Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Campo Mourão
Wellington José Corrêa

2ª Lista de Cálculo Numérico

DAMAT, 2020

Nome: ____

Na maioria dos exercícios desta lista, o aluno terá que verificar suas respostas fazendo uso da plataforma Google Colab.

1 *Recordemos o*

Teorema 1 (Teorema do Valor Intermediário) *Seja f uma função contínua no intervalo $[a, b]$. Se d é um valor entre $f(a)$ e $f(b)$, então existe $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = d$.*

Tendo em mente este belo resultado, prove que se $f(a) \cdot f(b) < 0$, então existe pelo menos uma raiz ξ no intervalo $[a, b]$.

2 *Usando o método da bissecção com $\varepsilon \leqslant 0,001$, calcule pelo menos uma raiz de cada equação abaixo:*

(a) $f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 2x^3 - 5 = 0.$ *(b)* $f(x) = 5\,x^2 + \log_{10}(x+1) - 2 = 0.$ *(c)* $f(x) = x^2 + \ln\, x = 0.$

3 *Encontre pelo menos uma raiz de cada equação abaixo com $\varepsilon \leqslant 10^{-4}$ usando os métodos da secante e regula falsi.*

(a) $f(x) = 2\,x^3 - 5\,x^2 - 10\,x + 20 = 0$ *(b)* $g(x) = 2^x + x^2\,\cos(x) = 0$

4 *Determine pelo menos uma raiz positiva de cada equação abaixo com $\varepsilon \leqslant 10^{-5}$ pelo método de Newton.*

(a) $f(x) = 4\,x^3 + x + \cos(x) - 10 = 0$

(b) $g(x) = x^4 - 2\,x^3 + 2\,x^2 - 1 = 0$

(c) $f(x) = (x-2)\,(\mathrm{e}^{x-2} - 1) = 0$

(d) $h(x) = 2\,x - \mathrm{e}^{-x} = 0$

5 (Estudo dirigido APS 1) *Utilize o método de iteração do ponto fixo para exibir uma solução com precisão de $\varepsilon \leqslant 10^{-2}$ para as funções abaixo:*

(a) $f(x) = x^4 - 3\,x^2 - 3 = 0$

(b) $g(x) = x^3 - x - 1 = 0$

(c) $h(x) = 2\,\mathrm{sen}(\pi\,x) + x = 0$

6 *Mostre que no método da bissecção, o número de iterações para calcular uma raiz no intervalo $[a, b]$ com tolerância ε é*

$$k \geqslant \log_2\left(\frac{b-a}{\varepsilon}\right) - 1\,.$$

Sugestão: *Note que a cada iteração, o intervalo* $[a, b]$ *é dividido a meio, na* k *- ésima iteração, o comprimento do intervalo será*

$$b_k - a_k = \frac{b - a}{2^k}\,. \tag{1}$$

Em seguida, use o fato que $x_k = \dfrac{b_k - a_k}{2}$, *e equação* (1) *para calcular* $|x_k - x_{k-1}|$. *Por fim, use a primeira possibilidade do critério da parada, isto é,* $|x_k - x_{k-1}| \leqslant \varepsilon$.

7 *O método babilônico, primeiro exemplo apresentado deste curso, como vimos, é um antigo método para aproximação da raiz quadrada de qualquer número positivo* a, *pode ser formulado como*

$$x_{k+1} = \frac{x_k + \dfrac{a}{x_k}}{2}\,.$$

Mostre que essa fórmula é obtida pela fórmula de Newton.

Sucesso!!!