



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

JHONATA ADAM SILVA MATIAS

TÍTULO DO TRABALHO: SUBTÍTULO

QUIXADÁ – CEARÁ
2016

JHONATA ADAM SILVA MATIAS

TÍTULO DO TRABALHO: SUBTÍTULO

Monografia apresentada no curso de Ciência da Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Ciência da Computação. Área de concentração: Computação.

Orientador: Nome do seu Orientador

Co-Orientador: Nome Co-orientador

QUIXADÁ – CEARÁ

2016

Use www.fichacatalografica.ufc.br/ para atualizar os dados a seguir, depois envie para verificação final pela biblioteca.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- L696r Lima, Bruno Rhafael Fonteles de.
 Representação do conhecimento para implementação de um repositório de monografias utilizando um gerenciador de referências bibliográficas. / Bruno Rhafael Fonteles de Lima. – 2016.
 50 f. : il., p&b.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Quixadá, Curso de Redes de Computadores, Quixadá, 2016.
 Orientação: Prof^a. Dr^a. Tânia Saraiva de Melo Pinheiro.
1. Gestão do conhecimento. 2. Ontologia. 3. Controle bibliográfico. I. Título.

CDD 004.6

JHONATA ADAM SILVA MATIAS

TÍTULO DO TRABALHO: SUBTÍTULO

Monografia apresentada no curso de Ciência da Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Ciência da Computação. Área de concentração: Computação.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Nome do seu Orientador (Orientador)
Campus Quixadá
Universidade Federal do Ceará – UFC

Nome Co-orientador (Co-Orientador)
Campus Quixadá
Universidade Federal do Ceará - UFC

Membro da Banca Dois
Campus Quixadá
Universidade Federal do Ceará - UFC

Membro da Banca Três
Campus Quixadá
Universidade Federal do Ceará - UFC

A Deus.

Aos meus pais, Xxxxx e Xxxxxx.

AGRADECIMENTOS

À CAPES, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio.

Ao Prof. Dr. Xxxxx Xxxxx Xxxxx, pela excelente orientação.

Aos professores participantes da banca examinadora Xxxxx Xxxxx Xxxxx e Xxxxx Xxxxx Xxxxx pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos professores entrevistados, pelo tempo concedido nas entrevistas.

Aos colegas da turma de mestrado, pelas reflexões, críticas e sugestões recebidas.

“Coloque aqui a epígrafe de sua escolha com
indicação de autoria”

(Autor da Epígrafe)

RESUMO

Apresentação concisa dos pontos relevantes do documento, fornecendo uma visão rápida e clara do conteúdo. Deve ser informativo, conter de 150 a 500 palavras, apresentando finalidades, metodologia, resultados e conclusões. Deve-se usar o verbo na voz ativa e na terceira pessoa do singular. Deve ser redigido em parágrafo único, mesma fonte do trabalho, e espaçamento entrelinhas 1,5.

Palavras-chave: Palavra Chave 1. Palavra Chave 2. Palavra Chave 3. Palavra Chave 4.

ABSTRACT

Tradução do resumo em língua vernácula para outro idioma de propagação internacional (em inglês ABSTRACT, em francês RESUMÉ, em espanhol RESUMEN).

Keywords: Keyword 1. Keyword 2. Keyword 3. Keyword 4

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tabela de slots	23
--------------------------------------	----

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
NBR	Norma Brasileira Regulamentar
PUCPR	Pontifícia Universidade Católica do Paraná
SIBI	Sistema Integrado de Bibliotecas
trad.	Tradutor

LISTA DE SÍMBOLOS

\$	Dólar
%	Porcentagem

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	Programação Linear	16
2.2	Programação Inteira	20
2.3	<i>Educational Timetabling</i>	21
2.3.1	<i>School Timetabling</i>	21
2.3.2	<i>Course Timetabling</i>	21
2.3.3	<i>Examination Timetabling</i>	22
3	MODELO PARA O PAPD	23
	REFERÊNCIAS	31
	APÊNDICE A – LOREM IPSUM	32
	APÊNDICE B – MODELO DE CAPA	33
	ANEXO A – EXEMPLO DE ANEXO	34
	ANEXO B – DINÂMICA DAS CLASSES SOCIAIS	35

1 INTRODUÇÃO

Antes do início de um semestre letivo, as universidades realizam uma série de tarefas afim de se preparar para as atividades de um novo semestre. Entre essas tarefas se encontra a alocação de professores em disciplinas, que lida com o problema de alocar professores em disciplinas e disciplinas nos horários de aula respeitando um conjunto de restrições. O problema se torna difícil de resolver quando lidamos com um grande volume de dados. Isso se dá por alguns motivos, que vão desde a quantidade de restrições envolvidas até as preferências concorrentes dos professores. Doravante, chamaremos esse problema de **PAPD (problema de alocação de professores em disciplinas)**.

No campus da **Universidade Federal do Ceará em Quixadá (UFC-Quixadá)**, a direção do campus e os coordenadores de curso participam da definição da grade de horários acadêmicos. Nela está definida toda a alocação do campus, tanto de professores em disciplinas quanto de disciplinas na grade de horários. Atualmente as ofertas de disciplinas são definidas por cada curso. São definidos de forma manual a alocação dos professores à cada oferta, e de forma automatizada a alocação das disciplinas nos horários de aula. Essa alocação é feita respeitando um conjunto de restrições que definem como os professores e as disciplinas devem ser alocados.

Dentro do contexto de uma Universidade, conseguimos identificar três grupos de pessoas que são diretamente afetadas pelo PAPD, seja pela alocação gerada ou pelo método utilizado para fazer a alocação. São eles: os professores, os alunos e os responsáveis por gerar a alocação. Os professores têm suas preferências quanto às disciplinas que vão ministrar. Os alunos por sua vez, são diretamente afetados por uma alocação que coloque em choque os horários de duas ou mais disciplinas que eles desejam cursar. Quanto aos responsáveis pela alocação, esses lidam com um volume de trabalho que cresce de forma exponencial em função da quantidade de dados envolvidos na alocação. Automatizar a resolução do PAPD, maximizando a preferência geral dos professores e as opções de matrícula dos alunos é vantajoso para todas as pessoas afetadas pelo problema.

Uma larga variedade de problemas de alocação voltados a escolas de ensino médio e universidades são encontrados na literatura, bem como diversas abordagens são propostas para resolver o problema, dentre elas: Algoritmos Genéticos, Satisfação de Restrições, Fluxo em Redes e Programação Inteira, entre outras (SCHAERF, 1999). Neste trabalho, modelamos o PAPD como um problema de Programação Inteira.

Um problema de Programação Inteira consiste em um conjunto de variáveis que

compõem uma função objetivo e um conjunto de equações ou inequações lineares que são as restrições do problema. Resolver um problema de Programação Inteira, se resume a encontrar um valor inteiro para as variáveis, que satisfaça todas as restrições e minimize¹ o custo da função objetivo.

Este trabalho teve como objetivo geral produzir um modelo de Programação Inteira capaz de resolver o PAPD aplicado à UFC-Quixadá. Para tanto, identificamos as restrições que são utilizadas no processo de alocação. A partir das restrições levantadas, modelamos o PAPD como um problema de Programação Inteira e realizamos alguns teste implementando o modelo e verificando o tempo que ele leva para resolver o problema para instâncias de diferentes tamanhos.

No trabalho de Dodó (2011), é proposta uma forma de modelar o PAPD a partir dos conceitos da Teoria dos Jogos. Esse trabalho também leva em conta as restrições da alocação da UFC-Quixadá de forma que uma solução do modelo proposto no trabalho, satisfaz essas restrições considerando a preferência por disciplinas dos professores. Assim como no trabalho de Dodó (2011), nosso trabalho leva em conta as restrições da alocação da UFC-Quixadá para produzir um modelo e maximiza a preferência por disciplinas dos professores. A diferença entre os dois trabalhos se encontra na abordagem utilizada para resolver o problema e na maximização das opções de matrícula que realizamos no nosso trabalho.

Lach e Lübbecke (2012) apresentam um modelo de Programação Inteira baseado no conjunto de restrições das instâncias da *2nd International Timetabling Competition* (ITC, 2016). Esse modelo resolve as instâncias em dois passos: primeiro associa disciplinas com seus horários e depois associa esses horários as salas de aula. O que é importante ressaltar da abordagem é que ela trata o problema com dois tipos de restrições: *Hard* e *Soft*. Restrições *Hard* devem ser respeitadas incondicionalmente, por outro lado, restrições *Soft* devem ser satisfeitas tanto quanto possível. Lach e Lübbecke (2012), assim como no nosso trabalho, trabalham com Programação Inteira para resolver o problema de alocação em universidades. Os dois trabalhos se diferem na forma como resolvem problema, pois o nosso trabalho não divide em passos o processo de resolução. Além disso, os dois trabalhos lidam com um conjunto de restrições diferentes.

Esse trabalho está dividido em cinco capítulos. No Capítulo 2, é apresentada a fundamentação teórica. O Capítulo 3 apresenta o modelo de Programação Inteira desenvolvido para o PAPD. O Capítulo 4 apresenta a avaliação feita sobre o modelo desenvolvido. E por fim, no Capítulo 5, são feitas as considerações finais e as indicações de trabalhos futuros.

¹ Ou maximize, dependendo da natureza do problema.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esse capítulo apresenta os conceitos fundamentais para a compreensão deste trabalho. A Seção 4.1 apresenta os conceitos de Programação Linear. A Seção 4.2 descreve Programação Inteira, evidenciando o que difere um modelo de Programação Inteira de um modelo de Programação Linear. A Seção 4.3 apresenta uma visão geral dos problemas de *Educational Timetabling*. Para detalhes além dos apresentados a seguir, indicamos: Schrijver (1998), Bertsimas e Tsitsiklis (1997) e Hillier e Lieberman (2010).

2.1 Programação Linear

Um modelo de **Programação Linear (PL)** é constituído por um conjunto de variáveis. Essas variáveis compõem uma função linear objetivo, além de um conjunto de equações e inequações lineares que representam as restrições do modelo. Solucionar um problema de PL é encontrar um valor para cada uma das variáveis que respeite todas as restrições e minimize o custo da função objetivo (BERTSIMAS; TSITSIKLIS, 1997).

Considere o seguinte problema de PL¹:

Exemplo 1.

minimizar

$$2x_1 - x_2 + 4x_3$$

sujeito a

$$x_1 + x_2 + x_4 \leq 2$$

$$3x_2 - x_3 = 5$$

$$x_3 + x_4 \geq 3$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_3 \leq 0$$

No exemplo acima, x_1 , x_2 , x_3 e x_4 são as variáveis do modelo. São compostas por elas a **função objetivo** $2x_1 - x_2 + 4x_3$, e as **restrições** $x_1 + x_2 + x_4 \leq 2$, $3x_2 - x_3 = 5$, $x_3 + x_4 \geq 3$, $x_1 \geq 0$ e $x_3 \leq 0$. As duas últimas restrições são **restrições de integridade** das variáveis x_1 e x_3 . Essas restrições têm como intuito estabelecer os limites (superiores ou inferiores) das variáveis.

¹ O problema e os conceitos apresentados adiante foram retirados de Bertsimas e Tsitsiklis (1997)

As demais variáveis que não possuem restrições de integridade, são chamadas **variáveis livres** e podem assumir qualquer valor pertencente ao conjunto dos números reais.

As restrições representadas por inequações ou equações podem assumir os formatos $ax^T \leq b$, $ax^T \geq b$ ou $ax^T = b$, onde $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ e $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ são **vetores linha**, e b é um **escalar** qualquer (mais à frente veremos uma forma mais geral de representar todas as restrições). Se considerarmos a segunda restrição do exemplo acima, temos $a = (0, 3, -1, 0)$ e $b = 5$. A função objetivo tem a forma cx^T , onde $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ e $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. As expressões cx^T da função objetivo e ax^T das restrições podem ser escritas como $\sum_{i=1}^n c_i x_i$ e $\sum_{i=1}^n a_i x_i$, respectivamente.

As variáveis envolvidas no modelo são chamadas **variáveis de decisão**. Uma valoração para as variáveis de decisão que satisfaça todas as restrições é chamada **solução viável**. O conjunto de todas as soluções viáveis é chamado **conjunto viável** ou **conjunto de possibilidades**. Dado um conjunto de soluções viáveis de um problema de PL qualquer, a solução viável pertencente a esse conjunto que tenha menor valor segundo a função objetivo é chamada **solução viável ótima** ou simplesmente **solução ótima**. Quando a natureza do problema é de maximização, pode-se tratar a função de maximização utilizando seu valor oposto e transformando-a em uma função de minimização equivalente. Note que maximizar cx^T equivale a minimizar $-cx^T$.

Um problema de PL pode ter sua representação generalizada da seguinte forma: considere as restrições representadas por equações ($ax^T = b$). Podemos reescrevê-las como um par de inequações $ax^T \leq b$ e $ax^T \geq b$. Restrições com o formato $ax^T \leq b$, podem ser reescritas como $(-a)x^T \geq -b$ e restrições de integridade podem ser escritas como inequações, onde a tem apenas um valor não nulo. Podemos também representar todos coeficientes de todas as restrições como uma única matriz A de dimensões $m \times n$, onde cada linha é um vetor de coeficientes de uma única restrição. As variáveis de decisão seriam um vetor $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e b representaria o vetor (b_1, b_2, \dots, b_m) .

Portanto, podemos generalizar um problema de PL escrevendo-o da seguinte forma:

minimizar

$$cx^T$$

sujeito a

$$Ax^T \geq b^T$$

Reescrevendo as restrições do Exemplo 1, temos:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -5 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

E para a função objetivo:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

Como ilustração, considere o seguinte exemplo de Hillier e Lieberman (2010):

Exemplo 2. Uma determinada empresa fabrica produtos de vidro, entre os quais janelas e portas de vidro. A empresa possui três fábricas industriais. As esquadrias de alumínio e ferragens são feitas na Fábrica 1, as esquadrias de madeira são produzidas na Fábrica 2 e, finalmente, a Fábrica 3 produz o vidro e monta os produtos.

A empresa decidiu que produtos não rentáveis estão sendo descontinuados, liberando capacidade produtiva para o lançamento de dois novos produtos com grande potencial de vendas:

Produto 1: Uma porta de vidro de 2,5 m com esquadria de alumínio;

Produto 2: Uma janela duplamente adornada com esquadrias de madeira de $1,20 \times 1,80m$.

O Produto 1 requer parte da capacidade produtiva das Fábricas 1 e 3, mas nenhuma da Fábrica 2. O Produto 2 precisa apenas das Fábricas 2 e 3. A empresa poderia vender tanto quanto fosse possível produzir desses produtos por essas fábricas. Entretanto, pelo fato de ambos os produtos poderem estar competindo pela mesma capacidade produtiva na Fábrica 3, não está claro qual mix dos dois produtos seria o mais lucrativo. O problema então é definido da seguinte forma:

Determinar quais devem ser as taxas de produção para ambos os produtos de modo a maximizar o lucro total, sujeito às restrições impostas pelas capacidades produtivas limitadas disponíveis nas três fábricas. (Cada produto será fabricado em lotes de 20, de forma que a taxa

de produção é definida como o número de lotes produzidos por semana.) É permitida qualquer combinação de taxas de produção que satisfaça essas restrições, inclusive não produzir nada de um produto e o máximo possível do outro.

Obtendo estimativas razoáveis, os dados coletados foram os seguintes:

- A Fábrica 1 leva uma hora para produzir um lote do produto 1 e tem quatro horas de produção disponíveis por semana.
- A Fábrica 2 leva duas horas para produzir um lote do produto 2 e tem doze horas de produção disponíveis por semana.
- A Fábrica 3 leva três horas para produzir um lote do produto 1, duas horas para produzir um lote do produto dois e tem dezoito horas de produção disponíveis por semana.
- O lucro por lote obtido pelo produto 1 é de U\$ 3.000 e o lucro por lote do produto 2 é U\$ 5.000.

Para formular o modelo matemático (PL) para esse problema, façamos:

x_1 = número de lotes do produto 1 produzido semanalmente

x_2 = número de lotes do produto 2 produzido semanalmente

Z = lucro total por semana (em milhares de dólares) obtido pela produção desses dois produtos

Portanto, x_1 e x_2 são as variáveis de decisão para o modelo. Usando-se as informações de lucro obtemos:

$$Z = 3x_1 + 5x_2$$

O objetivo é escolher os valores de x_1 e x_2 de forma a maximizar $Z = 3x_1 + 5x_2$, sujeito às restrições impostas em seus valores por limitações de capacidade de produção disponível nas três fábricas. As informações obtidas indicam que cada lote de produto 1 fabricado por semana usa uma hora de tempo de produção por semana na Fábrica 1, ao passo que estão disponíveis somente quatro horas semanais. Essa restrição é expressa matematicamente pela inequação $x_1 \leq 4$. Similarmente, a Fábrica 2 impõe a restrição $2x_2 \leq 12$. O número de horas de produção usado semanalmente na Fábrica 3 escolhendo-se x_1 e x_2 como as taxas de produção dos novos produtos seria $3x_1 + 2x_2$. Portanto, a declaração matemática da restrição da Fábrica 3 é $3x_1 + 2x_2 \leq 18$. Finalmente, já que as taxas de produção não podem ser negativas, é necessário restringir as variáveis de decisão para serem não-negativas: $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$.

Em suma, na linguagem matemática da PL, o problema é escolher os valores de x_1 e x_2 de forma a

maximizar

$$Z = 3x_1 + 5x_2$$

sujeito a

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

Dado um modelo de PL de um determinado problema, utiliza-se *solvers* como o *CPLEX* (IBM, 2016) para obter uma solução para o problema. Portanto, a principal dificuldade em trabalhar com PL é produzir um modelo para o problema, visto que uma solução para o mesmo pode ser encontrada em tempo polinomial (LUENBERGER; YE, 1984).

2.2 Programação Inteira

Na seção anterior foram apresentadas as variáveis de decisão e o seu papel na modelagem dos problemas de PL. Elas podem assumir qualquer valor pertencente ao conjunto dos números reais desde de que esse valor respeite as restrições do modelo. Porém, em muitos problemas do mundo real, as variáveis de decisão só fazem sentido se assumirem valores inteiros. Quando modelamos um problema de PL onde todas as variáveis de decisão têm a restrição de só assumirem valores inteiros, chamamos o modelo gerado de um modelo de **Programação Linear Inteira** ou simplesmente **Programação Inteira (PI)**. Também são encontrados problemas em que só parte das variáveis de decisão necessitam ser inteiras. Esses são chamados problemas de **Programação Inteira Mista (PIM)**.

Há casos mais específicos de PI onde as variáveis representam decisões binárias. Por exemplo: $x_i = 1$, se a decisão i for *sim* e $x_i = 0$, se a decisão i for *não*. Modelos de PI que tenham variáveis de decisão binárias são também chamados modelos de **Programação Inteira Binária (PIB)**.

Considere o Exemplo 2, apresentado na seção anterior. Se for adicionada a restrição de que só serão contabilizados lotes inteiros, teríamos que x_1 e x_2 só poderiam assumir valores inteiros não negativos. O problema inicialmente proposto como um problema de PL se tornaria um problema de PI.

Problemas de PI puros (que só possuem variáveis inteiras) com uma região de soluções viáveis limitada têm a garantia de possuírem apenas um número finito de soluções viáveis. Isso pode dar a falsa impressão de que problemas de PI são fáceis de resolver, porém isso não é verdade (HILLIER; LIEBERMAN, 2010). Schrijver (1998) demonstra que resolver um problema de PI em sua versão de decisão é um problema NP-completo.

2.3 Educational Timetabling

Educational Timetabling trata de problemas de alocação envolvendo universidades e escolas de ensino médio. Kingston (2013) divide esses problemas em três classes de problemas, são eles: *school timetabling*, *course timetabling* e *examination timetabling*. *School timetabling* se refere a problemas de alocação em escolas de ensino médio. Os outros dois, *course timetabling* e *examination timetabling*, tratam de problemas de alocação de horários de disciplinas e provas em universidades. Adiante será dada uma explicação mais precisa sobre cada uma dessas classes de problemas.

2.3.1 School Timetabling

No problema de *school timetabling*, a alocação é dada para ciclos semanais ou quinzenais. Os horários são particionados em períodos de mesmo tamanho. O problema também tem a característica de que os estudantes estão agrupados em classes (KINGSTON, 2004). A forma tradicional do problema consiste na atribuição de aulas a períodos de tal forma que nenhum professor ou classe se envolva em mais de uma aula ao mesmo tempo (ŠLECHTA, 2004).

2.3.2 Course Timetabling

Course timetabling é um problema de alocação voltado para as universidades. Nesse problema, um conjunto de disciplinas devem ser associadas a uma grade de horários e a um conjunto salas de aula. Além disso, determinadas restrições devem ser respeitadas: um professor não pode estar associado a mais de uma disciplina em um mesmo período; uma sala de aula

não pode receber dois cursos ao mesmo tempo; disciplinas de um mesmo curso não podem compartilhar um período, etc. Se for impossível satisfazer todas as restrições, o número de restrições violadas deve ser minimizado (LACH; LÜBBECKE, 2012).

Para Schaerf (1999), *course timetabling* envolve a alocação semanal de aulas de uma universidade, de forma que minimize os choques de horários entre cursos que tenham alunos em comum.

Diferente de *school timetabling*, *course timetabling* não agrupa os alunos em classes. O problema nessa forma leva em conta as escolhas individuais dos alunos quanto as disciplinas a serem cursadas (KINGSTON, 2004).

Este trabalho trata de um problema similar aos de *course timetabling*, onde são levadas em conta problemas encontrados no processo de alocação da UFC-Quixadá. Por esse motivo, o problema abordado aqui tem algumas diferenças com relação aos de *course timetabling*. Um exemplo é a alocação em salas de aulas, que não é levada em conta neste trabalho. São consideradas aqui apenas as alocações de professores em disciplinas, e de disciplinas em horários.

2.3.3 Examination Timetabling

Examination timetabling é definido como sendo a atribuição de um conjunto de exames (ou provas) a um número limitado de horários sujeito a um conjunto de restrições (YANG; PETROVIC, 2004). Essa alocação deve evitar choque de horários entre exames de cursos que tenham alunos em comum (SCHAERF, 1999).

Assim como *course timetabling*, esse é um problema encontrado nas universidades. A característica principal que difere ambos, é a restrição quanto aos choques de horários entre disciplinas ou exames que tenham alunos em comum. *course timetabling* tenta minimizar esses choques de horários, enquanto que *examination timetabling* deve proibi-los.

3 MODELO PARA O PAPD

A construção de um modelo de PI para o problema de alocação de professores da UFC-Quixadá demanda o conhecimento de algumas informações relevantes no domínio do problema. Dessa forma, foi feito um levantamento de como é realizada atualmente a alocação na UFC-Quixadá, e chegamos as informações que são importantes para a alocação dos professores e das disciplinas.

A alocação é feita sobre uma grade de horários semanal. Cada elemento dessa grade representa um horário disponível para alocação ao qual chamamos de *slot*. Um *slot* tem o valor de dois créditos (2 horas), ou seja, uma disciplina de quatro créditos demanda dois *slots* para ser alocada. Um único dia agrupa seis *slots*, aos quais estão divididos nos três turnos de um dia (manhã, tarde e noite). Um turno de um dia agrupa dois *slots*, o *slot* AB e o *slot* CD do turno.

Neste trabalho, mapeamos os *slots* para valores inteiros, dessa forma os *slots* da segunda-feira são representados pelos valores: 1, 2, 3, 4, 5 e 6; os da terça-feira: 7, 8, 9, 10, 11 e 12; e assim por diante. A tabela abaixo mostra de forma completa como os *slots* estão organizados na grade de horários.

Figura 1 – Tabela de slots

--		SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
MANHÃ	AB	Slot 01	Slot 07	Slot 13	Slot 19	Slot 25
	CD	Slot 02	Slot 08	Slot 14	Slot 20	Slot 26
TARDE	AB	Slot 03	Slot 09	Slot 15	Slot 21	Slot 27
	CD	Slot 04	Slot 10	Slot 16	Slot 22	Slot 28
NOITE	AB	Slot 05	Slot 11	Slot 17	Slot 23	Slot 29
	CD	Slot 06	Slot 12	Slot 18	Slot 24	Slot 30

Fonte – Elaborada pelo autor

Para os professores, há uma carga horária máxima e mínima para cumprir. Essa carga horária pode ser diferente para cada professor, já que alguns professores realizam atividades como coordenação de curso e etc. O número de disciplinas que um professor deve ser associado depende então do número de créditos das disciplinas.

Há também restrições que definem os horários e os dias aos quais os professores não devem ser alocados:

- professores não devem ser alocados nos três turnos de um mesmo dia;

- professores não devem ser alocados no último horário de um dia e no primeiro horário do dia seguinte;
- professores devem estar livres no horário CD da manhã ou no AB da tarde de quarta (seminários);
- professores devem ter a segunda-feira ou a sexta-feira live;
- o dia livre (segunda-feira ou sexta-feira) é o mesmo para casais de professores;
- professores não devem ser alocados a nenhuma disciplina nos horários das reuniões que participam.

A UFC-Quixadá conta atualmente com seis cursos de graduação. Todo semestre os cursos ofertam um conjunto de disciplinas, de forma que as disciplinas a serem alocadas num semestre são as ofertadas por um curso. As disciplinas estão agrupadas nesses cursos de forma que algumas delas são compartilhadas entre cursos e outras não. Embora essas disciplinas sejam compartilhadas, cada oferta é específica de um curso.

A maioria dos cursos são de horário integral ¹, porém cada curso opta por um horário preferencial, onde a maioria das disciplinas obrigatórias são alocadas. Em alguns casos, a soma de créditos das disciplinas obrigatórias de um semestre de um curso excede a quantidade de créditos de um turno (10 créditos). Para resolver isso os cursos optam por alocar os créditos excedentes em outro turno, já que é imprescindível que disciplinas obrigatórias de um mesmo semestre não choquem horário. Para representar isso em nosso modelo definimos um horário primário e um horário secundário para cada curso. O horário primário é onde são alocadas as disciplinas obrigatórias, e o secundário é onde são alocadas as disciplinas obrigatórias excedentes. As disciplinas optativas são livres para serem alocadas em qualquer horário.

Assim como os professores, as disciplinas tem seu conjunto de restrições:

- as disciplinas tem um número fixo de professores que deveram ser associados a ela;
- disciplinas associadas a um professor não compartilham *slots*;
- disciplinas obrigatórias de um mesmo semestre de um mesmo curso não devem compartilhar *slots*;
- número de *slots* que uma disciplina deve ser alocada é igual a metade de seus créditos;
- uma disciplina pode ter seus horários prefixados;

¹ Utilizam os turnos da manhã e da tarde para alocar suas disciplinas.

- uma disciplina deve compartilhar *slots* com seus pré-requisitos.

Um modelo de PI então foi construído a partir das restrições do problema. O modelo representa as entidades a serem alocadas da seguinte forma: variáveis binárias representam a associação professores/disciplinas e disciplinas/horários (ou *slots*, como chamaremos neste trabalho). Por exemplo: o valor de uma variável z_{pi} é 1 se o professor p está associado à disciplina i , e 0 caso contrário. Dessa forma, estão sendo mapeados professores, disciplinas e *slots* para variáveis binárias. Essas compõem as equações e inequações lineares das restrições do modelo.

Definimos que há choque de horários entre duas disciplinas quando elas compartilham pelo menos um *slot*.

A seguir estão as variáveis e conjuntos presentes no modelo, onde os conjuntos estão representados em letras maiúsculas e as variáveis em minúsculas. Em seguida, serão apresentadas as restrições e a função objetivo.

- P - professores;
- D - disciplinas;
- D_p - disciplinas do professor p ;
- C - cursos;
- K_c - semestres de um curso c ;
- D_{kc}^{ob} - disciplinas obrigatórias de um semestre k de um curso c ;
- D_c^{op} - disciplinas optativas de um curso c ;
- S - *slots*;
- I_p - pares de incompatibilidade de *slots* do professor p ;
- S_{pri_c} - *slots* do turno primário do curso c ;
- S_{sec_c} - *slots* do turno secundário do curso c ;
- T_i - pré-requisitos da disciplina i ;
- H_i - *slots* prefixados da disciplina i ;
- R - reuniões;
- P_r - professores da reunião r ;
- S_r - *slots* da reunião r ;
- A - casais de professores;
- G_m - grupos de *slots* de tamanho m .
- max_p - numero máximo de créditos do professor p ;

- min_p - numero mínimo de créditos do professor p ;
- a_{ij} - número de alunos que podem cursar as disciplinas i e j ;
- b_{pi} - nível de preferência do professor p pela disciplina i ;
- crd_i - número de créditos da disciplina i ;
- n_i - número de professores na disciplina i ;
- x_{ij} - 1 se as disciplinas i e j compartilham $slot$, 0 caso contrário;
- y_{is} - 1 se a disciplina i está alocada no $slot$ s , 0 caso contrário
- w_{ps} - 1 se o professor p está associado ao $slot$ s , 0 caso contrário;
- z_{pi} - 1 se o professor p está associado a disciplina i , 0 caso contrário;
- u_{kc} - 1 se todas as disciplinas obrigatórias do semestre k do curso c estão alocadas no turno primário do próprio curso;
- v_p - 1 se o professor p não dá aula na sexta-feira, 0 se não dá aula na segunda-feira.

A função objetivo define qual alocação é melhor. Para isso ela leva em conta a preferência geral dos professores e os choques de horários das disciplinas. A somatória $\sum a_{ij} * x_{ij}$ representa na função objetivo a soma dos alunos que podem se matricular em disciplinas que compartilham $slots$. A somatória $\sum b_{pi} * z_{pi}$ representa a soma das preferências dos professores. É importante notar que a preferência de um professor por uma disciplinas só é contabilizada se ele estiver associado a essa disciplinas

É utilizado na função objetivo um valor $\alpha \in [0, 1]$. Esse valor balanceia os pesos dos dois lados da função objetivo. Por exemplo, quando $\alpha = 0$, é considerado na função objetivo apenas a preferência dos professores e ignorado o número de alunos que podem fazer pares de disciplinas que compartilham $slots$. Por outro lado, se $\alpha = 1$, é considerado apenas o número de alunos nos choques de horários. Assim, para $\alpha = 0.5$, é dado peso igual para ambos.

Função Objetivo:

$$\min \alpha * \sum a_{ij} * x_{ij} + (\alpha - 1) * \sum b_{pi} * z_{pi}$$

As Restrições (3.1) e (3.2) definem, respectivamente, a carga horária máxima e mínima de cada professor.

$$\sum_{i \in D} crd_i * z_{pi} \leq max_p, \forall p \in P \quad (3.1)$$

$$\sum_{i \in D} crd_i * z_{pi} \geq min_p, \forall p \in P \quad (3.2)$$

A Restrição (3.3) impede que professores estejam alocados nos três turnos de um mesmo dia. Apresentaremos essa restrição em sua forma não linear para facilitar o entendimento

do modelo, embora seja possível torná-la linear.

$$\sum_{q \in \{0,2,4\}} \max(w_{p(s+q)}, w_{p(s+q+1)}) \leq 2, \forall s \in \{1, 7, 13, 19, 25\}, \forall p \in P \quad (3.3)$$

A Restrição (3.4) define que professores não devem ser alocados no último horário de um dia e no primeiro do dia seguinte.

$$w_{ps} + w_{p(s+1)} \leq 1, \forall s \in \{6, 12, 18, 24\}, \forall p \in P \quad (3.4)$$

A Restrição (3.5) se refere aos seminários, em que os professores devem estar livres no horário CD da manhã ou no AB da tarde de quarta.

$$w_{p14} + w_{p15} \leq 1, \forall p \in P \quad (3.5)$$

As Restrições (3.6) e (3.7) definem que um professor deve ter todos seus horários livre na segunda-feira ou na sexta-feira.

$$\sum_{s \in \{1,2,\dots,6\}} w_{ps} \leq 6 * v_p, \forall p \in P \quad (3.6)$$

$$\sum_{s \in \{25,26,\dots,30\}} w_{ps} \leq 6 * (1 - v_p), \forall p \in P \quad (3.7)$$

A Restrição (3.8) se refere aos casais, e diz que o dia livre (segunda-feira ou sexta-feira) é o mesmo para casais de professores.

$$v_{p1} = v_{p2}, \forall \{p1, p2\} \in A \quad (3.8)$$

A Restrição (3.9) fixa as eventuais disciplinas predeterminadas de um professor.

$$z_{pi} = 1, \forall i \in D_p, \forall p \in P \quad (3.9)$$

A Restrição (3.10) diz que professores não devem ser alocados a nenhuma disciplina nos horários das reuniões que participam.

$$w_{ps} = 0, \forall s \in S_r, \forall p \in P_r, \forall r \in R \quad (3.10)$$

A Restrição (3.11) define o número de professores associados a uma disciplina.

$$\sum_{p \in P} z_{pi} = n_i, \forall i \in D \quad (3.11)$$

A Restrição (3.12) impede que disciplinas associadas a um professor partilhem *slots*.

$$z_{pi} + z_{pj} + x_{ij} \leq 2, \forall i, j \in D, \forall p \in P \quad (3.12)$$

A Restrição (3.13) impede que disciplinas obrigatórias de um mesmo semestre e de um mesmo curso partilhem *slots*.

$$x_{ij} = 0, \forall i, j \in D_{kc}^{ob}, \forall k \in K_c, \forall c \in C \quad (3.13)$$

A Restrição (3.14) diz que se duas disciplinas partilham pelo menos um *slot*, então elas têm choque de horários.

$$y_{is} + y_{js} \leq x_{ij} + 1, \forall s \in S, \forall i, j \in D \quad (3.14)$$

As Restrições (3.15), (3.16) e (3.17) referem-se as disciplinas obrigatórias, elas dizem que se as cargas horárias das disciplinas obrigatórias de um semestre de um curso são superiores a carga horária do turno primário desse curso, então essas disciplinas devem ser alocadas no horário primário e secundário do curso, de forma que o turno primário esteja completamente preenchido, caso contrário, todas as disciplinas devem ser alocadas no horário primário do curso².

$$2 * \sum_{i \in D_{kc}^{ob}} \sum_{s \in S_{pric}} y_{is} \geq u_{kc} * \sum_{i \in D_{kc}^{ob}} crd_i, \forall k \in K_c, \forall c \in C \quad (3.15)$$

$$\sum_{i \in D_{kc}^{ob}} \sum_{s \in S_{pric}} y_{is} \geq (1 - u_{kc}) * 10, \forall k \in K_c, \forall c \in C \quad (3.16)$$

$$2 * \sum_{i \in D_{kc}^{ob}} \sum_{s \in S_{sec}} y_{is} \geq (1 - u_{kc}) * (-20 + \sum_{i \in D_{kc}^{ob}} crd_i), \forall k \in K_c, \forall c \in C \quad (3.17)$$

A Restrição (3.18) diz o número de *slots* que uma disciplina deve ser alocada é igual a metade de seus créditos. Essa Restrição além de garantir que todas as disciplinas serão alocadas, também garante que serão alocadas à quantidade adequada de *slots*.

$$2 * \sum_{s \in S} y_{is} = crd_i, \forall i \in D \quad (3.18)$$

A Restrição (3.19) fixa o número de *slots* de um professor em proporção ao número de *slots* das disciplinas que ele está associado.

$$2 * \sum_{s \in S} w_{ps} = \sum_{i \in D} crd_i * z_{pi}, \forall p \in P \quad (3.19)$$

² Note que na Restrição (3.16), quando $u_{kc} = 0$, temos que $(1 - u_{kc}) * 10 = 10$, o que garante que o turno primário do curso c esteja preenchido por disciplinas obrigatórias do semestre k do mesmo curso. Já na Restrição (3.17), quando $u_{kc} = 0$, $(1 - u_{kc}) * (-20 + \sum_{i \in D_{kc}^{ob}} crd_i)$ é igual ao número de créditos excedentes, o que garante que o excedente de créditos do semestre seja alocado no turno secundário do curso.

A Restrição (3.20) diz que se um professor está associado a uma disciplina, ele também está associado aos *slots* dessa disciplina³.

$$y_{is} + z_{pi} \leq w_{ps} + 1, \forall p \in P, \forall s \in S, \forall i \in D \quad (3.20)$$

A Restrição (3.21) define que uma disciplina deve compartilhar *slots* com seus pré-requisitos.

$$x_{ij} = 1, \forall j \in T_i, \forall i \in D \quad (3.21)$$

A Restrição (3.22) fixa os eventuais horários predeterminados de uma disciplina.

$$y_{is} = 1, \forall s \in H_i, \forall i \in D \quad (3.22)$$

A Restrição (3.23) define os grupos de *slots* aos quais as disciplinas devem ser alocadas. Essa Restrição tem a função de reduzir o espaço de busca eliminando a simetria nas possibilidades de alocação das disciplinas. É importante notar que para que ela funcione adequadamente não deve haver intersecção entre os grupos de *slots* de mesmo tamanho.

$$y_{is_1} = y_{is_2}, \forall s_1, s_2, \forall g \in G_{(crd_i/2)}, \forall i \in D \quad (3.23)$$

³ Nos casos em que $w_{ps} = 1$, temos $y_{is} = 1$ e $z_{pi} = 1$, ou $y_{is} = 1$ e $z_{pi} = 0$. O primeiro caso ocorre quando temos a associação disciplinas/*slot*, professor/disciplinas e professor/*slot*. O segundo caso ocorre quando temos que o professor está associado ao *slot* s , mas por outra disciplina. A garantia que apenas esses dois casos ocorrem é dada pelas Restrições (3.18) e (3.19).

As demais restrições são de integridade.

$$a_{ij} \in \mathbb{N} \quad (3.24)$$

$$b_{pi} \in \mathbb{R} \quad (3.25)$$

$$\max_p \in \mathbb{N} \quad (3.26)$$

$$\min_p \in \mathbb{N} \quad (3.27)$$

$$\text{crd}_i \in \mathbb{N} \quad (3.28)$$

$$n_i \in \mathbb{N} \quad (3.29)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (3.30)$$

$$y_{is} \in \{0, 1\} \quad (3.31)$$

$$z_{pi} \in \{0, 1\} \quad (3.32)$$

$$w_{ps} \in \{0, 1\} \quad (3.33)$$

$$u_{kc} \in \{0, 1\} \quad (3.34)$$

$$v_p \in \{0, 1\} \quad (3.35)$$

$$f_{ig} \in \{0, 1\} \quad (3.36)$$

REFERÊNCIAS

- BERTSIMAS, D.; TSITSIKLIS, J. N. **Introduction to linear optimization**. [S.l.]: Athena Scientific Belmont, MA, 1997. v. 6.
- DODÓ, A. A. **Aplicação da Teoria dos Jogos na Resolução do Problema de Alocação de Professores em Disciplinas**. [S.l.: s.n.], 2011.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. [S.l.]: McGraw Hill, 2010.
- IBM. **IBM ILOG CPLEX Optimization Studio**. 2016. Disponível em: <<http://www-03.ibm.com/software/products/pt/ibmilogcpleoptistud>>. Acesso em: 19 Maio 2016.
- ITC. **International Timetabling Competition**. 2016. Disponível em: <<http://www.cs.qub.ac.uk/itc2007/>>. Acesso em: 26 Maio 2016.
- KINGSTON, J. H. A tiling algorithm for high school timetabling. In: **Practice and Theory of Automated Timetabling V**. [S.l.]: Springer, 2004. p. 208–225.
- KINGSTON, J. H. Educational timetabling. In: **Automated Scheduling and Planning**. [S.l.]: Springer, 2013. p. 91–108.
- LACH, G.; LÜBBECKE, M. E. Curriculum based course timetabling: new solutions to udine benchmark instances. **Annals of Operations Research**, Springer, v. 194, n. 1, p. 255–272, 2012.
- LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming**. [S.l.]: Springer, 1984. v. 2.
- SCHAERF, A. A survey of automated timetabling. **Artificial intelligence review**, Springer, v. 13, n. 2, p. 87–127, 1999.
- SCHRIJVER, A. **Theory of linear and integer programming**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1998.
- ŠLECHTA, P. Decomposition and parallelization of multi-resource timetabling problems. In: **Practice and Theory of Automated Timetabling V**. [S.l.]: Springer, 2004. p. 177–189.
- YANG, Y.; PETROVIC, S. A novel similarity measure for heuristic selection in examination timetabling. In: **Practice and Theory of Automated Timetabling V**. [S.l.]: Springer, 2004. p. 247–269.

APÊNDICE A – LOREM IPSUM

O que temos em nosso corpo: apêndice ou anexo? Apêndice contém o que foi desenvolvido pelo autor. Anexo contém o que foi criado por outros autores.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

APÊNDICE B – MODELO DE CAPA

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

ANEXO A – EXEMPLO DE ANEXO

Aliquam lectus. Vivamus leo. Quisque ornare tellus ullamcorper nulla. Mauris porttitor pharetra tortor. Sed fringilla justo sed mauris. Mauris tellus. Sed non leo. Nullam elementum, magna in cursus sodales, augue est scelerisque sapien, venenatis congue nulla arcu et pede. Ut suscipit enim vel sapien. Donec congue. Maecenas urna mi, suscipit in, placerat ut, vestibulum ut, massa. Fusce ultrices nulla et nisl.

ANEXO B – DINÂMICA DAS CLASSES SOCIAIS

Etiam ac leo a risus tristique nonummy. Donec dignissim tincidunt nulla. Vestibulum rhoncus molestie odio. Sed lobortis, justo et pretium lobortis, mauris turpis condimentum augue, nec ultricies nibh arcu pretium enim. Nunc purus neque, placerat id, imperdiet sed, pellentesque nec, nisl. Vestibulum imperdiet neque non sem accumsan laoreet. In hac habitasse platea dictumst. Etiam condimentum facilisis libero. Suspendisse in elit quis nisl aliquam dapibus. Pellentesque auctor sapien. Sed egestas sapien nec lectus. Pellentesque vel dui vel neque bibendum viverra. Aliquam porttitor nisl nec pede. Proin mattis libero vel turpis. Donec rutrum mauris et libero. Proin euismod porta felis. Nam lobortis, metus quis elementum commodo, nunc lectus elementum mauris, eget vulputate ligula tellus eu neque. Vivamus eu dolor.