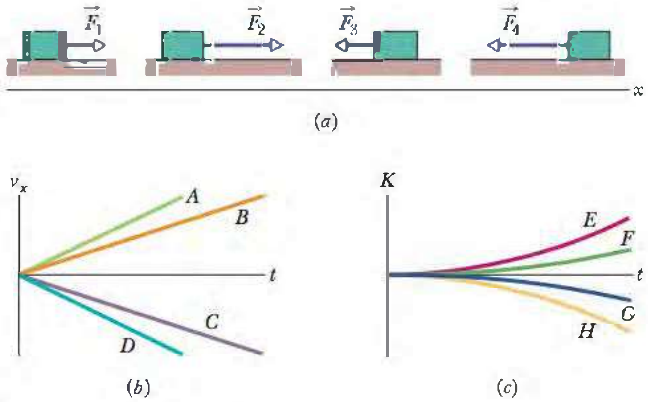

Figura 7-20 Pergunta 8.

9 A mola A é mais rígida que a mola B ($k_A > k_B$). A força elástica de que mola realiza mais trabalho se as molas são comprimidas (a) de uma mesma distância e (b) por uma mesma força?

10 Uma bola é arremessada ou deixada cair a partir do repouso da borda de um precipício. Qual dos gráficos na Fig. 7-21 poderia mostrar como a energia cinética da bola varia durante a queda?

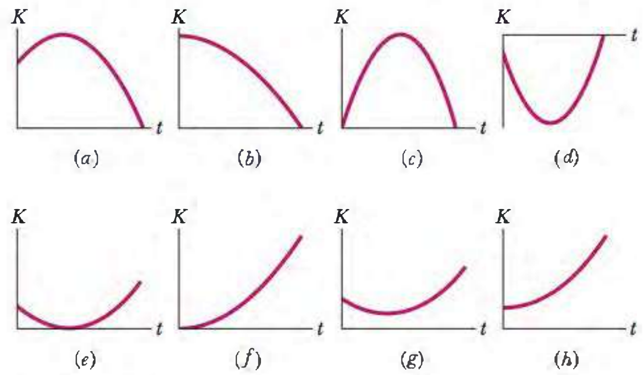

Figura 7-21 Pergunta 10.

PROBLEMAS

• – ••• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 7-3 Energia Cinética

•1 Um próton (massa $m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg) está sendo acelerado em linha reta a $3,6 \times 10^{15}$ m/s² em um acelerador de partículas. Se o próton tem uma velocidade inicial de $2,4 \times 10^7$ m/s e se desloca 3,5 cm, determine (a) a velocidade e (b) o aumento da energia cinética do próton.

•2 Se um foguete Saturno V e uma espaçonave Apolo acoplada ao foguete tinham uma massa total de $2,9 \times 10^5$ kg, qual era a energia cinética quando atingiram uma velocidade de 11,2 km/s?

•3 Em 10 de agosto de 1972, um grande meteorito atravessou a atmosfera sobre o oeste dos Estados Unidos e Canadá como uma pedra que ricocheteia na água. A bola de fogo resultante foi tão forte que pôde ser vista à luz do dia e era mais intensa que o rastro deixado por um meteorito comum. A massa do meteorito era aproximadamente 4×10^6 kg; sua velocidade, cerca de 15 km/s. Se tivesse entrado verticalmente na atmosfera terrestre, teria atingido a superfície da Terra com aproximadamente a mesma velocidade. (a) Calcule a perda de energia cinética do meteorito (em joules) que estaria associada ao impacto vertical. (b) Expresse a energia como um múltiplo da energia explosiva de 1 megaton de TNT, $4,2 \times 10^{15}$ J. (c) A energia associada à explosão da bomba atômica de Hiroshima foi equivalente a 13 quilotons de TNT. A quantas bombas de Hiroshima o impacto do meteorito seria equivalente?

••4 Uma conta com uma massa de $1,8 \times 10^{-2}$ kg está se movendo no sentido positivo do eixo x. A partir do instante $t = 0$, no qual a conta está passando pela posição $x = 0$ com uma velocidade de 12 m/s, uma força constante passa a agir sobre a conta. A Fig. 7-22 mostra a posição da conta nos instantes $t_0 = 0$, $t_1 = 1,0$, $t_2 = 2,0$ e $t_3 = 3,0$ s. A conta para momentaneamente em $t = 3,0$ s. Qual é a energia cinética da conta em $t = 10$ s?

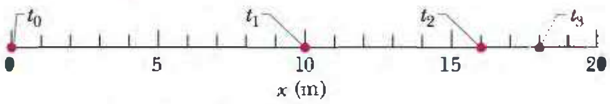

Figura 7-22 Problema 4.

••5 Em uma corrida, um pai tem metade da energia cinética do filho, que tem metade da massa do pai. Aumentando a velocidade em 1,0 m/s, o pai passa a ter a mesma energia cinética do filho. Qual é a velocidade escalar inicial (a) do pai e (b) do filho?

••6 Uma força $\vec{F}_a$ é aplicada a uma conta quando esta se move em linha reta, sofrendo um deslocamento de +5,0 cm. O módulo de $\vec{F}_a$ é mantido constante, mas o ângulo ϕ entre $\vec{F}_a$ e o deslocamento da conta pode ser escolhido. A Fig. 7-23 mostra o trabalho W realizado por $\vec{F}_a$ sobre a conta para valores de ϕ dentro de um certo intervalo; $W_0 = 25$ J. Qual é o trabalho realizado por $\vec{F}_a$ se ϕ é igual a (a) 64° e (b) 147°?

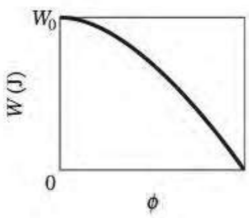

Figura 7-23 Problema 6.

Seção 7-5 Trabalho e Energia Cinética

•7 Um corpo de 3,0 kg está em repouso sobre um colchão de ar horizontal de atrito desprezível quando uma força horizontal constante $\vec{F}$ é aplicada no instante $t = 0$. A Fig. 7-24 mostra, em um gráfico estroboscópico, a posição da partícula a intervalos de 0,50 s. Qual é o trabalho realizado sobre o corpo pela força $\vec{F}$ no intervalo de $t = 0$ a $t = 2,0$ s?

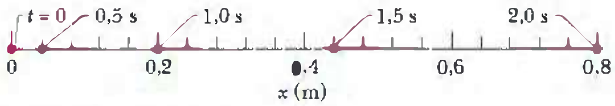

Figura 7-24 Problema 7.

•8 Um bloco de gelo flutuante é colhido por uma correnteza que aplica ao bloco uma força $\vec{F} = (210\text{ N})\hat{i} - (150\text{ N})\hat{j}$, fazendo com que o bloco sofra um deslocamento $\vec{d} = (15\text{ m})\hat{i} - (12\text{ m})\hat{j}$. Qual é o trabalho realizado pela força sobre o bloco durante o deslocamento?

•9 A única força que age sobre uma lata de 2,0 kg que está se movendo em um plano xy tem um módulo de 5,0 N. Inicialmente, a lata tem uma velocidade de 4,0 m/s no sentido positivo do eixo x; em um instante posterior, a velocidade passa a ser 6,0 m/s no sentido positivo do eixo y. Qual é o trabalho realizado sobre a lata pela força de 5,0 N nesse intervalo de tempo?

•10 Uma moeda desliza sobre um plano sem atrito em um sistema de coordenadas xy, da origem até o ponto de coordenadas (3,0 m, 4,0 m), sob o efeito de uma força constante. A força tem um módulo de 2,0 N e faz um ângulo de 100° no sentido anti-horário com o semieixo x positivo. Qual é o trabalho realizado pela força sobre a moeda durante esse deslocamento?

••11 Uma força de 12,0 N e orientação fixa realiza trabalho sobre uma partícula que sofre um deslocamento $\vec{d} = (2,00\hat{i} - 4,00\hat{j} + 3,00\hat{k})$ m. Qual é o ângulo entre a força e o deslocamento se a variação da energia cinética da partícula é (a) +30,0 J e (b) −30,0 J?

••12 Uma lata de parafusos e porcas é empurrada por 2,00 m ao longo de um eixo x por uma vassoura sobre um piso sujo de óleo (sem atrito) de uma oficina de automóveis. A Fig. 7-25 mostra o trabalho W realizado sobre a lata pela força horizontal constante da vassoura em função da posição x da lata. A escala vertical do gráfico é definida por $W_s = 6,0$ J. (a) Qual é o módulo da força? (b) Se a lata tivesse uma energia cinética inicial de 3,00 J, movendo-se no sentido positivo do eixo x, qual seria a energia cinética ao final do deslocamento de 2,00 m?

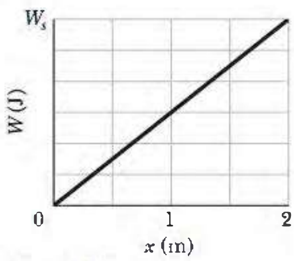

Figura 7-25 Problema 12.

••13 Um trenó e seu ocupante, com uma massa total de 85 kg, descem uma encosta e atingem um trecho horizontal retilíneo com uma velocidade de 37 m/s. Se uma força desacelera o trenó até o repouso a uma taxa constante de 2,0 m/s², determine (a) o módulo F da força, (b) a distância d que o trenó percorre até parar e (c) o trabalho W realizado pela força sobre o trenó. Quais são os valores de (d) F, (e) d e (f) W, se a taxa de desaceleração é 4,0 m/s²?

••14 A Fig. 7-26 mostra uma vista superior de três forças horizontais atuando sobre uma caixa que estava inicialmente em repouso e passou a se mover sobre um piso sem atrito. Os módulos das forças são $F_1 = 3{,}00$ N, $F_2 = 4{,}00$ N, e $F_3 = 10{,}0$ N e os ângulos indicados são $\theta_2 = 50{,}0°$ e $\theta_3 = 35{,}0°$. Qual é o trabalho total realizado sobre a caixa pelas três forças nos primeiros 4,00 m de deslocamento?

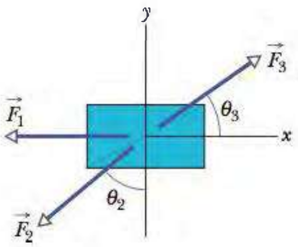

Figura 7-26 Problema 14.

••15 A Fig. 7-27 mostra três forças aplicadas a um baú que se desloca 3,00 m para a esquerda sobre um piso sem atrito. Os módulos das forças são $F_1 = 5{,}00$ N, $F_2 = 9{,}00$ N e $F_3 = 3{,}00$ N; o ângulo indicado é $\theta = 60°$. No deslocamento, (a) qual é o trabalho total realizado sobre o baú pelas três forças e (b) a energia cinética do baú aumenta ou diminui?

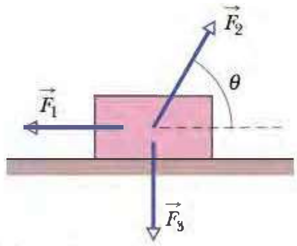

Figura 7-27 Problema 15.

••16 Um objeto de 8,0 kg está se movendo no sentido positivo de um eixo x. Quando passa pelo ponto $x = 0$, uma força constante dirigida ao longo do eixo passa a atuar sobre ele. A Fig. 7-28 mostra a energia cinética K em função da posição x quando o objeto se desloca de $x = 0$ a $x = 5{,}0$ m; $K_0 = 30{,}0$ J. A força continua a agir. Qual é a velocidade do objeto no instante em que passa pelo ponto $x = -3{,}0$ m?

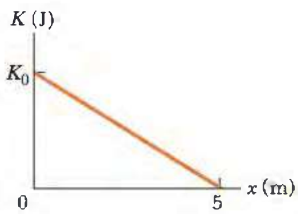

Figura 7-28 Problema 16.

Seção 7-6 Trabalho Realizado pela Força Gravitacional

•17 Um helicóptero levanta verticalmente, por meio de um cabo, uma astronauta de 72 kg até uma altura 15 m acima da superfície do oceano. A aceleração da astronauta é $g/10$. Qual é o trabalho realizado sobre a astronauta (a) pela força do helicóptero e (b) pela força gravitacional? Imediatamente antes de a astronauta chegar ao helicóptero, quais são (c) sua energia cinética e (d) sua velocidade?

•18 (a) Em 1975, o teto do velódromo de Montreal, com um peso de 360 kN, foi levantado 10 cm para que pudesse ser centralizado. Que trabalho foi realizado sobre o teto pelas forças que o ergueram? (b) Em 1960, uma mulher de Tampa, na Flórida, levantou uma das extremidades de um carro que havia caído sobre o filho quando o macaco quebrou. Se o desespero a levou a levantar 4000 N (cerca de 1/4 do peso do carro) por uma distância de 5,0 cm, que trabalho a mulher realizou sobre o carro?

••19 Na Fig. 7-29, um bloco de gelo escorrega para baixo em uma rampa sem atrito com uma inclinação $\theta = 50°$ enquanto um operário puxa o bloco (através de uma corda) com uma força $\vec{F}_r$ que tem um módulo de 50 N e aponta para cima ao longo da rampa. Quando o bloco desliza uma distância $d = 0{,}50$ m ao longo da rampa, sua energia cinética aumenta 80 J. Quão maior seria a energia cinética se o bloco não estivesse sendo puxado por uma corda?

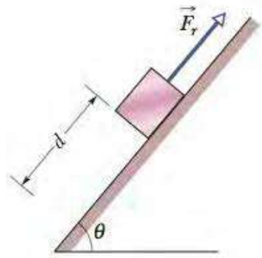

Figura 7-29 Problema 19.

••20 Um bloco é lançado para cima em uma rampa sem atrito, ao longo de um eixo x que aponta para cima. A Fig. 7-30 mostra a energia cinética do bloco em função da posição x; a escala vertical do gráfico é definida por $K_s = 40{,}0$ J. Se a velocidade inicial do bloco é 4,00 m/s, qual é a força normal que age sobre o bloco?

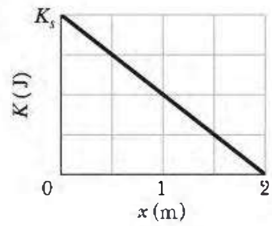

Figura 7-30 Problema 20.

••21 Uma corda é usada para baixar verticalmente um bloco de massa M, inicialmente em repouso, com uma aceleração constante para baixo de $g/4$. Após o bloco descer uma distância d, determine (a) o trabalho realizado pela força da corda sobre o bloco, (b) o trabalho realizado pela força gravitacional sobre o bloco, (c) a energia cinética do bloco; (d) a velocidade do bloco.

••22 Uma equipe de salvamento retira um espeleólogo ferido do fundo de uma caverna com o auxílio de um cabo ligado a um motor. O resgate é realizado em três etapas, cada uma envolvendo uma distância vertical de 10,0 m: (a) o espeleólogo, que estava inicialmente em repouso, é acelerado até uma velocidade de 5,00 m/s; (b) é içado com velocidade constante de 5,00 m/s; (c) finalmente, é desacelerado até o repouso. Qual é o trabalho realizado em cada etapa sobre o espeleólogo de 80,0 kg?

••**23** Na Fig. 7-31, uma força constante $\vec{F}_a$ de módulo 82,0 N é aplicada a uma caixa de sapatos de 3,00 kg a um ângulo $\phi = 53,0°$, fazendo com que a caixa se mova para cima ao longo de uma rampa sem atrito com velocidade constante. Qual é o trabalho realizado sobre a caixa por $\vec{F}_a$ após a caixa ter subido uma distância vertical $h = 0,150$ m?

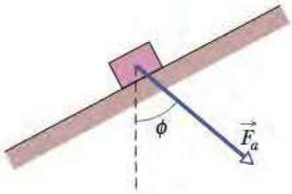

Figura 7-31 Problema 23.

••**24** Na Fig. 7-32, uma força horizontal $\vec{F}_a$ de módulo 20,0 N é aplicada a um livro de psicologia de 3,00 kg enquanto o livro escorrega por uma distância $d = 0,500$ m ao longo de uma rampa de inclinação $\theta = 30,0°$, subindo sem atrito. (a) Neste deslocamento, qual é o trabalho total realizado sobre o livro por $\vec{F}_a$, pela força gravitacional e pela força normal? (b) Se o livro tem energia cinética nula no início do deslocamento, qual é sua energia cinética final?

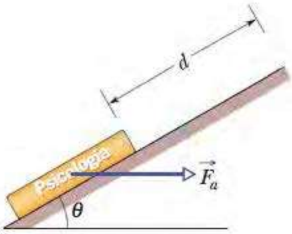

Figura 7-32 Problema 24.

••**25** Na Fig. 7-33, um pedaço de queijo de 0,250 kg repousa no chão de um elevador de 900 kg que é puxado para cima por um cabo, primeiro por uma distância $d_1 = 2,40$ m e depois por uma distância $d_2 = 10,5$ m. (a) No deslocamento d_1, se a força normal exercida sobre o bloco pelo piso do elevador tem um módulo constante $F_N = 3,00$ N, qual é o trabalho realizado pela força do cabo sobre o elevador? (b) No deslocamento d_2, se o trabalho realizado sobre o elevador pela força (constante) do cabo é 92,61 kJ, qual é o módulo de $\vec{F}_N$?

Figura 7-33 Problema 25.

Seção 7-7 Trabalho Realizado por uma Força Elástica

•**26** Na Fig. 7-9, devemos aplicar uma força de módulo 80 N para manter o bloco estacionário em $x = -2,0$ cm. A partir dessa posição, deslocamos o bloco lentamente até que a força aplicada realize um trabalho de +4,0 J sobre o sistema massa–mola. A partir desse instante, o bloco permanece em repouso. Qual é a posição do bloco? (*Sugestão:* existem duas respostas possíveis.)

•**27** Uma mola e um bloco são montados como na Fig. 7-9. Quando o bloco é puxado para o ponto $x = +4,0$ cm, devemos aplicar uma força de 360 N para mantê-lo nessa posição. Puxamos o bloco para o ponto $x = 11$ cm e o liberamos. Qual é o trabalho realizado pela mola sobre o bloco quando este se desloca de $x_i = +5,0$ cm para (a) $x = +3,0$ cm, (b) $x = -3,0$ cm, (c) $x = -5,0$ cm e (d) $x = -9,0$ cm?

•**28** Durante o semestre de primavera do MIT, os estudantes de dois dormitórios vizinhos travam batalhas com grandes catapultas feitas com meias elásticas montadas na moldura das janelas. Um balão de aniversário cheio de água colorida é colocado em uma bolsa presa na meia, que é esticada até a outra extremidade do quarto. Suponha que a meia esticada obedece à lei de Hooke com uma constante elástica de 100 N/m. Se a mangueira é esticada 5,00 m e liberada, que trabalho a força elástica da meia realiza sobre a bola quando a meia volta ao comprimento normal?

••**29** No arranjo da Fig. 7-9, puxamos gradualmente o bloco de $x = 0$ até $x = +3,0$ cm, onde fica em repouso. A Fig. 7-34 mostra o trabalho que nossa força realiza sobre o bloco. A escala vertical do gráfico é definida por $W_s = 1,0$ J. Em seguida, puxamos o bloco até $x = +5,0$ cm e o liberamos a partir do repouso. Qual é o trabalho realizado pela mola sobre o bloco quando este se desloca de $x_i = +5,0$ cm até (a) $x = +4,0$ cm, (b) $x = -2,0$ cm e (c) $x = -5,0$ cm?

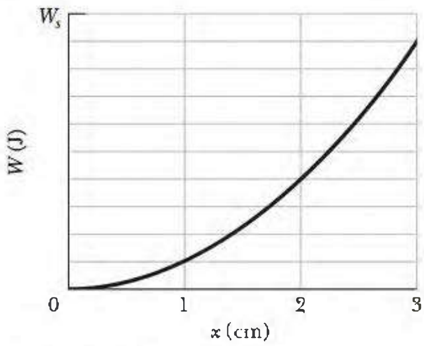

Figura 7-34 Problema 29.

••**30** Na Fig. 7-9*a*, um bloco de massa m repousa em uma superfície horizontal sem atrito e está preso a uma mola horizontal (de constante elástica k) cuja outra extremidade é mantida fixa. O bloco está em repouso na posição onde a mola está relaxada ($x = 0$) quando uma força $\vec{F}$ no sentido positivo do eixo x é aplicada. A Fig. 7-35 mostra o gráfico da energia cinética do bloco em função da posição x após a aplicação da força. A escala vertical do gráfico é definida por $K_s = 4,0$ J. (a) Qual é o módulo de $\vec{F}$? (b) Qual é o valor de k?

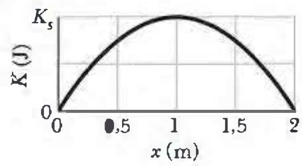

Figura 7-35 Problema 30.

••**31** A única força que age sobre um corpo de 2,0 kg enquanto se move no semieixo positivo de um eixo x tem uma componente $F_x = -6x$ N, com x em metros. A velocidade do corpo em $x = 3,0$ m é 8,0 m/s. (a) Qual é a velocidade do corpo em $x = 4,0$ m? (b) Para que valor positivo de x o corpo tem uma velocidade de 5,0 m/s?

••**32** A Fig. 7-36 mostra a força elástica F_x em função da posição x para o sistema massa–mola da Fig. 7-9. A escala vertical do gráfico é definida por $F_s = 160,0$ N. Puxamos o bloco até $x = 12$ cm e o liberamos. Qual é o trabalho realizado pela mola sobre o bloco ao se deslocar de $x_i = +8,0$ cm para (a) $x = +5,0$ cm, (b) $x = -5,0$ cm, (c) $x = -8,0$ cm e (d) $x = -10,0$ cm?

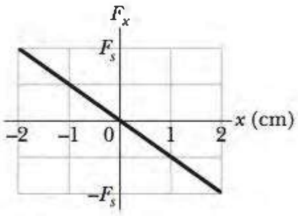

Figura 7-36 Problema 32.

•••33 O bloco na Fig. 7-9a está sobre uma superfície horizontal sem atrito e a constante elástica é 50 N/m. Inicialmente, a mola está relaxada e o bloco está parado no ponto $x = 0$. Uma força com módulo constante de 3,0 N é aplicada ao bloco, puxando-o no sentido positivo do eixo x e alongando a mola até o bloco parar. Quando este ponto é atingido, qual é (a) a posição do bloco, (b) o trabalho realizado sobre o bloco pela força aplicada e (c) o trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica? Durante o deslocamento do bloco, qual é (d) a posição do bloco na qual a energia cinética é máxima e (e) o valor desta energia cinética máxima?

Seção 7-8 Trabalho Realizado por uma Força Variável Genérica

•34 Um tijolo de 10 kg se move ao longo de um eixo x. A Fig. 7-37 mostra a aceleração do tijolo em função da posição. A escala vertical do gráfico é definida por $a_s = 20{,}0$ m/s². Qual é o trabalho total realizado sobre o tijolo pela força responsável pela aceleração quando o tijolo se desloca de $x = 0$ para $x = 8{,}0$ m?

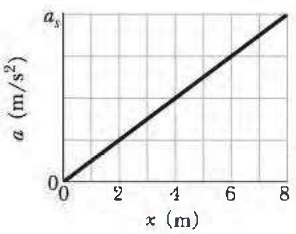

Figura 7-37 Problema 34.

•35 A força a que uma partícula está submetida aponta ao longo de um eixo x e é dada por $F = F_0(x/x_0 - 1)$. Determine o trabalho realizado pela força ao mover a partícula de $x = 0$ a $x = 2x_0$ de duas formas: (a) plotando $F(x)$ e medindo o trabalho no gráfico; (b) integrando $F(x)$.

•36 Um bloco de 5,0 kg se move em uma linha reta sobre uma superfície horizontal sem atrito sob a influência de uma força que varia com a posição, como mostra a Fig. 7-38. A escala vertical do gráfico é definida por $F_s = 10{,}0$ N. Qual é o trabalho realizado pela força quando o bloco se desloca da origem até $x = 8{,}0$ cm?

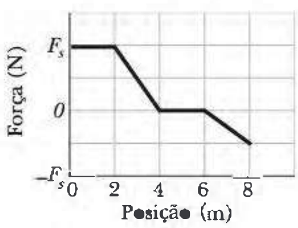

Figura 7-38 Problema 36.

••37 A Fig. 7-39 mostra a aceleração de uma partícula de 2,00 kg sob a ação de uma força $\vec{F}_a$ que desloca a partícula ao longo de um eixo x, a partir do repouso, de $x = 0$ a $x = 9{,}0$ m. A escala vertical do gráfico é definida por $a_s = 6{,}0$ m/s². Qual é o trabalho realizado pela força sobre a partícula até a partícula atingir o ponto (a) $x = 4{,}0$ m, (b) $x = 7{,}0$ m e (c) $x = 9{,}0$ m? Quais são o módulo e o sentido da velocidade da partícula quando ela atinge o ponto (d) $x = 4{,}0$ m, (b) $x = 7{,}0$ m e (c) $x = 9{,}0$ m?

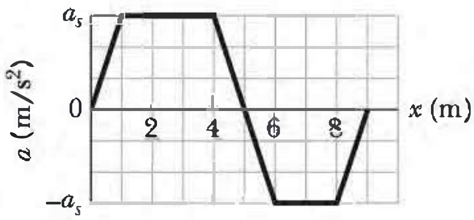

Figura 7-39 Problema 37.

••38 Um bloco de 1,5 kg está em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito quando uma força ao longo de um eixo x é aplicada ao bloco. A força é dada por $\vec{F}(x) = (2{,}5 - x^2)\hat{\text{i}}$ N, onde x está em metros e a posição inicial do bloco é $x = 0$. (a) Qual é a energia cinética do bloco ao passar pelo ponto $x = 2{,}0$ m? (b) Qual é a energia cinética máxima do bloco entre $x = 0$ e $x = 2{,}0$ m?

••39 Uma força $\vec{F} = (cx - 3{,}00x^2)\hat{\text{i}}$, onde $\vec{F}$ está em newtons, x em metros e c é uma constante, age sobre uma partícula que se desloca ao longo de um eixo x. Em $x = 0$, a energia cinética da partícula é 20,0 J; em $x = 3{,}00$ m, é 11,0 J. Determine o valor de c.

••40 Uma lata de sardinha é deslocada ao longo de um eixo x, de $x = 0{,}25$ m até $x = 1{,}25$ m, por uma força cujo módulo é dado por $F = e^{-4x^2}$, com x em metros e F em newtons. Qual é o trabalho realizado pela força sobre a lata?

••41 Uma única força atua sobre um objeto de 3,0 kg que se comporta como uma partícula, de tal forma que a posição do objeto em função do tempo é dada por $x = 3{,}0t - 4{,}0t^2 + 1{,}0t^3$, com x em metros e t em segundos. Determine o trabalho realizado pela força sobre o objeto de $t = 0$ a $t = 4{,}0$ s.

•••42 A Fig. 7-40 mostra uma corda presa a um carrinho que pode deslizar sobre um trilho horizontal sem atrito ao longo de um eixo x. A extremidade esquerda da corda é puxada através de uma polia de massa e atrito desprezíveis a uma altura $h = 1{,}20$ m em relação ao ponto onde está presa no carrinho, fazendo o carrinho deslizar de $x_1 = 3{,}00$ m até $x_2 = 1{,}00$ m. Durante o deslocamento, a tensão da corda se mantém constante e igual a 25,0 N. Qual é a variação da energia cinética do carrinho durante o deslocamento?

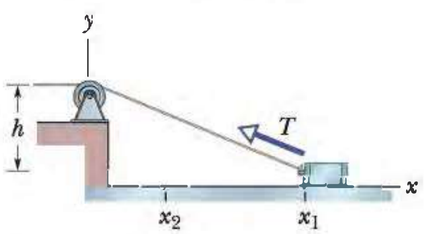

Figura 7-40 Problema 42.

Seção 7-9 Potência

•43 Uma força de 5,0 N age sobre um corpo de 15 kg inicialmente em repouso. Calcule o trabalho realizado pela força (a) no primeiro, (b) no segundo e (c) no terceiro segundo, assim como (d) a potência instantânea da força no fim do terceiro segundo.

•44 Um esquiador é puxado por uma corda para o alto de uma encosta que faz um ângulo de 12° com a horizontal. A corda se move paralelamente à encosta com uma velocidade constante de 1,0 m/s. A força da corda realiza 900 J de trabalho sobre o esquiador quando este percorre uma distância de 8,0 m encosta acima. (a) Se a velocidade constante da corda fosse 2,0 m/s, que trabalho a força da corda teria realizado sobre o esquiador para o mesmo deslocamento? A que taxa a força da corda realiza trabalho sobre o esquiador quando a corda se desloca com uma velocidade de (b) 1,0 m/s e (c) 2,0 m/s?

•45 Um bloco de 100 kg é puxado com velocidade constante de 5,0 m/s sobre um piso horizontal por uma força de 122 N que faz um ângulo de 37° acima da horizontal. Qual é a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre o bloco?

•46 Um elevador carregado tem uma massa de $3,0 \times 10^3$ kg e sobe 210 m em 23 s, com velocidade constante. Qual é a taxa média com a qual a força do cabo do elevador realiza trabalho sobre o elevador?

••47 Uma máquina transporta um pacote de 4,0 kg de uma posição inicial $\vec{d}_i = (0,50\text{ m})\hat{i} + (0,75\text{ m})\hat{j} + (0,20\text{ m})\hat{k}$ em $t = 0$ até uma posição final $\vec{d}_f = (7,50\text{ m})\hat{i} + (12,0\text{ m})\hat{j} + (7,20\text{ m})\hat{k}$ em $t = 12$ s. A força constante aplicada pela máquina ao pacote é $\vec{F} = (2,00\text{ N})\hat{i} + (4,00\text{ N})\hat{j} + (6,00\text{ N})\hat{k}$. Para esse deslocamento, determine (a) o trabalho realizado pela força da máquina sobre o pacote e (b) a potência média dessa força.

••48 Uma bandeja de 0,30 kg escorrega sobre uma superfície horizontal sem atrito presa a uma das extremidades de uma mola horizontal ($k = 500$ N/m) cuja outra extremidade é mantida fixa. A bandeja possui uma energia cinética de 10 J ao passar pela posição de equilíbrio (ponto em que a força elástica da mola é zero). (a) Com que taxa a mola está realizando trabalho sobre a bandeja quando esta passa pela posição de equilíbrio? (b) Com que taxa a mola está realizando trabalho sobre a bandeja quando a mola está comprimida de 0,10 m e a bandeja está se afastando da posição de equilíbrio?

••49 Um elevador de carga totalmente carregado tem uma massa total de 1200 kg, que deve içar 54 m em 3,0 min, iniciando e terminando a subida em repouso. O contrapeso do elevador tem uma massa de apenas 950 kg e, portanto, o motor do elevador deve ajudar. Que potência média é exigida da força que o motor exerce sobre o elevador através do cabo?

••50 (a) Em um certo instante, um objeto que se comporta como uma partícula sofre a ação de uma força $\vec{F} = (4,0\text{ N})\hat{i} - (2,0\text{ N})\hat{j} + (9,0\text{ N})\hat{k}$ quando sua velocidade é $\vec{v} = -(2,0\text{ m/s})\hat{i} + (4,0\text{ m/s})\hat{k}$. Qual é a taxa instantânea com a qual a força realiza trabalho sobre o objeto? (b) Em outro instante, a velocidade tem apenas a componente y. Se a força não muda e a potência instantânea é -12 W, qual é a velocidade do objeto nesse instante?

••51 Uma força $\vec{F} = (3,00\text{ N})\hat{i} + (7,00\text{ N})\hat{j} + (7,00\text{ N})\hat{k}$ age sobre um objeto de 2,00 kg que se move de uma posição inicial $\vec{d}_i = (3,00\text{ m})\hat{i} - (2,00\text{ m})\hat{j} + (5,00\text{ m})\hat{k}$ para uma posição final $\vec{d}_f = -(5,00\text{ m})\hat{i} + (4,00\text{ m})\hat{j} + (7,00\text{ m})\hat{k}$ em 4,00 s. Determine (a) o trabalho realizado pela força sobre o objeto no intervalo de 4,00 s, (b) a potência média desenvolvida pela força nesse intervalo e (c) o ângulo entre os vetores $\vec{d}_i$ e $\vec{d}_f$.

•••52 Um *funny car* acelera a partir do repouso, percorrendo uma certa distância no tempo T, com o motor funcionando com potência constante P. Se os mecânicos conseguem aumentar a potência do motor de um pequeno valor dP, qual é a variação do tempo necessário para percorrer a mesma distância?

Problemas Adicionais

53 A Fig. 7-41 mostra um pacote de cachorros-quentes escorregando para a direita em um piso sem atrito por uma distância $d = 20,0$ cm enquanto três forças agem sobre o pacote. Duas são horizontais e têm módulos $F_1 = 5,00$ N e $F_2 = 1,00$ N; a terceira faz um ângulo $\theta = 60,0°$ para baixo e tem um módulo $F_3 = 4,00$ N. (a) Qual é o trabalho *total* realizado sobre o pacote pelas três forças mais a força gravitacional e a força normal? (b) Se o pacote tem uma massa de 2,0 kg e uma energia cinética inicial igual a zero, qual é sua velocidade no final do deslocamento?

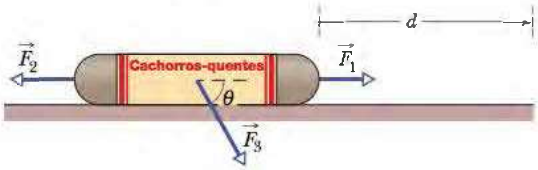

Figura 7-41 Problema 53.

54 A única força que age sobre um corpo de 2,0 kg quando o corpo se desloca ao longo de um eixo x varia da forma indicada na Fig. 7-42. A escala vertical do gráfico é definida por $F_s = 4,0$ N. A velocidade do corpo em $x = 0$ é 4,0 m/s. (a) Qual é a energia cinética do corpo em $x = 3,0$ m? (b) Para que valor de x o corpo possui uma energia cinética de 8,0 J? (c) Qual é a energia cinética máxima do corpo entre $x = 0$ e $x = 5,0$ m?

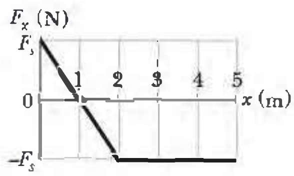

Figura 7-42 Problema 54.

55 Um cavalo puxa uma carroça com uma força de 40 lb que faz um ângulo de 30° para cima com a horizontal e se move com uma velocidade de 6,0 mi/h. (a) Que trabalho a força realiza em 10 min? (b) Qual é a potência média desenvolvida pela força em horsepower?

56 Um objeto de 2,0 kg inicialmente em repouso acelera uniformemente na horizontal até uma velocidade de 10 m/s em 3,0 s. (a) Nesse intervalo de 3,0 s, qual é o trabalho realizado sobre o objeto pela força que o acelera? Qual é a potência instantânea desenvolvida pela força (b) no fim do intervalo e (c) no fim da primeira metade do intervalo?

57 Um caixote de 230 kg está pendurado na extremidade de uma corda de comprimento $L = 12,0$ m. Você empurra o caixote horizontalmente com uma força variável $\vec{F}$, deslocando-o para o lado de uma distância $d = 4,00$ m (Fig. 7-43). (a) Qual é o módulo de $\vec{F}$ quando o caixote está na posição final? Neste deslocamento, quais são (b) o trabalho total realizado sobre o caixote, (c) o trabalho realizado pela força gravitacional sobre o caixote e (d) o trabalho realizado pela corda sobre o caixote? (e) Sabendo que o caixote está em repouso antes e depois do deslocamento, use as respostas dos itens (b), (c) e (d) para determinar o trabalho que a força $\vec{F}$ realiza sobre o caixote. (f) Por que o trabalho da força não é igual ao produto do deslocamento horizontal pela resposta do item (a)?

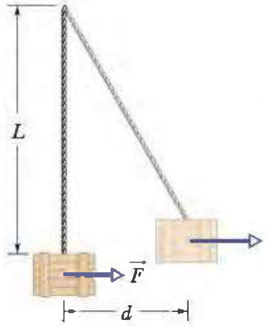

Figura 7-43 Problema 57.

58 Para puxar um engradado de 50 kg sobre um piso horizontal sem atrito, um operário aplica uma força de 210 N que faz um ângulo de 20° para cima com a horizontal. Em um deslocamento de 3,0 m, qual é o trabalho realizado sobre o engradado (a) pela força do operário, (b) pela força gravitacional e (c) pela força normal do piso? (d) Qual é o trabalho total realizado sobre o engradado?

59 Uma explosão no nível do solo produz uma cratera com um diâmetro proporcional à raiz cúbica da energia da explosão; uma explosão de 1 megaton de TNT deixa uma cratera de 1 km de diâmetro. Sob o lago Huron, em Michigan, existe uma cratera com 50 km de diâmetro, atribuída ao impacto de um asteroide no passado remoto. Qual é a energia cinética associada a esse impacto, em termos de (a) megatons de TNT (1 megaton equivale a $4{,}2 \times 10^{15}$ J) e (b) bombas de Hiroshima (uma bomba de Hiroshima equivale a 13 quilotons de TNT)? (Impactos de meteoritos e cometas podem ter alterado significativamente o clima da Terra no passado e contribuído para a extinção de dinossauros e outras formas de vida.)

60 Uma criança assustada desce por um escorrega de atrito desprezível em um parque de diversões apoiada pela mãe. A força da mãe sobre a criança é de 100 N para cima ao longo do escorrega e a energia cinética da criança aumenta de 30 J quando ela desce uma distância de 1,8 m. (a) Qual é o trabalho realizado sobre a criança pela força gravitacional durante a descida de 1,8 m? (b) Se a criança não tivesse o apoio da mãe, qual seria o aumento da energia cinética quando ela escorregasse a mesma distância de 1,8 m?

61 Qual é o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = (2x\text{ N})\hat{\text{i}} + (3\text{ N})\hat{\text{j}}$, com x em metros, ao deslocar uma partícula de uma posição $\vec{r}_i = (2\text{ m})\hat{\text{i}} + (3\text{ m})\hat{\text{j}}$ para uma posição $\vec{r}_f = -(4\text{m})\hat{\text{i}} - (3\text{m})\hat{\text{j}}$?

62 Um bloco de 250 g é deixado cair em uma mola vertical, inicialmente relaxada, cuja constante elástica é $k = 2{,}5$ N/cm (Fig. 7-44). O bloco fica acoplado à mola, comprimindo-a em 12 cm até parar momentaneamente. Nessa compressão, que trabalho é realizado sobre o bloco (a) pela força gravitacional e (b) pela força elástica? (c) Qual é a velocidade do bloco imediatamente antes de se chocar com a mola? (d) Se a velocidade no momento do impacto é duplicada, qual é a compressão máxima da mola?

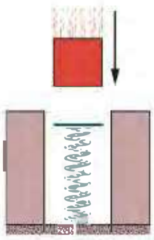

Figura 7-44 Problema 62.

63 Para empurrar um engradado de 25,0 kg para cima em um plano inclinado de 25° em relação à horizontal, um operário exerce uma força de 209 N paralela ao plano inclinado. Quando o engradado percorre 1,50 m, qual o trabalho realizado sobre ele (a) pela força aplicada pelo trabalhador, (b) pela força gravitacional e (c) pela força normal? (d) Qual é o trabalho total realizado sobre o engradado?

64 Caixas são transportadas de um local para outro de um armazém por meio de uma esteira que se move com uma velocidade constante de 0,50 m/s. Em um certo local, a esteira se move 2,0 m ao longo de uma rampa que faz um ângulo de 10° para cima com a horizontal, 2,0 m na horizontal e, finalmente, 2,0 m ao longo de uma rampa que faz um ângulo de 10° para baixo com a horizontal. Suponha que uma caixa de 2,0 kg é transportada pela esteira sem escorregar. Com que taxa a força da esteira sobre a caixa realiza trabalho quando a caixa se move (a) na rampa de 10° para cima, (b) horizontalmente e (c) na rampa de 10° para baixo?

65 Na Fig. 7-45, uma corda passa por duas polias ideais. Uma lata de massa $m = 20$ kg está pendurada em uma das polias e uma força $\vec{F}$ é aplicada à extremidade livre da corda. (a) Qual deve ser o módulo de $\vec{F}$ para que a lata seja levantada com velocidade constante? (b) Qual deve ser o deslocamento da corda para que a lata suba 2,0 cm? Durante esse deslocamento, qual é o trabalho realizado sobre a lata (c) pela força aplicada (através da corda) e (d) pela força gravitacional? (*Sugestão:* quando uma corda é usada da forma mostrada na figura, a força total com a qual a corda puxa a segunda polia é duas vezes maior que a tensão da corda.)

Figura 7-45 Problema 65.

66 Se um carro com uma massa de 1200 kg viaja a 120 km/h em uma rodovia, qual é a energia cinética do carro medida por alguém que está parado no acostamento?

67 Uma mola com um ponteiro está pendurada perto de uma régua graduada em milímetros. Três pacotes diferentes são pendurados na mola, um de cada vez, como mostra a Fig. 7-46. (a) Qual é a marca da régua indicada pelo ponteiro quando não há nenhum pacote pendurado na mola? (b) Qual é o peso P do terceiro pacote?

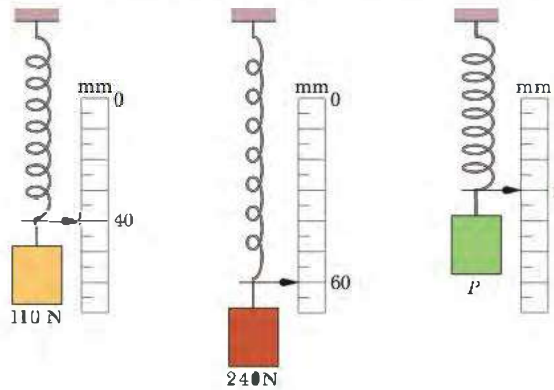

Figura 7-46 Problema 67.

68 Um trenó à vela está em repouso sobre a superfície de um lago congelado quando um vento repentino exerce sobre ele uma força constante de 200 N, na direção leste. Devido ao ângulo da vela, o vento faz com que o trenó se desloque em linha reta por uma distância de 8,0 m em uma direção 20° ao norte do leste. Qual é a energia cinética do trenó ao final desses 8,0 m?

69 Se um elevador de uma estação de esqui transporta 100 passageiros com um peso médio de 660 N até uma altura de 150 m em 60,0 s, com velocidade constante, que potência média é exigida da força que realiza este trabalho?

70 Uma força $\vec{F} = (4{,}0\text{N})\hat{\text{i}} + c\hat{\text{j}}$ age sobre uma partícula enquanto a partícula sofre um deslocamento $\vec{d} = (3{,}0\text{ m})\hat{\text{i}} - (2{,}0\text{ m})\hat{\text{j}}$. (Outras forças também agem sobre a partícula.) Qual é o valor de c se o trabalho realizado sobre a partícula pela força $\vec{F}$ é (a) 0, (b) 17 J e (c) -18 J?

71 Uma força constante de módulo 10 N faz um ângulo de 150° (no sentido anti-horário) com o sentido positivo do eixo x ao agir sobre um objeto de 2,0 kg que se move em um plano xy. Qual é o trabalho realizado pela força sobre o objeto quando ele se move da origem até o ponto cujo vetor posição é $(2{,}0\text{ m})\hat{\text{i}} - (4{,}0\text{ m})\hat{\text{j}}$?

72 Na Fig. 7-47*a*, uma força de 2,0 N, que faz um ângulo θ para baixo e para a direita com a horizontal, é aplicada a um bloco de 4,0 kg enquanto o bloco desliza 1,0 m para a direita em um piso horizontal sem atrito. Escreva uma expressão para a velocidade v_f do bloco após ser percorrida essa distância, para uma velocidade inicial de (a) 0 e (b) 1,0 m/s para a direita. (c) A situação da Fig. 7-47*b* é semelhante à do item (b), pois o bloco está inicialmente se deslocando para a direita com uma velocidade de 1,0 m/s, mas agora a força de 2,0 N está dirigida para baixo e para a esquerda. Escreva uma expressão para a velocidade v_f do bloco após ser percorrida uma distância de 1,0 m. (d) Plote as três expressões de v_f em função do ângulo θ, de $\theta = 0$ a $\theta = 90°$. Interprete os gráficos.

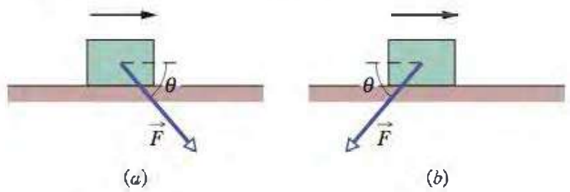

Figura 7-47 Problema 72.

73 Uma força $\vec{F}$ no sentido positivo de um eixo x age sobre um objeto que se move ao longo desse eixo. Se o módulo da força é $F = 10e^{-x/2{,}0}$ N, com x em metros, determine o trabalho realizado por $\vec{F}$ quando o objeto se desloca de $x = 0$ a $x = 2{,}0$ m (a) plotando $F(x)$ e estimando a área sob a curva e (b) integrando $F(x)$.

74 Uma partícula que se move em linha reta sofre um deslocamento retilíneo $\vec{d} = (8\text{ m})\hat{\text{i}} + c\hat{\text{j}}$ sob a ação de uma força $\vec{F} = (2\text{N})\hat{\text{i}} - (4\text{N})\hat{\text{j}}$. (Outras forças também agem sobre a partícula.) Qual é o valor de c se o trabalho realizado por $\vec{F}$ sobre a partícula é (a) zero, (b) positivo e (c) negativo?

75 Um elevador tem uma massa de 4500 kg e pode transportar uma carga máxima de 1800 kg. Se o elevador está subindo com a carga máxima a 3,80 m/s, que potência a força que move o elevador deve desenvolver para manter essa velocidade?

76 Um bloco de gelo de 45 kg desliza para baixo em um plano inclinado sem atrito de 1,5 m de comprimento e 0,91 m de altura. Um operário empurra o bloco para cima com uma força paralela ao plano inclinado, fazendo o bloco descer com velocidade constante. (a) Determine o módulo da força exercida pelo operário. Qual é o trabalho realizado sobre o bloco (b) pela força do operário, (c) pela força gravitacional, (d) pela força normal do plano inclinado e (e) pela força resultante?

77 Uma partícula que se move ao longo de um eixo x está submetida a uma força orientada no sentido positivo do eixo. A Fig. 7-48 mostra o módulo F da força em função da posição x da partícula. A curva é dada por $F = a/x^2$, com $a = 9{,}0\text{ N}\cdot\text{m}^2$. Determine o trabalho realizado pela força sobre a partícula quando a partícula se desloca de $x = 1{,}0$ m para $x = 3{,}0$ m (a) estimando o trabalho a partir do gráfico e (b) integrando a função da força.

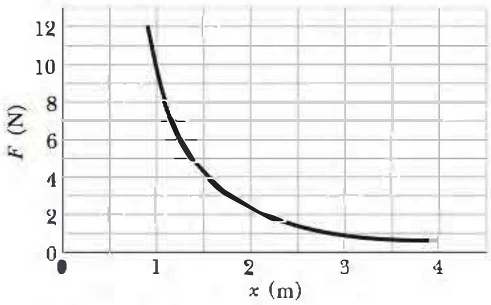

Figura 7-48 Problema 77.

78 Uma caixa de CD escorrega em um piso no sentido positivo de um eixo x enquanto uma força aplicada $\vec{F}_a$ age sobre a caixa. A força está orientada ao longo do eixo x e a componente x é dada por $F_{ax} = 9x - 3x^2$, com x em metros e F_{ax} em newtons. A caixa parte do repouso na posição $x = 0$ e se move até ficar novamente em repouso. (a) Plote o trabalho realizado por $\vec{F}_a$ sobre a caixa em função de x. (b) Em que posição o trabalho é máximo e (c) qual é o valor deste máximo trabalho? (d) Em que posição o trabalho se torna nulo? (e) Em que posição a caixa fica novamente em repouso?

79 Uma merendeira de 2,0 kg escorrega em uma superfície sem atrito no sentido positivo de um eixo x. A partir do instante $t = 0$, um vento constante aplica uma força à merendeira no sentido negativo do eixo x. A Fig. 7-49 mostra a posição x da merendeira em função do tempo t. A partir do gráfico, estime a energia cinética da merendeira (a) em $t = 1{,}0$ s e (b) em $t = 5{,}0$ s. (c) Qual é o trabalho realizado pelo vento sobre a merendeira entre $t = 1{,}0$ s e $t = 5{,}0$ s?

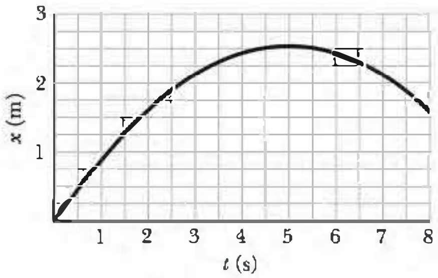

Figura 7-49 Problema 79.

80 *Integração numérica.* Uma caixa é deslocada ao longo de um eixo x de $x = 0{,}15$ m a $x = 1{,}20$ m por uma força cujo módulo é dado por $\vec{F} = e^{-2x^2}$, com x em metros e F em newtons. Qual é o trabalho realizado pela força sobre a caixa?