1. 개요

□ 연구목적

○ 순수수학에 초점이 맞추어져 있던 학교수업에서 벗어나 수학이 실생활에 어떤 도구로써 작용하고 있는지 이해한다.

- 실제 금융시장에 사용되는 수학 이론을 접하고 이를 통하여 현장에서의 수학 활용이 얼마나 유용한지를 이해한다.
- Differential Equation과 Excel VBA를 활용하여 금융시장의 변화 방향성을 예측하고 실제 금융 시장에서 거래되는 파생상품을 평가한다.

□ 연구범위

○ 파생상품에 대한 개념 이해

- 선물시장 및 옵션
- 헷징 전략
- 선도가격 결정과정 이론
- 스왑(Swap) 거래
- Black-Scholes Model과 Monte-Carlo Simulation
- Taylor Series와 파생 상품 가격에 대한 근사함수 생성
- Greek의 의미와 계산
- Dynamic Hedging

○ 실제 금융시장의 변화를 나타내는 Geometric Brownian Motion을 이용하여 파생상품 가격을 미분방정식 형태로 표현하고 실제 파생상품 가격 Pricing을 위해 Excel VBA를 활용하여 Monte-Carlo Simulation 구성

- 실무에서 사용하는 C 대신 Excel VBA를 사용. 따라서 계산 속도가 느린 반면 수많은 시뮬레이션으로부터 생성된 주가를 각각 쉽게 확인하고 옵션가격을 계산함으로써 세부적인 분석이 가능
- Girsanov theorem을 통해 식을 변형하여 주가생성 과정을 단순화

2. 연구 수행 내용

□ 이론적 배경 및 선행 연구

○ 가정

1. 주식은 배당이 없다.

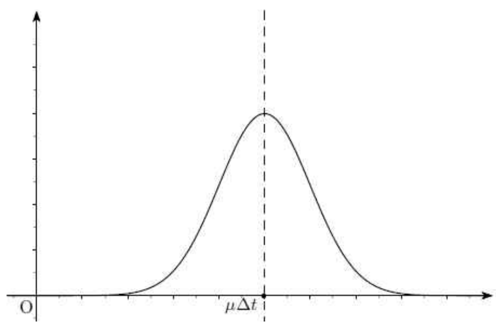
 배당이라는 것은 금리와 유사한 의미를 가지고 있다. 실제 주식에는 배당이 존재하지만, 배당이 없는 경우로부터 배당이 있는 경우로의 확장이 가능하므로 우선 주식은 배당이 없다고 가정한다.

2. 주가 변화율은 정규분포를 따른다.

 즉, 주가 변화율은 다음과 같다.

$$\frac{\triangle S}{S} \sim \phi(\mu \triangle t, \sigma \sqrt{\triangle t})$$

 여기서, $\mu =$기대수익률, $\sigma =$변동성 이며, $\triangle t = \dfrac{1}{365}$로 함으로써 하루 단위의 주가 변동을 분석하고자 한다. 또한, $\phi(\mu \triangle t, \sigma \sqrt{\triangle t})$는, $x = \mu \triangle t$를 축으로 하는 정규분포로써, 아래와 같다.



3. 거래 비용은 없다.

실제 금융시장에서는 거래비용이 존재하지만, 이론적으로 접근 하는 과정에서 거래비용의 존재는 어려움을 가져오므로 거래비용은 존재하지 않는다고 가정하자.

4. 금리는 일정하다.

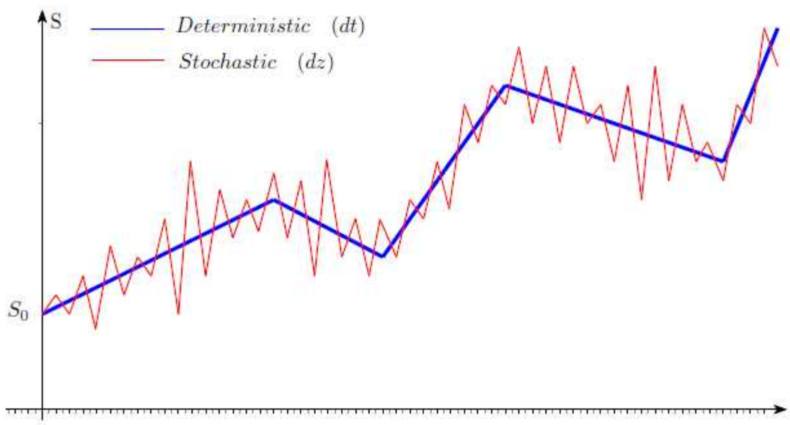
무위험 금리(Risk Free Zero)를 r이라 표기하고, 일정하다고 가정하자.

○ Geometric Brownian Motion

Geometric Brownian Motion을 통해 주가의 불규칙적 움직임을 표현, 분석할 수 있다.

$$\frac{\triangle S}{S} \sim \phi(\mu\triangle t, \sigma\sqrt{\triangle t}) \Rightarrow \frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

위의 결과를 얻을 수 있고, 이것은 Geometric Brownian Motion의 표현·분석에 결정적 역할을 한다. 여기서 dt는 deterministic, 즉 Geometric Brownian Motion의 추세를 결정하는 요소이며, dz는 stochastic, 즉 Geometric Brownian Motion의 확률적 운동을 결정하는 요소이다. 아래 그림으로 쉽게 표현할 수 있다.



○ Monte Carlo Simulation

Monte Carlo Simulation을 이용하여 Call Option Value를 결정하고자 한다. t일 후의 주가를 S_t라 하자, 이 때, S_0는 현재가를 의미한다. 또한, k를 행사가라고 하자. 만기를 T (year)이라 했을 때, pay off는 p라 표기하고 아래와 같다.

$$p = \max(S_{365T} - k, 0)$$

위에서 정의한 것들을 이용하여 Call Value를 결정하고자 한다. 이 때, 아래의 식이 성립한다.

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz = r dt + \sigma d\tilde{z} \quad (\because - Girsanov\ theorem)$$

또한, 다음의 식이 성립하며 $\varepsilon =$ 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규분포 이다.

$$\frac{\triangle S}{S} \sim \phi(\mu \triangle t, \sigma\sqrt{\triangle t}) \Rightarrow \frac{\triangle S}{S} = \mu \triangle t + \sigma\sqrt{\triangle t}\,\varepsilon$$

$$\therefore \frac{\triangle S}{S} = r\triangle t + \sigma\sqrt{\triangle t}\,\varepsilon$$

$$\triangle S = S_{t+\triangle t} - S_t \Rightarrow \frac{S_{t+\triangle t} - S_t}{S_t} = r\triangle t + \sigma\sqrt{\triangle t}\,\varepsilon$$

$$\therefore S_{t+\triangle t} = S_t(1 + r\triangle t + \sigma\sqrt{\triangle t}\,\varepsilon)$$

위에서 얻은 결과를 통해, S_t, r, σ, ε을 구한다면 미래의 주가를 예측할 수 있음을 알 수 있다. 각각의 값을 구하는 방법에 대해 알아보자.

1. r (Risk Free Zero, 무위험 금리)

무위험 금리를 결정하는 방법에는 여러 가지가 있으나 이번 연구에서는 국채 금리를 이용하고자 한다.

2. σ (Volatility, 변동성)

변동성은 Stochastic 곡선이 Deterministic 곡선과 얼마나 많은 차이를 보이는지에 대한 척도로써 사용되며, 변동성이 크다는 것은 추세를 기준으로 넓은 분포를 갖는다는 것을 의미한다. 변동성의 계산 방법으로는 여러 가지가 있지만, 이번 연구에서는 Cybos Plus를 통해 불러온 데이터들을 바탕으로 Historical Volatility를 계산하고자 한다.

Historical Volatility는 과거의 주가들을 기반으로 변동성을 구하는 방법이다. 과거 데이터의 개수에는 제한이 없으나 이번 연구에서는 현재 금융시장에 미치는 영향 정도와 정밀도를 고려하여 과거 90개의 데이터를 기반으로 변동성을 구하고자 한다.

과거 90일 동안의 주가를 다음과 같이 정의하자.

$$S_1', S_2', \cdots, S_{90}'$$

여기서, S'의 첨자가 작을수록 과거의 주가이다. 이 주가들을 기반으로 변동성은 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma = \ln\frac{S_{i+1}'}{S_i'} \text{의 표준편차}$$

$$\begin{aligned} average &= \frac{1}{89}\sum_{i=1}^{89} \ln \frac{S_{i+1}{}'}{S_i{}'} \\ &= \frac{1}{89}\left(\ln \prod_{i=1}^{89} \frac{S_{i+1}{}'}{S_i{}'}\right) \end{aligned}$$

$$\therefore average = \frac{1}{89}\ln \frac{S_{90}{}'}{S_1{}'}$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{1}{89}\sum_{i=1}^{89}\left(\ln \frac{S_{i+1}{}'}{S_i{}'} - \frac{1}{89}\ln \frac{S_{90}{}'}{S_1{}'}\right)^2}$$

3. ε (Distribution, 정규분포)

ε은 위에서 언급했듯이, 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규분포이다. Excel VBA를 이용하여 ε을 계산할 수 있다.

$$\begin{cases} X_1 = Rnd() \\ X_2 = Rnd() \end{cases}$$

위와 같이 Rnd함수를 이용하여 0과 1 사이의 난수 X_1, X_2를 생성한 후, 다음과 같이 ε을 계산할 수 있다.

$$\therefore \varepsilon = \sqrt{-2\ln X_1}\, cos(2\pi X_2)$$

지금까지의 결과로, 주가생성함수에 필요한 변수들을 모두 구할 수 있었다. 이를 바탕으로 Monte Carlo Simulation의 결과를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\therefore S_t = S_{t-1}\left(1 + r\frac{1}{365} + \sigma_t\sqrt{\frac{1}{365}}\,\varepsilon_t\right)$$

또한, 다음을 정의하자.

S^n := n번째 Monte Carlo Simulation에서 예측된 주가

p^n := n번째 Monte Carlo Simulation에서 계산된 pay off

총 M번의 Monte Carlo Simulation을 실행했다면, Call Value는 다음과 같다.

$$\therefore Call\ \ Value = \left(\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} p^i\right)e^{-rT}$$

○ Taylor Series

임의의 함수 $f(x)$에 대하여, $f(x)$의 근사 다항식은 다음과 같다.

$$f(x) \approx \sum_{i=0}^{\infty} a_i (x-a)^i$$

$n \geq 1$일 때 $f(x)$가 n차 미분 가능하다면, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$f^{(n)}(x) \approx \sum_{i=0}^{\infty} a_{i+n}\left\{\prod_{j=1}^{n}(i+j)\right\}(x-a)^i$$

$$\therefore a_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}$$

$$\therefore f(x) \approx \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

○ Greek 문자, Dynamic Hedging

Greek 문자는 옵션 포지션의 위험을 각각의 측면에서 측정하여 거래자가 위험을 조절할 수 있게 한다. 여기서, Call Value를 결정하는 요인은 S, σ, t, r이 있으며, 그들에 대한 함수로써 다음과 같이 표현된다.

$$C(S, \sigma, r, t)$$

Taylor Series의 유한개의 항을 이용하여 $C(S, \sigma, r, t)$의 근사 다항식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & C(S+\triangle S, \sigma+\triangle\sigma, r+\triangle r, t+\triangle t) \\ & \approx C(S,\sigma,r,t) + \frac{\partial C}{\partial S}\triangle S + \frac{1}{2}\frac{\partial^{2C}}{\partial S^2}(\triangle S)^2 \\ & \quad + \frac{\partial C}{\partial \sigma}\triangle\sigma + \frac{\partial C}{\partial r}\triangle r + \frac{\partial C}{\partial t}\triangle t \end{aligned}$$

여기서, 아래와 같이 정의한다.

$$P\&L := C(S+\triangle S, \sigma+\triangle\sigma, r+\triangle r, t+\triangle t) - C(S, \sigma, r, t)$$

$$\varDelta := \frac{\partial C}{\partial S} \quad \varGamma := \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \quad \nu := \frac{\partial C}{\partial \sigma} \quad \rho := \frac{\partial C}{\partial r} \quad \theta := \frac{\partial C}{\partial t}$$

여기서, 금리에 대한 영향은 크지 않으므로, $\rho \approx 0$

$$\therefore P\&L = \varDelta(\triangle S) + \frac{1}{2}\varGamma(\triangle S)^2 + \nu(\triangle\sigma) + \theta(\triangle t)$$

Black Scholes Equation은 다음과 같다.

$$\theta + rS\Delta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma = rC$$

만약 $\Delta > 0$이라면, Dynamic Hedging을 통해서 $\Delta = 0$으로 설정해 줄 수 있다. 또한, r이 매우 작으므로, $r \approx 0$ 이라 가정해도 충분하다.

$$\therefore \theta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma = 0,$$

$$P\&L = \frac{1}{2}\Gamma(\triangle S)^2 + \theta(\triangle t)$$

$$= \frac{1}{2}\Gamma\left((\triangle S)^2 - \sigma^2 S^2 \triangle t\right)$$

if $\Gamma > 0$(Long Gamma)

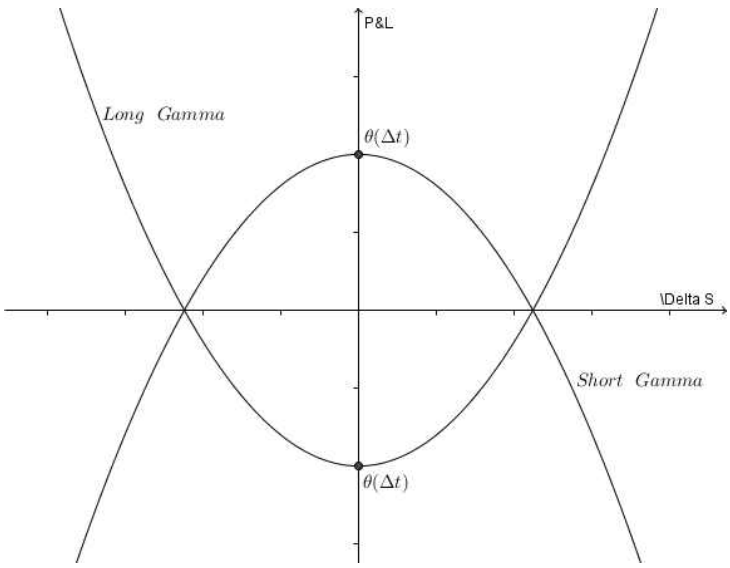
$$\theta < 0\,(\because Black\ Scholes\ Equation)$$

$$\therefore P\&L \propto (\triangle S)^2$$

if $\Gamma < 0$(Short Gamma)

$$\theta > 0\,(\because Black\ Scholes\ Equation)$$

$$\therefore P\&L \propto -(\triangle S)^2$$



Long Gamma의 경우 주가의 움직임이 클 경우 P&L>0 이고 주가의 움직임이 적을 경우 P&L<0이며 Short Gamma의 경우 반대이다.

앞서 살펴본 바와 같이 파생상품에서 발생하는 P&L은 주가의 움직임, 변동성 등에 의해 결정된다. 그러므로 주가 및 변동성의 움직임에 따라 P&L 움직임이 최소화 되도록 하기 위해 선물 및 옵션거래를 하게 되는 이런 일련의 과정을 Dynamic Hedging이라 한다.

□ 연구 주제의 선정

○ 연구 목적에 따라 수학이 우리 생활에 어떻게 작용하는지 탐구하기 위해 응용수학을 주제로 진행하고자 하였다. 이에 따라 수학이 분석 도구로써 적용되는 예를 탐색한 결과, 금융수학이라는 거시적 주제를 얻게 되었고 담당 선생님과의 인연으로 자문을 맡아주신 하나대투증권 박준상 선생님과의 회의를 통해 '미분방정식을 이용한 금융시장 변화 예측'이라는 주제를 얻게 되었다.

□ 연구 방법

○ "파생상품 평가와 헷징 전략" <John. C. Hull>을 통한 금융시장에 대한 기초 지식 습득

- 책의 전체적인 내용을 각자 읽은 후 한 단원씩 맡아 발표, 토의하면서 파생상품에 대한 개념 학습의 효과를 높임

○ 자문위원 강의와 자문

- 참고할 서적 및 학습 방법 자문
- 기본지식 습득에 필요한 자료 제공 및 개념 문의
- 포괄적인 금융 지식을 바탕으로 자문위원의 강의 실시
- 학생들의 결과물에 대한 자문

○ Monte-Carlo Simulation 코딩 및 구동

□ 연구 활동 및 과정

○ 연구 과정 및 시행착오 극복

- 참고 서적을 읽고 팀원들과 발표 및 토의
- 주가에 대한 미분방정식을 학습하고 Girsanov theorem와 같은 방법을 통해 변형
- 변형된 미분방정식을 Excel VBA를 통해 Monte-Carlo Simulation 구성
  - Cybos Plus 및 HTS를 데이터 수신 소스로 활용
  - 과거 90일간의 주가를 이용하여 Historical Volatility 생성
  - Rnd()함수를 이용하여 난수 생성
  - 이를 바탕으로 만기일까지의 예측 주가 생성
  - Simulation결과를 그래프로 작성 및 추세선 형성을 통해 금융시장 변화 분석
  - 만기일까지의 예측 주가를 바탕으로 Call Value 계산
- 한국 금융시장에서 많은 영향력을 가지는 삼성전자, POSCO, LG전자 등의 주가를 예시로 하여 구축한 Monte-Carlo Simulation 가동
- Excel VBA로 구성한 Monte-Carlo Simulation에서 주가가 단조감소하는 문제가 발생하여 많은 횟수의 Monte-Carlo simulation 구동 불가능
  - 변수의 초기화 위치 변경을 통해 문제 해결
- Taylor Series를 이용하여 파생상품 가격에 대한 근사함수 생성
  - Greek 문자 정의
- Dynamic Hedging에 대한 기본 지식 습득

○ 월별 연구 추진 실적

월	연구 실적 (•: 발표 및 토의, ❖: 자문위원 강의)
5	- 주제선정
6	- Excel VBA 프로그래밍 기초 학습 - 참고서적을 통한 선물, 옵션 등 파생상품의 기본 개념 학습
7	- Cybos Plus를 이용한 데이터 수신 소스 제작 - 1차 선형 추세선의 계수 결정 • Exponential Function을 이용한 연속복리 ❖ Monte-Carlo Simulation
8	- Monte-Carlo Simulation 제작 (Excel VBA 이용) • 파생상품 (선물, 선도계약, 옵션에 대한 공통점과 차이점 등) • 헷징의 기초적 방법 (매도헷지, 매입헷지)
9	• 채권의 정의와 할인을 이용한 채권가격 결정 • 스왑
10	❖ Taylor Series를 이용한 파생상품 가격에 대한 근사함수 생성 ❖ Greek 문자 정의 및 Dynamic Hedging 방법
11	• 결과보고서 작성

3. 연구 수행 내용

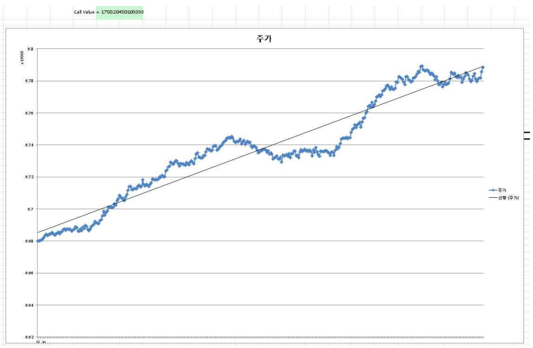
□ 연구 결과

○ 연구 결과

- Excel VBA를 이용하여 Monte-Carlo Simulation을 제작했다. 삼성전자, LG전자, POSCO 등의 주가를 Monte-Carlo Simulation을 이용하여 예측해 보았는데, 그 결과는 아래와 같으며, 종목에 관계없이 실제 주가변화와 유사한 결과를 얻었다.

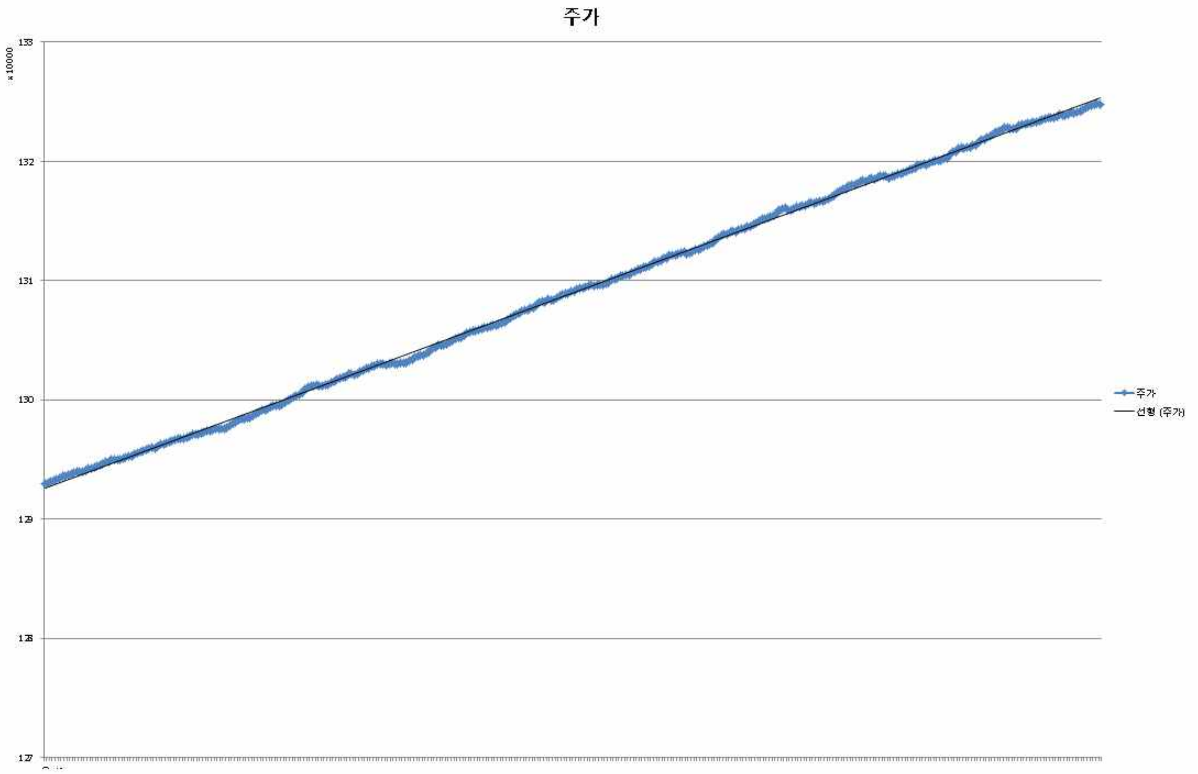
-그림1-
Monte-Carlo Simulation을 통해 예측된 향후 1년의 삼성전자의 주가와 1,500,000원을 행사가로 하였을 때의 Call Value. 500회의 시뮬레이션에 대한 평균.

-그림2-
Monte-Carlo Simulation을 통해 예측된 향후 1년의 POSCO의 주가와 300,000원을 행사가로 하였을 때의 Call Value. 500회의 시뮬레이션에 대한 평균.



-그림3-
Monte-Carlo Simulation을 통해 예측된 향후 1년의 LG전자의 주가와 70,000원을 행사가로 하였을 때의 Call Value. 500회의 시뮬레이션에 대한 평균.

-그림4-
Monte-Carlo Simulation을 통해 예측된 향후 1년의 삼성전자의 주가와 1,500,000원을 행사가로 하였을 때의 Call Value. 500회의 시뮬레이션에 대한 평균.



-그림5-
16382회(최대 구동 횟수)의 시뮬레이션에 대한 평균 그래프

-그림6-

Monte-Carlo Simulation을 통해 예측된 향후 1년의 삼성전자의 주가와 1,500,000원을 행사가로 하였을 때의 Call Value. Simulation 구동 횟수에 따른 평균 주가 그래프 500회의 시뮬레이션에 대한 평균.

- 시뮬레이션 구동 횟수가 많을수록 평균 주가 그래프는 직선에 가까운 형태를 보인다. 이는 주가 변화가 정규분포를 따른다는 기본 가정에 의한 결과로 추측할 수 있다.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	날짜(n 일 후)	시가(평균값)	Sim_1	Sim_2	Sim_3	Sim_4	Sim_5	Sim_6	Sim_7	Sim_8	Sim_9	Sim_10	Sim_11	Sim_12	Sim_13	Sim_14	Sim_15
2	365	1514219.662	1181951	1685236	1416813	1440910	1179244	1590419.468	1589883	1490437	1589099	1833514	1694811	1452974.204	1327685.6	1481165.528	16526
3	364	1513487.097	1178311	1676526	1425034	1429983	1199127	1584904.969	1594430	1498311	1568618	1817663	1684166	1452923.978	1317726.93	1472757.476	164342
4	363	1513603.108	1183917	1694605	1444525	1426946	1201278	1589925.086	1619802	1494629	1580739	1810706	1682872	1460853.772	1320314.642	1479996.671	165848
5	362	1513545.543	1189146	1708663	1450692	1441289	1207271	1593907.939	1607625	1495578	1587455	1823025	1672491	1466415.501	1313825.314	1479120.296	164941
6	361	1514208.53	1190213	1732204	1471795	1427546	1201358	1622213.001	1600208	1512662	1589676	1830006	1680691	1472606.825	1317823.375	1476739.719	163949
7	360	1513972.083	1193419	1719035	1459867	1446618	1201548	1611305.415	1600097	1530906	1612673	1828688	1684413	1479250.156	1310590.615	1455769.074	164793
8	359	1514412.133	1193698	1709935	1444726	1463998	1202361	1608688.58	1585846	1524062	1623685	1813477	1688719	1468564.614	1307005.219	1461042.33	166341
9	358	1515771.754	1186503	1703088	1444061	1470688	1212322	1594289.999	1582791	1534528	1634197	1815448	1686795	1470880.124	1307745.37	1451435.703	166798
10	357	1515468.902	1195749	1683079	1453778	1476040	1220057	1578827.537	1580340	1513582	1618995	1803142	1681730	1470556.764	1312524.61	1451817.393	167971
11	356	1515873.456	1190604	1677291	1440503	1481558	1227423	1588582.249	1565906	1514582	1636543	1810048	1678283	1444323.969	1291833.011	1425537.111	169482
12	355	1516484.9	1196807	1673569	1454534	1482504	1224049	1576434.929	1564592	1516402	1632960	1806782	1666958	1439332.893	1294902.436	1438498.82	169487
13	354	1514205.676	1201248	1673642	1460914	1487743	1221685	1584936.405	1545534	1525263	1628378	1800638	1654751	1427494.279	1287013.619	1428928.545	169904
14	353	1515280.23	1193973	1680934	1466963	1492750	1219378	1564959.083	1534233	1516961	1620653	1798656	1662766	1432851.568	1288595.841	1438839.154	169374
15	352	1516479.309	1192538	1672701	1445552	1520135	1211949	1569523.374	1520082	1535452	1617069	1794387	1666900	1411660.997	1291725.409	1425237.185	168263
16	351	1516020.215	1192235	1662907	1435366	1516410	1204621	1591045.096	1526892	1537140	1597139	1795341	1655727	1405763.197	1299305.852	1431129.176	167498
17	350	1515471.352	1213380	1656499	1422002	1521452	1211883	1603914.357	1536031	1531467	1582445	1790255	1648711	1407172.586	1301390.609	1419661.377	167976
18	349	1515149.804	1197013	1664975	1442073	1498867	1215207	1613560.287	1539379	1535023	1586694	1792999	1634910	1420254.623	1279190.93	1407701.23	168889
19	348	1513064.42	1195263	1672694	1428918	1498846	1225835	1589427.857	1529329	1526647	1565869	1789140	1641826	1428690.558	1285049.215	1421871.683	169252
20	347	1513149.331	1201032	1676026	1438184	1503131	1238212	1590865.482	1514539	1513883	1560528	1777034	1641449	1433260.92	1290888.11	1441135.892	167405
21	346	1511628.782	1207725	1668188	1424041	1502998	1216417	1567424.662	1508703	1493858	1548267	1787147	1644061	1435617.293	1288412.008	1446682.665	167248
22	345	1512631.189	1221868	1704696	1416946	1507916	1224029	1572496.9	1506428	1516581	1542703	1812370	1640801	1441118.974	1286790.564	1430244.683	166968
23	344	1512492.123	1233063	1712888	1416475	1515352	1231388	1569370.547	1514977	1501943	1554468	1842941	1644282	1451188.033	1301420.21	1434997.602	165628
24	343	1512926.343	1228349	1726937	1409369	1535738	1221321	1583476.909	1495317	1500883	1570554	1859702	1648602	1451090.103	1293959.439	1428815.882	166248
25	342	1513896.618	1220365	1755043	1411989	1534232	1215341	1582570.534	1496859	1516585	1577663	1856479	1644591	1441178.501	1308223.438	1429779.075	166599
26	341	1513616.848	1209800	1759169	1413383	1543169	1220745	1598691.859	1510837	1515365	1590950	1860117	1652417	1451504.725	1324967.773	1432016.641	166508
27	340	1514520.838	1218362	1737223	1407982	1526069	1228672	1607172.835	1514574	1524225	1593796	1865302	1651255	1441958.023	1321085.876	1441079.467	166608
28	339	1516836.889	1206023	1745198	1417088	1532166	1227022	1608361.921	1520623	1533558	1618657	1884147	1649542	1435727.278	1319496.41	1424939.925	167922
29	338	1516773.066	1217859	1744399	1416574	1549277	1220832	1607172.647	1532099	1526658	1635849	1907830	1644663	1442378.5	1322410.746	1417889.532	168615
30	337	1516021.614	1227076	1747179	1412810	1552298	1231565	1596908.717	1524154	1530597	1631644	1905270	1611549	1425501.862	1305571.228	1427847.714	168737
31	336	1516264.655	1240798	1755145	1414024	1542323	1239118	1617918.407	1512640	1549677	1619789	1903534	1616379	1407044.844	1297288.426	1424969.721	167650
32	335	1513795.636	1240211	1743882	1412729	1533727	1234559	1613507.418	1517648	1543917	1617282	1883437	1607127	1403742.552	1304106.954	1420679.273	166663
33	334	1515520.028	1241527	1732771	1406898	1543171	1239390	1617633.261	1513510	1540605	1613839	1884691	1585870	1415833.32	1304869.437	1427821.69	167278
34	333	1515545.196	1248754	1734698	1412688	1552824	1247347	1603347.865	1548080	1533563	1614877	1888317	1573569	1435023.994	1299511.339	1427866.768	167047
35	332	1515866.868	1250346	1736234	1407690	1564779	1260807	1578372.884	1568164	1543266	1615412	1875219	1571143	1427051.298	1309976.211	1413756.809	166869
36	331	1517350.326	1247031	1740792	1397742	1550433	1265223	1591420.963	1563107	1544049	1621778	1888084	1565169	1438929.816	1311743.244	1409685.416	168731
37	330	1516966.91	1252069	1762316	1378111	1542800	1271268	1589560.326	1566970	1555085	1611269	1893660	1564672	1432039.339	1316045.089	1402807.136	166582
38	329	1517628.032	1243739	1745309	1371782	1545080	1265755	1579236.048	1562328	1549626	1615474	1918416	1566814	1435617.873	1339089.544	1403263.567	167202
39	328	1517287.008	1242832	1756438	1375806	1534271	1263526	1572691.929	1554617	1531595	1607576	1905937	1574789	1440294.679	1335200.935	1413041.277	168019
40	327	1517057.31	1234104	1739720	1380082	1529611	1272851	1587536.554	1560419	1543594	1594288	1896106	1585168	1433239.924	1339940.986	1414712.133	167542

-그림7-
Monte-Carlo Simulation을 통해 예측된 향후 1년의 삼성전자의 주가들

- Excel 셀의 가로축 최대 개수는 16383이다. 첫 번째 셀은 각 날짜의 평균 주가를 계산한 셀이므로 나머지 16382개의 셀에 각 시뮬레이션 별 예측된 데이터 값을 넣을 수 있다. 실제 VBA 코딩을 통해 16382회 이상의 시뮬레이션 구동이 가능하지만 Excel Sheet에서는 16383차례 이상의 시뮬레이션의 데이터 값을 쉽게 확인할 수 없기 때문에 실질적으로는 최대 16382회의 Monte-Carlo Simulation을 구동할 수 있다.

○ 연구 결론

- 실제 금융시장의 변화를 나타내는 Geometric Brownian Motion을 Differential Equation을 이용하여 수학적으로 모델링 하였다. Girsanov theorem 등의 여러 수학적 도구들을 이용하여 Differential Equation을 변형함으로써 보다 단순화된 주가 생성 함수를 유도할 수 있다.
- 유도된 주가생성함수를 Excel VBA로 코딩함에 있어 함수에 필요한 변동성, 난수 등의 조건은 VBA 함수를 이용하여 계산하였는데, Excel의 Sheet를 이용하여 2차원적 데이터들의 관리가 가능하여 코딩 과정에서 따로 배열을 지정해 주어야 하는 번거로움을 피할 수 있었다.
- 최대 16382번의 시뮬레이션 구동이 가능한 Monte-Carlo Simulation을 구성했으며 시뮬레이션 결과 예측된 주가변화는 실제 주가변화와 매우 유사했다.
- 각 날짜별 시뮬레이션 결과에 대해 평균값을 계산하여 하나의 그래프를 형성하였다. 이 그래프는 시뮬레이션 구동 횟수가 늘어남에 따라 직선 형태에 가까워지는 경향을 보였는데, 이는 주가 변화가 정규분포를 따른다는 기본 가정에 의한 것이라 생각한다.
- 실제 금융현장에서는 C를 이용하여 시뮬레이션 프로그램을 코딩하지만 이번 연구에서는 Excel VBA를 이용하였다. 따라서 계산 속도는 비교적 느렸지만 데이터 관리 및 분석이 유용했다.

□ 시사점

○ 이번 STEAM R&E 연구를 통해 금융시장의 한 부분을 차지하는 파생상품과 그에 비롯한 수많은 것들에 대해 학습하였다. 이 과정에서, 딱딱해 보였던 수학이 인류가 구성하는 사회 현상을 분석하는 강력한 도구로써 작용되는 면을 볼 수 있었다. 따라서 비록 이번 연구에서 특정 이론에 대해 깊게 배우거나 미분방정식의 일반해를 구하는 등의 순수 수학적 방법을 이용하지는 않았지만 충분히 의미 있는 연구가 되었다.

○ 제작한 Monte-Carlo Simulation은 1년을 만기로 하여 구동시켰기 때문에 향후 1년의 실제 주가를 기준으로 비교하는 데에는 시간적 무리가 있었다. 이 점을 개선하여 실제 1년 동안의 주가와 비교·분석함으로써 Monte-Carlo Simulation의 유효성을 입증할 수 있다면 보다 개선된 연구가 될 것을 예상한다.

4. 홍보 및 사후 활용

□ 홍보

○ 인쇄물을 출판하여 교내에 비치하고, 재학생들에게 홍보할 계획이다.

○ http://min7014.iptime.org/ 관리자 권한을 가지고 계신 지도교사 선생님을 통해 주로 사이버 공간을 이용하고자 한다.

□ 사후 활용

○ 시간적 무리로 비교 및 분석을 할 수 없었지만, 다양한 상품들을 대상으로 Monte-Carlo Simulation을 구동하여 실제 금융시장 변화와 비교, 분석함으로써 연구의 유효성을 입증하고자 한다.

○ Greek 문자를 포함한 Taylor Series로 얻은 파생상품에 대한 근사함수를 Excel VBA로 코딩함으로써 Dynamic Hedging을 구현해 보고자 한다.

5. 참고문헌

□ "파생상품 평가와 헷징전략" <John. C. Hull>
□ "엑셀 VBA 바이블" <John Walkenbach>
□ "미분방정식 입문" <김병수, 양영균>