

Relatório Descritivo

# Aplicação de modelagem Fuzzy Takagi-Sugeno à planta Quatro-Tanques multivariável

Jhonantans Moraes Rocha

*Laboratório de Robótica e Automação (LARA)*  
*Departamento de Engenharia Elétrica - FT - UnB*  
*Caixa Postal 4.386 - Brasília - DF - Brasil*

13 de novembro de 2016

## Resumo

Realiza-se neste trabalho a modelagem não-linear, linearizada e fuzzy Takagi-Sugeno de uma planta quatro-tanques, como um exemplo geral de processos multivariáveis. Objetiva-se a comparação dos resultados obtidos, demonstrando a maior eficiência da abordagem fuzzy sobre a linearização simultaneamente à sua simplicidade.

# 1 Introdução

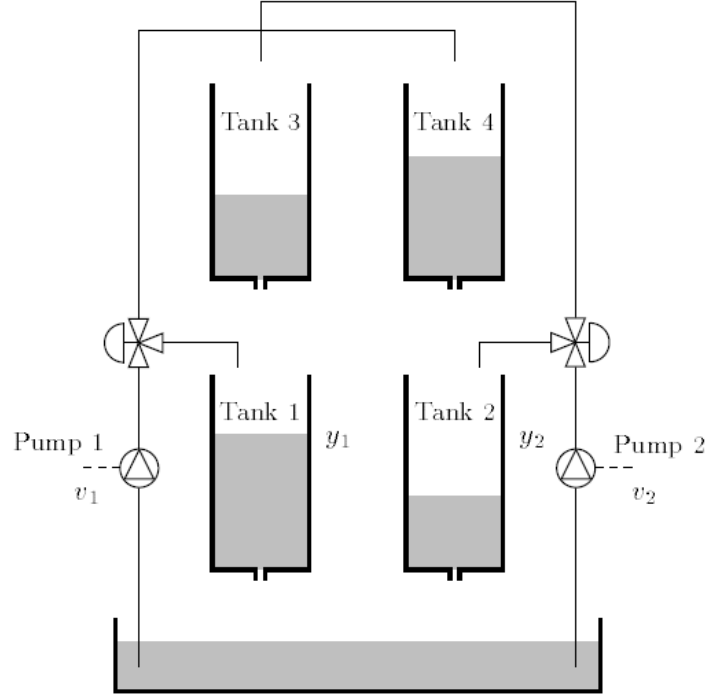


Figura 1: Diagrama esquemático do sistema de quatro tanques.

## 2 Modelagem da Planta

### 2.1 Modelo Não Linear

Observando o esquemático apresentado na Figura 1 e partindo das equações de Bernoulli para conservação de energia de fluidos incompressíveis, chega-se às seguintes equações não lineares:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{1}{A_1}(a_3\sqrt{2gh_3} + \gamma_1 k_1 v_1 - a_1\sqrt{2gh_1}) \\ \dot{h}_2 = \frac{1}{A_2}(a_4\sqrt{2gh_4} + \gamma_2 k_2 v_2 - a_2\sqrt{2gh_2}) \\ \dot{h}_3 = \frac{1}{A_3}((1 - \gamma_2)k_2 v_2 - a_3\sqrt{2gh_3}) \\ \dot{h}_4 = \frac{1}{A_4}((1 - \gamma_1)k_1 v_1 - a_4\sqrt{2gh_4}) \end{cases} \quad (1)$$

em que,  $h_i$ ,  $A_i$  e  $a_i$  são o nível de água, a área da secção transversal e a área de secção transversal do orifício de saída do tanque  $i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , respectivamente. A constante de fluxo e a tensão aplicada na bomba  $j$  são dadas respectivamente por  $k_j$  e  $v_j$ ,  $j = 1, 2$ . O parâmetro  $\gamma_1$  é a razão entre os fluxos para os tanques 1 e 4,  $\gamma_2$  é a razão entre os fluxos para os tanques 2 e 3 e  $g$  é a aceleração da gravidade.

## 2.2 Linearização

Seja o ponto em regime permanente dado por  $\bar{h} = (\bar{h}_1, \bar{h}_2, \bar{h}_3, \bar{h}_4)$  e  $\bar{v} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2)$ , realiza-se a linearização, por expansão em série de Taylor, das equações 1. Chega-se a:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{h}_1 \\ \Delta \dot{h}_2 \\ \Delta \dot{h}_3 \\ \Delta \dot{h}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-a_1\sqrt{2g}}{2A_1\sqrt{h_1}} & 0 & \frac{a_3\sqrt{2g}}{2A_1\sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & \frac{-a_2\sqrt{2g}}{2A_2\sqrt{h_2}} & 0 & \frac{a_4\sqrt{2g}}{2A_2\sqrt{h_4}} \\ 0 & 0 & \frac{-a_3\sqrt{2g}}{2A_3\sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-a_4\sqrt{2g}}{2A_4\sqrt{h_4}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

em que  $y_i$  são as saídas medidas do sistema,  $\Delta h_i = h_i - \bar{h}_i$ ,  $\Delta v_i = v_i - \bar{v}_i$ , e  $i = 1, 2, 3, 4$ .

E por fim, a matriz função de transferência do sistema obtida é:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{T_1 \gamma_1 k_1}{A_1(1+sT_1)} & \frac{T_1(1-\gamma_2)k_2}{A_1(1+sT_3)(1+sT_1)} \\ \frac{T_2(1-\gamma_1)k_1}{A_2(1+sT_4)(1+sT_2)} & \frac{T_2 \gamma_2 k_2}{A_2(1+sT_2)} \\ 0 & \frac{T_3(1-\gamma_2)k_2}{A_3(1+sT_3)} \\ \frac{T_4(1-\gamma_1)k_1}{A_4(1+sT_4)} & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

em que  $G(s) = \frac{\Delta h(s)}{\Delta v(s)}$  e  $T_i = \frac{2A_i\sqrt{h_i}}{a_i\sqrt{2g}}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

## 3 Instalação e especificação do CLP

## 4 Conclusões

Neste trabalho foi realizada a implementação do CLP Rockwell 1756-L62, juntamente com o conjunto de módulos para seu funcionamento e comunicação com uma bancada de quatro tanques e com um microcomputador. Iniciou-se com o estudo e descrição da bancada, seguida da instalação do controlador bem como seus módulos de entrada e saídas de dados e de comunicação. Seguiu-se também o estudo das linguagens de programação disponíveis para os softwares proprietários da fornecedora do CLP e como aplicá-las ao controle desejado.

## Referências

- [1] Allan-Bradley and Rocwell Automation. *User Manual - ControlLogix System*, 2014.
- [2] K. H. Johansson. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. 2000.
- [3] Allan-Bradley and Rocwell Automation. *RSLinx Classic Getting Results Guide*, 2014.

- [4] Allan-Bradley and Rocwell Automation. *User Manual - EtherNet/IP Network Configuration*, 2014.
- [5] Allan-Bradley and Rocwell Automation. *Quick Start - Logix5000 Controllers*, 2014.
- [6] Allan-Bradley and Rocwell Automation. *User Manual - ControlLogix Analog I/O Modules*, 2014.