### Relatório Descritivo

# Aplicação de modelagem Fuzzy Takagi-Sugeno à planta Quatro-Tanques multivariável

Jhonantans Moraes Rocha

Laboratório de Robótica e Automação (LARA) Departamento de Engenharia Elétrica - FT - UnB Caixa Postal 4.386 - Brasília - DF - Brasil

17 de agosto de 2016

#### Resumo

Realiza-se neste trabalho a modelagem não-linear, linearizada e fuzzy Takagi-Sugeno de uma planta quatro-tanques, como um exemplo geral de processos multivariáveis. Objetiva-se a comparação dos resultados obtidos, demonstrando a maior eficiência da abordagem fuzzy sobre a linearização simultaneamente à sua simplicidade.

## 1 Introdução

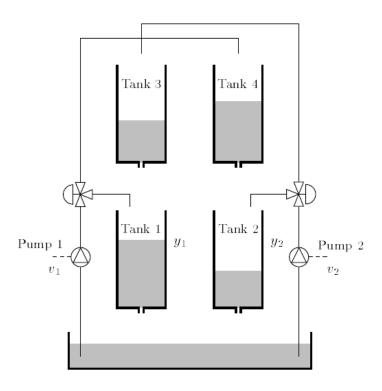


Figura 1: Diagrama esquemático do sistema de quatro tanques.

## 2 Modelagem da Planta

#### 2.1 Modelo Não Linear

Observando o esquemático apresentado na Figura 1 e partindo das equações de Bernoulli para conservação de energia de fluídos incompressíveis, chega-se às seguintes equações não lineares:

$$\begin{cases}
\dot{h_1} = \frac{1}{A_1} (a_3 \sqrt{2gh_3} + \gamma_1 k_1 v_1 - a_1 \sqrt{2gh_1}) \\
\dot{h_2} = \frac{1}{A_2} (a_4 \sqrt{2gh_4} + \gamma_2 k_2 v_2 - a_2 \sqrt{2gh_2}) \\
\dot{h_3} = \frac{1}{A_3} ((1 - \gamma_2) k_2 v_2 - a_3 \sqrt{2gh_3}) \\
\dot{h_4} = \frac{1}{A_4} ((1 - \gamma_1) k_1 v_1 - a_4 \sqrt{2gh_4})
\end{cases} \tag{1}$$

em que,  $h_i$ ,  $A_i$  e  $a_i$  são o nível de água, a área da secção transversal e a área de secção transversal do orifício de saída do tanque i, i = 1, 2, 3, 4, respectivamente. A constante de fluxo e a tensão aplicada na bomba j são dadas respectivamente por  $k_j$  e  $v_i$ , j = 1, 2. O parâmetro  $\gamma_1$  é a razão entre os fluxos para os tanques 1 e 4,  $\gamma_2$  é a razão entre os fluxos para os tanques 2 e 3 e g é a aceleração da gravidade.

#### 2.2 Linearização

Seja o ponto em regime permanente dado por  $\overline{h} = (\overline{h_1}, \overline{h_2}, \overline{h_3}, \overline{h_4})$  e  $\overline{v} = (\overline{v_1}, \overline{v_2})$ , realiza-se a linearização, por expansão em série de Taylor, das equações 1. Chega-se a:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{h}_1 \\ \Delta \dot{h}_2 \\ \Delta \dot{h}_3 \\ \Delta \dot{h}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-a_1\sqrt{2g}}{2A_1\sqrt{h_1}} & 0 & \frac{a_3\sqrt{2g}}{2A_1\sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & \frac{-a_2\sqrt{2g}}{2A_2\sqrt{h_2}} & 0 & \frac{a_4\sqrt{2g}}{2A_2\sqrt{h_4}} \\ 0 & 0 & \frac{-a_3\sqrt{2g}}{2A_3\sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-a_4\sqrt{2g}}{2A_4\sqrt{h_4}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix}$$
 (2)

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix}$$
 (3)

em que  $y_i$  são as saídas medidas do sistema,  $\Delta h_i = h_i - \overline{h_i}$ ,  $\Delta v_i = v_i - \overline{v_i}$ , e i = 1, 2, 3, 4. E por fim, a matriz função de transferência do sistema obtida é:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{T_1\gamma_1k_1}{A_1(1+sT_1)} & \frac{T_1(1-\gamma_2)k_2}{A_1(1+sT_3)(1+sT_1)} \\ \frac{T_2(1-\gamma_1)k_1}{A_2(1+sT_4)(1+sT_2)} & \frac{T_2\gamma_2k_2}{A_2(1+sT_2)} \\ 0 & \frac{T_3(1-\gamma_2)k_2}{A_3(1+sT_3)} \\ \frac{T_4(1-\gamma_1)k_1}{A_4(1+sT_4)} & 0 \end{bmatrix}$$
(4)

em que 
$$G(s) = \frac{\Delta h(s)}{\Delta v(s)}$$
 e  $T_i = \frac{2A_i\sqrt{h_i}}{a_i\sqrt{2g}}, i = 1, 2, 3, 4.$ 

## 3 Instalação e especificação do CLP

#### 4 Conclusões

Neste trabalho foi realizada a implementação do CLP Rockwell 1756-L62, juntamente com o conjunto de módulos para seu funcionamento e comunicação com uma bancada de quatro tanques e com um microcomputador. Iniciou-se com o estudo e descrição da bancada, seguida da instalação do controlador bem como seus módulos de entrada e saídas de dados e de comunicação. Seguiu-se também o estudo das linguagens de programação disponíveis para os softwares proprietários da fornecedora do CLP e como aplicá-las ao controle desejado.

#### Referências

- [1] Allan-Bradley and Rocwell Automation. User Manual ControlLogix System, 2014.
- [2] K. H. Johansson. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. 2000.
- [3] Allan-Bradley and Rocwell Automation. RSLinx Classic Getting Results Guide, 2014.

- [4] Allan-Bradley and Rocwell Automation.  $User\ Manual$   $EtherNet/IP\ Network\ Configuration$ , 2014.
- [5] Allan-Bradley and Rocwell Automation. Quick Start Logix 5000 Controllers, 2014.
- [6] Allan-Bradley and Rocwell Automation. User Manual ControlLogix Analog I/O Modules, 2014.