Universidade de Brasília

Departamento de Engenharia Elétrica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Eletrônicos e de Automação

395480 – Controle Robusto (2014/2S)

Prof. Eduardo Stockler Tognetti

Prova P2

19/11/2014

Instruções de entrega:

- A prova deverá ser enviada para o e-mail `estognetti@ene.unb.br` ou entregue em sala de aula até as 16 horas do dia **26/11/2014**.
- Deverão ser entregues
  - (i) códigos Matlab utilizados (arquivos .m);
  - (ii) arquivo (pdf ou Word) ou folha escrita a mão contendo dados do aluno (nome e matrícula), as condições LMIs utilizadas em cada item e os resultados.

⋆ ⋆ ⋆ Atenção: a prova é individual! ⋆ ⋆ ⋆

Descrição do Problema

Considere o modelo abaixo para controle de nível de dois tanques de água interconectados e sujeitos a distúrbios:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t)\\ z(t) &= C_z x(t)\end{aligned}$$

em que

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}, \quad w(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix}, \quad z(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

As variáveis $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são os níveis dos tanques, $z_1(t) = x_1(t)$ e $z_2(t) = x_2(t)$ as variáveis a serem controladas e que devem seguir as referências $z_1^{ref}(t)$ e $z_2^{ref}(t)$, constantes por partes. As entradas de controle $u_1(t)$ e $u_2(t)$ são proporcionais as vazões de entrada nos tanques e os distúrbios $w_1(t)$ e $w_2(t)$ representam variações nas vazões de entrada ou de saída nos tanques.

Define-se um novo vetor de estados

$$\dot{x}_I(t) = z(t) - z^{ref}(t)$$

e um estado aumentado

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix}$$

obtendo-se o modelo aumentado

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= \tilde{A}\xi(t) + \tilde{B}_u u(t) + \tilde{B}_w \tilde{w}(t) \\ z(t) &= \tilde{C}_z \xi(t) \end{aligned} \tag{1}$$

sendo

$$\tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} w(t) \\ z^{ref}(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_u = \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_w = \begin{bmatrix} B_w & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}, \quad \tilde{C}_z = \begin{bmatrix} C_z & 0 \end{bmatrix}.$$

Considere dimensões apropriadas para 0 e I.

Questões (os projetos deverão ser feitos via **LMIs**)

1. (3,0 pontos) Projete um controlador por realimentação de estados $u(t) = K\xi(t)$, ou seja,
$$u(t) = K_1 x(t) + K_2 \int_0^t \big(z(t) - z^{ref}(t)\big)\, dt \qquad \text{(PI multivariável)}$$
que estabiliza o sistema aumentado (1) em malha fechada e portanto $\dot{x}(t) \to 0$, $z(t) \to z^{ref}(t)$ quando $t \to \infty$.

2. (3,0 pontos) Projete um controlador $\mathcal{H}_\infty$ por realimentação de estados e que aloque os pólos em malha fechada para o o sistema aumentado (1) no intervalo $[-2.5, \ \ -1]$. Informe o valor do custo $\mathcal{H}_\infty$ obtido.

3. (2,0 pontos) Plote as respostas temporais a uma mudança nas referências de nível, z^{ref}, e depois a mudanças nos distúrbios, w, para os controladores projetados nos itens 1 e 2. Considere as variações dos sinais de entrada $z^{ref}(t)$ e $w(t)$ do tipo degrau com amplitudes a definir.
Obs.: devem ser apresentados os gráficos de $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u_1(t)$ e $u_2(t)$ e os degraus devem ser realizados em momentos distintos (informe os valores adotados de amplitudes dos mesmos).

4. (2,0 pontos)
   (a) Projete um controlador que estabiliza o sistema aumentado (1) em malha fechada considerando que apenas $x_1(t)$ é lido.
   Obs.: $z^{ref}(t)$ é sempre conhecido.
   (b) É possível melhorar o desempenho nesse caso (com apenas $x_1(t)$ lido) se os sinais $w(t)$ são também medidos? Caso positivo considere essa medição na estratégia.
   (c) Plote a resposta temporal a uma mudança de referência de nível, z^{ref}, e depois a uma mudança de carga, w, para o(s) controlador(es) projetado(s) no item 4.