



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE



CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO

CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

RELATÓRIO DA EXPERIÊNCIA 001
MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS - SIMULAÇÃO DE UM
SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS

TURMA: 01
GRUPO 7

ALESSANDRO CERIOLI: 20200148992

CARLOS ANTONIO MIRANDA FILHO: 20190154031

ELKE SAMANTHA DA SILVA DOMINGOS: 20200001014

ROBSON DA COSTA CARNEIRO: 20190154532

RUBENS MACEDO PEREIRA: 20180009930

Natal-RN
2021

ALESSANDRO CERIOLI: 20200148992

CARLOS ANTONIO MIRANDA FILHO: 20190154031

ELKE SAMANTHA DA SILVA DOMINGOS: 20200001014

ROBSON DA COSTA CARNEIRO: 20190154532

RUBENS MACEDO PEREIRA: 20180009930

MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS - SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS

Primeiro Relatório Parcial apresentado à disciplina de Laboratório de Sistemas de Controle, correspondente à avaliação da 1ª unidade do semestre 2021.1 do 7º período do curso de Engenharia de Computação e Automação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob orientação do **Prof. Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo**.

Professor: Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo.

Natal-RN
2021

RESUMO

Neste trabalho será modelado um sistema de tanques acoplados, onde a fonte de entrada é uma representação da água sendo bombeada para o sistema de tanques. No sistema o líquido presente no primeiro tanque passa para o segundo através de um orifício, sofrendo a influência da gravidade exercida sobre ele. Em seguida o segundo tanque o recebe e devolve-o para o reservatório através de um orifício semelhante àquele localizado no primeiro. O experimento foi feito completamente no simulador Simulink, subdividido em duas etapas. A primeira etapa é representada por uma fonte de tensão de entrada constante, onde foi observado que quando o sistema se estabiliza no regime permanente, os níveis dos dois tanques ficam iguais. Na segunda etapa foi utilizada uma fonte de tensão senoidal, sendo observado que o tanque 1 (o qual recebe a água diretamente da bomba) tem uma oscilação com amplitude maior em relação ao tanque 2 (o qual recebe a água do tanque 1 pelo orifício). Também foi observada na primeira e na terceira simulação senoidal uma defasagem da oscilação do tanque 2 em relação ao tanque 1.

Palavras-chave: Simulink, sistema, tanque, modelagem.

LISTA DE SÍMBOLOS

A_1	Área da base do tanque 1
A_2	Área da base do tanque 2
a_1	Área do orifício de saída do tanque 1 em $[cm^2]$
a_2	Área do orifício de saída do tanque 2 em $[cm^2]$
$F1_{in}$	Vazão de entrada do tanque 1
$F1_{out}$	Vazão de saída do tanque 1
$F2_{in}$	Vazão de entrada do tanque 2
$F2_{out}$	Vazão de saída do tanque 2
g	Aceleração da gravidade em $[cm/s^2]$
K_m	Constante da bomba
\dot{L}_1	Taxa de variação do nível do tanque 1
L_1	Nível de água no tanque 1 em $[cm]$
L_2	Nível de água no tanque 2 em $[cm]$
\dot{L}_2	Taxa de variação do nível do tanque 2
\dot{V}	Taxa de variação volumétrica
V_p	Tensão de alimentação da bomba
V_{out}	Velocidade com que o líquido escoar pelo tanque 1

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

OUT1, OUT2

Conexão hidráulica do tipo normalmente fechada

Lista de Figuras

1	Equivalência entre sistemas fluídicos e sistemas elétricos	10
2	Sistema com 1 tanque	10
3	Circuito equivalente para sistema com 1 tanque	11
4	Sistema com 2 tanques	11
5	Circuito equivalente para sistema com 2 tanques	12
6	Configurações	13
7	Parâmetros do modelo	16
8	Esquema de Simulação no Simulink	16
9	Níveis dos tanques para uma entrada constante igual a 3V.	18
10	Oscilações dos níveis dos tanques para uma entrada senoidal com frequência de 0.2 rad/s.	19
11	Oscilações dos níveis dos tanques para uma entrada senoidal com frequência de 1.0 rad/s.	19
12	Oscilações dos níveis dos tanques para uma entrada senoidal com frequência de 0.08 rad/s.	20

Sumário

1	INTRODUÇÃO	8
2	REFERENCIAL TEÓRICO	9
2.1	MATLAB	9
2.2	Simulink	9
2.3	Quanser	9
2.3.1	Sistema de Tanques	9
2.4	Modelagem de Sistemas Dinâmicos	10
2.5	Modelagem de um Sistema Fluídico	10
2.5.1	Circuito Elétrico Análogo	10
2.6	Respostas Para Sistemas	12
2.6.1	Regime Transitório	12
2.6.2	Regime Permanente	12
3	METODOLOGIA	13
3.1	Apresentação do Sistema	13
3.1.1	Configuração 1	13
3.1.2	Configuração 2	14
3.2	Primeira Camada do Modelo de Simulação	14
3.3	Subsistema do Modelo de Simulação	15
3.4	Configurações dos parâmetros gerais	15
3.5	Simulações	16
4	RESULTADOS	17
4.1	Tensão de Entrada Constante	17
4.2	Tensão de Entrada Senoidal	18
5	CONCLUSÃO	21
	Referências bibliográficas	22

1 INTRODUÇÃO

A partir do problema de controle, definido por Antônio C. Faleiros e Takashi Yoneyama como sendo a necessidade de se determinar uma forma de afetar um dado sistema físico de maneira que seu comportamento atenda a um conjunto de exigências pré-estabelecidas [1], surge a necessidade de se modelar sistemas dinâmicos e praticar simulações a partir dos mesmos, visando realizar uma grande variedade de testes sem colocar em risco o sistema real.

Assim, como ponto de partida no estudo da representação matemática da dinâmica de sistemas, será apresentada neste relatório a modelagem de um sistema de tanques acoplados, sendo um exemplo clássico e de extrema importância na compreensão do problema de controle e na simulação de sistemas dinâmicos no geral.

O sistema de tanques acoplados será simulado utilizando uma aplicação implementada no Simulink, software de modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos desenvolvido pela companhia MathWorks e será constituído basicamente por 2 tanques, 1 reservatório, uma mini bomba d'água e tubos flexíveis para conexão, sendo possível a utilização de 3 diferentes configurações para o sistema proposto.

Diante disso, algumas simulações serão realizadas a partir do modelo do sistema de tanques apresentado, monitorando a estabilização dos níveis dos tanques e a amplitude das oscilações dos mesmos diante de diferentes entradas. Com base no referencial teórico, os resultados obtidos serão comentados e analisados no final deste relatório.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 MATLAB

MATLAB é um software de alta performance voltado para cálculo numérico. O MATLAB pode ser usado para análise numérica, cálculo com matrizes, processamento de sinais e construção de gráficos. A primeira versão foi escrita no final da década de 70 nas universidades do Novo México e Stanford visando fornecer suporte a cursos de teoria matricial, álgebra linear e análise numérica. O MATLAB é um sistema que permite resolução de problemas numéricos em apenas uma fração de tempo ao se comparar com programas semelhantes escritos em C, Fortran por exemplo. O elemento básico de informação usando no MATLAB é uma matriz que não requer dimensionamento. Além disso as soluções desses problemas são expressas como são escritas matematicamente.

2.2 Simulink

Desenvolvida pela mesma companhia que o MATLAB, o Simulink é uma ferramenta de modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos. É um software de diagramação gráfica por blocos. Simulink é usado em teoria de controle e processamento digital de sinais.

2.3 Quanser

A Quanser é uma empresa especializada em projetar e fabricar sistemas de tempo real de alta performance para o estudo e pesquisa nas áreas da controle, robótica e mecatrônica.

2.3.1 Sistema de Tanques

Os Sistemas de Tanques Acoplados da Quanser é um processo reconfigurável que permite a realização de experimentos de controle de diversos tipos. Consistindo de uma única bomba com dois tanques, é utilizado para estudos e pesquisas envolvendo experimentos com controle de nível de líquidos. Realizando uma descrição mais detalhada do sistema, temos que o mesmo é composto integralmente por 2 tanques, 1 reservatório, uma mini bomba d'água e tubos flexíveis para conexão. A bomba eleva o líquido, desde o reservatório, até 2 conexões hidráulicas normalmente fechadas, denominadas OUT1 e OUT2. O líquido presente no primeiro tanque passa para o segundo através de um orifício e sofre influência da gravidade que exerce sobre ele, em seguida o segundo recebe e devolve-o para o reservatório através de um orifício semelhante ao que se encontra no primeiro tanque. As configurações e os tanques presentes nele contam com um sensor de nível tipo elétrico em função da altura da coluna de líquido no respectivo tanque. Esses sensores irão variar de 0 a 4,8 V, cujos sistemas de aquisição de dados receberão sinais de controle entre -12 e 12V para a bomba ser acionada.

2.4 Modelagem de Sistemas Dinâmicos

De acordo com Ogata em seu livro Engenharia de Controle Moderno (5ª edição, 2011) : “O modelo matemático de um sistema dinâmico é definido como um conjunto de equações que representam a dinâmica do sistema com precisão ou, pelo menos, razoavelmente bem.” [2]. O autor informa, ainda, que há diferentes maneiras de se representar um sistema, o que o torna sujeito a diferentes tipos de modelos matemáticos, segundo a perspectiva adotada.

2.5 Modelagem de um Sistema Fluídico

Nesta subseção será mostrada a modelagem de um sistema físico típico em engenharia de controle - o sistema fluídico. A abordagem mostrada é baseada na equivalência existente entre sistemas utilizando o sistema elétrico como base, tendo em vista a maior familiaridade com esse tipo de sistema.

De posse do modelo e de sua função de transferência é possível realizar a análise tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.

2.5.1 Circuito Elétrico Análogo

Aqui destacamos a similaridades entre sistemas fluídicos linearizados e elétricos na Figura 1 .

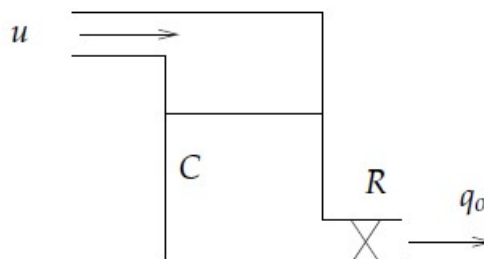
Figura 1: Equivalência entre sistemas fluídicos e sistemas elétricos

Sistema fluídico	Sistema elétrico
Pressão P	Tensão v
Vazão q	Corrente i
Capacitância fluídica C_f	Capacitor C_f
Resistência fluídica linearizada R_f	Resistor R_f
Indutância fluídica L_f	Indutor L_f

Fonte:[3]

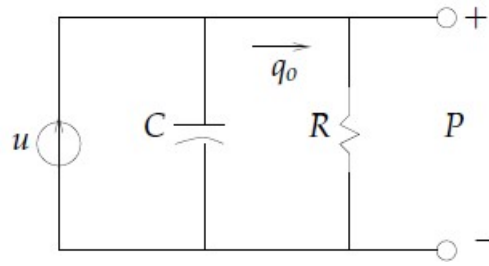
De acordo com a Figura 1, para um sistema com um tanque como mostrado na Figura 2, o circuito equivalente seria aquele mostrado na Figura 3.

Figura 2: Sistema com 1 tanque



Fonte:[3]

Figura 3: Circuito equivalente para sistema com 1 tanque



Fonte:[3]

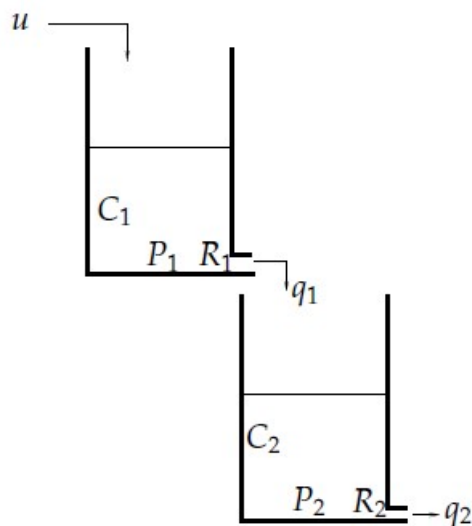
Sendo:

- P : diferença entre a pressão do fundo do reservatório e a pressão atmosférica.
- Caso se queira obter a relação entre a vazão de entrada q_i e o nível de líquido no reservatório, h , em lugar da pressão P , a partir da Equação de Bernoulli tem-se que:

$$P = \rho * g * h$$

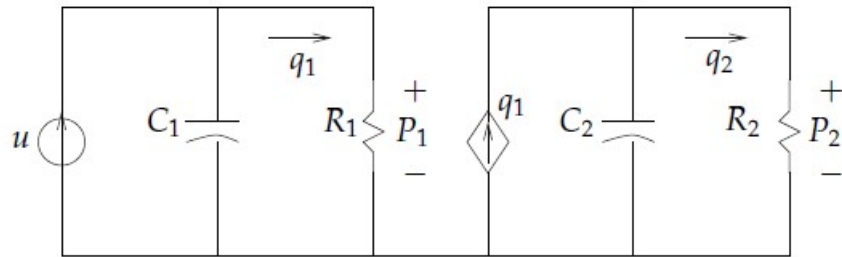
Já para um sistema com 2 tanques, como podemos observar na Figura 4, o circuito equivalente seria o mostrado na Figura 5.

Figura 4: Sistema com 2 tanques



Fonte:[3]

Figura 5: Circuito equivalente para sistema com 2 tanques



Fonte:[3]

2.6 Respostas Para Sistemas

2.6.1 Regime Transitório

Ao ser excitado por uma entrada qualquer, um sistema dinâmico reage de acordo com sua natureza antes que a resposta assuma a forma do sinal de entrada.

A resposta transitória é, então, representada pela saída do sistema entre o instante inicial e o instante em que é atingido o regime permanente.

2.6.2 Regime Permanente

Uma situação na qual as variáveis do sistema são constantes, isto é, não variam com o tempo. Em um circuito elétrico, por exemplo, é a partir do momento em que a carga final dos capacitores e indutores é alcançada.

Os erros de regime permanente são indicadores da precisão de um sistema de controle. Indicam a diferença entre o que se quer (sinal de referência) e o que se obtém (saída controlada).

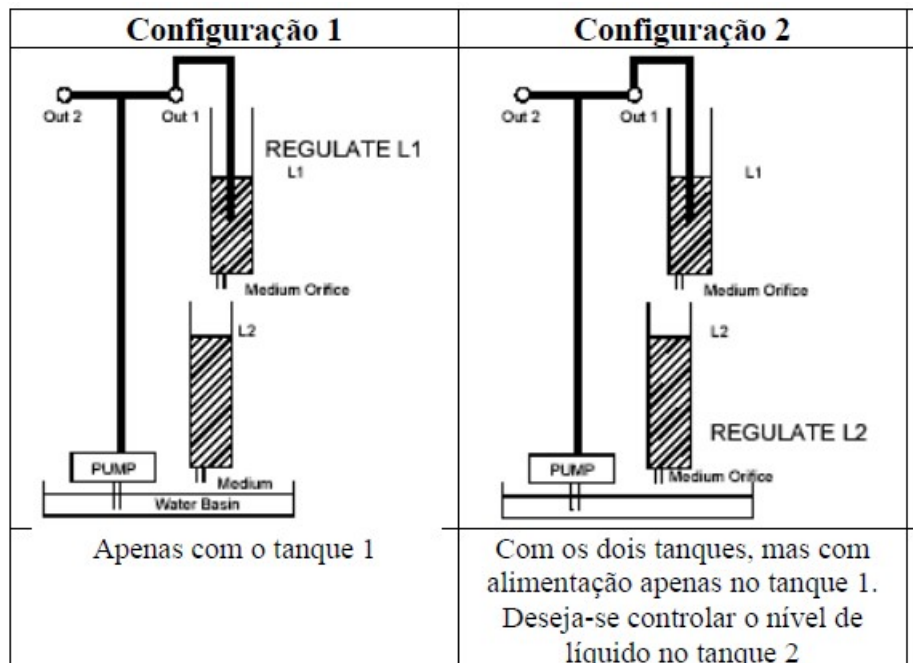
3 METODOLOGIA

O modelo de simulação escolhido foi disponibilizado pelo professor Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo, tendo sido desenvolvido no MATLAB/Simulink. O modelo utilizado, em sua primeira camada, é composto por 6 blocos, enquanto que a segunda, representada pelo subsistema central, será composta por vários componentes para representar as equações e operações que modelam o sistema de tanques.

3.1 Apresentação do Sistema

A Figura 6 mostra 2 configurações. A configuração simulada é a 2, mas a configuração 1 nos ajuda a modelar matematicamente o que acontece no primeiro tanque.

Figura 6: Configurações



Fonte: Roteiro

3.1.1 Configuração 1

A relação entre a tensão de alimentação da bomba V_p e a vazão de entrada no tanque 1 ($F1_{in}$) é dada por:

$$F1_{in} = K_m * V_p$$

A velocidade com que o líquido escoar pelo orifício de saída do tanque 1, é dada pela equação de Bernoulli para pequenos orifícios (com relação ao escoamento de água):

$$v_{out} = \sqrt{2 * g * L_1}$$

Sendo g a aceleração da gravidade em $[cm/s^2]$ e L_1 o nível de água no tanque 1 em $[cm]$.

Desta forma, a vazão de saída do tanque 1 pode ser dada por:

$$(F1_{out}) = a_1 * V_{out} = a_1 * \sqrt{2 * g * L_1}$$

A taxa de variação do nível do tanque 1 (\dot{L}_1) é obtida dividindo-se a taxa de variação volumétrica (\dot{V}) pela área da base do tanque 1 (A_1). Sendo que a variação volumétrica do tanque 1 é dada pela diferença entre as vazões de entrada e de saída. Então temos:

$$\dot{L}_1 = \frac{\dot{V}}{A_1}$$

$$\dot{V} = F1_{in} - F1_{out}$$

$$\dot{L}_1 = \frac{F1_{in} - F1_{out}}{A_1}$$

3.1.2 Configuração 2

Dado que a vazão de entrada do tanque 2 é exatamente a vazão de saída do tanque 1:

$$F2_{in} = F1_{out} = a_1 * V_{out} = a_1 * \sqrt{2 * g * L_1}$$

A vazão de saída do tanque 2 é:

$$F2_{out} = a_2 * \sqrt{2 * g * L_2}$$

A taxa de variação do nível do tanque 2 (\dot{L}_2) é, de forma análoga ao tanque 1:

$$\dot{L}_2 = \frac{\dot{V}}{A_2}$$

3.2 Primeira Camada do Modelo de Simulação

No modelo de simulação adotado, de início, temos 2 blocos de geração de sinais de entrada, sendo um gerador de sinal senoidal e um gerador de sinal constante, além de um bloco roteador de sinal do tipo chave manual, para a escolha do sinal de entrada, e o bloco do subsistema (onde está modelada toda a dinâmica do sistema de tanques acoplados). Em seguida, temos um multiplexador, que recebe os níveis dos tanques juntamente com a tensão de entrada e os envia para um osciloscópio, bloco de saída da primeira camada.

Para configurar qualquer um dos blocos, devemos clicar duas vezes sobre o mesmo. Na configuração do bloco gerador de tensão senoidal, além de exibir a função matemática do sinal, é possível alterar a amplitude, frequência e média. Para o bloco gerador de tensão constante é possível apenas alterar o valor constante do sinal, enquanto que um duplo clique na chave manual permite mudar a posição da mesma, escolhendo entre os dois tipos de entrada. Clicando duas vezes no bloco do subsistema, uma nova camada será exibida, representando toda a dinâmica do sistema e permitindo

alterar os blocos existentes ou inserir novos, possibilitando futuras extensões. O bloco do multiplexador permite escolher o número de entradas e, por fim, clicando duas vezes no osciloscópio, é possível visualizar uma janela gráfica configurável.

3.3 Subsistema do Modelo de Simulação

Dentro do bloco do subsistema são implementadas as equações que modelam toda a dinâmica não linear do sistema de tanques.

Basicamente, é composto por uma porta de entrada, para receber o sinal externo, e duas de saída, para enviar os níveis calculados. No fluxo que conecta a entrada com as saídas, primeiramente é introduzido o ganho do módulo de potência existente em um sistema real, sendo um ganho de 3 vezes. Assim, a tensão de entrada, multiplicada pelo ganho do módulo, produz a tensão de alimentação na bomba, que por sua vez, multiplicada pela constante da bomba, nos fornece a vazão de entrada no tanque 1. Subtraindo-se a mesma pela vazão de saída, obtemos a variação volumétrica do mesmo tanque, que dividida pela área da seção transversal do tanque 1, nos fornece a variação do nível desse tanque. Integrando-se a variação do nível, obtemos o nível do tanque 1, sendo uma das duas saídas do subsistema. Usando o nível do tanque 1 na equação de escoamento laminar e multiplicando o mesmo pela área do orifício de saída do tanque, obtemos a vazão de saída do tanque 1.

Por fim, como a vazão de saída do tanque 1 é a vazão de entrada do tanque 2, podemos repetir toda a modelagem feita pro tanque 1 para obtermos a segunda saída do subsistema, ou seja, o nível do tanque 2. Para simular um sistema real, somamos um ruído aleatório em ambas as saídas, sendo o mesmo limitado em -0.5 a +0.5 com semente também escolhida aleatoriamente.

3.4 Configurações dos parâmetros gerais

Como parâmetros gerais da simulação, configuramos o tempo máximo de simulação como sendo 240 segundos, o método de integração numérica ode45 (Dormand - Prince) com passo máximo de 0.5 segundos e o restante mantemos o padrão do Simulink.

A Figura 7 exibe os valores dos parâmetros utilizado no modelo para simulação, discutidos com as equações na subseção 3.1.

Figura 7: Parâmetros do modelo

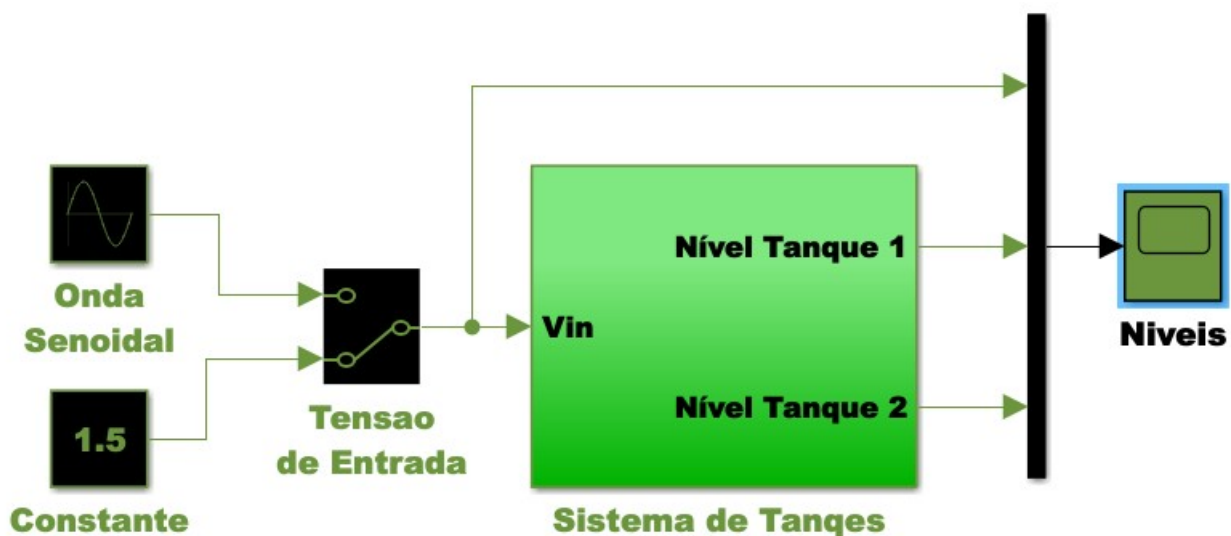
Varável	Valor
Ganho do driver de potência	3,00
Ganho da bomba (K_m)	$K_m = 4,50$
Área da seção transversal dos tanques ($A_1 = A_2$)	$A_1 = A_2 = \pi \left(\frac{4,45}{2} \right)^2$
Área da seção transversal dos tanques ($a_1 = a_2$)	$a_1 = a_2 = \pi \left(\frac{0,48}{2} \right)^2$

Fonte: Roteiro

3.5 Simulações

Primeiramente, foram realizadas simulações mantendo a chave manual na posição de tensão de entrada constante, variando o valor da mesma e verificando os níveis de estabilização dos tanques para cada um desses valores. Em seguida, foram realizadas simulações visando encontrar, por tentativa e erro, os valores da tensão de entrada que estabilizam os tanques em certos níveis. Por fim, mudando a chave manual para a posição de tensão de entrada senoidal, foram realizados experimentos acerca da amplitude e fase das oscilações dos níveis dos tanques para diferentes valores de frequência das ondas senoidais, mantendo amplitude e média fixas. O esquema de simulação pode ser visto na Figura 8 onde a entrada é constante. Para a entrada senoidal é só alterar a posição da chave no bloco Tensão de Entrada.

Figura 8: Esquema de Simulação no Simulink



Fonte: Autores

4 RESULTADOS

4.1 Tensão de Entrada Constante

Com a chave manual mantida na posição de entrada constante, monitoramos a estabilização dos níveis dos tanques para diferentes valores de entrada, obtendo assim os resultados mostrados na Tabela 1.

Tensão de Entrada (V)	L1 = L2 (cm)
1,0	2,80
1,5	6,40
2,0	11,30
2,5	17,75
3,0	25,50
3,5	34,75
4,0	45,40

Tabela 1

Além disso, prosseguindo com a chave na mesma posição, foi realizado o processo oposto, encontrando por tentativa e erro os valores de tensão de entrada que estabilizam os níveis dos tanques em valores específicos, gerando os resultados exibidos na Tabela 2.

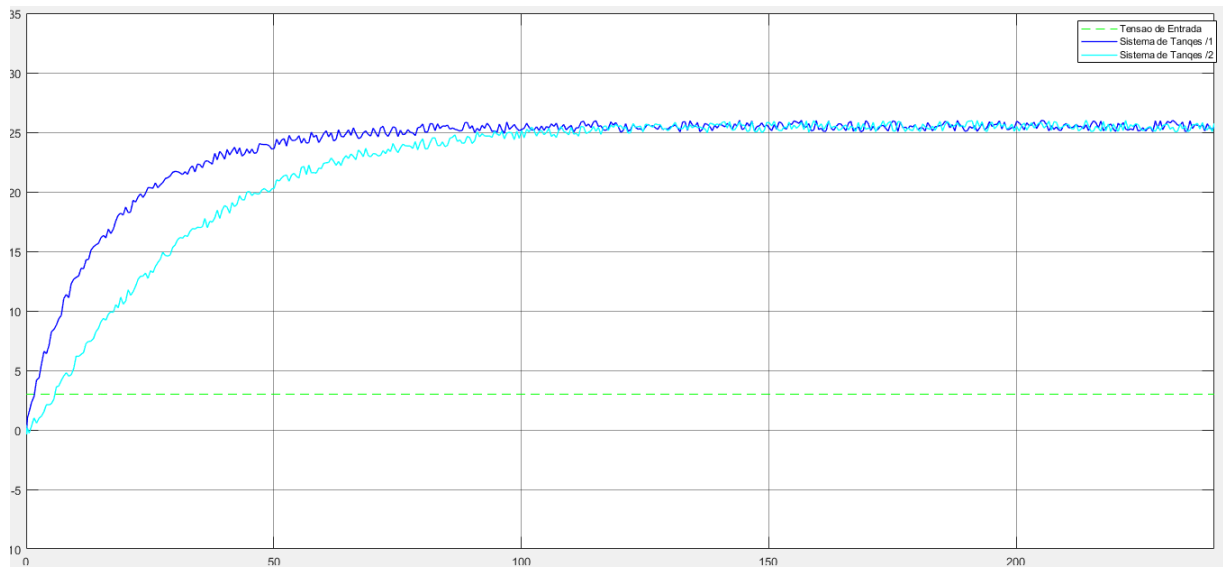
Tensão de Entrada (V)	L1 = L2 (cm)
1,02	3
1,88	10
2,30	15
2,65	20
2,97	25
3,14	28
3,25	30

Tabela 2

A partir dos resultados, podemos verificar como os valores de estabilização de ambos os tanques se comportam de maneira não-linear em relação a uma tensão de entrada constante, sendo o esperado devido a não-linearidade do sistema caracterizada pelas equações diferenciais que o regem.

Como o nível de cada tanque calculado pelo subsistema foi somado com um ruído aleatório de maneira proposital, os resultados mostrados são aproximados, sendo impossível obter os valores de forma exata. A Figura 9 mostra as saídas do sistema (níveis dos tanques) com seus ruídos para uma simulação genérica com entrada constante, sendo todas as outras muito similares entre si.

Figura 9: Níveis dos tanques para uma entrada constante igual a 3V.



Fonte: Autores

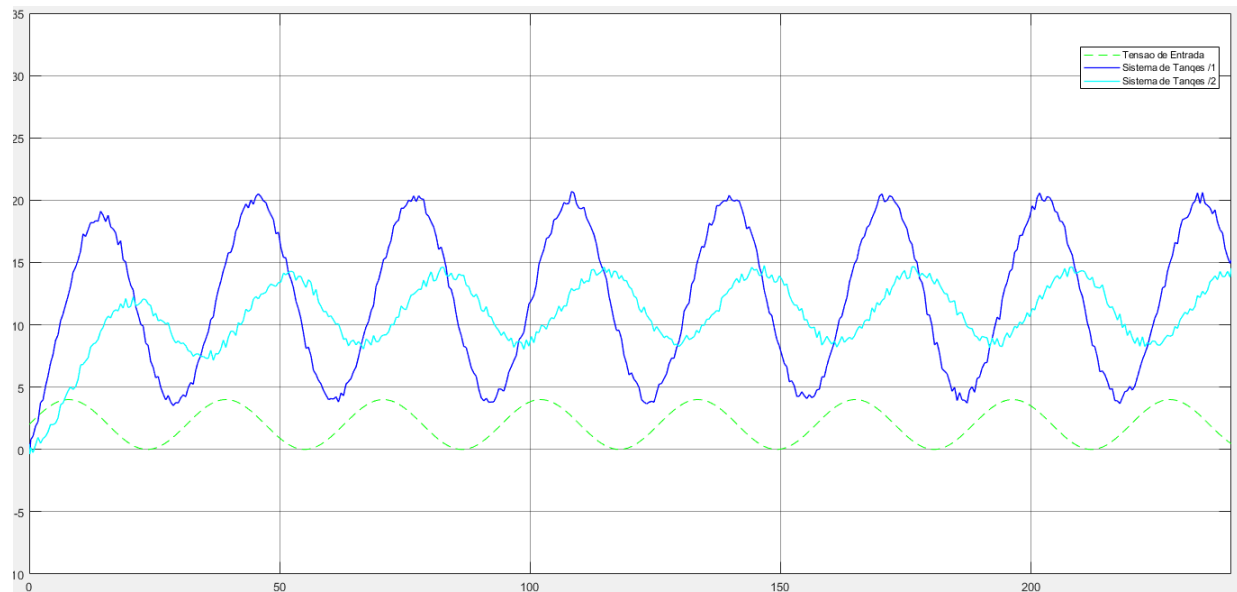
4.2 Tensão de Entrada Senoidal

Alterando a chave manual para a posição de tensão de entrada senoidal, foi utilizada uma senoide com valores fixos de média e amplitude iguais a 2 cm e frequência variável, gerando os resultados mostrados na Tabela 3 e os gráficos respectivos exibidos nas Figuras 10, 11, 12.

Frequência (rad/s)	Amplitude Oscilações Tanque 1 (cm)	Amplitude Oscilações Tanque 2 (cm)
0,2	7,5	3,5
1,0	2,1	0,5
0,08	15	11

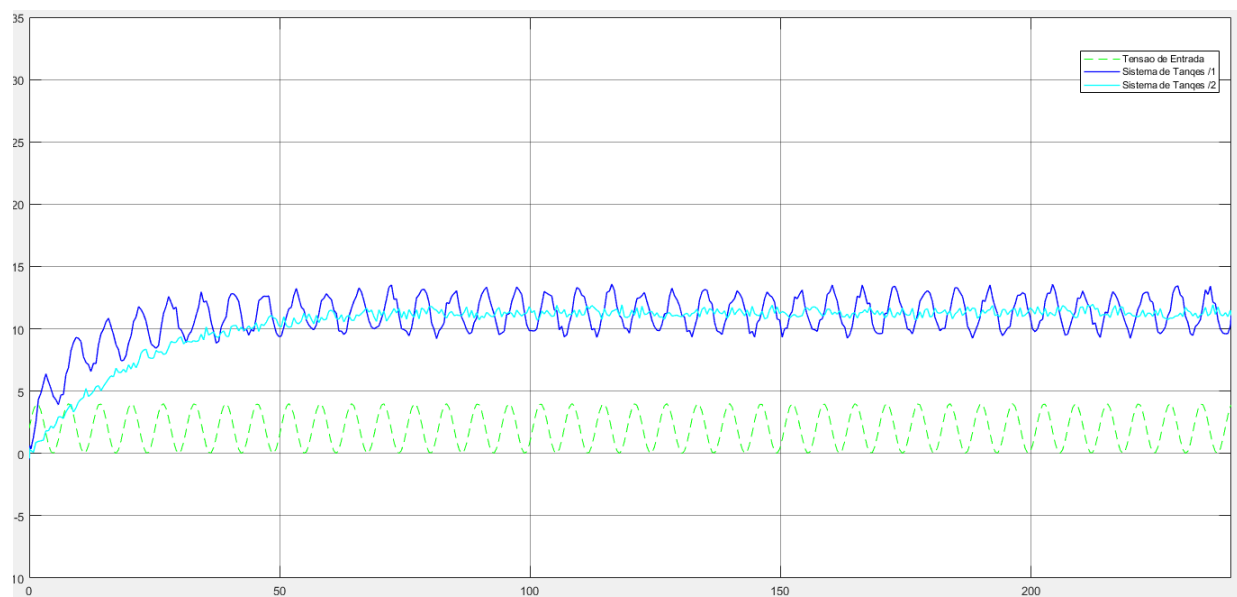
Tabela 3

Figura 10: Oscilações dos níveis dos tanques para uma entrada senoidal com frequência de 0.2 rad/s.



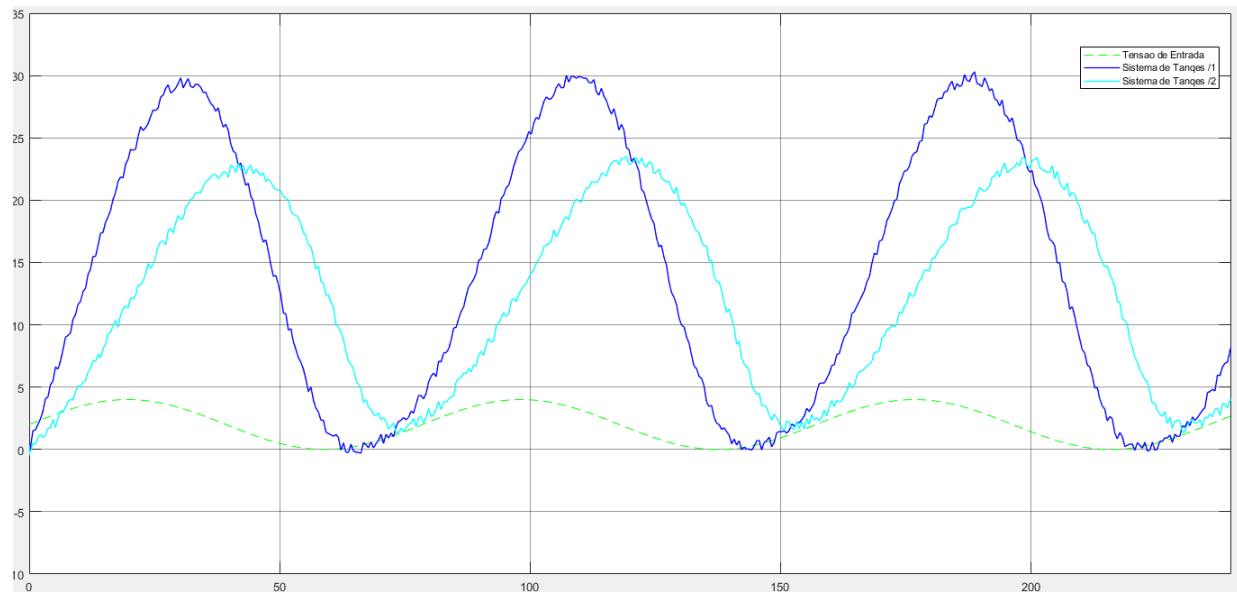
Fonte: Autores

Figura 11: Oscilações dos níveis dos tanques para uma entrada senoidal com frequência de 1.0 rad/s.



Fonte: Autores

Figura 12: Oscilações dos níveis dos tanques para uma entrada senoidal com frequência de 0.08 rad/s.



Fonte: Autores

Para todas as simulações, verificamos que o nível do tanque 1 oscila com amplitude maior em relação ao tanque 2, sendo de acordo com o esperado devido ao primeiro ser alimentado diretamente pela vazão de entrada, enquanto que o segundo recebe como entrada a vazão de saída do primeiro (proporcional ao seu orifício), ou seja, uma vazão numericamente menor. Especificamente, para a primeira simulação há uma diminuição da amplitude de oscilação entre o primeiro e o segundo tanque de aproximadamente 53.3% e para a terceira uma diminuição aproximada de 25.7%. Para a segunda simulação, a oscilação do tanque 2 apresentou uma predominância do ruído, sendo utilizado o valor máximo do mesmo (0.5) como valor de amplitude obtida.

Em relação a fase, na primeira e terceira simulação vemos claramente uma defasagem (tanque 2 atrasado) entre as oscilações dos níveis dos tanques, sendo atrasos de aproximadamente 6.5 e 11.5 cm, respectivamente. Para a segunda simulação, também resultou complicado realizar alguma análise acerca da fase da oscilação do tanque 2, sempre devido a predominância do ruído. Esta defasagem entre os níveis dos dois tanques também está de acordo com o esperado pela teoria, uma vez que o tanque 2 acaba por sofrer o atraso ocasionado pela presença do tanque 1 entre ele e a tensão de entrada.

5 CONCLUSÃO

O trabalho apresentado, consistindo basicamente em um sistema de tanques acoplados conectados em série com uma tensão de entrada, permitiu comprovar através das simulações comportamentos esperados pela teoria, além de possibilitar novas considerações. Diante disso, é possível confirmar a importância deste trabalho na introdução da representação matemática da dinâmica de sistemas, além do mesmo esclarecer a modelagem de um sistema fluídico de tanques acoplados especificamente, sendo verificada a fidelidade do modelo através de simulações dinâmicas avaliadas a partir de um embasamento científico.

Mantendo a chave manual na posição de entrada constante foi verificado um comportamento diretamente proporcional e não-linear entre a tensão de entrada e o nível de estabilização dos tanques, explicado pela natureza das equações diferenciais que caracterizam o sistema tratado. Além disso, percebeu-se uma relação entre a tensão de entrada e o intervalo de tempo para o sistema atingir o regime permanente, sendo maior esse intervalo quanto maior a tensão (válido para ambos os tanques, com o tanque 2 sempre atrasado em relação ao primeiro).

Para uma tensão de entrada senoidal, devido a vazão de entrada do primeiro tanque ser numericamente maior que a vazão de entrada do segundo, representada pela vazão de saída do tanque 1, conclui-se que a amplitude das oscilações do primeiro tanque sempre resultará numericamente maior em relação ao segundo para quaisquer valores de frequência da entrada senoidal. Em seguida, também foi verificado um comportamento inversamente proporcional entre a frequência do sinal de entrada e amplitudes de oscilação. Por fim, visualiza-se uma defasagem entre as oscilações dos tanques, explicada pela conexão em série dos dois com a tensão de entrada, gerando um atraso no tanque 2 causado pela presença do primeiro tanque.

Referências

- [1] A. C. FALEIROS and T. YONEYAMA. *Teoria Matemática de Sistemas*. Editora Arte & Ciência, 2002.
- [2] K. OGATA. *Engenharia de Controle Moderno*. 5ª ed. Pearson, 2011.
- [3] A.A.D Medeiros e A.L. Maitelli. *Modelagem e Análise de Sistemas Dinâmicos, Material didático*. UFRN, 2010.