UnB, Brasília: 26 de Novembro de 2014

Aluno: Jhonantans Moraes Rocha
Matrícula: 11/0014090

Prova 2 – Controle Robusto

Questão 1)

A partir dos dados informados e do modelo aumentado proposto, utilizou-se as condições LMIs propostas pelo Lema 8 da aula de Realimentação de Estados para determinação do ganho K que o estabiliza em malha fechada.

Lema 8

O sistema (3)-(4) é estabilizável por realimentação de estados se e somente se existir uma solução para o problema convexo de otimização

$$\min_{Z, W = W' > 0} \quad \mu$$

$$\begin{bmatrix} AW + WA' + B_2 Z + Z' B_2' & WC' + Z'D' & B_1 \\ CW + DZ & -I & 0 \\ B_1' & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0$$

Na solução ótima, $K = ZW^{-1}$ *assegura* $\|H(s)\|_\infty = \sqrt{\mu}$

Figura 1

O sistema foi resolvido no script de Matlab P2_1.m em anexo. O resultado obtido para K é apresentado a seguir:

$$K = \begin{bmatrix} 0.9366 & 0.7018 & -0.6587 & 0.8625 \\ -6.7018 & 2.9366 & -0.8625 & -0.6587 \end{bmatrix}$$

Portanto, obtemos K1 e K2, ganhos proporcional e integral, respectivamente, dados por:

$$K1 = \begin{bmatrix} 0.9366 & 0.7018 \\ -6.7018 & 2.9366 \end{bmatrix}$$

$$K2 = \begin{bmatrix} -0.6587 & 0.8625 \\ -0.8625 & -0.6587 \end{bmatrix}$$

Questão 2)

Lema 8

O sistema (3)-(4) é estabilizável por realimentação de estados se e somente se existir uma solução para o problema convexo de otimização

$$\min_{Z,\, W=W'>0} \quad \mu$$

$$\begin{bmatrix} AW + WA' + B_2Z + Z'B_2' & WC' + Z'D' & B_1 \\ CW + DZ & -I & 0 \\ B_1' & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0$$

Na solução ótima, $K = ZW^{-1}$ *assegura* $\|H(s)\|_\infty = \sqrt{\mu}$

Figura 2

Teorema 3

Para uma dada região LMI $\mathcal{D} \subset \mathbb{C}^-$, *se existir uma matriz simétrica definida positiva* $W = W' > 0$ *e uma matriz* Z *tais que as seguintes LMIs são factíveis*

$$L \otimes W + M \otimes (A_iW + B_iZ) + M' \otimes (WA_i' + Z'B_i') < 0, \quad i = 1, \ldots, N$$

então o sistema (8) *com o ganho de realimentação de estados* $K = ZW^{-1}$ *é* $\mathcal{D}$*−estável.*

Figura 3

O sistema obtido foi resolvido no script de Matlab P2_2.m em anexo. O resultado obtido para K é apresentado a seguir:

$$K = \begin{bmatrix} -0.1524 & 2.0055 & -3.6771 & 4.6723 \\ -8.0055 & 1.8476 & -4.6723 & -3.6771 \end{bmatrix}$$

Como observado no lema 8, este K garante uma norma Hinf dada por:

$$Hinf = \sqrt{\mu}$$

Obtivemos então custo Hinf = 1.000 .

Questão 3)

A partir dos resultados obtidos nos itens 1 e 2 anteriores, implementa-se a simulação deste sistema de controle na ferramenta Simulink do Matlab como mostrado abaixo. Onde o ganho K obtido foi substituído no bloco K abaixo.

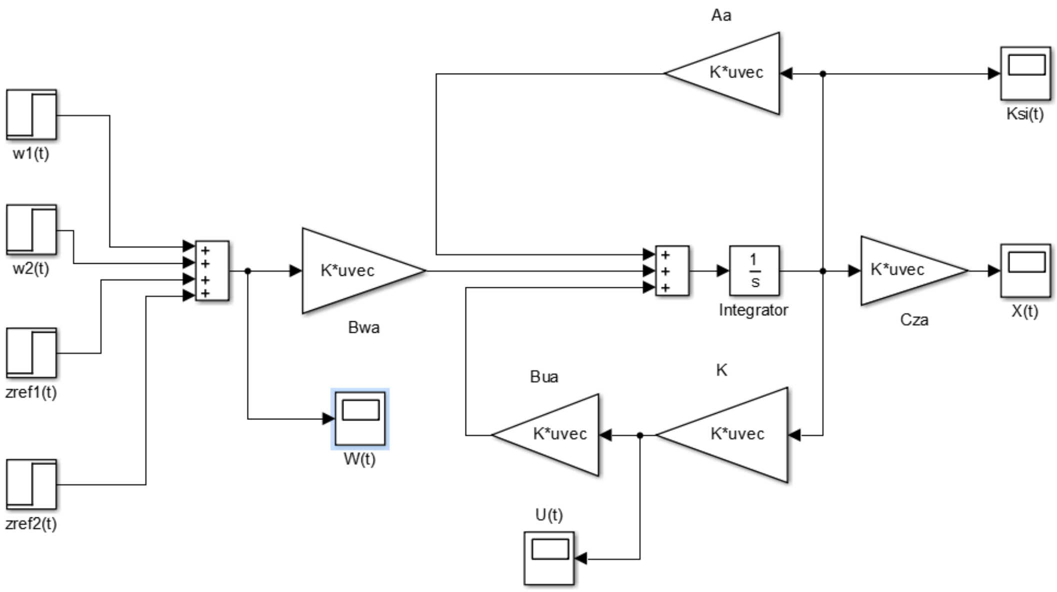

Figura 4

Para demonstração do funcionamento, utilizou-se a entrada w(t) a seguir:

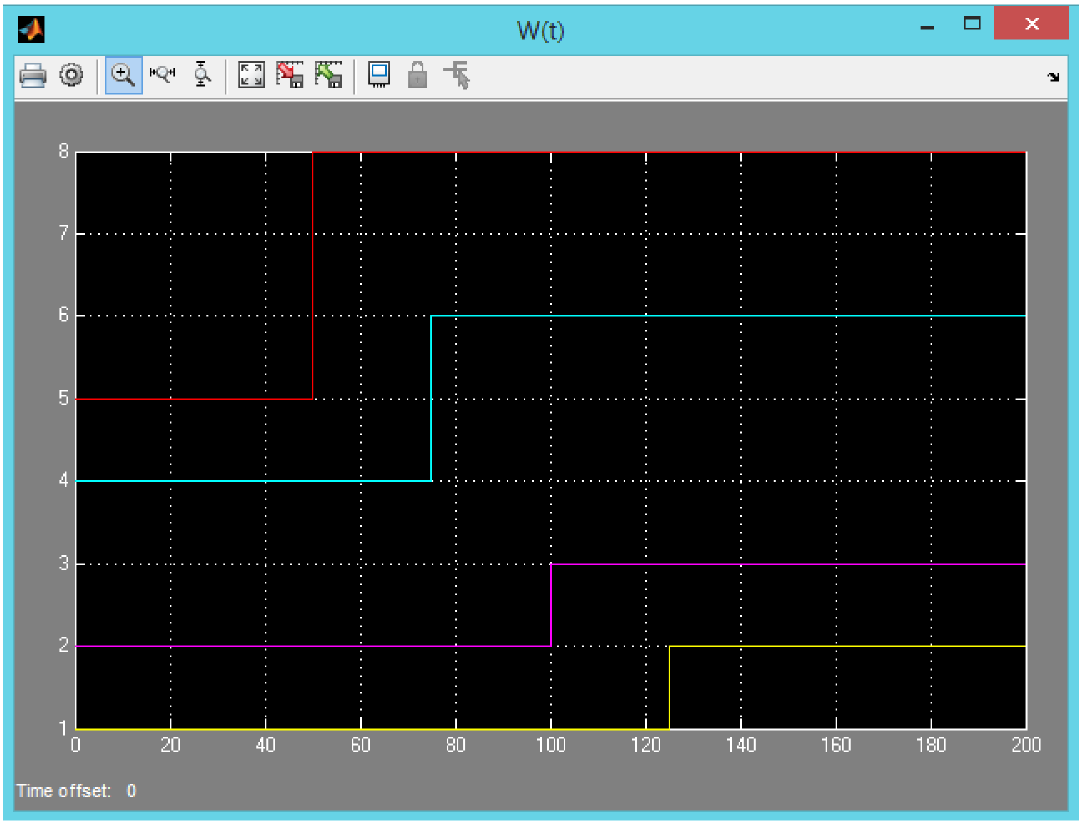

Figura 5

Onde os sinais vermelho, azul, roxo e amarelo são respectivamente $Z_{ref,2}(t)$, $Z_{ref,1}(t)$, $W_1(t)$ e $W_2(t)$.

Para estas entradas, observa-se a seguir os gráficos de x(t) e u(t) para ambos os controladores.

Nos gráficos a seguir, nota-se que os sinais em lilás correspondem ao índice 1 do sinal em questão e o amarelo ao índice 2.

Nota-se a partir dos dados observados que o controle desenvolvido a partir do item 2 é mais rápido que o desenvolvido pelo item 1.

- Item 1:

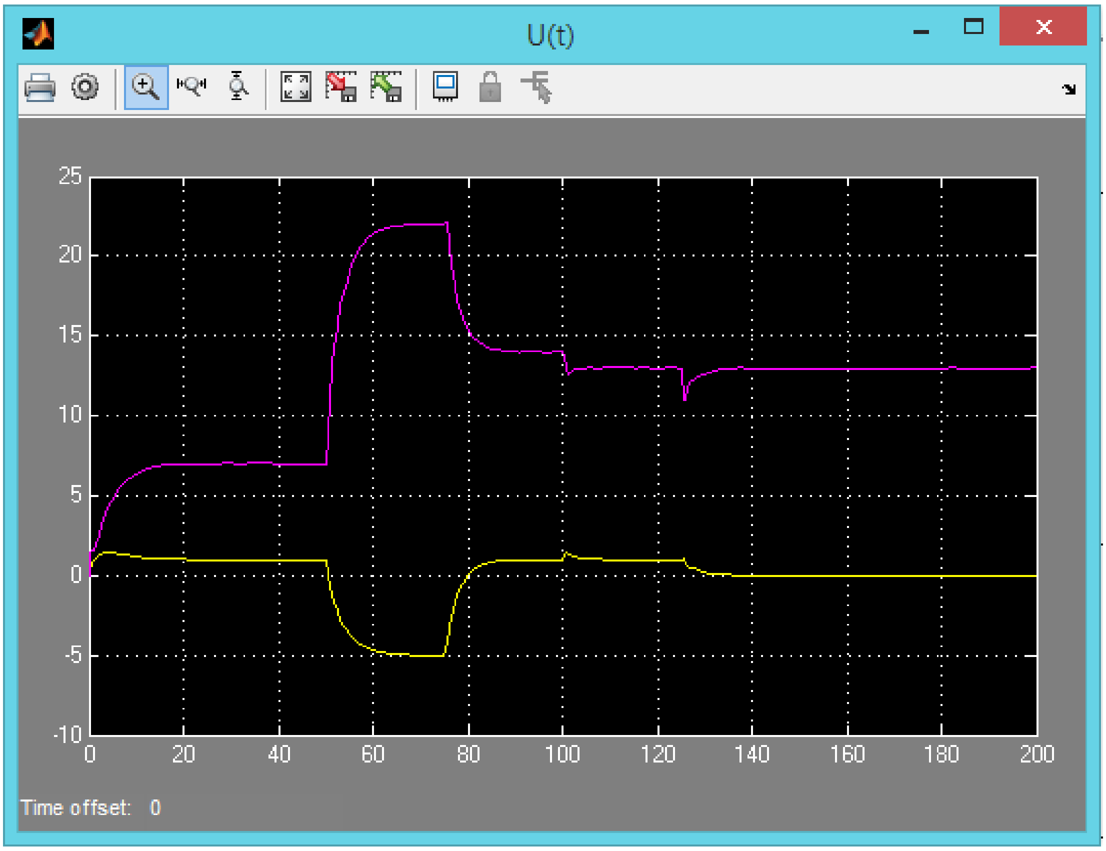

Figura 6

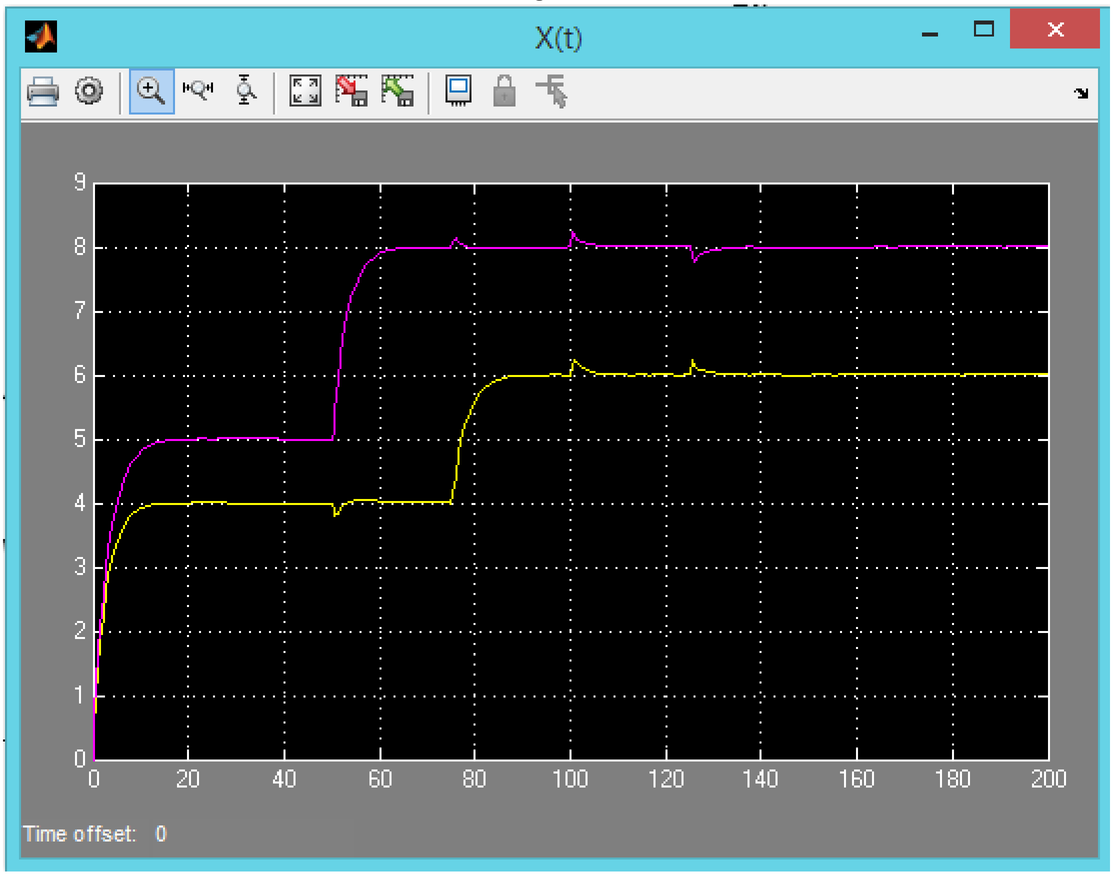

Figura 7

- Item 2:

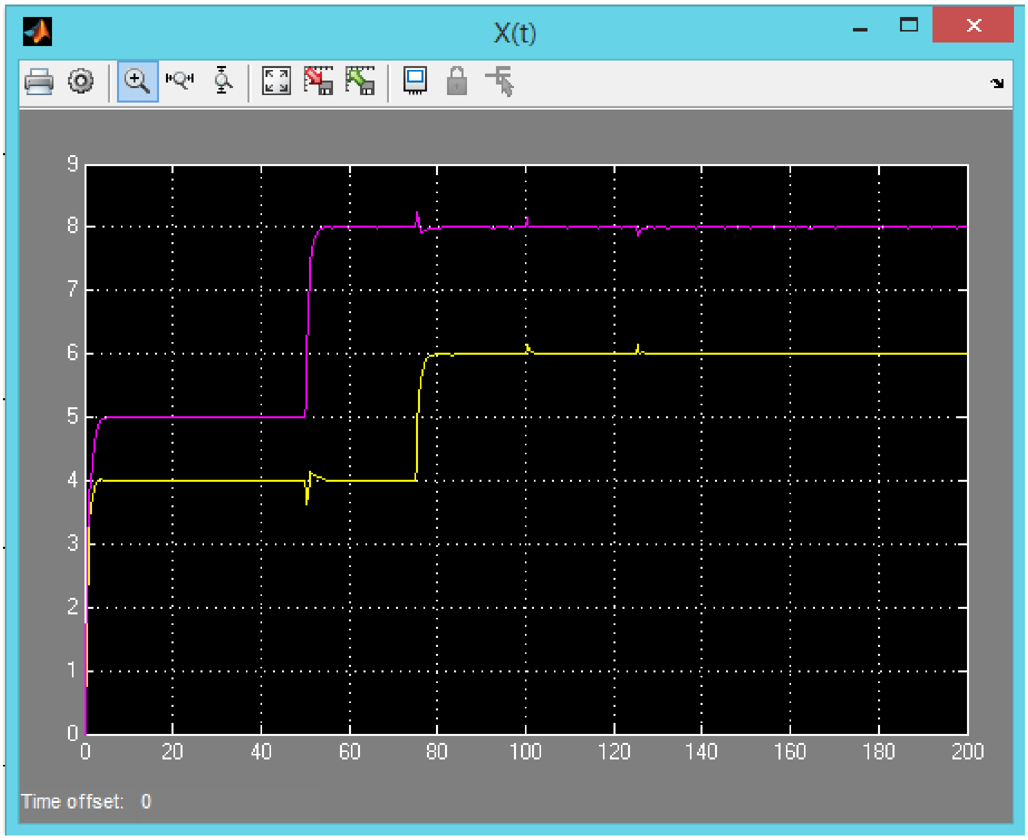

Figura 8

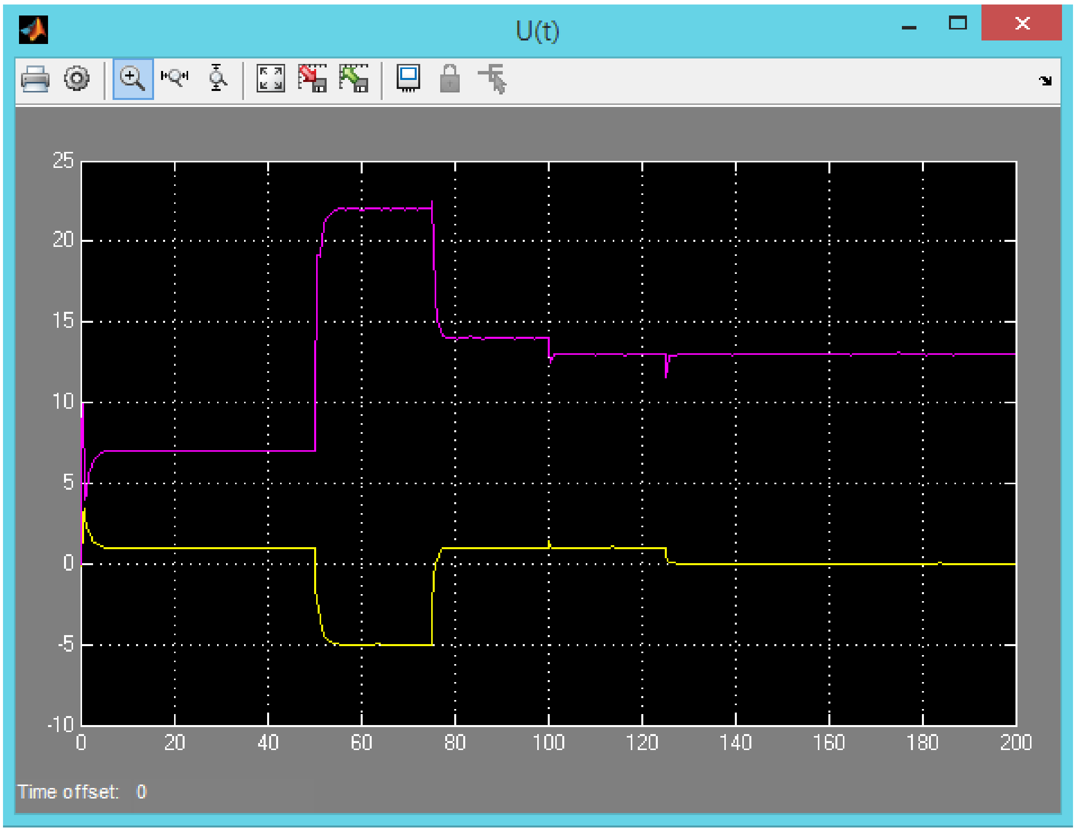

Figura 9