

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLE FUZZY
EM CLP INDUSTRIAL**

Jhonantans Moraes Rocha



**ENGENHARIA
MECATRÔNICA**
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLE FUZZY EM CLP INDUSTRIAL

Jhonantans Moraes Rocha

*Trabalho de Graduação submetido como requisito parcial de obtenção do grau de Engenheiro de
Controle e Automação.*

Banca Examinadora

Prof. Eduardo Stockler Tognetti, ENE/UnB
Orientador

Prof. Nome, Dept/Univ
Co-Orientador

Prof. Nome, Dept/Univ
Examinador Externo

Prof. Nome, Dept/Univ
Examinador Interno

Brasília, 14 de dezembro de 2016

FICHA CATALOGRÁFICA

ROCHA, JHONANTANS MORAES

Implementação de Controle FuzzyEm CLP Industrial [Distrito Federal] 2016.
xi, 60p., 210 x 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2016).
Trabalho de Graduação – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

1. Fuzzy

2. Controle

3. Quatro-Tanques

4. CLP

I. Mecatrônica/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ROCHA, J.M. (2016). Implementação de Controle FuzzyEm CLP Industrial, Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Publicação TG-002/2016, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 60p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Jhonantans Moraes Rocha

TÍTULO: Implementação de Controle FuzzyEm CLP Industrial.

GRAU: Engenheiro

ANO: 2016

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta trabalho de graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa trabalho de graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Jhonantans Moraes Rocha

Faculdade de Tecnologia - FT

Universidade de Brasília (UnB)

Campus Darcy Ribeiro

CEP 70919-970 - Brasília - DF - Brasil

Dedicatória do autor 1

AGRADECIMENTOS

Primeira página de agradecimentos

RESUMO

Plantas descritas matematicamente por sistemas não-lineares apresentam desafios para modelagem de sistemas e para aplicação de técnicas de controle convencionais. O procedimento mais simples nestas situações é aproximar estes sistemas à um estado local linear e assumir este comportamento pontual como global do sistema. Sabe-se que esta abordagem fornece resultados que se afastam dos reais à medida que o estado do sistema se afasta daquele ponto de referência. Abordagens fuzzy, como os modelos propostos por Takagi-Sugeno, são alternativas geralmente mais eficazes para solução deste problema, uma vez que fazem uma interpolação de várias modelagens em diversos pontos locais.

Este trabalho faz uso da lógica fuzzy, utilizando modelos Takagi-Sugeno, para desenvolver controladores para uma planta de quatro-tanques, um sistema não-linear com vários graus de acoplamento entre suas variáveis. O objetivo é implementar este controlador em um CLP industrial e observar seu desempenho em várias configurações do sistema.

ABSTRACT

Plants mathematically described by non-linear systems present challenges for system modeling and for applying conventional control techniques. The simplest procedure in these situations is to approximate these systems to a linear local state and assume this punctual behavior as a global system. It is known that this approach yields results that deviate from the real ones as the state of the system moves away from that reference point. Fuzzy approaches, such as the models proposed by Takagi-Sugeno, are generally more effective alternatives to solve this problem, since they interpolate several models in several local points.

This work makes use of fuzzy logic, using Takagi-Sugeno models, to develop controllers for a four-tank plant, a nonlinear system with several degrees of coupling between its variables. The goal is to implement this controller in an industrial PLC and observe its performance in various system configurations.

1	INTRODUÇÃO	1
2	DESCRIÇÃO DO SISTEMA	4
3	FUNDAMENTOS FUZZY	5
3.1	CONJUNTOS FUZZY	5
3.2	FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA	5
3.2.1	VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS	5
3.3	INFERÊNCIA	5
3.3.1	FUZZYFICAÇÃO	5
3.3.2	REGRAS	5
3.3.3	DEFUZZYFICAÇÃO	5
3.4	MODELO FUZZY TAKAGI-SUGENO	5
4	MODELAGEM.....	6
4.1	MODELAGEM CONVENCIONAL	6
4.1.1	MODELO NÃO LINEAR	6
4.1.2	LINEARIZAÇÃO	6
4.2	MODELAGEM FUZZY	7
4.2.1	CONJUNTOS FUZZY	7
4.2.2	FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA	7
4.2.3	MODELO FUZZY TAKAGI-SUGENO	8
4.3	MODELAGEM	9
4.3.1	MODELAGEM NÃO LINEAR	9
4.3.2	LINEARIZAÇÃO	9
4.4	MODELO TAKAGI-SUGENO	9
4.5	CONTROLADORES	9
5	IMPLEMENTAÇÃO	10
5.1	IDENTIFICAÇÃO	10
5.2	CÁLCULO DO CONTROLADOR	10
5.3	MODELO	10
6	RESULTADOS	11
6.1	ANÁLISE DOS RESULTADOS	11
6.1.1	FASE MÍNIMA	11
6.1.2	FASE NÃO-MÍNIMA	12
6.2	SIMULAÇÕES	14
6.3	IMPLEMENTAÇÃO	14
7	CONSLUSÃO	15

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	16
--	-----------

1.1	DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO SISTEMA DE QUATRO TANQUES E PLANTA DIDÁTICA	2
4.1	DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO SISTEMA DE QUATRO TANQUES E PLANTA DIDÁTICA.	8
6.1	LINEARIZAÇÃO CONVENCIONAL: $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$. LINEARIZAÇÕES FUZZY: $\bar{h}_1 = [10 \ 15]$ $\bar{h}_2 = [10 \ 15]$	11
6.3	LINEARIZAÇÃO CONVENCIONAL: $\bar{h}_1 = 10, \bar{h}_2 = 10$. LINEARIZAÇÕES FUZZY: $\bar{h}_1 = [10 \ 15 \ 20]$ $\bar{h}_2 = [10 \ 15 \ 20]$	12
6.2	LINEARIZAÇÃO CONVENCIONAL: $\bar{h}_1 = 10, \bar{h}_2 = 10$. LINEARIZAÇÕES FUZZY: $\bar{h}_1 = [10 \ 15]$ $\bar{h}_2 = [10 \ 15]$	12
6.4	LINEARIZAÇÃO CONVENCIONAL: $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$. LINEARIZAÇÕES FUZZY: $\bar{h}_1 = [5 \ 10]$ $\bar{h}_2 = [5 \ 10]$	13
6.5	LINEARIZAÇÃO CONVENCIONAL: $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$. LINEARIZAÇÕES FUZZY: $\bar{h}_1 = [5 \ 10 \ 15]$ $\bar{h}_2 = [5 \ 10 \ 15]$	13
6.6	LINEARIZAÇÃO CONVENCIONAL: $\bar{h}_1 = 10, \bar{h}_2 = 10$. LINEARIZAÇÕES FUZZY: $\bar{h}_1 = [5 \ 10 \ 15]$ $\bar{h}_2 = [5 \ 10 \ 15]$	14
6.7	LINEARIZAÇÃO CONVENCIONAL: $\bar{h}_1 = 10, \bar{h}_2 = 10$. LINEARIZAÇÕES FUZZY: UMA LINEARIZAÇÃO A CADA 1 CENTÍMETRO PARA AMBOS OS NÍVEIS.	14

Símbolos Latinos

CLP Controlador Lógico Programável

Símbolos Gregos

θ Ângulo

Neste trabalho vetores são representados por letras minúsculas em negrito. Matrizes são representadas por letras maiúsculas em negrito. Já espaços e conjuntos em geral são representados por letras maiúsculas caligráficas.

1 INTRODUÇÃO

Desenvolver controladores para sistemas não-lineares é quase sempre uma tarefa dispendiosa e complexa. Para plantas multivariáveis essa complexidade é ainda maior. É por esse motivo que é prática comum recorrer-se à linearização das equações que as descrevem, o que fornece uma aproximação do sistema inicial num formato que se encaixa às teorias de controle convencionais.

A linearização simples, realizada por meio da série de Taylor, resulta uma aproximação excelente localmente. No entanto, à medida que as variáveis controladas e manipuladas se afastam do ponto de operação, condição na qual foi realizada a linearização, o modelo passa a se afastar da planta real.

Neste cenário, a abordagem fuzzy figura como excelente ferramenta para solução destes desvios. Aparecendo pela primeira vez em [?], foi aplicada à modelagem de sistemas em [?]. Seus métodos consistem na linearização simples do sistema em mais de um ponto, baseados em um conjunto de métricas relevantes para o problema em questão. Desenvolve-se então um conjunto de regras para determinar o grau de pertinência do estado do sistema à cada um dos pontos pré-modelados. Utiliza-se então como modelo a soma ponderada das linearizações por estes coeficientes de pertinência.

O objeto de estudo deste trabalho será o sistema de quatro tanques, desenvolvido por [1] com o objetivo didático de demonstrar de forma ilustrativa conceitos e propriedades de sistemas com múltiplas entradas e saídas (MIMO, do inglês *multiple input, multiple output*). Seu diagrama esquemático é apresentado na Figura ???. Ele consiste em quatro tanques interconectados, um reservatório inferior, quatro válvulas esferas e duas bombas de corrente contínua que bombeiam o fluido do reservatório inferior para os tanques de forma cruzada, de acordo com a razão entre os fluxos definida pela posição das válvulas.

O sistema de quatro tanques é não linear. Seu modelo linearizado apresenta um zero multivariável que pode estar localizado tanto no semi-plano esquerdo quanto no semi-plano direito dependendo da configuração das válvulas. A abertura das válvulas determina se o sistema é de fase mínima ou de fase não-mínima afetando a estratégia de controle a ser adotada.

O objetivo é controlar os níveis do fluido nos tanques inferiores 1 e 2. As entradas do processo são as tensões de entrada das bombas, e as saídas são os níveis de fluido nos tanques 1 e 2. As demais variáveis de processo são os níveis do fluido nos tanques 3 e 4, os fluxos da bomba e a razão entre os fluxos para os tanques.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: Na Seção 4.1 é feita a modelagem matemática do sistema não linear e sua linearização em torno do ponto de operação em estado estacionário. A Seção 4.2 apresenta os conceitos da modelagem fuzzy e sua aplicação na planta. Na seção seguinte é feita uma análise comparativa entre os modelos desenvolvidos. Por fim, algumas considerações finais e sugestões de trabalhos futuros são apresentadas na Seção ???.

Desenvolver controladores para sistemas não-lineares é quase sempre uma tarefa dispendiosa e complexa. Para plantas multivariáveis essa complexidade é ainda maior. É por esse motivo que é prática comum recorrer-se à linearização das equações que as descrevem, o que fornece uma aproxi-

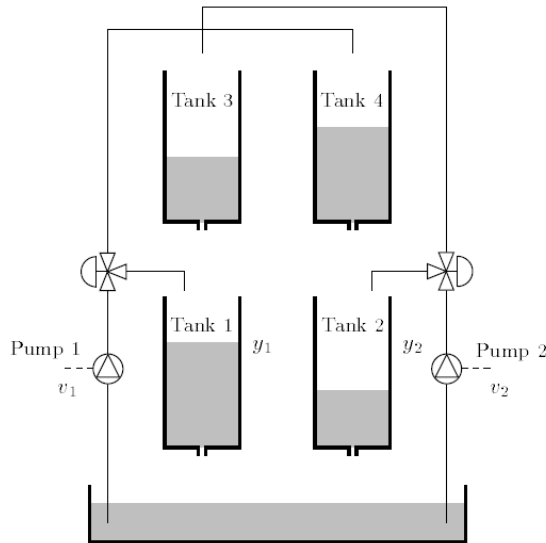


Figure 1.1: Diagrama esquemático do sistema de quatro tanques e planta didática

mação do sistema inicial num formato que se encaixa às teorias de controle convencionais.

A linearização simples, realizada por meio da série de Taylor, resulta uma aproximação excelente localmente. No entanto, à medida que as variáveis controladas e manipuladas se afastam do ponto de operação, condição na qual foi realizada a linearização, o modelo passa a se afastar da planta real.

Neste cenário, a abordagem fuzzy figura como excelente ferramenta para solução destes desvios. Aparecendo pela primeira vez em [?], foi aplicada à modelagem de sistemas em [?]. Seus métodos consistem na linearização simples do sistema em mais de um ponto, baseados em um conjunto de métricas relevantes para o problema em questão. Desenvolve-se então um conjunto de regras para determinar o grau de pertinência do estado do sistema à cada um dos pontos pré-modelados. Utiliza-se então como modelo a soma ponderada das linearizações por estes coeficientes de pertinência.

O objeto de estudo deste trabalho será o sistema de quatro tanques, desenvolvido por [1] com o objetivo didático de demonstrar de forma ilustrativa conceitos e propriedades de sistemas com múltiplas entradas e saídas (MIMO, do inglês *multiple input, multiple output*). Seu diagrama esquemático é apresentado na Figura ???. Ele consiste em quatro tanques interconectados, um reservatório inferior, quatro válvulas esferas e duas bombas de corrente contínua que bombeiam o fluido do reservatório inferior para os tanques de forma cruzada, de acordo com a razão entre os fluxos definida pela posição das válvulas.

O sistema de quatro tanques é não linear. Seu modelo linearizado apresenta um zero multivariável que pode estar localizado tanto no semi-plano esquerdo quanto no semi-plano direito dependendo da configuração das válvulas. A abertura das válvulas determina se o sistema é de fase mínima ou de fase não-mínima afetando a estratégia de controle a ser adotada.

O objetivo é controlar os níveis do fluido nos tanques inferiores 1 e 2. As entradas do processo são as tensões de entrada das bombas, e as saídas são os níveis de fluido nos tanques 1 e 2. As demais variáveis de processo são os níveis do fluido nos tanques 3 e 4, os fluxos da bomba e a razão entre os

fluxos para os tanques.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: Na Seção 4.1 é feita a modelagem matemática do sistema não linear e sua linearização em torno do ponto de operação em estado estacionário. A Seção 4.2 apresenta os conceitos da modelagem fuzzy e sua aplicação na planta. Na seção seguinte é feita uma análise comparativa entre os modelos desenvolvidos. Por fim, algumas considerações finais e sugestões de trabalhos futuros são apresentadas na Seção ??.

2 DESCRIÇÃO DO SISTEMA

3 FUNDAMENTOS FUZZY

A lógica fuzzy, ou difusa, foi introduzida originalmente por Zadeh, em seu artigo "Fuzzy Sets" [2]. Sua teoria de conjunto diverge da booleana no tratamento dos valores lógicos das variáveis, podendo assumir qualquer valor entre 0 e 1.

3.1 CONJUNTOS FUZZY

De acordo com a teoria de conjuntos clássica, um elemento x qualquer, pode pertencer ou não à um conjunto universo de discurso U , $x \in U$. Chamando de $f_u(x)$ a função de pertinência de x ao conjunto U . Desta forma, tem-se:

$$f_u(x) : U \rightarrow 0, 1 \qquad f_u(x) = \begin{cases} 1 & \text{se e somente se } x \in U \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.1)$$

Essa definição binária se encaixa bem em problemas restritos, cujo caráter dos sistemas reflita essa separação de estados, por exemplo a paridade ou não de uma das somas dos bits de uma mensagem binária. No entanto, grande parte dos sistemas estudados nas teorias de controle trabalha com grandezas que possuem limites não tão claros assim, como exemplo a temperatura. Apesar de ser matematicamente bem definida, existem descrições como "frio" e "quente" que não podem ser representadas com este conjunto binário, uma vez que são conceitos vagos e imprecisos. A abordagem fuzzy é capaz de tratar a pertinência nestes casos, de onde vem a origem de seu nome "difusa".

3.2 FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA

3.2.1 Variáveis Linguísticas

3.3 INFERÊNCIA

3.3.1 Fuzzyficação

3.3.2 Regras

3.3.3 Defuzzyficação

3.4 MODELO FUZZY TAKAGI-SUGENO

4 MODELAGEM

4.1 MODELAGEM CONVENCIONAL

4.1.1 Modelo Não Linear

Baseado nos princípios de conservação de massa e na lei de Bernoulli para líquidos incompressíveis tem-se o seguinte sistema de equações não lineares que descrevem o processo.

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{1}{A_1}(a_3\sqrt{2gh_3} + \gamma_1 k_1 v_1 - a_1\sqrt{2gh_1}) \\ \dot{h}_2 = \frac{1}{A_2}(a_4\sqrt{2gh_4} + \gamma_2 k_2 v_2 - a_2\sqrt{2gh_2}) \\ \dot{h}_3 = \frac{1}{A_3}((1 - \gamma_2)k_2 v_2 - a_3\sqrt{2gh_3}) \\ \dot{h}_4 = \frac{1}{A_4}((1 - \gamma_1)k_1 v_1 - a_4\sqrt{2gh_4}) \end{cases} \quad (4.1)$$

em que, h_i , A_i e a_i são o nível de água, a área da secção transversal e a área de secção transversal do orifício de saída do tanque i , $i = 1, 2, 3, 4$, respectivamente. A constante de fluxo e a tensão aplicada na bomba j são dadas respectivamente por k_j e v_i , $j = 1, 2$. O parâmetro γ_1 é a razão entre os fluxos para os tanques 1 e 4, γ_2 é a razão entre os fluxos para os tanques 2 e 3 e g é a aceleração da gravidade.

4.1.2 Linearização

Linearizando o sistema em torno dos ponto de operação $\bar{h} = (\bar{h}_1, \bar{h}_2, \bar{h}_3, \bar{h}_4)$ e $\bar{v} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2)$, por expansão em série de Taylor, obtém-se a seguinte representação no espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{h}_1 \\ \Delta \dot{h}_2 \\ \Delta \dot{h}_3 \\ \Delta \dot{h}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-a_1\sqrt{2g}}{2A_1\sqrt{h_1}} & 0 & \frac{a_3\sqrt{2g}}{2A_1\sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & \frac{-a_2\sqrt{2g}}{2A_2\sqrt{h_2}} & 0 & \frac{a_4\sqrt{2g}}{2A_2\sqrt{h_4}} \\ 0 & 0 & \frac{-a_3\sqrt{2g}}{2A_3\sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-a_4\sqrt{2g}}{2A_4\sqrt{h_4}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

em que y_i são as saídas medidas do sistema, $\Delta h_i = h_i - \bar{h}_i$, $\Delta v_i = v_i - \bar{v}_i$, e $i = 1, 2, 3, 4$.

E por fim, a matriz função de transferência do sistema obtida é:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{T_1 \gamma_1 k_1}{A_1(1+sT_1)} & \frac{T_1(1-\gamma_2)k_2}{A_1(1+sT_3)(1+sT_1)} \\ \frac{T_2(1-\gamma_1)k_1}{A_2(1+sT_4)(1+sT_2)} & \frac{T_2 \gamma_2 k_2}{A_2(1+sT_2)} \\ 0 & \frac{T_3(1-\gamma_2)k_2}{A_3(1+sT_3)} \\ \frac{T_4(1-\gamma_1)k_1}{A_4(1+sT_4)} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

em que $G(s) = \frac{\Delta h(s)}{\Delta v(s)}$ e $T_i = \frac{2A_i \sqrt{h_i}}{a_i \sqrt{2g}}$, $i = 1, 2, 3, 4$.

4.2 MODELAGEM FUZZY

A Teoria Fuzzy tem seu princípio cunhado por [?]. Os trabalhos seguintes, como o [?] abordaram sua utilização para a modelagem de sistemas complexos por meio de aproximações, utilizando uma teoria de conjuntos diferente da convencional.

4.2.1 Conjuntos Fuzzy

A teoria de conjuntos convencional utiliza lógica booleana para definir os valores lógicos das funções de pertinências dos conjuntos. Assim, dado X o universo de discurso de um determinado conjunto C , um elemento genérico x tem sua função de pertinência ao conjunto C dado por:

$$f_C(x) : X \rightarrow \{0, 1\}$$

$$f_C(x) = \begin{cases} 1 & \text{se e somente se } x \in C \\ 0 & \text{se e somente se } x \notin C \end{cases}$$

Existem, no entanto, situações em que a definição dos conjuntos de seus limites se tornam muito subjetivos. Nestas situações, a utilização da lógica difusa apresenta vantagens para a modelagem de sistemas.

Considere-se como exemplo a temperatura de uma sala. Pode-se definir dois conjuntos de estados {quente, frio}. No entanto, torna-se um pouco confuso e arbitrário decidir em qual destes conjuntos um estado específico se encaixa. Utilizando funções de pertinências não binárias, observa-se o **quanto** determinada temperatura se encaixa em cada um dos conjuntos. Funções de pertinências fuzzy são definidas da forma:

$$f_C(x) : X \rightarrow [0, 1]$$

4.2.2 Funções De Pertinência

Existem várias normas e regras disponíveis para funções de pertinência. Este trabalho considera a norma triangular. Seguindo o exemplo dado, dada uma temperatura x verifica-se o quão pertencente

aos conjuntos *quente* e *fria* ela é utilizando a função do gráfico a seguir:

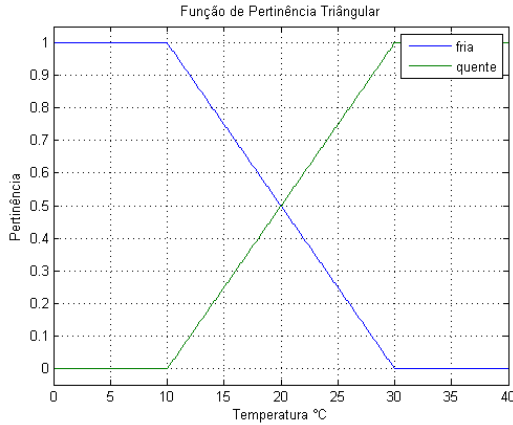


Figure 4.1: Diagrama esquemático do sistema de quatro tanques e planta didática.

Nota-se que se escolhem limites para os conjuntos: toda temperatura abaixo de 10 é fria; toda temperatura acima de 30 é quente. As demais, pertencem mais ou menos à cada um dos conjuntos.

Em lógica Fuzzy, as variáveis definidas de forma subjetiva, com expressões para limites são chamadas variáveis linguísticas.

4.2.3 Modelo Fuzzy Takagi-Sugeno

A abordagem proposta por [?] promove a utilização da lógica fuzzy na modelagem e controle de sistemas. As etapas deste processo são:

- **Fuzzificação:** Chamemos de x_i e C_i , onde $i=1,2,3,...,n$, as n variáveis medidas de um sistema e os conjuntos fuzzy aos quais podem ou não pertencer, respectivamente. No modelo de Takagi-Sugeno temos as regras dadas da forma: SE x_1 é A_1i e x_2 é A_2i e x_3 é A_3i e ... e x_n é A_ni ENTÃO $y = f_i(x_1, x_2, ..., x_n)$

No objeto de estudos deste trabalho, as variáveis de entradas são os níveis h_1 e h_2 . Para cada um deles pode se definir os conjuntos {baixo, alto} e modelar o sistema nas quatro combinações possíveis:

- Se h_1 é baixo e h_2 é baixo, então $\dot{x} = A_1x + B_1u$
- Se h_1 é baixo e h_2 é alto, então $\dot{x} = A_2x + B_2u$
- Se h_1 é alto e h_2 é baixo, então $\dot{x} = A_3x + B_3u$
- Se h_1 é alto e h_2 é alto, então $\dot{x} = A_4x + B_4u$

Com a regras já definidas, realiza-se o próximo passo para inferir o quanto o estado atual pertence a cada um dos estados e o sistema resultante.

- **Inferência:** As variáveis h_1 e h_2 são chamadas variáveis premissas. Obtém-se então o grau de compatibilidade dos níveis em cada um dos quatro conjuntos anteriores utilizando funções

de pertinências triangulares, como apresentado anteriormente. Para este tipo de função, o peso final da regra é dado pelo produtório do grau de ativação das premissas em cada região. Ou seja, chamando de $w_i(h_1, h_2)$ este peso, temos:

$$\begin{aligned}w_1(h_1, h_2) &= f_{baixo}(h_1) * f_{baixo}(h_2) \\w_2(h_1, h_2) &= f_{baixo}(h_1) * f_{alto}(h_2) \\w_3(h_1, h_2) &= f_{alto}(h_1) * f_{baixo}(h_2) \\w_4(h_1, h_2) &= f_{alto}(h_1) * f_{alto}(h_2)\end{aligned}$$

Assim, o modelo Takagi-Sugeno final é dado por:

$$\dot{h} = \frac{\sum_{i=1}^4 w_i(h)(A_i h + B_i u)}{\sum_{i=1}^4 w_i(h)}$$

Nota-se que o número de regras é obtido a partir da combinação simples entre as variáveis de discurso. Além disso, é importante notar que se tratam de linearizações, portanto as variáveis utilizadas são todas desvios de cada um dos respectivos pontos de linearização, que portanto precisam ser previamente calculados e inseridos no modelo.

4.3 MODELAGEM

4.3.1 Modelagem Não Linear

4.3.2 Linearização

4.4 MODELO TAKAGI-SUGENO

4.5 CONTROLADORES

5 IMPLEMENTAÇÃO

5.1 IDENTIFICAÇÃO

5.2 CÁLCULO DO CONTROLADOR

5.3 MODELO

6 RESULTADOS

6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Foram realizadas simulações de resposta ao degrau do sistema de quatro-tanques modelado seguindo as abordagens apresentadas. Por se tratar de um problema multivariável com zeros alocáveis, simulou-se as respostas dos modelos para os casos de **fase-mínima** e de **fase não mínima**. Os resultados são observados nas seções a seguir.

6.1.1 Fase Mínima

A tabela a seguir apresenta as especificações do sistema, nota-se por γ_1 e γ_2 que o sistema está em fase mínima.

Especificações Iniciais da Planta	
A1, A3	28
A2, A4	32
a1, a3	0.071
a2, a4	0.057
g	981
k1	3,33
k2	3.35
γ_1	0.70
γ_2	0.60

Realiza-se

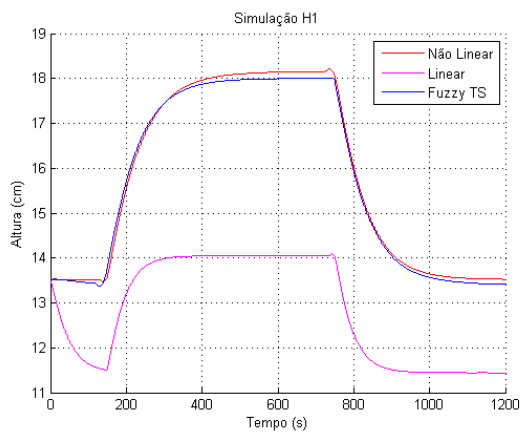


Figure 6.1: Linearização Convencional: $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$. Linearizações Fuzzy: $\bar{h}_1 = [10 \ 15]$ $\bar{h}_2 = [10 \ 15]$

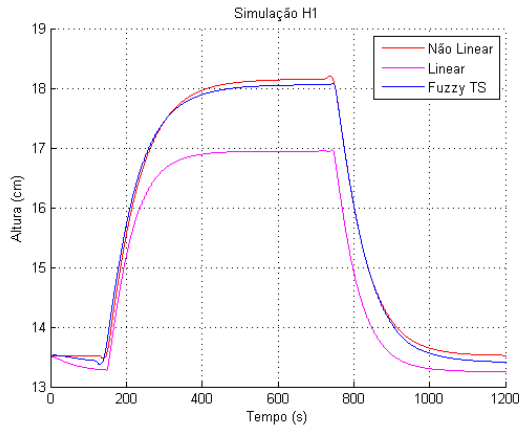


Figure 6.3: Linearização Convencional: $\bar{h}_1 = 10, \bar{h}_2 = 10$. Linearizações Fuzzy: $\bar{h}_1 = [10 \ 15 \ 20] \ \bar{h}_2 = [10 \ 15 \ 20]$

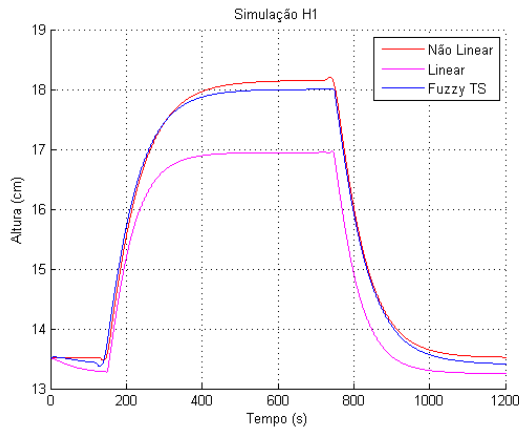


Figure 6.2: Linearização Convencional: $\bar{h}_1 = 10, \bar{h}_2 = 10$. Linearizações Fuzzy: $\bar{h}_1 = [10 \ 15] \ \bar{h}_2 = [10 \ 15]$

6.1.2 Fase Não-Mínima

A tabela a seguir apresenta as especificações do sistema, nota-se por γ_1 e γ_2 que o sistema está em fase não mínima.

Especificações do sistema	
' A1, A3	28
A2, A4	32
a1, a3	0.071
a2, a4	0.057
g	981
k1	3,14
k2	3.29
γ_1	0.43
γ_2	0.34

Nas figuras que se seguem apresentam-se as respostas dos modelos à degraus aplicados ao sistema. Observa-se que o modelo linear apresenta bons resultados quando o estado do sistema é próximo ao ponto de operação. Já para os modelos fuzzy, quanto mais pontos de linearização utilizados, melhor o resultado, embora mais complexo o custo computacional.

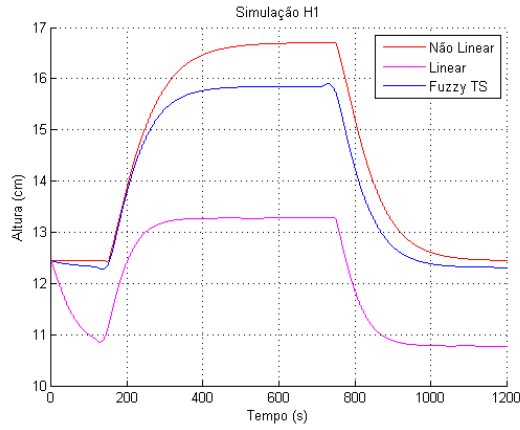


Figure 6.4: Linearização Convencional: $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$. Linearizações Fuzzy: $\bar{h}_1 = [5 \ 10]$ $\bar{h}_2 = [5 \ 10]$

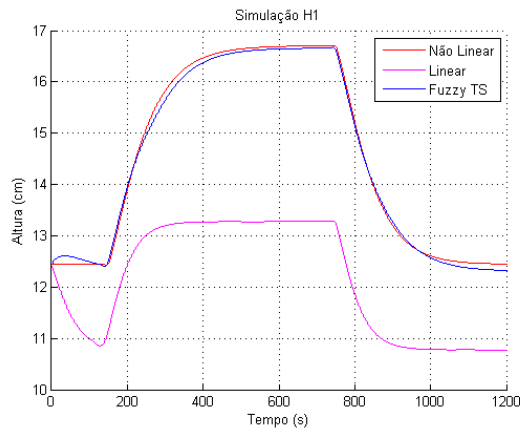


Figure 6.5: Linearização Convencional: $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$. Linearizações Fuzzy: $\bar{h}_1 = [5 \ 10 \ 15]$ $\bar{h}_2 = [5 \ 10 \ 15]$

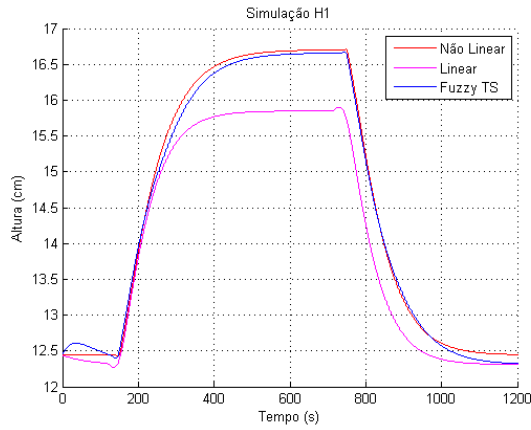


Figure 6.6: Linearização Convencional: $\bar{h}_1 = 10, \bar{h}_2 = 10$. Linearizações Fuzzy: $\bar{h}_1 = [5 \ 10 \ 15]$ $\bar{h}_2 = [5 \ 10 \ 15]$

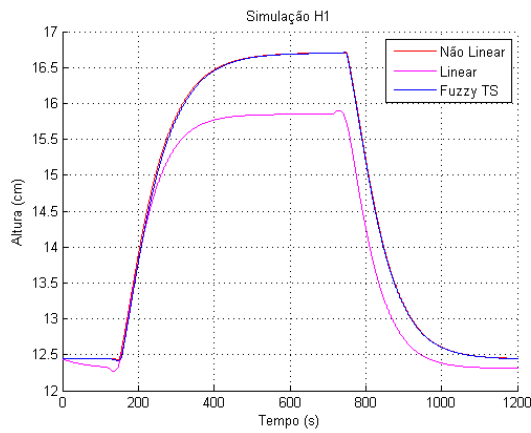


Figure 6.7: Linearização Convencional: $\bar{h}_1 = 10, \bar{h}_2 = 10$. Linearizações Fuzzy: uma linearização a cada 1 centímetro para ambos os níveis.

Como explicado na seção anterior, o conjunto de regras é realizado a partir da combinação simples dos conjuntos de pontos das variáveis aferidas. Assim, na Figura 6.7 haverão 900 regras, uma combinação de 30 pontos para h_1 e 30 pontos para h_2 .

6.2 SIMULAÇÕES

6.3 IMPLEMENTAÇÃO

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizada a comparação entre a modelagem fuzzy e a modelagem linearizada convencional. O objetivo final foi demonstrar a eficiência e aplicabilidade da abordagem proposta por Takagi-Sugeno em sistemas multivariáveis com diferentes níveis de acoplamento. A partir dos resultados obtidos, nota-se que esta abordagem proporciona uma aproximação tão boa quando se esteja disposto a dispendar em termos de custos computacionais. Possíveis desenvolvimentos futuros incluem a implementação de controladores desenvolvidos e a inclusão de incertezas nas especificações dos modelos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] K. H. Johansson, A. Horch, O. Wijk, and A. Hansson, “Teaching multivariable control using the quadruple-tank process,” 1999.
- [2] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets,” 1965.