

**Department of Physics and Astronomy  
University of Heidelberg**

Bachelor Thesis in Physics  
submitted by

**Johannes Stefan Jacob Haux**

born July 13, 1989 in Tübingen (Germany)

**2015**

# Transport durch Dichtestabilitäten in einer Hele-Shaw Zelle

Johannes Haux  
2015

This Bachelor Thesis has been carried out by Johannes Stefan Jacob Haux at the  
Institute of Environmental Physics in Heidelberg  
under the supervision of  
Prof. Kurt Roth

# abstract

In this work we will show the influence of density driven instabilities and their



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Vorwort</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>11</b>
2.1	Poröse Medien . . . . .	11
2.2	Hydraulik . . . . .	11
2.3	Transport von gelösten Stoffen . . . . .	11
2.3.1	Konvektion . . . . .	12
2.3.2	Dispersion . . . . .	12
2.3.3	Diffusion . . . . .	12
2.3.4	Rayleigh Zahl . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>13</b>
3.0.5	Hele-Shaw Zelle . . . . .	13
3.0.6	Kamera . . . . .	13
3.0.7	Lichtquelle . . . . .	14
3.1	Verdunstungsexperiment . . . . .	14
3.2	CO <sub>2</sub> -Experiment . . . . .	15
3.3	CO <sub>2</sub> Experiment mit porösen Medium. . . . .	16
<b>4</b>	<b>Methoden</b>	<b>17</b>
4.1	Bildanalyse . . . . .	17
4.2	Detektion und Verfolgung des Tracers im Fall von Fingerbildung . . . . .	18
4.2.1	Detektion . . . . .	18
4.2.2	Länge . . . . .	18
4.2.3	Wachstum . . . . .	19
<b>5</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>21</b>
5.1	Verdunstungsexperiment . . . . .	21
5.2	CO <sub>2</sub> -Experiment . . . . .	21
5.3	CO <sub>2</sub> Experiment im porösen Medium . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Schlussfolgerungen</b>	<b>23</b>
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>25</b>
7.1	Verdunstungsexperiment . . . . .	25
7.2	CO <sub>2</sub> -Experiment . . . . .	25



# Abbildungsverzeichnis

3.2	Abmessungen der Hele-Shaw Zelle . Ansicht von oben und von der Seite. 1: Keil, 2: Dichtung und Abstandhalter, 3: Rahmen, 4: Glasplatte, 5: Füllung der Zelle. . . . .	13
3.1	Grundsätzlicher Aufbau der beiden durchgeführten Experimente. Zu sehen sind: 1: Hele-Shaw Zelle , 2: Lichtquelle, 3: Kasten, 4: Lüfter, 5: Computer, 6: CO <sub>2</sub> -Behälter, 7: Pumpe, 8: Kamera, 9: 3-Wege-Ventil, 10: Reservoir zum Halten des Wasserspiegels bei langen Experimenten. . . . .	14
3.3	Die heterogene Struktur des aufgeschütteten porösen Mediums. Die verschiedenen Bereiche unterschiedlicher Kugelgröße lassen sich mit Hilfe von Tabelle 3.4 zuordnen. Die Ausbreitung des Tracers ist mit einer gestrichelten weißen Linie markiert. Diese Aufnahme wurde mit einem vorgeschalteten 630 nm-Filter gemacht, wodurch die Ausbreitung besser hervorgehoben wird. . . . .	15
3.4	Absorbierende Eigenschaften von Bromkresol Grün . [Grimlock, 2015] . . . . .	16
5.1	Mit Hilfe der diskreten Fourieranalyse wird bestimmt wo sich die Finger befinden. Zusätzlich erhält man die dominierenden Abstände der Finger. Man kann gut erkennen, dass dieser bei $k = ??$ liegt. Das bereinigte Spektrum wird zur Fingerdetektion benutzt. . .	21
5.2	Um zu demonstrieren, dass die Methode zur Längenbestimmung funktioniert wurden in diesem Bild die Längen der Finger als Balken über ihre Position geplottet. Da die Finger aber nur in der Anfangsphase des Experiments gerade nach unten sinken kann man in Abbildung 5.3 ein Beispiel sehen, wo die Länge der Finger offensichtlich unterschätzt wird.	21
5.3	Nach $t = 5 \text{ min}$ kann die Fingerlänge nicht mehr sinnvoll bestimmt werden. . . . .	21
5.4	Farbumschläge des Bromkresol Grün in Verbindung mit verschiedenen Substanzen. Bromkresol Grün (1) in neutraler Form, d. h. im Gleichgewicht mit der umgebenden Luft, (2) in Kombination mit CO <sub>2</sub> . Man kann sehr gut den Ausschlag ins Gelbe erkennen. (3) mit den Glaskügelchen verschiedener Größen, (4) mit Glaskügelchen und CO <sub>2</sub> . . . . .	22





# Kapitel 1

## Vorwort

Während der Durchführung meiner Bachelorarbeit entstanden zunächst Ideen zu einem Experiment, dass sich schließlich, für den zur Verfügung stehenden Zeitraum, als nicht durchführbar herausstellte. In Folge dessen kam die Idee zu einem weiteren, für die zur Verfügung stehende Zeit besser geeigneterem Experiment. Aus diesem Grund teilt sich diese Arbeit in jedem ihrer Abschnitte immer in inhaltlich dem einen, wie dem anderen Experiment zugehörigen Bereiche.

Grundlegend für alle Fragestellungen, die im Laufe dieser Arbeit aufkamen, sind Dichteinstabilitäten, die zur treibenden Kraft von Prozessen werden, die mit Hilfe einer Hele-Shaw Zelle beobachtet werden sollen.

Zunächst wird die Frage gestellt, wie sich Verdunstungsphänomene auf Stofftransport in gesättigten, heterogenen, porösen Medien auswirken und zu Stofftransport von der Oberfläche in tiefere Schichten führt. Als Beispiel kann man sich einen Salzsee vorstellen, der dabei ist auszutrocknen und dabei Salz in tiefere Erdschichten einlagert. Beobachtet werden soll hier, in welchem Zeitraum Verdunstung beobachtbar wird und wie stark sie das untersuchte System beeinflusst.

In einem zweiten Ansatz wird die Frage gestellt,

wie sich in Wasser lösendes  $\text{CO}_2$  für Dichteinstabilitäten sorgt, die schließlich das gelöste Gas in tiefer Wasserbereiche führt. Auch hier lässt sich wieder ein sehr anwendungsbezogenes Beispiel finden, wie schon Fernandez et al. [2002] treffend festgestellt hat: Das Einlagern von  $\text{CO}_2$  in Gesteinsschichten setzt voraus, dass sich das  $\text{CO}_2$  lange genug auf dem Gestein aufhält. Sorgt man dafür, dass unterirdische Wasserreservoirs mit  $\text{CO}_2$  gesättigt werden kann man dieses Verhalten künstlich herbeiführen. Ein Verständnis dafür, wie sich  $\text{CO}_2$  in Wasser löst und bewegt ist dafür grundlegend. Hier soll beobachtet werden, wie sich Dichteinstabilitäten auf diese Weise in Wasser ausbilden und anschließend zu Durchmischung führen. Es wird erwartet, dass dabei Finger entstehen **cite**, deren Beschreibung das beobachtete Phänomen gut charakterisieren kann.

Diese Arbeit ist gegliedert in folgende Teile: Zunächst soll in Teil 2 eine theoretische Grundlage geschaffen werden, zum Verständnis der folgenden Abschnitte. Anschließend erkläre die Teile 3 „Experimenteller Aufbau“ und 4 „Bildanalyse“ die Methoden, mit denen Messdaten beschaffen und ausgewertet wurden. Die Ergebnisse dieser Messungen werden in Teil 5 „Ergebnisse“ präsentiert und diskutiert. Am Ende folgt eine Zusammenfassung mit Ausblick.



# Kapitel 2

## Grundlagen

Zur Beschreibung der beiden durchgeführten Hele-Shaw Zellen -Experimente sind zwei Themengebiete von Interesse: Zum einen wird ein Ansatz benötigt um poröse Medien zu charakterisieren, zum anderen muss verstanden werden, wie das Ausbilden von Dichteinstabilitäten von statten geht und wie sich beispielsweise dadurch Finger bilden.

### 2.1 Poröse Medien

Poröse Medien, wie beispielsweise Sand oder Ton, teilen den Raum, den sie füllen, in Matrix und Poren auf [Roth, 2012]. Matrix bezeichnet in diesem Fall die Bereiche, an dem sich das feste Medium befinden, der eigentliche Sand. Die Poren bilden den zunächst leeren Raum dazwischen. Als charakteristische Größen lassen sich die Porosität  $\phi$  und die Raumdichte  $\rho_{bulk}$  definieren:

$$\phi = \frac{V_{pore}}{V_{tot}} \quad (2.1)$$

$$\rho_{bulk} = \frac{m_{matrix}}{V_{tot}} = \frac{\phi}{1 - \phi} \quad (2.2)$$

$V_{pore}$  und  $V_{tot}$  bezeichnen die Volumina, die von den Poren, bzw insgesamt eingenommen werden,  $m_{matrix}$  die Masse der Matrix.

**navier + leitfähigkeit**

### 2.2 Hydraulik

Die Bewegung inkompressibler Fluidpartikel wird durch die Navier-Stoke Gleichung beschrieben:

$$\rho \dot{\vec{v}} = \rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \vec{f} \quad (2.3)$$

Hierbei bezeichnet  $\vec{v}$  die Geschwindigkeit des betrachteten Partikels,  $\nabla p$  den Druckgradienten und  $\mu \nabla^2 \vec{v}$  den Reibungsterm.  $\vec{f}$  steht für äußere Kräfte, die auf das System wirken, wie zum Beispiel die Gravitationskraft. [Roth, 2012]

Möchte man die Bewegung oben genannter Fluidpartikel in porösen Medien beschreiben werden zusätzliche Informationen benötigt, das sich die Partikel nur durch die Poren bewegen können:  $\theta = \frac{V_{water}}{V_{tot}}$  bezeichnet den Wassergehalt,  $\Theta = \frac{\theta}{\phi}$  die Sättigung des betrachteten Mediums. Dabei gilt  $\theta \leq \phi$ . Beträgt die Sättigung weniger als 1 ist nicht der gesamte Porenraum mit Wasser gefüllt. Für  $\theta = \phi$  reicht es nur die Bewegung der Flüssigkeit um die Matrix zu beschreiben. Der Fluss des Wassers durch die Poren wird durch  $\vec{j}_w = \theta \cdot \vec{v}$  beschrieben. Aus der Massenerhaltung folgt:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot \vec{j}_w \quad (2.4)$$

Mit der Leitfähigkeit  $K$  stellt *Darcy's Gesetz* eine Verbindung zwischen Fluss und Einwirkungskräften her:

$$\vec{j}_w = -K [\Delta p - \rho \vec{g}] \quad (2.5)$$

### 2.3 Transport von gelösten Stoffen

Der Transport von gelösten Stoffen in porösen Medien wird dominiert durch die Bewegung des Wassers. Allerdings spielen auch Diffusion und Dispersion eine Rolle. Gelöste Stoffe können Tracer wie Brilliant Blue oder Bromkresol Grün sein, aber auch Gase wie  $\text{CO}_2$ .

### 2.3.1 Konvektion

Mit Konvektion wird der Transport von Masse durch Bewegung eines Fluids bezeichnet. Dominiert nur dieser Effekt, bewegen sich alle Tracerpartikel entlang der Strömungsrichtung des Wassers. Das Geschwindigkeitsfeld des Wassers wird durch das Vektorfeld  $\vec{v}(\vec{x})$  beschrieben, der Verteilung des Tracers durch das Skalarfeld  $C(\vec{x})$ . Die Änderung der Konzentration des Tracers durch die Bewegung des Fluids ist somit durch folgende Differtialgleichung:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\vec{v}\vec{\nabla}C \quad (2.6)$$

### 2.3.2 Dispersion

Mit Dispersion bezeichnet man in unserem Fall den Effekt, dass Tracerpartikel im Porenraum trotz nächster Nähe zueinander unterschiedlich schnell sein können. Dieser Effekt wird auch Tayler-Aris Dispersion bezeichnet und kommt dadurch zustande, dass sich das Fluid aufgrund von Reibungseffekten am Rand der Poren langsamer bewegt als in deren Mitte.

### 2.3.3 Diffusion

Diffusion, also die Bewegung eines Partikels entlang des Konzentrationsgradienten, wird durch die Brownsche Molekularbewegung verursacht. Durch Diffusion wird der Konzentrationsgradient, auch ohne vorhandene Bewegung des Fluids, stattfinden. Der Partikelfluss  $\vec{j}_C$  wird durch das erste Ficksche

Gesetz beschrieben:

$$\vec{j}_C = D\vec{\nabla}C \quad (2.7)$$

Mit Hilfe des molekularen Diffusionskoeffizienten beschreibt das zweite Ficksche Gesetz die Konzentrationsänderung über die Zeit:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_m \cdot \vec{\nabla}^2 C \quad (2.8)$$

Das poröse Medium schränkt den Raum, in den die Tracerpartikel diffundieren können ein. Millington und Quirk [1961] definieren hierfür zwei effektive Diffusionskoeffizienten:

$$D_{eff}^{diff} = D_m \cdot \frac{\theta^{\frac{7}{3}}}{\phi^2} \quad (2.9)$$

$$D_{eff}^{diff} = D_m \cdot \frac{\theta}{\phi^{\frac{3}{2}}} \quad (2.10)$$

Da in allen Experimenten Sättigung vorliegt ( $\Theta = 1$ ) kann die obige Gleichung umgeschrieben werden zu

$$D_{eff}^{diff} = D_m \cdot \phi^{\frac{1}{3}} \quad (2.11)$$

### 2.3.4 Rayleigh Zahl

Zur Abschätzung, wann in den Hele-Shaw Zelle - Experimenten konvektive gegenüber diffusiven Prozessen und umgekehrt überwiegen, schlagen Fernandez, Kurowski, Petitjeans, and Meiburg

**solute transport Konduktivität und Diffusivität = Reynolds**

# Kapitel 3

## Experimenteller Aufbau

Aufbau	Höhe	Breite	Abstand
Verdunstungs-experiment	500 mm	273 mm	3 mm
CO <sub>2</sub> - Experimente	250 mm	273 mm	2,1 mm
	500 mm	273 mm	2,1 mm

Tabelle 3.1: Dimensionierung der Hele-Shaw Zellen für die beiden durchgeführten Experimente. Siehe auch Abbildung 3.2.

Für beide in Teil 1 beschriebenen Fragestellungen ist die Dynamik der betrachteten Systeme interessant. Daher wird jeweils ein “Licht-Transmissions-Experiment” durchgeführt. Hierzu wird eine Hele-Shaw Zelle vor einer homogenen Lichtquelle platziert. Das Licht, das die Zelle durchdringt, wird von einer Digitalkamera aufgezeichnet und für die spätere Auswertung gespeichert. **Beschreiben was ich beobachten will**

### 3.0.5 Hele-Shaw Zelle

Grundsätzlich besteht die Zelle aus zwei Glasplatten, die einem kleinen Abstand zueinander parallel angeordnet sind. Bei diesem Aufbau ist der Zwischenraum an drei der vier Seiten abgedichtet, sodass kein Wasser abfließen kann. Dies wird gewährleistet, indem die Glasplatten mit Hilfe von Keilen in einen Rahmen und gegen die Dichtungsgummis, welche auch als Abstandhalter dienen, gepresst werden. Die offene Seite der Zelle zeigt nach oben. Am unteren Ende der Zelle befindet sich ein Ausfluss, über den die Zelle kontrolliert mit Wasser oder einer gewünschten Lösung befüllt werden kann. Die Abmessungen der verwendeten Zellen

sind in Tabelle 3.1 festgehalten.

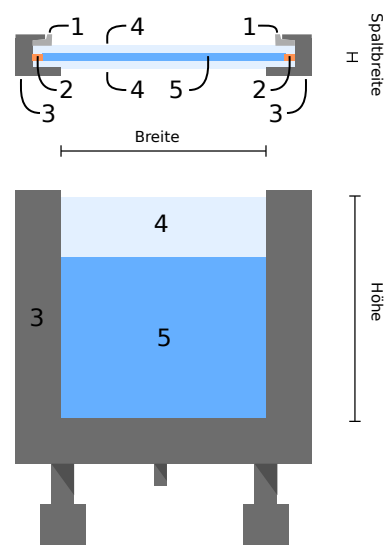


Abbildung 3.2: Abmessungen der Hele-Shaw Zelle . Ansicht von oben und von der Seite. 1: Keil, 2: Dichtung und Abstandhalter, 3: Rahmen, 4: Glasplatte, 5: Füllung der Zelle.

Der Vorteil einer Hele-Shaw Zelle ist, dass man mit ihr Beobachtungen zweidimensionaler Natur machen kann.

### 3.0.6 Kamera

Die Messung wird mit Hilfe einer **AVT Pike F-505B** -Kamera durchgeführt. Diese wurde schon von Heberle [2010] zum Einsatz gebracht und ausführlich beschrieben.

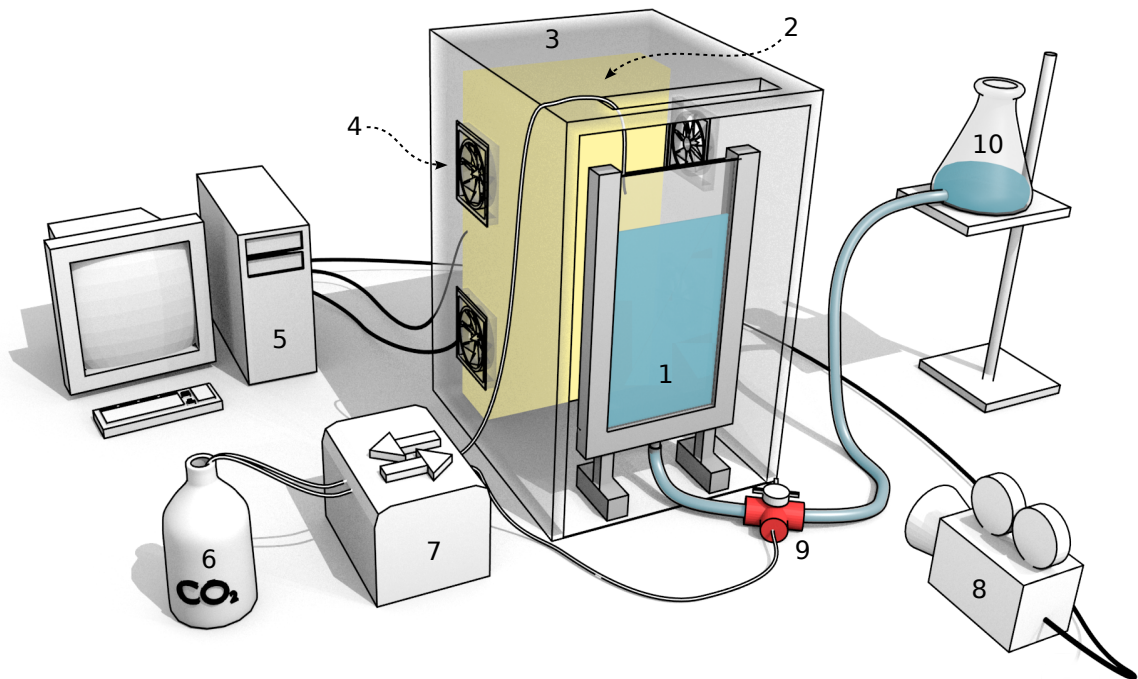


Abbildung 3.1: Grundsätzlicher Aufbau der beiden durchgeführten Experimente. Zu sehen sind: 1: Hele-Shaw Zelle, 2: Lichtquelle, 3: Kasten, 4: Lüfter, 5: Computer, 6: CO<sub>2</sub>-Behälter, 7: Pumpe, 8: Kamera, 9: 3-Wege-Ventil, 10: Reservoir zum Halten des Wasserspiegels bei langen Experimenten.

Komponente	Eigenschaft
Kamera	AVT Pike F-505B
Sensortyp	CCD
Farbtiefe	14 bit, monochrom
Auflösung	2452 × 2054 Pixel
Schnittstelle	IEEE1394-B
Objektiv	Fujinon HF50SA-1
Brennweite	50 mm
<b>Filter 1</b>	452 nm, FWHM 9 nm
Filter 2	632 nm, FWHM 11 nm

Tabelle 3.2: Herstellerangaben zur verwendeten Kamera, sowie des Objektivs und der Filter.

Die Daten in Tabelle 3.2 sind aus dieser Arbeit sowie dem Internetauftritt des Herstellers [Allied-Vision, 2015] entnommen. Die Kamera kann über eine Firewire Schnittstelle gesteuert und ausgelesen werden. Auch das Auswählen des benötigten Filters kann mit Hilfe eines Filterrads vom Computer aus geschehen.

### 3.0.7 Lichtquelle

Zur Durchleuchtung der Zelle wird ein Array aus LEDs der Farben Rot, Grün und Blau verwendet. Eine davor gespannte Diffusorfolie sorgt für räumlich gleichmäßige Beleuchtung. Die Lichtquelle befindet sich zusätzlich in einem mit Aluminiumfolie ausgekleideten Kasten, in welchen auch Lüfter eingebaut sind. Per Computer lassen sich die LEDs zusammen mit der Lüftung ein und ausschalten. Auch hierzu finden sich wieder ausführliche Informationen bei Buchner [2009] und Heberle [2010].

## 3.1 Verdunstungsexperiment

**Was will ich beobachten?** Für den ersten Versuch wird ein bereits vorhandener Aufbau von Feustel [2014] verwendet, der aus einem porösen Medium mit räumlich stark heterogenen Eigenschaften besteht. Hierbei ist die große Hele-Shaw Zelle

ist mit Glaskügelchen verschiedener Größen gefüllt. Dabei entstehen Regionen, die sich jeweils über einen Teil der Zellbreite erstrecken, wie in Abbildung 3.3 zu sehen ist. Die Größen der verwendeten Kugeln (*SiLi-Beads*) der Firma *Sigmund-Lindner GmbH* sind in Tabelle 3.4 notiert.

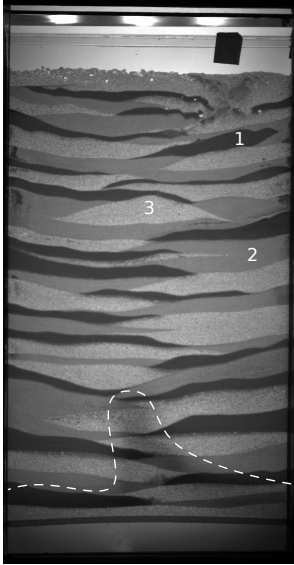


Abbildung 3.3: Die heterogene Struktur des aufgeschütteten porösen Mediums. Die verschiedenen Bereiche unterschiedlicher Kugelgröße lassen sich mit Hilfe von Tabelle 3.4 zuordnen. Die Ausbreitung des Tracers ist mit einer gestrichelten weißen Linie markiert. Diese Aufnahme wurde mit einem vorgeschalteten 630 nm-Filter gemacht, wodurch die Ausbreitung besser hervorgehoben wird.

	Durchmesser [mm]	Stdabw. d. Ø [mm]	Raumgewicht [kg dm <sup>-3</sup> ]
①	0,07 - 0,11	0,06	1,37
②	0,2 - 0,3	0,03	1,44
③	0,4 - 0,6	0,21	1,47

Tabelle 3.3: Daten der verwendeten *SiLi-Beads*. Die Materialdichte der Kugeln beträgt 2,5 kg dm<sup>-3</sup>. Entnommen aus Feustel [2014].

Für dieses Experiment wurde der Zufluss am unteren Rand der Zelle so eingerichtet, dass sowohl CO<sub>2</sub> als auch Wasser oder gelöstes Brilliant Blue kontrolliert in die Zelle geleitet werden können.

Brilliant Blue ist eine Nahrungsmittelfarbe, welche hier in einer Konzentration von 0,05 g L<sup>-1</sup> verwendet wird. Der Farbstoff absorbiert im Wellenlängenbereich von 630 nm maximal. Eine Brilliant Blue Lösung kann also gut mit dem passenden Filter vor der Kamera verfolgt werden. Siehe auch hierzu Abbildung 3.3. Um Luft einschüsse zwischen den Glaskugeln beim Befüllen der Zelle zu vermeiden wird vor dem Fluten mit Wasser CO<sub>2</sub> durch die Zelle gespült. Dazu wird eine Flasche mit etwas Trockeneis befüllt und anschließend das entstehende Gas in die Zelle geleitet. Dazu wird die Flasche, mit der Öffnung leicht nach unten geneigt, auf den Kasten, in dem sich die Zelle befindet gelegt. Ein Schlauch verbindet Flaschenöffnung und untere Zufuhr, sodass das Gas einfach durch die Zelle hindurchfließt, da gasförmiges CO<sub>2</sub> schwerer als Luft ist. Nach etwa ein bis zwei Stunden wird angenommen, dass die gesamte Luft aus der Zelle verdrängt wurde und es wird Wasser zugeführt. In diesem löst sich das Gas, sodass das poröse Medium komplett mit einer Wasser-CO<sub>2</sub> -Lösung gefüllt ist. Um unerwartete Effekte, ggf. ausgelöst durch das CO<sub>2</sub>, zu vermeiden wird anschließend noch mehrmals Wasser durch die Zelle gepumpt, damit möglichst kein gelöstes CO<sub>2</sub> in der Zelle zurückbleibt. Zum Beginn des Experiments wird der Wasserspiegel auf Höhe der obersten Kugelschicht gesenkt und die Pumpschläuche entfernt. Die Kamera filmt das Experiment mit einer Bildrate von 1 Bild/h. Ein Skript steuert die Beleuchtung, sodass diese nur während der Bildaufnahme angeschaltet ist.

### 3.2 CO<sub>2</sub> -Experiment

Für das zweite Experiment wurde die Hele-Shaw Zellen mit einer Bromkresol Grün Lösung mit einer Konzentration von 3,5 mg L<sup>-1</sup> befüllt. Bromkresol Grün ist eine Indikatorlösung, die von blau zu gelb umschlägt, wenn sich der pH-Wert in einem Bereich von 5,4 bis 3,9 ändert. Reines Wasser, das nur mit Luft in Kontakt ist, hat einen pH-Wert von 5,6, wohingegen Wasser, in dem sich CO<sub>2</sub> gelöst hat, einen pH-Wert von 3,9 annimmt. Die ursprünglich fast neutrale Lösung absorbiert stark im 630 nm-Bereich während nach dem pH-Wert induzierten Farbumschlag das Maximum der Absorption bei 450 nm liegt. Dieses Verhalten wird in Abbildung 3.4 deutlich gemacht.

	Durchmesser [mm]	Stdabw. d. Ø [mm]	Raumgewicht [kg dm <sup>-3</sup> ]
④	1,0	0,3	1,10

Tabelle 3.4: Daten der verwendeten *SiLi-Beads Typ P*. Die Materialdichte der Kugeln beträgt 2,23 kg dm<sup>-3</sup>. Entnommen aus Lindner [2015].

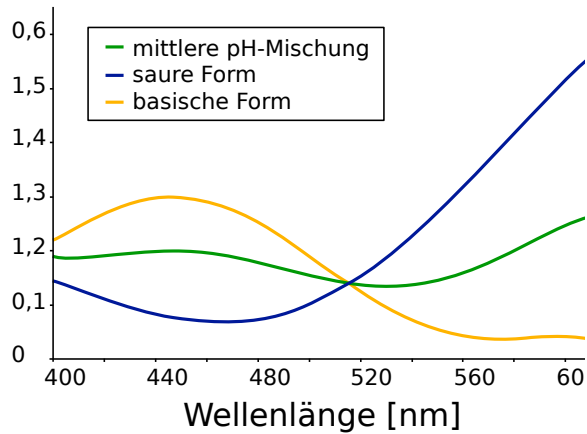


Abbildung 3.4: Absorbierende Eigenschaften von Bromkresol Grün . [Grimlock, 2015]

Diese Eigenschaft passt sehr gut zu den zur Verfügung stehenden Filtern und macht es möglich zu verfolgen wo CO<sub>2</sub> in Wasser gelöst ist. Die Kamera filmt wieder das Experiment, dieses mal jedoch mit einer sehr viel höheren Bildrate von ca. 1 Bild/min. Es werden Aufnahmen mit dem 630 nm- und dem 450 nm-Filter gemacht, sowie Aufnahmen bei geschlossenem Objektiv, die später zur Dunkelstromkorrektur verwendet werden sollen. Mit Start des Experiments, frühestens jedoch nach der ersten Aufnahme, wird von oben CO<sub>2</sub> in die Zelle geleitet. Auch hier geschieht dies mit Hilfe von Trockeneis, dieses Mal allerdings wird das freigesetzte Gas bei niedriger Rate gepumpt. Damit sich in dem Behältnis für das Gas wirklich nur CO<sub>2</sub> befindet, ist dieses nach oben hin geöffnet, sodass die leichtere Luft verdrängt wird. Zwischen Lösung und oberer Kante der Glasplatten wurde ausreichend Platz gelassen, sodass sich eine breitere CO<sub>2</sub>-Schicht bilden kann.

### 3.3 CO<sub>2</sub> Experiment mit porösen Medium.

In einem Versuch die Aufbauten des Verdunstungs-experiments und des CO<sub>2</sub>-Experiments zu kombinieren, wird die Hele-Shaw Zelle ähnlich wie in Teil 3.1 beschrieben mit den dort verwendeten Glaskügelchen befüllt. Anschließend wird die Zelle von unten mit der Bromkresol Grün -Lösung befüllt. Wieder geschieht dies möglichst langsam, um Luft einschüsse zu verhindern. Zusätzlich zu den oben genutzten Kügelchen wurden in einem weiteren Test Borosilikatkugeln mit Bromkresol Grün zusammengebracht. Das verwendete Borosilikatglas ist chemisch beständiger gegenüber Wasser als die für das Verdunstungsexperiment verwendeten [Lindner, 2015]. Die Eigenschaften der Kugeln sind in Tabelle 3.3 festgehalten.



# Kapitel 4

## Methoden

Alle durchgeführten Experimente wurden, wie in Kapitel 3 beschrieben, mit Hilfe einer Kamera aufgezeichnet. Die Auswertung beruht daher in einem ersten Schritt darin die gewünschten Informationen aus den Bildern zu gewinnen. In allen durchgeführten Experimenten ist dies die Verfolgung eines Tracers, welcher andere Absorptionseigenschaften hat, als das ihn umgebende Material. In einem nächsten Schritt werden die so gewonnenen Daten genommen und weiter ausgewertet, um Informationen über das Verhalten der Beobachteten Phänomene zu erhalten.

Im Folgenden werden häufig die Begriffe “Helligkeit”, “Grauwert” und “Intensität” synonym verwendet. Sie bezeichnen alle die selbe Information: Den Grauwert  $i \geq 0$  eines Pixels, bzw. die Grauwerte eines Pixelarrays.

### 4.1 Bildanalyse

Die vorgenommenen Bildanalysen wurden mit Hilfe von Python (Version 2.7) durchgeführt. Ein Bild, welches von OpenCV eingelesen wird besteht aus drei 8 bit Kanälen. Da die Kamera aber ein monochromes Bild aufgezeichnet hat, ist davon auszugehen, dass das eigentlich einkanalige Bild künstlich auf drei Kanäle umgerechnet wurde. Der Einfachheit halber wird über die Kanäle gemittelt und man erhält ein Array aus Grauwerten mit dem weiter gerechnet wird.

Zur Bestimmung der Position eines Tracers stehen verschiedene Möglichkeiten zu Verfügung. Unter der Annahme, dass die aufgezeichneten Bilder  $\mathbf{B}$  zu allen Zeiten in allen Bereichen gleich belichtet sind, kann man ein Referenzbild  $\mathbf{R}$  vom Rest der Bilder abziehen. Als Referenz wird das erste Bild

der Messung, bei noch unverändertem Ausgangszustand gewählt. Als Ergebnis erhält man Matrizen  $\mathbf{C}$ , welche in unveränderten Bereichen den Wert Null annehmen, ansonsten aber ungleich null sind:

$$\mathbf{C} = \mathbf{B} - \mathbf{R} \quad (4.1)$$

Allerdings lässt sich leicht feststellen, dass die aufgezeichneten Bilder in ihrer Helligkeit schwanken. Bilder die früher aufgezeichnet wurden sind heller, als solche, die später gemacht wurden. Um diesem Effekt entgegenzuwirken wird ein Algorithmus implementiert, der einen Bildbereich betrachtet, dessen Helligkeit während der gesamten Messung konstant bleiben sollte. Sei  $\mathbf{B}$  ein beliebiges Bild der Messreihe und  $\mathbf{R}$  das Referenzbild. Dann sind  $M(\mathbf{B})$  und  $M(\mathbf{R})$  die Arrays aus  $N$  Pixeln, die den Bildbereich mit konstanter Intensität beschreiben. Aus allen Elementen wird der jeweilige Mittelwert dieser beiden Matrizen errechnet:

$$\mu_{\mathbf{B}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M(\mathbf{B})_i \quad (4.2)$$

$$\mu_{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M(\mathbf{R})_i \quad (4.3)$$

Aus diesen Werten lässt sich nun ein Faktor  $f$  zur Korrektur des Bildes errechnen, da gilt:

$$\mu_{\mathbf{R}} = f \cdot \mu_{\mathbf{B}} \quad (4.4)$$

Damit lassen sich alle Grauwerte des Bildes auf den passenden Wert korrigieren ( $\mathbf{B}_{neu} = f \cdot \mathbf{B}$ ) und man erhält einen neuen Wert für die Differenzmatrix:

$$\mathbf{C} = f \cdot \mathbf{B} - \mathbf{R} \quad (4.5)$$

Neben der schwankenden Helligkeit fällt auch noch auf, dass die LED-Beleuchtung zu einer Vignettierung der Aufnahme führt, da die Beleuchtung in der Mitte stärker als an den Rändern. Ein einfaches Subtrahieren der Bilder führt also zu einer Unterschätzung der absoluten Grauwerte im Außenbereich, bzw. zu einer Überschätzung im Innenbereich des Bildes. Unter der Annahme, dass diese Vignettierung über den Zeitraum der Messung konstant bleibt, wird anstelle der Subtraktion eine Division durchgeführt, d. h. jedes Pixel  $\mathbf{b}_{nm}$  des untersuchten Bildes wird durch das Pixel  $\mathbf{r}_{nm}$  des Referenzbildes an selber Stelle geteilt, wobei gilt  $\mathbf{B} = \mathbf{b}_{nm}$  und  $\mathbf{R} = \mathbf{r}_{nm}$ . Zusammen mit Gleichung 4.5 erhält man folgende Bildungsvorschrift für die Quotientenbilder:

$$\mathbf{C} = \mathbf{c}_{nm} = \frac{f * \mathbf{b}_{nm}}{\mathbf{r}_{nm}} \quad (4.6)$$

Die Werte von  $\mathbf{C}$  nehmen den Wert 1 überall dort an, wo Referenz- und betrachtetes Bild gleich sind. Der Tracer befindet sich also dort, wo gilt  $\mathbf{c}_{nm} \neq 1$ .

Zur leichteren Interpretation werden die Werte vor der graphischen Visualisierung auf einen Wertebereich von 0 bis 100 normiert.

## 4.2 Detektion und Verfolgung des Tracers im Fall von Fingerbildung

Während der  $\text{CO}_2$ -Experimente wird beobachtet, dass sich herabsinkende Finger der Wasser- $\text{CO}_2$ -Lösung, bilden. Deren Position und Länge über den Zeitraum der Messung, bzw. der ersten Minuten, sind interessante Größen, die dabei helfen können, das System zu beschreiben und zu verstehen.

Wird im folgenden von "Bild" gesprochen, so ist vom Quotientenbild nach Gleichung 4.6 die Rede. Mit anderen Worten bezeichnet "Bild" die räumlich aufgelöste Tracerkonzentration zu einem bestimmten Zeitpunkt der Messung.

### 4.2.1 Detektion

Zunächst wird ein Bereich des zu untersuchenden Bildes festgelegt, in dem sich nur Indikator-

flüssigkeit befindet. Nach Möglichkeit schließt die obere Kante dieses Bildbereiches genau mit der Wasserkante ab. Ein Herausragen über die Wasserkante wird vermieden, da die Hintergrundbeleuchtung für sehr helle Intensitätswerte sorgt. Da auch die Finger für höhere Intensitäten sorgen (siehe Teil 3.2) würde sonst die Messung systematisch beeinflusst. Der Bereich bleibt für alle Bilder gleich.

Aus dem so erhaltenen Array  $\mathbf{C} = \mathbf{c}_{nm}$  ( $n \in 1, \dots, N$  und  $m \in 1, \dots, M$ ) wird von jeder Säule der Mittelwert berechnet. Man erhält ein Array der mittleren, vertikalen Intensitäten  $\mathbf{I} = \mathbf{i}_n$ :

$$\mathbf{i}_n = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathbf{c}_{ni} \quad (4.7)$$

Für jedes Bild, bzw. jeden Zeitschritt erhält man so ein charakteristisches Signal. Unter der Annahme, dass die Finger sich gerade nach unten bewegen, befindet sich ein Finger an jedem lokalen Maximum von  $\mathbf{I}$ . Über die Richtigkeit dieser Annahme wird in Teil 5.2 diskutiert. Da das Signal verauscht ist wird eine diskrete Fourieranalyse durchgeführt, um das Wellenzahlenspektrum zu erhalten. So kann analysiert werden, in welchen Abständen Finger vorwiegend auftreten. Bereinigt man dieses Spektrum von den Werten, die dem Rauschen zugeordnet werden und führt eine Rücktransformation in den ursprünglichen Raum durch, kann man genau sehen, wo sich die Intensitäts-Maxima befinden. Wiederholt man dieses Verfahren zu jedem Zeitschritt erhält man eine zeitaufgelöste Vorstellung davon, wo sich die Finger im Verlauf des Experiments befinden.

### 4.2.2 Länge

Mit dem Wissen, wo sich die Finger befinden, lässt sich auch deren Länge errechnen. Dazu wird an jeder Stelle  $s$  im Array  $\mathbf{C}$  aus Teil 4.2.1, wo sich ein Finger befindet, die Pixelsäule  $\mathbf{c}_{sm}$  von unten nach oben abgewandert ( $m \in M, \dots, 1$ ), bis ein Schwellenwert  $c_{crit}$  überschritten ist, der festlegt, ab welchem Grauwert von einem Finger die Rede ist. Um dieses Wert nicht durch Rauschen zu früh zu detektieren, wird über eine Reihe von 5 Pixeln links und rechts von  $\mathbf{c}_{sm}$  gemittelt. Der so erhaltene Wert für

$m(c_{crit})$  gibt die Länge  $l$  des Fingers in Pixeln an.

$$m \in (M, \dots, 1) \quad (4.8)$$

$$l(m) = \left( \frac{1}{10} \sum_{i=s-5}^{s+5} \mathbf{c}_{im} \leq c_{crit} \right) ? l(m-1) : m \quad (4.9)$$

$$l(0) = 0 \quad (4.10)$$

In Abbildung 5.1 und 5.2 sind Beispiele für die Detektion und bestimmte Länge der Finger zu finden.

### 4.2.3 Wachstum

Mit der Annahme, dass alle Finger gleich schnell wachsen, reicht es aus, zu jedem Zeitschritt  $t_i$  den Mittelwert  $\bar{l}_i$  der Länge aller Finger zu berechnen

und anschließend durch den Zeitschritt zu teilen, um ihre Wachstumsrate zu ermitteln.

$$\dot{l}_i = \frac{\bar{l}_i - \bar{l}_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad (4.11)$$

$$i \in \mathbb{N} \quad (4.12)$$

$$\bar{l}_{i-1} = 0 \quad (4.13)$$

man aber beobachten kann, dass die Finger in unterschiedlichen Bereichen unterschiedlich schnell wachsen, wird eine Methode implementiert, die es erlaubt, Teile des untersuchten Arrays  $\mathbf{C}$  zu betrachten. Das bedeutet, es werden nur die Längen der Finger in diesem Bereich in Betracht gezogen.

**Wählt man den Bereich klein genug ist es möglich auch einzelne Finger zu betrachten. ACHTUNG! wurde noch nicht gemacht**



# Kapitel 5

## Ergebnisse

### 5.1 Verdunstungsexperiment

### 5.2 CO<sub>2</sub> -Experiment



Abbildung 5.1: Mit Hilfe der diskreten Fourieranalyse wird bestimmt wo sich die Finger befinden. Zusätzlich erhält man die dominierenden Abstände der Finger. Man kann gut erkennen, dass dieser bei  $k = ??$  liegt. Das bereinigte Spektrum wird zur Fingerdetektion benutzt.



Abbildung 5.3: Nach  $t = 5 \text{ min}$  kann die Fingerlänge nicht mehr sinnvoll bestimmt werden.

### 5.3 CO<sub>2</sub> Experiment im porösen Medium

Leider musste schnell festgestellt werden, dass die Kügelchen den pH-Wert des Wassers so sehr basisch beeinflussen, dass das CO<sub>2</sub> keinen Ausschlag in die saure Richtung verursachen kann. Fotografien von Tests dazu finden sich in Abbildung 5.4.



Abbildung 5.2: Um zu demonstrieren, dass die Methode zur Längenbestimmung funktioniert wurden in diesem Bild die Längen der Finger als Balken über ihre Position geplottet. Da die Finger aber nur in der Anfangsphase des Experiments gerade nach unten sinken kann man in Abbildung 5.3 ein Beispiel sehen, wo die Länge der Finger offensichtlich unterschätzt wird.



Auch die Verwendung von Kügelchen aus anderem Material wurde angedacht. Erste Tests zeigen

Abbildung 5.4: Farbumschläge des Bromkresol Grün in Verbindung mit verschiedenen Substanzen. Bromkresol Grün (1) in neutraler Form, d.h. im Gleichgewicht mit der umgebenden Luft, (2) in Kombination mit  $\text{CO}_2$ . Man kann sehr gut den Ausschlag ins Gelbe erkennen. (3) mit den Glaskügelchen verschiedener Größen, (4) mit Glaskügelchen und  $\text{CO}_2$ .

## Kapitel 6

# Schlussfolgerungen





## Kapitel 7

# Zusammenfassung

7.1 Verdunstungsexperiment

7.2 CO<sub>2</sub> -Experiment



# Literaturverzeichnis

- Allied-Vision. Pike f-505, 2015. URL <http://www.alliedvisiontec.com/us/products/cameras/firewire/pike/f-505bc.html>.
- Jens Stefan Buchner. Solute transport in porous media: Theory and experiment. 2009.
- J. Fernandez, P. Kurowski, P. Petitjeans, and E. Meiburg. Density-driven unstable flows of miscible fluids in a hele-shaw cell. *Fluid Mechanics*, 451:239–260, 2002.
- Lisa Feustel. Solute transport in heterogeneous porous media. 2014.
- Wikipedia: Grimlock. Bromocresol green — Wikipedia, the free encyclopedia, 2015. URL [http://en.wikipedia.org/wiki/Bromocresol\\_green#/media/File:Bromocresol\\_green\\_spectrum.png](http://en.wikipedia.org/wiki/Bromocresol_green#/media/File:Bromocresol_green_spectrum.png). [Online; accessed 18-March-2015].
- Steffen Heberle. High resolution lab experiments on solute transport in porous media. 2010.
- Sigmund Lindner. Silibeads typ p borosilikat. [http://www.sigmund-lindner.com/fileadmin/user\\_upload/downloads/pds\\_de/PDS\\_de\\_SiLibeads\\_Typ\\_P\\_Borosilikat.pdf](http://www.sigmund-lindner.com/fileadmin/user_upload/downloads/pds_de/PDS_de_SiLibeads_Typ_P_Borosilikat.pdf), 2015.
- R.J. Millington and P. Quirk J. Permeability of porous solids. *Transactions of the Faraday Society* 57, 1961.
- Python. Python language reference, version 2.7. URL <http://www.python.org>.
- Kurt Roth. Soil physics. lecture notes. institute of environmental physics, heidelberg university. 2012.



# Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 1.April 2015,