

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

RELATÓRIO DA EXPERIÊNCIA 003
CONTROLE NO ESPAÇO DE ESTADOS

TURMA: 01
GRUPO 7

CARLOS ANTONIO MIRANDA FILHO: 20190154031

ELKE SAMANTHA DA SILVA DOMINGOS: 20200001014

ROBSON DA COSTA CARNEIRO: 20190154532

Natal-RN
2021

CARLOS ANTONIO MIRANDA FILHO: 20190154031

ELKE SAMANTHA DA SILVA DOMINGOS: 20200001014

ROBSON DA COSTA CARNEIRO: 20190154532

CONTROLE NO ESPAÇO DE ESTADOS

Terceiro relatório apresentado à disciplina de Laboratório de Sistemas de Controle, correspondente à avaliação da 3ª unidade do semestre 2021.1 do 7º período do curso de Engenharia de Computação e Automação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob orientação do **Prof. Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo**.

Professor: Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo.

Natal-RN
2021

RESUMO

O seguinte trabalho da disciplina de Sistemas de Controle tem como intuito apresentar o desenvolvimento e os resultados obtidos no controle no espaço de estados por modelos de simulação computacional. Utilizou-se o Simulink do Matlab para as simulações. Foram aprimorados os conceitos de espaço de estados por meio de projeto de controladores no espaço de estados, seguidor de referência para acompanhamento de entradas do tipo degrau, observadores de estados e realimentação de estados estimados. Isso tudo aplicado a um sistema de tanques.

Palavras-chave: Sistemas de controle. Simulação computacional. Tanques acoplados. Espaço de estados. Seguidor de referência. Observador de estado. Estados Estimados.

Lista de Figuras

1	Representação do esquema do sistema com um seguidor de degraus implementado. .	9
2	Representação do esquema do sistema com um bloco de observador implementado. .	10
3	Interior do bloco de observador.	11
4	Implementação do Seguidor de Referência e do bloco de observador no sistema de tanques.	12
5	Gráfico dos níveis dos tanques 1 e 2 (a) e do nível do sinal de controle (b) com os valores originais descritos anteriormente. Para (a), o azul escuro representa o nível do tanque 1, o azul claro o tanque 2, enquanto no (b) o vermelho corresponde à saída do sinal de controle do bloco de intertravamento.	13
6	Gráfico do tanque (a) e do sinal de controle (b) após a primeira alteração feita. . . .	13
7	Gráficos (a) e (b) após o aumento do primeiro polo e a manutenção dos valores do segundo e terceiro.	14
8	Gráficos (a) e (b) após as últimas alterações dos três polos.	14
9	Gráfico do erro de estimativa (a), com o $L2$ estimado em vermelho e $L1$ em azul, e dos níveis reais e estimados (b) com os polos testados, com a parte em vermelho sendo o próprio bloco de observadores.	15
10	Gráfico do erro de estimativa (a) e dos níveis reais e estimados (b) com as últimas alterações feitas.	15
11	Gráficos separados do sinal de controle (a) e dos observadores (b) com os primeiros valores com seguidor e observador no sistema.	16
12	Nível dos tanques para os dois primeiros exemplos (a) e para o segundo, com valores drasticamente reduzidos (b).	17
13	Gráfico mesclado dos tanques e observadores para o primeiro caso (a), o segundo (b) e o terceiro (c) explicados anteriormente.	17

Sumário

1	INTRODUÇÃO	6
2	REFERENCIAL TEÓRICO	7
2.1	MATLAB	7
2.2	Simulink	7
2.3	Controlabilidade de Estado	7
2.4	Observabilidade de Estado	8
2.5	Realimentação de Estado	8
3	METODOLOGIA	9
3.1	Controle no Espaço de Estados: Realimentação de Estados (Seguidor de Referência)	9
3.2	Observadores de Estado	9
3.3	Seguidor de Referência com Estados Estimados	11
4	RESULTADOS	13
4.1	Sistema com Seguidor de Referência	13
4.2	Sistema com Observador	14
4.3	Sistema com Seguidor de Referência e Observador	15
5	CONCLUSÃO	18
	Referências bibliográficas	19

1 INTRODUÇÃO

As técnicas de espaço de estados podem ser aplicadas a uma classe mais ampla de sistemas do que os métodos de transformada. Pode ser aplicado a sistemas com não linearidades e de múltiplas entradas e saídas, por exemplo. Os métodos de espaços de estados não permitem a especificação da posição de polos e zeros em malha fechada e é muito sensível à variação de parâmetros [1].

O projeto no espaço de estados consiste em especificar as posições desejadas dos polos do sistema e, em seguida, projetar um controlador consistindo em ganhos de realimentação das variáveis de estado para atender esses requisitos. Caso as variáveis de estado não estejam disponíveis, um observador é projetado para emular a planta e fornecer variáveis de estados estimadas. O projeto do controlador consiste em realimentar as variáveis de estado para a entrada do sistema com ganhos especificados. Já o projeto do observador consiste em realimentar o erro entre a saída real e a saída estimada [1].

Neste trabalho abordamos todas essas técnicas de espaço de estado para controle de nível em um sistema de tanques acoplados através de simulações computacionais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 MATLAB

MATLAB é um software de alta performance voltado para cálculo numérico. Pode ser usado para análise numérica, cálculo com matrizes, processamento de sinais e construção de gráficos. A primeira versão foi escrita no final da década de 70 nas universidades do Novo México e Stanford visando fornecer suporte a cursos de teoria matricial, álgebra linear e análise numérica. O MATLAB é um sistema que permite resolução de problemas numéricos em apenas uma fração de tempo ao se comparar com programas semelhantes escritos em C, Fortran por exemplo. O elemento básico de informação usando no MATLAB é uma matriz que não requer dimensionamento. Além disso as soluções desses problemas são expressas como são escritas matematicamente.

2.2 Simulink

Desenvolvida pela mesma companhia que o MATLAB, o Simulink é uma ferramenta de modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos. É um software de diagramação gráfica por blocos. É usado em teoria de controle e processamento digital de sinais.

2.3 Controlabilidade de Estado

Um sistema é dito controlável no instante t_0 , se for possível, por meio de um vetor de controle não limitado, transferir o sistema de qualquer estado inicial $x(t_0)$ para qualquer outro estado, em um valor de tempo finito.

O estado de um sistema em um instante t_0 é a quantidade de informação em t_0 , que, junto com a entrada u_t , em $t \geq t_0$, determina univocamente o comportamento do sistema para todo $t \geq t_0$. Considerando o vetor de estados:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t) \quad (2)$$

$\mathbf{x}(t)$ é o vetor de estado, $u(t)$ é o vetor de entrada e $y(t)$ é o vetor de saída. A equação representada por x é a equação de entrada, enquanto y representa a equação de saída, cujos valores representados na forma de vetores é dada por:

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{u}(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_n(t)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \dots \ y_n(t)]^T \quad (5)$$

O sistema (A, B, C, D) é dito controlável quando existem quaisquer valores $x(0)$ e $x(T)$ de $u(t)$

cujo intervalo varia entre $0 \leq t \leq T$ que transfere o estado $x(0)$ para o estado $x(T)$ em um tempo finito. Considerando o sistema descrito x e u um vetor de dimensão r , a condição de controlabilidade completa do estado é dada pelo produto da matriz com dimensões $n \times nr$, então a matriz de controlabilidade é dada por:

$$U = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (6)$$

2.4 Observabilidade de Estado

Um sistema será dito observável no instante t_0 se, com o sistema de estado $x(t_0)$, for possível determinar esse estado a partir da observação da saída durante um intervalo de tempo finito. Pelas equações anteriores, o sistema (A, B, C, D) é observável, se e somente se, o posto da matriz de observabilidade $V_{nq \times n}$ associada é igual a n . Se o sistema é completamente observável, então, dada a saída $y(t)$ durante um intervalo de tempo $0 \leq t \leq T$, $x(0)$:

$$U = [C \ CA \ CA^2 \ \dots \ CA^{n-1}] \quad (7)$$

2.5 Realimentação de Estado

Considerando as equações anteriores, elas são as representações dos sistemas para os casos de sistema linear invariante no tempo. Sistemas com controladores podem ser divididos em sistemas reguladores (onde o sinal de referência é constante, incluindo o zero) e sistemas de controle (onde o sinal de referência varia com o tempo). Considerando o sistema \dot{x} , podemos utilizar um controle de realimentação de estado u , denominado por $u = Kx$. Supondo que o sistema seja controlável e que os polos desejados em malha fechada sejam $s = \mu_1, s = \mu_2, \dots s = \mu_n$, o uso do controle de realimentação de estado u modifica a equação do sistema, de forma que passaremos a ter:

$$\dot{x} = (A + BK)x \quad (8)$$

Considerando a equação característica:

$$|sI - A + BK| = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) \quad (9)$$

E o vetor de realimentação $K = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]$, cada variável de estado é multiplicada por um ganho e realimentada para o terminal de entrada, de forma que teremos:

$$u(t) = Kx(t) + r(t) \quad (10)$$

Dessa forma:

$$\dot{x} = (A + BK)x + r(t) \quad (11)$$

3 METODOLOGIA

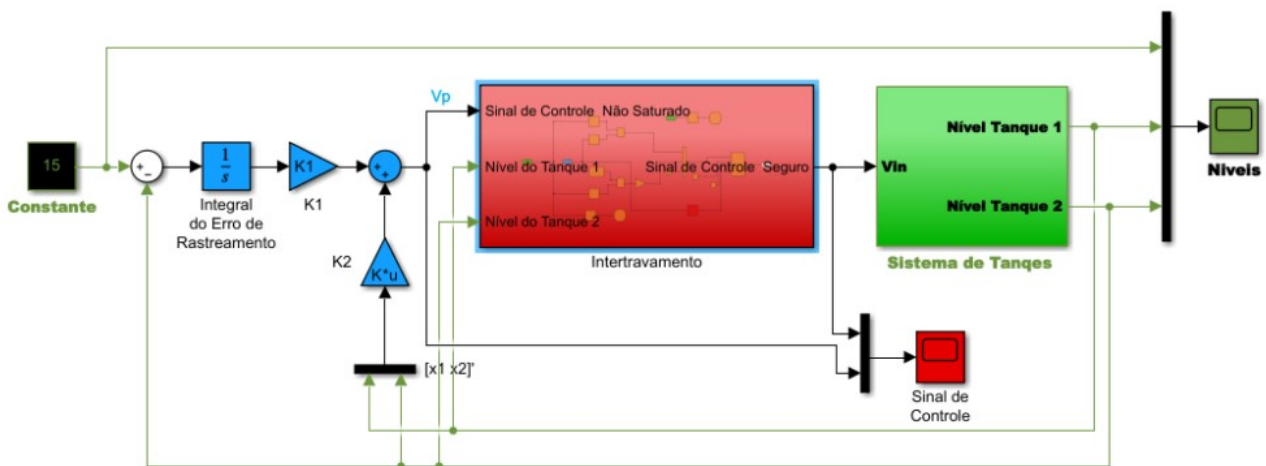
O modelo de simulação utilizado foi disponibilizado pelo professor Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo, tendo sido desenvolvido no MATLAB/Simulink.

3.1 Controle no Espaço de Estados: Realimentação de Estados (Seguidor de Referência)

O sistema a ser objeto de estudo para este roteiro é um sistema de tanques acoplados realimentado por um controlador tipo integrador e seguido de dois ganhos unidos por um somador, que por sua vez se liga a um bloco de intertravamento cuja entrada é composta de um sinal de controle não saturado e os níveis dos tanques 1 e 2 e a saída é o sinal de controle seguro, com ambos os tanques sendo configurados para pararem se eles se aproximarem do limite máximo de altura (30 cm). Esta ligação, que acontece após a inclusão do sinal de referência, caracteriza a inclusão do seguidor de referências – conhecido também como realimentação de estados – que para o caso desta parte é dada para uma entrada do tipo degrau.

Os cálculos foram feitos para o programa Matlab, com a simulação a ser feita através do Simulink. Para a inclusão sua, foi preciso adaptar para o código os cálculos de controlabilidade e dos ganhos k_1 e k_2 para em seguida fazer o cálculo da fórmula de Ackermann.

Figura 1: Representação do esquema do sistema com um seguidor de degraus implementado.



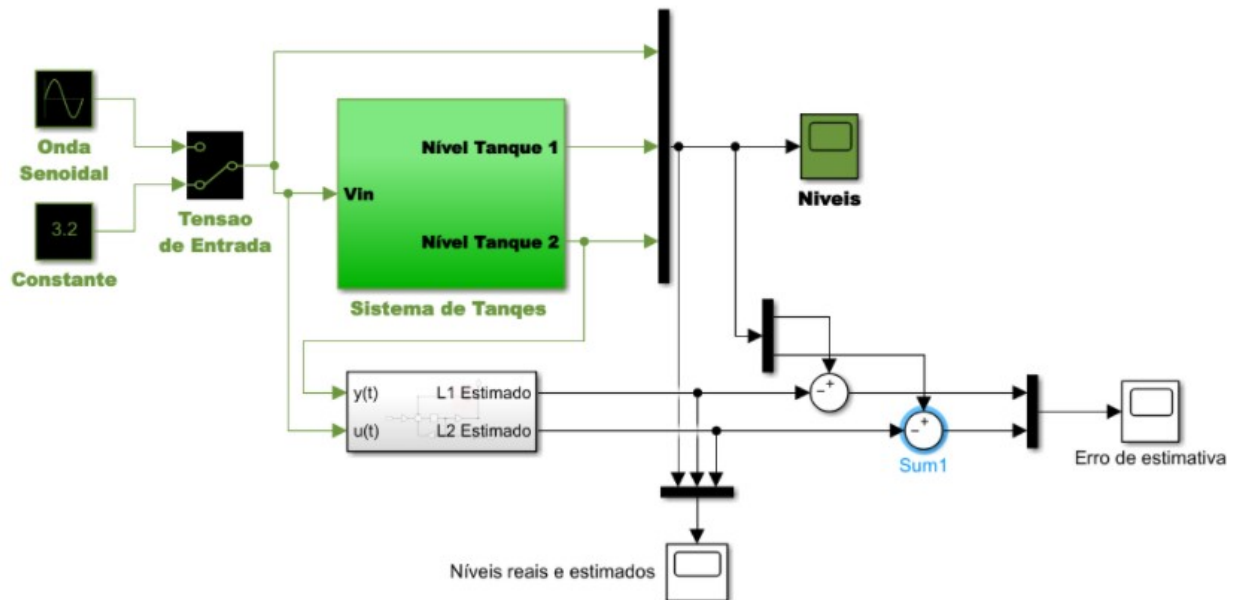
Fonte: Autores.

3.2 Observadores de Estado

Para a inclusão dos observadores no Simulink, inicialmente foi excluído o bloco de intertravamentos, os ganhos e o integrador que antecederiam o sistema de tanques e incluído um novo que representa o observador de estado, composto por duas entradas representadas por $y(t)$, ligada ao nível do tanque 2, e $u(t)$, ligada à tensão de entrada V_{in} . As saídas são compostas de valores estimados de L_1 e L_2 , ambas ligadas junto com a saída do bloco de tanques a um multiplexador que mostrarão

graficamente os níveis reais e estimados do bloco. De maneira similar, os três estão ligados a dois somadores e um único multiplexador a expor o erro de estimativa do tanque.

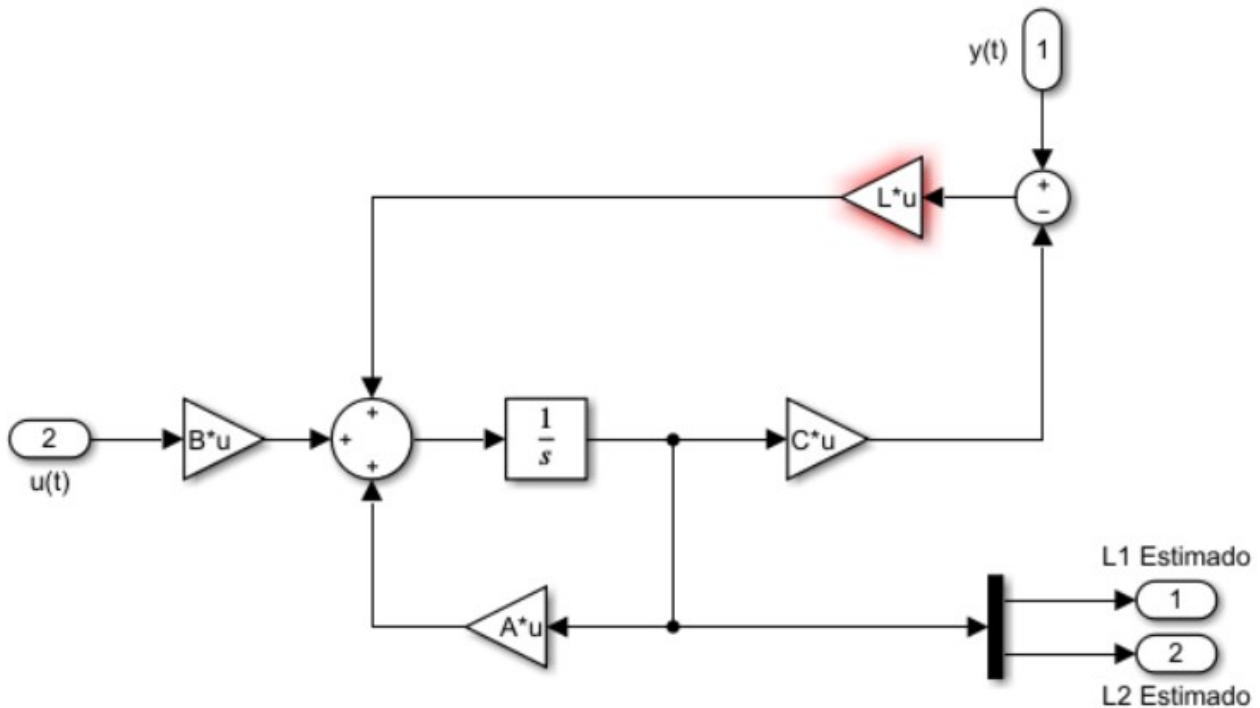
Figura 2: Representação do esquema do sistema com um bloco de observador implementado.



Fonte: Autores.

Na parte interna do bloco de observadores, os ganhos L , B e A estão ligados a um somador, que por sua vez está ligado a um integrador, este por sua vez está ligado aos ganhos C e A e a um multiplexador que resultará nas saídas $L1$ e $L2$ que fazem parte do bloco.

Figura 3: Interior do bloco de observador.

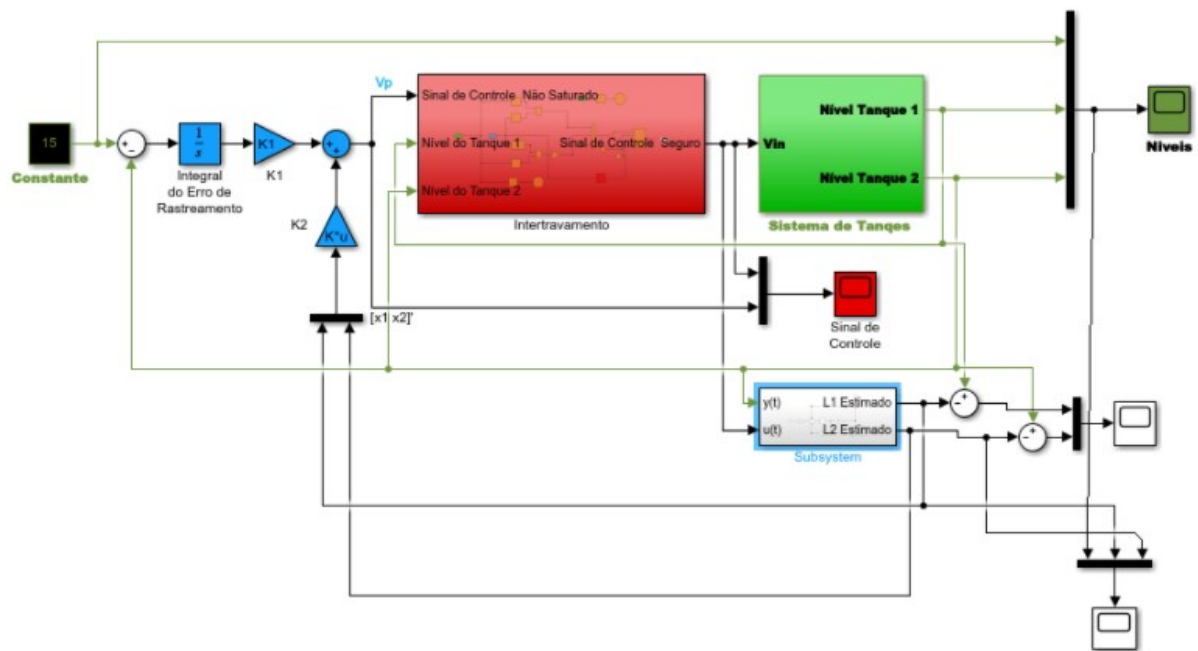


Fonte: Autores.

3.3 Seguidor de Referência com Estados Estimados

Para a terceira parte do experimento, não foram feitas grandes modificações na composição do sistema de tanques no Simulink, apenas foram mescladas as partes anteriores de seguidor de referência e de observadores, fazendo apenas pequenas alterações com relação às ligações de entrada nos observadores, no qual um deles estará ligado à saída do bloco de intertravamentos referente à primeira parte e outro ao sinal negativo de referência, e aos polos no código do Matlab, que passarão de três da parte um e dois da parte dois para cinco polos.

Figura 4: Implementação do Seguidor de Referência e do bloco de observador no sistema de tanques.



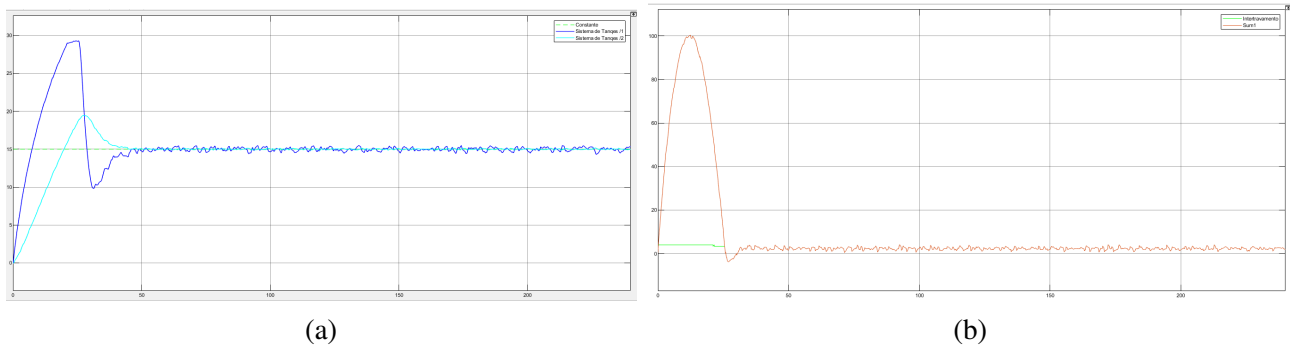
Fonte: Autores.

4 RESULTADOS

4.1 Sistema com Seguidor de Referência

Inicialmente, foram testados valores para o primeiro caso, envolvendo sistema com seguidor de referência, usando como valores iniciais o primeiro polo um número apenas real e os dois outros um real e outro imaginário com os sinais alterados. O primeiro valor testado foi -1, o segundo para $-0,3 + 0,1i$ e o terceiro mantendo o valor do anterior, mas mantendo o sinal, com uma constante que antecipa o sinal de referência igual a 15. As constantes k_1 e k_2 correspondem aos valores de 1,7511 e uma matriz de única linha com os valores -1,6882 e -10,4937, respectivamente. Graficamente, os valores dos níveis dos tanques (a) e do sinal de controle (b) estão dados na Figura 5.

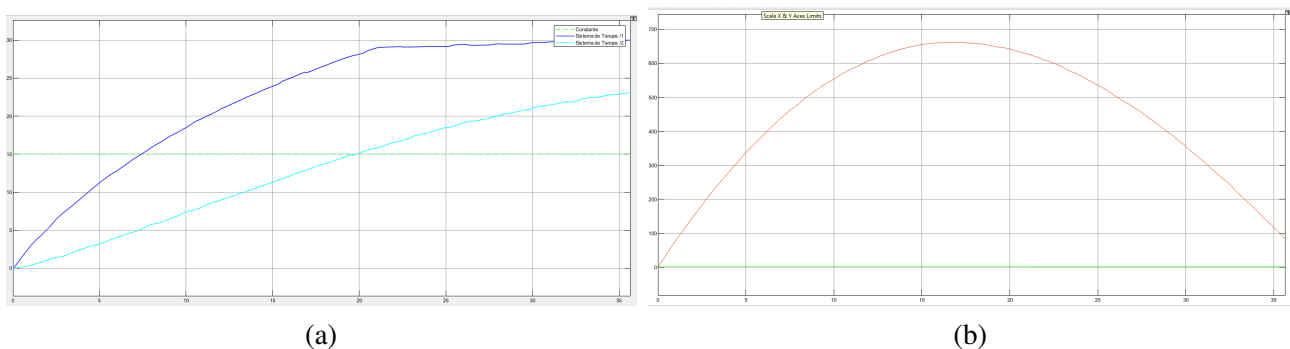
Figura 5: Gráfico dos níveis dos tanques 1 e 2 (a) e do nível do sinal de controle (b) com os valores originais descritos anteriormente. Para (a), o azul escuro representa o nível do tanque 1, o azul claro o tanque 2, enquanto no (b) o vermelho corresponde à saída do sinal de controle do bloco de intertravamento.



Fonte: Autores.

Posteriormente foi mantido o valor do primeiro polo e o real que faz parte do segundo e terceiro polo, alterando apenas o valor imaginário para 0,5, consequentemente a constante de ganho corresponde a k_1 aumentou bastante em comparação com os primeiros valores testados, sendo o valor alterado para 5,9536, enquanto o primeiro valor de k_2 foi mantido e o segundo sendo ligeiramente alterado para -14,6962.

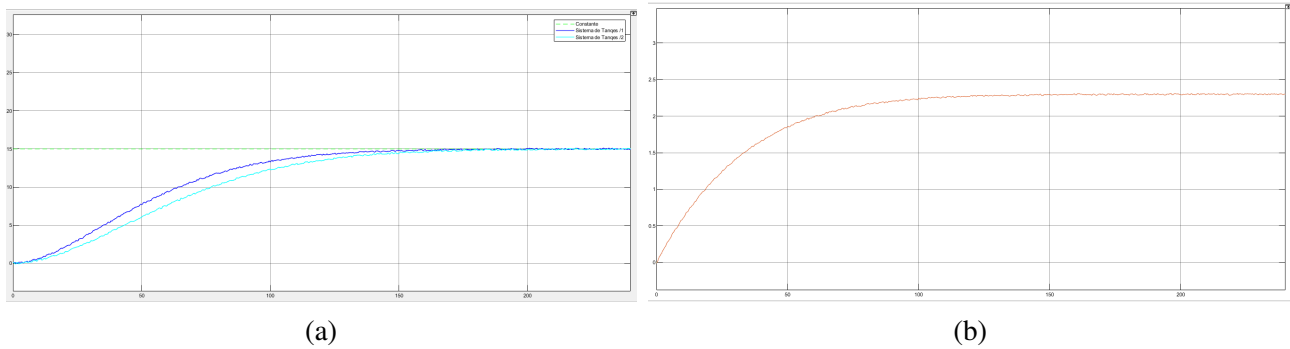
Figura 6: Gráfico do tanque (a) e do sinal de controle (b) após a primeira alteração feita.



Fonte: Autores.

Alterando apenas o primeiro polo, diminuindo-o para um valor como -3, mas mantendo os dois restantes com os valores iniciais, foi notado que não há grandes mudanças gráficas, exceto no valor dos ganhos e uma sensível mudança no nível do gráfico do sinal de controle. Posteriormente foi feita uma alteração no qual todos os valores foram reduzidos e o primeiro foi aumentado para -0,1, os ganhos obtidos foram $k_1 = 0,0046$ enquanto k_2 foram obtidos -0,0790 e -0,0662.

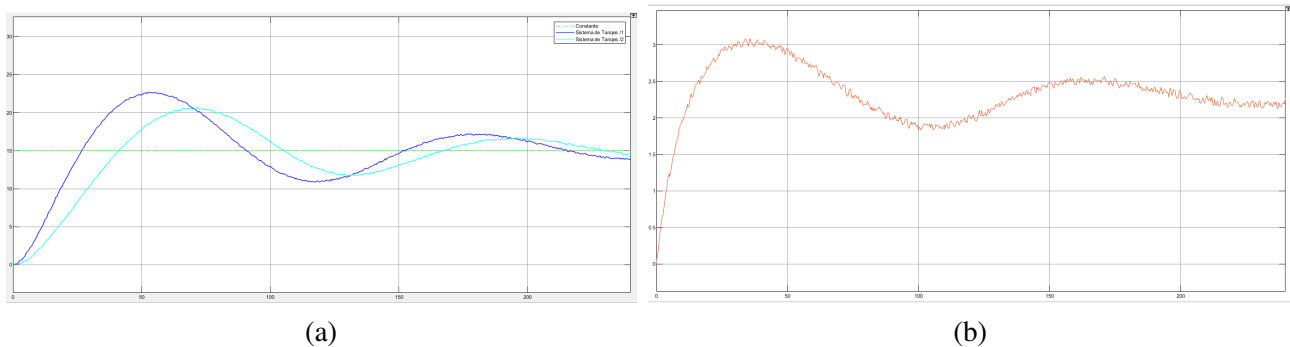
Figura 7: Gráficos (a) e (b) após o aumento do primeiro polo e a manutenção dos valores do segundo e terceiro.



Fonte: Autores.

Reduzindo ligeiramente o valor do primeiro polo, porém alterando os valores dos polos reais e imaginários para -0,01 e 0,05, respectivamente, o ganho k_1 foi 0,0228 e k_2 , -0,4468 e 0,3016. Representando graficamente as alterações:

Figura 8: Gráficos (a) e (b) após as últimas alterações dos três polos.



Fonte: Autores.

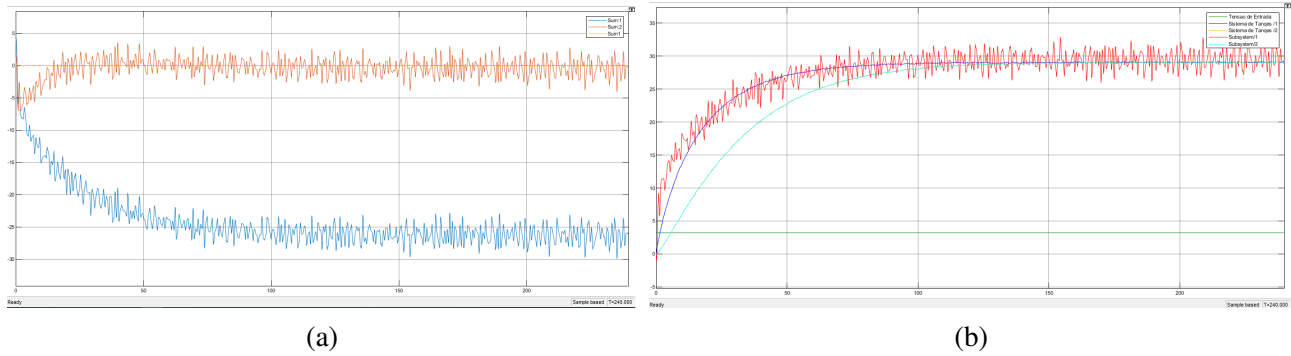
Demais alterações foram feitas, como reduzir o primeiro polo para -3, com o segundo polo par -0,6 e o imaginário para 0,5i, no entanto graficamente seu comportamento não foi muito diferente do mostrado na Figura 6, encerrando desta forma os testes de valores para a primeira configuração do sistema.

4.2 Sistema com Observador

Para o caso de sistema com observador, inicialmente a constante pelo qual se conecta com a tensão de entrada foi alterado para 3,2, com os valores dos polos inicialmente testados para -1+2i

e $-1-2i$. Os resultados obtidos foram mostrados abaixo, graficamente, com a observabilidade obtida igual à coluna 74,2331 e 1,868:

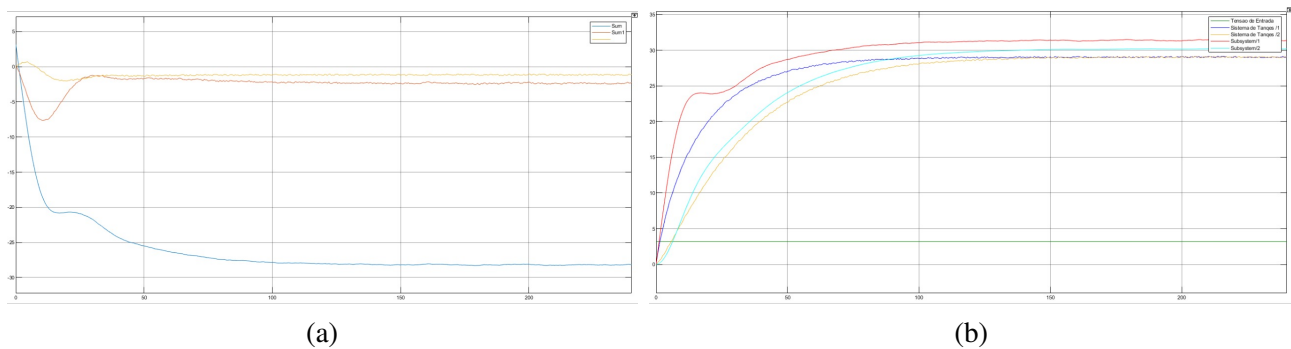
Figura 9: Gráfico do erro de estimativa (a), com o $L2$ estimado em vermelho e $L1$ em azul, e dos níveis reais e estimados (b) com os polos testados, com a parte em vermelho sendo o próprio bloco de observadores.



Fonte: Autores.

No gráfico da Figura 9b, os dois tanques coincidem graficamente a ponto de um “ofuscar” o outro (no caso, o tanque 2 – de azul escuro - está com uma cor mais forte que o tanque 1 – de amarelo escuro). Alterando apenas o polo imaginário para um valor um pouco maior, foi observado um comportamento mais ruidoso dos observadores, embora não houvesse mudanças bruscas de comportamento em relação aos gráficos da Figura 9. No entanto, foi notado uma grande alteração quando usa-se valores baixos para os polos tanto real quanto imaginário, a ponto de reduzir consideravelmente o comportamento ruidoso exibido anteriormente, usando os polos $-0,1$ e $0,2$ como reais e imaginários, foram obtidos como valores de L , $0,6273$ e $0,0687$.

Figura 10: Gráfico do erro de estimativa (a) e dos níveis reais e estimados (b) com as últimas alterações feitas.



Fonte: Autores.

4.3 Sistema com Seguidor de Referência e Observador

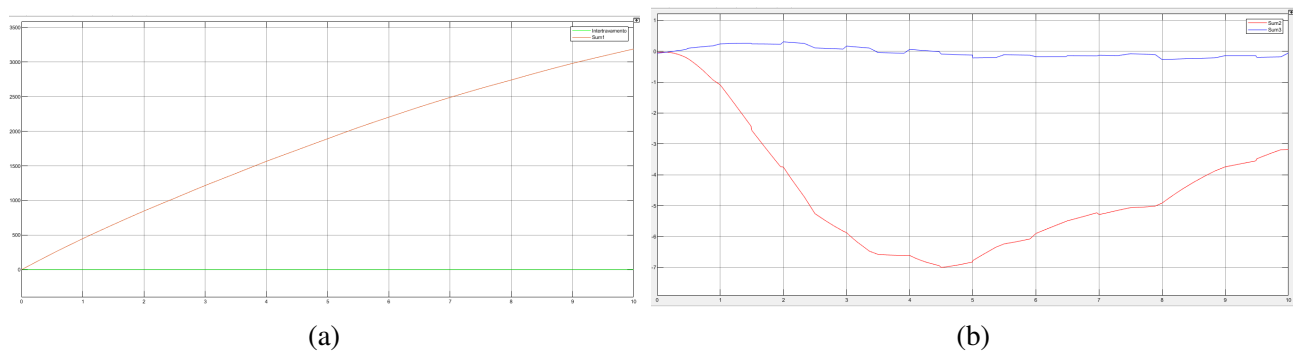
A última parte do experimento combina as duas anteriores para que o desempenho seja comparado em termos de ganhos e de L . Para a obtenção de ganhos e resultados satisfatórios para o sistema, foi preciso inverter o primeiro e o terceiro polo da primeira parte do experimento, começando dessa

vez com um valor imaginário e o terceiro polo se tornando um valor real, além de ser necessário colocar mais dois polos referentes aos cálculos do observador.

Os primeiros valores testados foram a combinação de reais e imaginários $-0,1$ e $0,3$, seguido do real -1 , os mesmos da primeira parte, enquanto os do observador foram os valores -1 e 2 . O ganho k_1 e o primeiro valor de k_2 foram os mesmos do primeiro experimento, sendo modificado apenas o último valor de k_2 para $-3,9462$. Graficamente, ao analisar separadamente os níveis e os observadores, nota-se uma diferença em comparação aos valores separados, ao mesmo tempo em que é feita uma nova tela que mescla ambas. O vetor L também foi modificado, agora com os valores $1,3890$ e $0,0687$.

O nível do tanque com tais valores é semelhante ao mostrado na figura 6a, graficamente, porém houve diferença no gráfico do sinal de controlador.

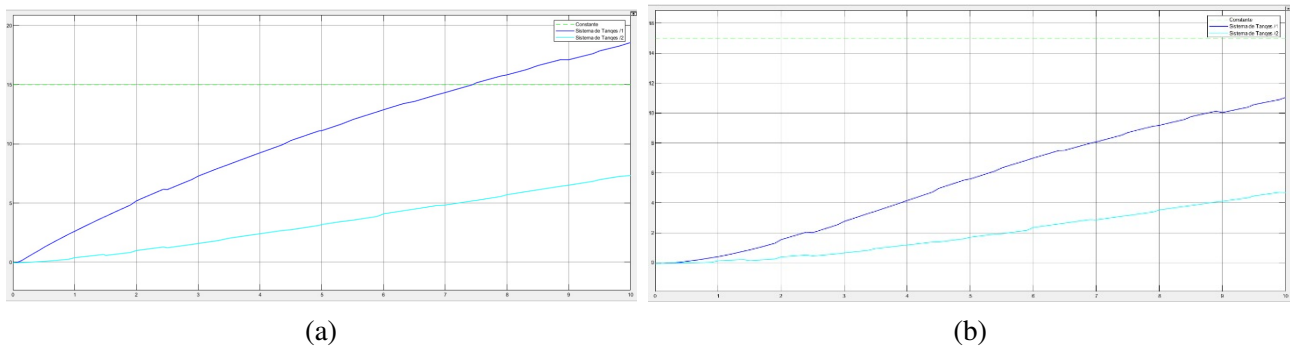
Figura 11: Gráficos separados do sinal de controle (a) e dos observadores (b) com os primeiros valores com seguidor e observador no sistema.



Fonte: Autores.

Mudando os valores dos três primeiros polos para $-0,5$ (real), $0,6$ (imaginário) e -3 (terceiro polo), o valor k_1 deu um grande salto, chegando para $32,0442$, enquanto k_2 teve seus valores muito mais negativos em comparação aos outros cenários, sendo composto dos valores $-4,4470$ e $-58,6905$, enquanto os valores de L encontrados foram $8,3851$ e $0,8687$. Apesar dos valores, ao analisar separadamente os gráficos não houve grandes mudanças em comparação aos da Figura 11. Houve, no entanto, diferença no nível dos tanques, sendo relativamente menores em comparação ao primeiro caso quando se reduz drasticamente os valores (desconsiderando o sinal) que servirão de polos reais e imaginários. Para isso, foram usados os valores $-0,05$ (real), $0,1$ (imaginário), $-0,5$ (terceiro polo), enquanto para o observador foram usados $-0,5$ (real) e 1 (imaginário), cujo desempenho do tanque é mostrado na Figura 12b.

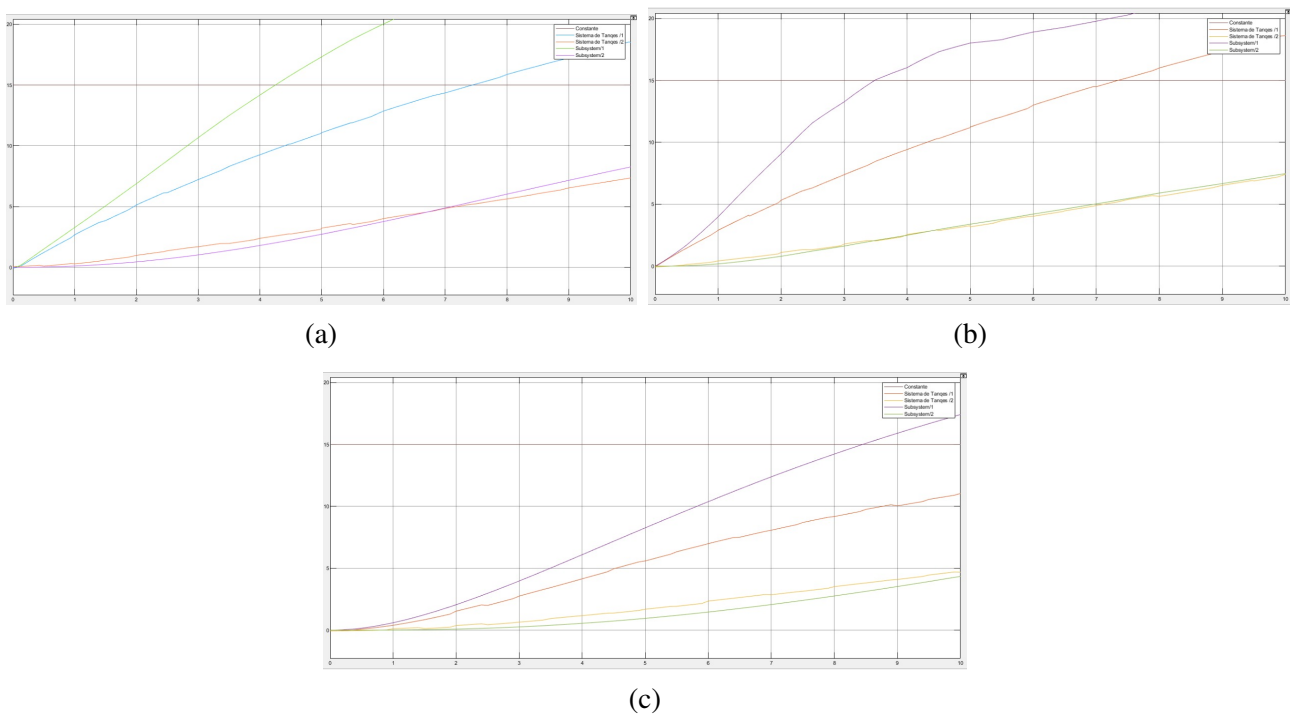
Figura 12: Nível dos tanques para os dois primeiros exemplos (a) e para o segundo, com valores drasticamente reduzidos (b).



Fonte: Autores.

Graças aos valores obtidos no último experimento, foram obtidos valores bem baixos de ganhos, com k_1 chegando a 0,1094 e k_2 com -0,5388 e -0,4802, enquanto L chegou aos valores 0,1561 e -0,0313.

Figura 13: Gráfico mesclado dos tanques e observadores para o primeiro caso (a), o segundo (b) e o terceiro (c) explicados anteriormente.



5 CONCLUSÃO

Para os casos mostrados, foram consideradas uma entrada tipo degrau em uma malha fechada, exceto no caso dos observadores de estado, cujo experimento foi feito inicialmente em malha aberta e foram testados valores parecidos para se observar o comportamento dos tanques. No caso de um tanque realimentado, foi notado que quanto menor o valor de ganho k_1 e maior os de k_2 , mais linearizado ficava tanto os níveis dos tanques quanto os do sinal de controle.

Os valores inicialmente testados num sistema de tanque em malha aberta para obter os valores dos observadores de estado mostraram que quanto maior os valores dos polos reais e imaginários, mais ruidoso o gráfico se tornava, assim como os níveis dos tanques perigosamente se aproximavam da altura máxima suportada. Adiante, para tentar estimar um cenário mais desejável, foram usados valores menores para os polos, o comportamento é menos ruidoso, porém com os níveis dos tanques mais próximos ainda do limite suportado.

Referências

- [1] N. S NISE. *Engenharia de Sistemas de Controle*. 6ª ed. LTC, 2014.
- [2] K. OGATA. *Engenharia de Controle Moderno*. 5ª ed. Pearson, 2011.