



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECATRÔNICA



Projeto de Controlador PID para Sistemas de Segunda Ordem com Atraso via Resposta em Frequência

Jhonat Heberson Avelino de Souza

Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo Trabuco Dórea

Co-orientador: Prof. Dr. José Mário Araújo

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecatrônica da UFRN como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Número de ordem PEM: M018

Natal, RN, julho de 2022

Resumo

Fenômenos como vibrações mecânicas, ressonância e oscilações, podem ser descritos matematicamente por sistemas de equações diferenciais de segunda ordem, sendo estes sistemas comumente designados como sistemas de segunda ordem. Trabalhar com esse tipo de modelo, em vez dos modelos de estado de primeira ordem, traz benefícios numéricos, mas há dificuldades inerentes à determinação de seus parâmetros físicos. Os desafios são ainda mais significativos quando se considera a existência de atrasos entre as medições dos estados e os sinais de atuação, levando algumas abordagens à necessidade de uma análise depois para determinar a estabilidade das soluções calculadas.

Uma alternativa para contornar as dificuldades de medição de parâmetros é a abordagem por resposta em frequência que usa modelos baseados em receptância. É reconhecido na literatura que modelos mais precisos de receptância podem ser obtidos experimentalmente quando comparados aos modelos por equações diferenciais. Além disso, os modelos de receptância permitem tratar o atraso de forma explícita, sem recorrer a aproximações.

Em trabalhos recentes foi desenvolvido um método de controle regulador por realimentação de estado para este tipo de sistema, usando a abordagem por receptância, que garante estabilidade robusta do sistema em malha fechada diante de incertezas no modelo, além de alocação parcial de polos. Otimização via Algoritmo Genético é usada para determinar os ganhos do controlador.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um método baseado em receptância para o rastreamento robusto de referências de sistemas de segunda ordem com atraso representados por receptância, usando controladores do tipo PID - Proporcional-Integral-Derivativo. A ação integral deste controlador garante o rastreamento de referências constantes, desde que o sistema em malha fechada seja estável. As condições de robustez e a busca via otimizações descritas anteriormente devem, assim, ser estendidas a esse tipo de controlador. Devem ser analisados tanto o caso monovariável quanto o de sistemas com múltiplas entradas e saídas. A eficácia da técnica deve ser avaliada por meio de simulações numéricas, usando modelos disponíveis na literatura.

Palavras-chave: Sistemas de Segunda Ordem, Sistemas com Atraso, Matriz de Receptância, Algoritmo Genético.

Abstract

Phenomena such as mechanical vibrations, vibrations and oscillations can be mathematically by visualization systems of order, these systems being designated second as systems second order. Working with this type of model, instead of the state-of-the-art models first order, numerical numbers, but there are difficulties inherent to the determination of its physical parameters. The challenges are even more losses when considering the existence of delays between state messages and action signals, leading to some approaches to the need for an analysis afterwards to determine a solutions solutions.

An alternative to solve parameter difficulties is the frequency approach that uses response models receptivity. It is recognized in the literature that more accurate models of receptivity can be obtained experimentally when compared to models by attraction. In addition, receptivity models allow to treat the delay in the way it is occurring, without rapprochements.

In recent works, a regulatory control method was developed by state feedback for this type of system, using a responsiveness approach, which ensures robust system stability in closed loop in the face of uncertainties in the model, in addition to allocation part of poles. Optimization via Genetic Algorithm is used to determine controller gains.

The objective of this work is to develop a method based on receptivity for robust reference tracking of second-order systems with certificates by receptivity using driver of type PID - Proportional-Integral-Derivative. The full action of this controller guarantees tracking of references, as long as the closed loop system is stable. The strength conditions and the via search-only optimizations should thus serr. is a type of controller. Both the case must be evaluated monochromatic for systems with variable inputs and outputs. ONE technical assistance must be done through numerical simulations, using models available in the literature.

Keywords: Second Order Systems, Delayed Systems, Receptance Matrix, Genetic Algorithm.

Sumário

Sumário	i
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	v
Lista de Símbolos e Abreviaturas	vii
1 Introdução	1
2 Teoria	3
2.1 Sistemas de Segunda Ordem	3
2.1.1 Representação de Primeira Ordem	4
2.1.2 O Método da Receptância	5
2.1.3 A Matriz de Receptância	5
2.1.4 Sistema com Atraso	7
2.1.5 O Diagrama Polar, ou Diagrama de Nyquist	8
2.1.6 Critério de Estabilidade de Nyquist	9
2.1.7 Controlador Proporcional Integrativo Derivativo	10
2.1.8 Sistemas Multivariáveis	11
3 Formulação do Problema	15
3.1 Parâmetro de Projeto e Formulação Matemática	15
3.2 Otimização de Desempenho	17
3.3 Abordagem para sistemas instáveis	19
4 Conclusão	21
4.1 Cronograma das atividades	21
Referências bibliográficas	23

Lista de Figuras

2.1	Sistema Massa-Mola-Amortecedor	3
2.2	Exemplo de Diagrama de Nyquist para Sistema modelado por $G(s)$	8
2.3	Diagrama de Nyquist com a Parte Espelhada	9
2.4	Diagrama de blocos do PID	11
2.5	Sistema multivariável	12
3.1	Diagrama de Nyquist Exemplo de Circunferência. M_s	16
3.2	Diagrama de Nyquist de um Sistema Genérico para Exemplo de um Caso de Instabilidade.	18
4.1	Quadro 1 – Cronograma para o desenvolvimento da dissertação.	22

Lista de Tabelas

Lista de Símbolos e Abreviaturas

GM	<i>"gain margin"</i> , veja equação (3.6), página 18
PM	<i>"phase margin"</i> , veja equação (3.6), página 18
SISO	Single Input Single Output, veja equação (2.4), página 4
SPD	Semiplano Direito, veja equação (2.25), página 10
SPE	Semiplano Esquerdo, veja equação (2.24), página 9

Capítulo 1

Introdução

Fenômenos físicos como ressonâncias em sistemas vibratórios, oscilações em redes elétricas, vibro-acústica e muitos outros possuem métodos matemáticos para representar seus modelos (Balas 1982, Vandervelde 1986). Muitas vezes, a descrição desses fenômenos é feita por meio de equações diferenciais de segunda ordem, que classificam tais sistemas como sistemas de segunda ordem.

Modelos matemáticos que representam esses sistemas podem ser escritos em sua forma bruta como um sistema matricial de equações diferenciais de segunda ordem, onde as constantes e variáveis das equações têm relações físicas diretas com o modelo real, ou transformadas em equações diferenciais de primeira ordem. Em Datta (2004), são apresentadas representações de primeira ordem para alguns sistemas de segunda ordem e discutidas algumas deficiências associadas ao modelo original.

Devido à sua relevância prática, o estudo de sistemas de segunda ordem tem ganhado cada vez mais notoriedade na comunidade de engenharia e tem proporcionado soluções para diversos desafios. Uma das dificuldades na utilização de modelos matemáticos obtidos a partir de equações diferenciais de segunda ordem é definir os elementos da matriz (rigidez, massa e elasticidade) que caracterizam o sistema. O conceito de A matriz de suscetibilidade proposta em Mottershead & Ram (2007) permite modelos obtidos experimentalmente do sistema e tem sido utilizada em diversos trabalhos relacionados (Araújo 2018b, Araújo & Santos 2018, Liu & Yuan 2016, Santos et al. 2018). Os métodos receptivos têm se mostrado muito benéficos no controle de sistemas com grande número de graus de liberdade e estruturas complexas (Mottershead & Ram 2007). A análise de um sistema de segunda ordem produz um problema quadrático de autovalores para um sistema de ordem n , a determinação do conjunto de $2n$ autovalores regula completamente o comportamento dinâmico do sistema.

Quando há atrasos de propagação no modelo físico, o sistema pode permitir autovalores infinitos, mas apenas um conjunto de $2n$ deles afeta o comportamento dinâmico da resposta. A ideia de atribuir apenas um conjunto de autovalores entre todos os autovalores existentes constitui um problema de atribuição parcial. (Ram et al. 2011, Singh et al. 2014, Araújo 2018b).

No comportamento do sistema, a distinção entre autovalores que afetam ou não afetam não é trivial, sendo indispensável uma análise posterior dos valores de ganho encontrados para solucionar o problema da chamada atribuição parcial de autovalores. A dificuldade

de distinguir entre autovalores que atuam diretamente na dinâmica da resposta (chamados autovalores primários) e aqueles que não afetam a dinâmica da resposta (chamados autovalores secundários) é ilustrada em Ram et al. (2009), a solução proposta pelos autores envolve o uso de uma aproximação em série de Taylor para o termo exponencial, que obtém resultados mais precisos quando se obtém uma aproximação de ordem superior, mas aumenta a complexidade do projeto. Em Araújo (2018a), a aproximação de Padé é utilizada como alternativa à aproximação polinomial de Taylor utilizada por Ram et al. (2009).

Inspirado na possibilidade de medir experimentalmente modelos de sistemas de segunda ordem, demonstrada pela eliminação da necessidade de aproximações de atraso, o objetivo principal deste trabalho é propor métodos para resolver problemas de controle via realimentação de estado. sistema de pedido, o pedido tem um atraso, então o método de resposta em frequência é usado. Ao definir matematicamente o problema de controle como um problema de otimização dos ganhos do controlador, o algoritmo genético é utilizado como ferramenta de solução projetada para atender às especificações de projeto que garantem uma solução robusta para que o sistema permaneça estável mesmo sob influência de alterações de parâmetros.

Este trabalho apresenta uma estrutura robusta para projetar controlador Proporcional Integrativo Derivativo (PID) para sistemas de segunda ordem com atrasos. A ação integral é usado para obter o erro de rastreamento de ponto de ajuste nulo na presença de perturbação constante que possibilita graus de liberdade e para aumentar a flexibilidade do projeto, A ação derivativa e proporcional é usado para lidar com problemas de retorno do sistema (Gontijo et al. 2022). A metodologia de projeto é baseada em critério de estabilidade de Nyquist como base teórica para obtenção dos valores dos ganhos do controlador que estabilize a planta e atenda os requisitos do projeto de controle.

O restante do trabalho está disposto da seguinte maneira:

- Capítulo 2: Apresenta a teoria matemática básica para a compreensão do problema abordado e desenvolvimento do trabalho.
- Capítulo 3: Apresenta o problema com equacionamento matemático e detalhes importantes sobre as vantagens do método a ser utilizado.
- Capítulo 4: Traz comentários conclusivos e sugestões para futuros trabalhos relacionados.

Capítulo 2

Teoria

2.1 Sistemas de Segunda Ordem

Diferentes tipos de sistemas, como os sistemas vibratórios mecânicos, são classificados como sistemas de segunda ordem. Esses sistemas são descritos por essas equações, que retratam o comportamento dinâmico do sistema Araújo (2018b). Santos et al. (2018) discute como os modelos utilizados para esses sistemas, indicam sua importância. Esses modelos são usados para sistemas que possuem n equações diferenciais diferentes, uma para cada movimento livre do sistema (Dantas et al. 2020).

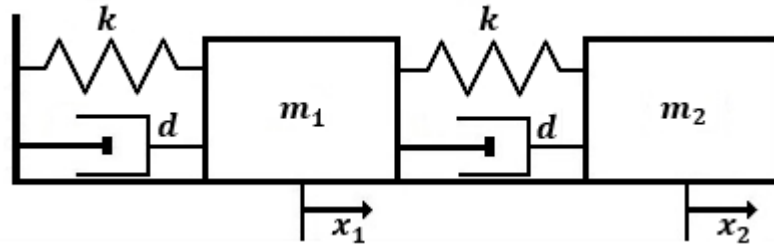


Figura 2.1: Sistema Massa-Mola-Amortecedor

Fonte: (DANTAS n.d.)

O sistema mostrado na Figura 2.1 pode ser modelado usando equações diferenciais, conforme mostrado na Equação 2.1 e 2.2 segundo as leis clássicas da mecânica de Newton.

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + d(2\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + k(2x_1(t) - x_2(t)) = 0 \quad (2.1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + d(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) + k(x_2(t) - x_1(t)) = u \quad (2.2)$$

com u sendo a entrada do sistema, m_1 e m_2 sendo as massas dos blocos, k sendo o coeficiente de rigidez das molas, d sendo o coeficiente de amortecimento dos amortecedores, x_1 e x_2 sendo os deslocamentos dos blocos e \dot{x}_1 , \dot{x}_2 , \ddot{x}_1 e \ddot{x}_2 sendo respectivamente suas derivadas primeira e segunda, representam as velocidades dos blocos e suas acelerações.

Em forma matricial as equações (2.1) e (2.2) podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2d & -d \\ -d & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (2.3)$$

que de forma simplificada fica como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{B}u \quad (2.4)$$

com

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2d & -d \\ -d & d \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Onde $\mathbf{M} \in \Re^{n \times n}$, é uma matriz de massas, $\mathbf{D} \in \Re^{n \times n}$ é uma matriz de amortecimento, $\mathbf{K} \in \Re^{n \times n}$ é uma matriz de rigidez, $\mathbf{B} \in \Re^{n \times m}$ é uma matriz de controle $\mathbf{x} \in \Re^n$ é o vetor de deslocamento e $\mathbf{u} \in \Re^m$ é um vetor de entradas.

2.1.1 Representação de Primeira Ordem

A Equação (2.4) representa o sistema de segunda ordem em sua forma original. Outra maneira de interpretar o sistema descrito em (2.4) é usar representações de primeira ordem, como em espaços de estado tradicionais $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$.

Definindo $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}}_1$ e $\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}}_2$, podemos escrever o sistema de segunda ordem da equação (2.4) como:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = \tilde{\mathbf{x}}_2 \quad (2.5)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}\tilde{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}u \quad (2.6)$$

e em forma de matrizes

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} u. \quad (2.7)$$

ou de maneira abreviada

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u$$

com

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Essa representação é chamada de representação de primeira ordem padrão, enquanto outras formas de representações de primeira ordem do sistema de segunda ordem é generalizada pelos autores como a forma do sistema descritor Datta (2004). Na literatura de controle, como Ogata (2009) esta representação é tratada como uma representação de um sistema de equações diferenciais no espaço de estados, bem conhecido em engenharia.

A motivação para a obtenção de um modelo de primeira ordem está na equação com uma solução mais simples do que a equação de segunda ordem. No entanto, algumas dificuldades numéricas surgem ao lidar com o sistema expresso dessa forma, o primeiro

ponto é que o número de equações no sistema, obtido a partir da análise da fórmula (2.7), pode-se saber que para obter a matriz \mathbf{A} , a matriz \mathbf{M} deve ser possível obter a inversa, também se a matriz \mathbf{M} não for bem condicionada, a sua inversa, então a matriz \mathbf{A} não seja calculada com precisão. Outro fato importante é as propriedades disponíveis das matrizes de coeficientes \mathbf{M} , \mathbf{D} e \mathbf{K} , como simetria. O qual em problemas de grande escala são informações importantes para representação em segunda ordem na Equação (2.7).

2.1.2 O Método da Receptância

O problema é, encontrar um conjunto de ganhos de controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) que satisfaça o conjunto de autovalores desejados. O problema para encontrar esses ganhos solucionado em Mottershead & Ram (2007), para o controle ativo de vibrações, chamado de Método da Receptância, baseado em medições, que utiliza as matrizes de massa, rigidez e amortecimento, obtidas pelo método dos elementos finitos. Por ser um método baseado unicamente em dados medidos de vibrações, não há necessidade de se determinar, ou conhecer, essas matrizes (Tehrani et al. 2010).

A Determinação da Matriz Rigidez (\mathbf{K}) e de massas (\mathbf{M}) são menos desafiadoras porque de acordo com Mottershead & Ram (2007), os elementos finitos dessas matrizes podem ser facilmente determinados, usando métodos variacionais. No entanto, essa praticidade Funciona com matriz de amortecimento (\mathbf{D}). Algumas bibliografias o espaço de estados, e os elementos da matriz de amortecimento são definidos como padrões físicos confiáveis. As vibrações levemente amortecidas, pode ser aceitável como medida de estudos de controle ativo do modelo de amortecimento (Nunes n.d.).

2.1.3 A Matriz de Receptância

Considerando o controle de um sistema de segunda ordem por realimentação de estados definido por

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}u(t) \quad (2.9)$$

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.10)$$

Onde $\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}$; $\mathbf{B}, k_p, k_i, k_d \in \mathbb{R}^n$; $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}^T$, $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T$; $\mathbf{v}^T \mathbf{M} \mathbf{v} > 0$, $\mathbf{v}^T \mathbf{D} \mathbf{v} \geq 0$ e $\mathbf{v}^T \mathbf{K} \mathbf{v} \geq 0$ para qualquer $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$.

Substituindo (2.10) em (2.9), assumindo $\mathbf{x}(t) = \mathbf{z}e^{st}$, sendo \mathbf{z} um vetor constante e s a variável de Laplace, solução do sistema, tem-se:

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{D}s + \mathbf{K} - b(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s))d\mathbf{z} &= \mathbf{0} \\ (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{D}s + \mathbf{K} - q(s)(s)bd)^{-1}\mathbf{z} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde $q(s) = (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)$ perceber que as componentes de malha fechada de rigidez e amortecimento são modificadas pela matriz de posto-1, consequência da realimentação de estados.

A Fórmula de *rman-Morrison*

A fórmula de *Sherman-Morrison* fornece a inversa de uma matriz com modificação de posto-1 em termos da inversa da matriz original, e como visto em Van Loan & Golub (1983) e Golub & Van Loan (2012) ela estabelece que, para uma dada matriz $\mathbf{A} \in \Re^{n \times n}$ quadrada e inversível e vetores colunas \mathbf{u} e $\mathbf{v} \in \Re^n$:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{u}\mathbf{v}^T)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}} \quad (2.12)$$

Aplicando a fórmula de *Sherman-Morrison* em (2.11) com $\mathbf{A} = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{D}s + \mathbf{K})$, $\mathbf{u} = \mathbf{B}$ e $\mathbf{v} = (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)$, temos:

$$\hat{\mathbf{H}}(s) = \mathbf{H}(s) - \frac{\mathbf{H}(s)\mathbf{b}d(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s)}{1 + (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s)db} \quad (2.13)$$

onde $\hat{\mathbf{H}}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{D}s + \mathbf{K} + bd(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s))^{-1}$ é definida em (Ram et al. 2009) como matriz de receptância de malha fechada e $\mathbf{H}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{D}s + \mathbf{K})^{-1}$ como matriz de receptância de malha aberta, que, na prática, pode ser medida pela resposta em frequência $\mathbf{H}(j\omega)$.

A equação característica de (2.13) é definida como:

$$1 + (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)d\mathbf{H}(s)b = 0 \quad (2.14)$$

e em Mottershead & Ram (2007) a equação (2.14) é resolvida sendo reescrita da seguinte forma:

$$(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s_k)b = 1$$

$$\mathbf{r}_k^T(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s) = 1, \quad k = 1, 2, \dots, 2n$$

ou

$$\mathbf{r}_k^T k_p + \frac{k_i}{s_k} + k_d s_k = 1, \quad k = 1, 2, \dots, 2n$$

com $\mathbf{r}_k = \mathbf{H}(s_k)b$, onde o sobrescrito k representa o k -ésimo autovalor. E na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} s_1^2 \mathbf{r}_1^T & s_1 \mathbf{r}_1^T & \mathbf{r}_1^T \\ s_2^2 \mathbf{r}_2^T & s_2 \mathbf{r}_2^T & \mathbf{r}_2^T \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ s_{2n}^2 \mathbf{r}_{2n}^T & s_{2n} \mathbf{r}_{2n}^T & \mathbf{r}_{2n}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_p \\ k_i \\ k_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

2.1.4 Sistema com Atraso

Quando existe um atraso no tempo entre o estado medido e a ação de controle do atuador podemos representar a lei de ação de controle da seguinte maneira:

$$u(t - \tau) = k_p e(t - \tau) + k_i \int_0^t e(t - \tau) d\tau + k_d \frac{de(t - \tau)}{dt} \quad (2.16)$$

onde k_p, k_i e $k_d \in \mathfrak{R}^n$ e são vetores de ganho do sistema, desta forma, um sistema de controle de segunda ordem, como o da Figura 2.1, descrito pelo sistema de equações (2.4), com matrizes de massa $\mathbf{M} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, amortecimento $\mathbf{D} \in \mathfrak{R}^n$ e elasticidade $\mathbf{K} \in \mathfrak{R}^n$ pode ser escrito como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}u(t - \tau) \quad (2.17)$$

Aplicando-se os procedimentos da seção anterior, para obtenção da matriz de receptância do sistema de segunda ordem com atraso descrito pela equação (2.17), com $\mathbf{x}(t) = \mathbf{z}e^{st}$, sendo \mathbf{z} um vetor constante e s a variável de *Laplace*, solução do sistema, tem-se:

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{D}s + \mathbf{K} - b\mathbf{d}(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)e^{-s\tau})\mathbf{z} &= \mathbf{0} \\ (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{D}s + \mathbf{K} + e^{-s\tau}q(s)b\mathbf{d})^{-1}\mathbf{z} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.18)$$

e aplicando-se a fórmula de *Sherman-Morrison* como em (2.11)

$$\hat{\mathbf{H}}(s) = \mathbf{H}(s) - \frac{\mathbf{H}(s)\mathbf{b}\mathbf{d}(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s)e^{-s\tau}}{1 + \mathbf{b}\mathbf{d}(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s)e^{-s\tau}} \quad (2.19)$$

onde novamente, $\hat{\mathbf{H}}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{D}s + \mathbf{K} - b\mathbf{d}(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)e^{-s\tau})^{-1}$ é definida como matriz de receptância de malha fechada e $\mathbf{H}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{D}s + \mathbf{K})^{-1}$ como matriz de receptância de malha aberta. A presença do atraso na equação (2.19) não modifica a possibilidade da obtenção de $\mathbf{H}(s)$ por sua resposta em frequência, uma das motivações para o desenvolvimento deste trabalho.

A equação característica da matriz de receptância de (2.19) é dada por:

$$\begin{aligned} 1 - (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s)\mathbf{b}e^{-s\tau} &= 0 \\ (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s)\mathbf{b} &= e^{s\tau} \end{aligned} \quad (2.20)$$

e reescrevendo matricialmente

$$\begin{bmatrix} s_1^2 \mathbf{r}_1^T & s_1 \mathbf{r}_1^T & \mathbf{r}_1^T \\ s_2^2 \mathbf{r}_2^T & s_2 \mathbf{r}_2^T & \mathbf{r}_2^T \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ s_{2n}^2 \mathbf{r}_{2n}^T & s_{2n} \mathbf{r}_{2n}^T & \mathbf{r}_{2n}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_p \\ k_i \\ k_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{s_1 \tau} \\ e^{s_2 \tau} \\ \vdots \\ e^{s_{2n} \tau} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

com $\mathbf{r}_k = \mathbf{H}(s_k)\mathbf{b}$, onde o subscrito $k \leq 2n$ representa o k -ésimo autovalor de malha fechada do sistema de segunda ordem representado por (2.19).

Para um sistema sem atraso, como modelado por (2.13), o sistema de equações (2.15) possui um conjunto finito de soluções, controlando o comportamento dinâmico do sistema. Para o caso com atraso, descrito por (2.19), o conjunto de $2n$ equações de (2.21) possui um conjunto infinito de soluções (devido à natureza exponencial do atraso), e não se pode garantir o controle da dinâmica do sistema. Geralmente a solução para lidar com o atraso passa pela realização de uma aproximação do termo exponencial, $e^{-s\tau}$, medida dispensável quando se trabalha com resposta em frequência.

2.1.5 O Diagrama Polar, ou Diagrama de Nyquist

A representação gráfica escolhida para o desenvolvimento deste trabalho é Nyquist, também conhecido como diagrama polar. Gráfico polar de uma função de transferência senoidal $G(j\omega)$ é a magnitude de $G(j\omega)$ e o ângulo de fase de $G(j\omega)$ em coordenadas polares, onde ω varia de zero a infinito de acordo com literatura base do (Ogata 2009). Um exemplo de gráfico de Nyquist para um sistema típico de segunda ordem é mostrado na equação (2.22) é mostrada na Figura 2.2.

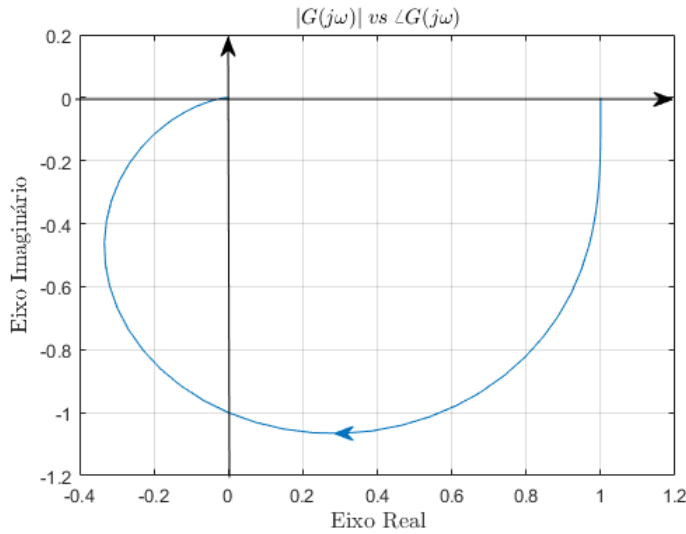


Figura 2.2: Exemplo de Diagrama de Nyquist para Sistema modelado por $G(s)$

Fonte: (DANTAS n.d.)

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} \quad (2.22)$$

Outra maneira de interpretar um gráfico de Nyquist é pela parametrização por frequência ω de $G(j\omega)$, que mostra que esta representação tem alguns pontos não interessantes em comparação com outras representações gráficas, porque não há informações diretas sobre a frequência no gráfico em que na representação de *Bode* temos essa informação no

diagrama. As curvas de Nyquist são caracterizadas pela simetria em relação ao eixo real e são muito comuns ao traçar essas curvas como mostra a Figura 2.3.

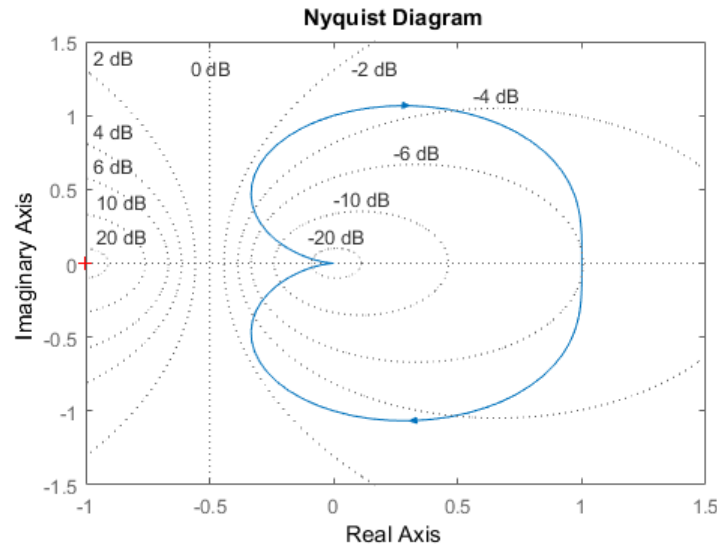


Figura 2.3: Diagrama de Nyquist com a Parte Espelhada

Fonte: (DANTAS n.d.)

Métodos para obtenção das curvas são mostrados no livro base de. Controle clássico (Ogata 2009), (Franklin et al. 2013) e (Skogestad & Postlethwaite 2007). Neste trabalho, as trajetórias de Nyquist são obtidas com o auxílio do MATLAB R2020a.

2.1.6 Critério de Estabilidade de Nyquist

O critério de estabilidade de Nyquist determina a estabilidade do sistema, baseado na resposta em frequência de um sistema em malha aberta. Em um sistema no circuito fechado descrito pela seguinte função de transferência:

$$G_{mf}(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \quad (2.23)$$

a equação característica é dada por

$$1 + G(s) = 0 \quad (2.24)$$

e para estabilidade, todas as raízes desta equação devem ter partes reais negativas, ou seja, O semiplano esquerdo (SPE) no plano s . Esse critério de estabilidade da equação de Nyquist relaciona o número dessas raízes no semiplano direito (SPD) para com o número de voltas no ponto $(-1, 0)$ descrito na equação 2.25

$$Z = N + P \quad (2.25)$$

onde Z representa o número de polos de malha fechada situados no SPD, N o número de envoltimentos do ponto $(-1, 0)$, no sentido horário, pelo traçado de Nyquist do ganho de malha de $G(j\omega)$ e P o número de polos de malha aberta no semi-plano direito de $G(s)$.

O número N pode ser negativo como também positivo, dependendo da orientação da volta, para cada contribuição em volta no ponto no sentido horário em N é positiva, e para cada volta no sentido anti-horário conta como uma contribuição negativa. Esse argumento é baseado no teorema do mapeamento complexo ou Teorema Cauchy, que cria uma relação a curvas em domínios funcionais com o domínio s . Segundo O Ogata (2009) a análise de estabilidade do sistema pode ser resumido para três casos possíveis:

1. Não existir nenhum envolvimento do ponto $-1 + j0$. Implicando onde o sistema será estável se não houver polos de malha aberta no SPD do plano s , e instável caso contrário;
2. Existir um ou mais envoltimentos do ponto $-1 + j0$ no sentido anti-horário. Implicando que, para o sistema estável, nesse caso, o número de envoltimentos tem que ser igual ao número de polos de malha aberta no SPD;
3. Existir um ou mais envoltimentos do ponto $-1 + j0$ no sentido horário, implicando nesse caso em instabilidade.

Baseado no teorema do mapeamento, Franklin et al. (2013) resume em quatro passos básicos o processo de determinação de estabilidade de um sistema pelo critério de estabilidade de Nyquist:

1. Obter o diagrama de Nyquist do ganho de malha do sistema, geralmente representado por (2.23);
2. Avaliar o número de envoltimentos do ponto $-1 + j0$ no sentido horário (N), se o envolvimento for no sentido anti-horário o número é negativo;
3. Determinar o número de polos instáveis em malha aberta (P);
4. Calcular o número de raízes instáveis em malha fechada: $Z = N + P$

Vantagens de usar a análise de estabilidade pelo critério de estabilidade de Nyquist é que o número de polos (Z) não precisa necessariamente ser encontrado, então não há necessidade de expressar matematicamente os atrasos por meio de funções de transferência de ordem finita, eliminando o uso de aproximações, assim melhorando sua fidelidade nos resultados.

2.1.7 Controlador Proporcional Integrativo Derivativo

O Controlador Proporcional Integrativo Derivativo (PID) une as ações proporcional, integral e derivativa num só controlador, atuando tanto no regime transitório quanto no regime permanente. São utilizados em sistema de controle industriais, onde ele introduz em polo em 0 e dois zeros, que dependem dos parâmetros de controlador, e tendemos a zeros serem reais e iguais para melhorar a estabilidade (Gontijo et al. 2022).

Existem muitas maneiras de representar um PID por função de transferência, uma delas é esta:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{s^2 K_d + s K_p + K_i}{s} = K_c \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s} \quad (2.26)$$

Na Figura 2.4, mostra o Controlador PID, como representação de diagramas de blocos, percebe também que essa representação já está com melhorias como filtro derivativo, como objetivo de tratar variações bruscas do sinal de referência.

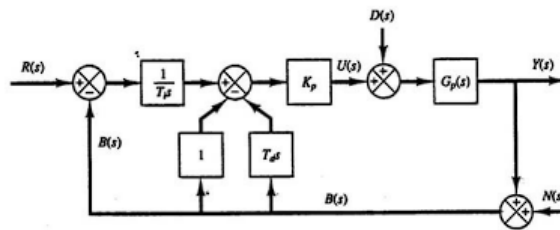


Figura 2.4: Diagrama de blocos do PID

Fonte: Autor

Na literatura de controle como (Ogata 2009), é mostrado algumas técnicas de projeto de controladores PID, dentre elas o método Lugar Geométrico das Raízes (LGR), *Zigler-Nichols*, entre outros.

Os passos comum para projeto de controladores PID é:

1. Traduzir as especificações de desempenho como uma localização desejada de polos dominantes de malha fechada
2. Verificar se o objetivo não pode ser atingido com um controlador mais simples
3. Se o PID é necessário, localizar o polo na origem e os zeros de modo que a condição de ângulo seja satisfeita
4. Calcular o ganho total requerido, aplicando a condição de módulo
5. Simular o sistema com o controlador e observar o comportamento da resposta. Caso não seja satisfatório, tentar um ajuste fino dos parâmetros do controlador (K_c, z_1 e z_2)

Porém, neste trabalho não utilizaremos soluções lineares, sim, soluções heurísticas, com o uso de Algoritmo Genético e Enxames de Partículas para encontrar os valores dos ganhos que satisfaçam as nossas restrições de estabilidade Nyquist.

2.1.8 Sistemas Multivariáveis

Na indústria, a maioria dos sistemas são multivariáveis ou Multi-input, Multi-output (MIMO), isso significa que o sistema tem mais de uma entrada e mais de uma saída, e modificar uma variável manipulada influencia mais de uma variável. Essa consequência é chamada de acoplamento entre variáveis.

Na Figura 2.5 temos um sistema multivariável com duas entradas e duas saídas, para esse caso quando temos um sistema $n \times n$, temos $n!$ possíveis emparelhamentos diferentes.

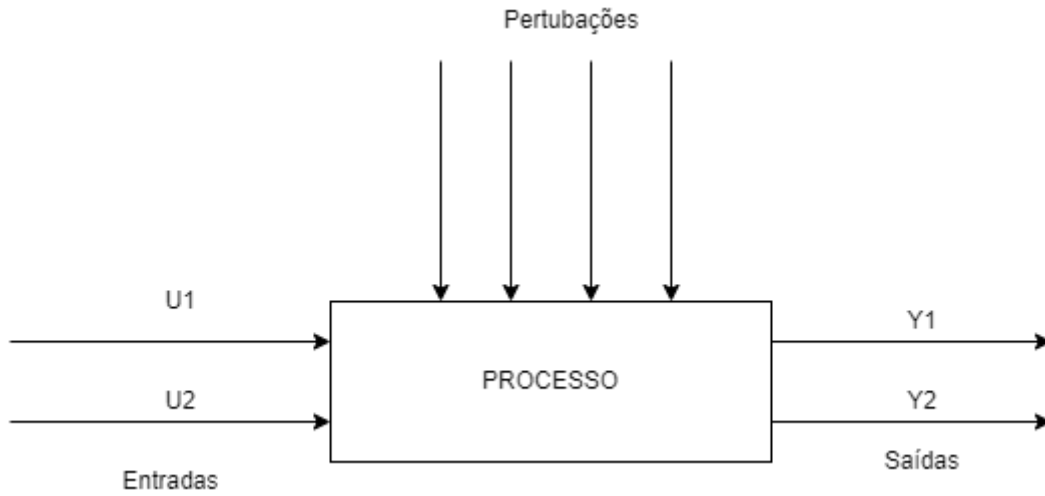


Figura 2.5: Sistema multivariável

Fonte: Autor

para sistema da Figura 2.5, temos dois emparelhamentos de controle possível, são eles:

- U1 com Y1, U2 com Y2
- U1 com Y2, U2 com Y1

A dinâmica do processo, é necessário ter quatro funções de transferência, duas para variáveis de controle (VC) e duas para variáveis manipuladas (VM) sendo elas:

$$\frac{Y_1(s)}{U_1(s)} = G_{P11}(s), \frac{Y_1(s)}{U_2(s)} = G_{P12}(s) \quad (2.27)$$

$$\frac{Y_2(s)}{U_1(s)} = G_{P21}(s), \frac{Y_2(s)}{U_2(s)} = G_{P22}(s) \quad (2.28)$$

assim as relações de entrada e saída pode ser descrita conforme abaixo:

$$Y_1(s) = G_{P11}(s)U_1(s) + G_{P12}(s)U_2(s) \quad (2.29)$$

$$Y_2(s) = G_{P21}(s)U_1(s) + G_{P22}(s)U_2(s) \quad (2.30)$$

ou na forma matricial

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{P11}(s) & G_{P12}(s) \\ G_{P21}(s) & G_{P22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Para projeto de sistemas de controle com multivariáveis os seguintes passos são comuns segundo (Ogata 2009):

1. Selecionar as variáveis controladas e manipuladas

2. Selecionar o emparelhamento das variáveis controladas e manipuladas
3. Especificar os tipos de controladores, no caso um controlador para cada variável controlada.

Capítulo 3

Formulação do Problema

O sistema matricial de equações diferenciais de 2º grau mostrado em (3.1), aparece frequentemente em uma gama variada de aplicações em análises estruturais e de vibrações como em Balas (1982) e Vandervelde (1986), onde $\mathbf{M} \in \Re^{n \times n}$, é uma matriz de massas, geralmente definida positiva; $\mathbf{D} \in \Re^{n \times n}$ é uma matriz de amortecimento, geralmente, pelo menos, semi definida positiva; $\mathbf{K} \in \Re^{n \times n}$ é uma matriz de rigidez, também sendo semi definida positiva na maior parte das vezes; $\mathbf{B} \in \Re^{n \times m}$ é uma matriz de controle (também vista como matriz de influência ou de atuadores) de posto completo; $\mathbf{x} \in \Re^n$ é o vetor de estado, que para sistemas mecânicos como os da Figura 2.1, representa o deslocamento e $\mathbf{u} \in \Re^m$ é um vetor de entradas.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{u}(t - \tau) \quad (3.1)$$

Assume-se a lei de controle por realimentação de estados como:

$$u(t - \tau) = k_p e(t - \tau) + k_i \int_0^t e(t - \tau) d\tau + k_d \frac{de(t - \tau)}{dt} \quad (3.2)$$

em que k_p, k_i e $k_d \in \Re^{n \times m}$ são os vetores de ganho do controlador. Substituindo a equação (3.2) na equação (3.1) e realizando os procedimentos apresentados na seção 2.1.3, aplicando a fórmula de *Sherman-Morrison*, chega-se a matriz de receptância dada por:

$$\hat{\mathbf{H}}(s) = \mathbf{H}(s) - \frac{\mathbf{H}(s)\mathbf{bd}(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s)e^{-s\tau}}{1 + \mathbf{bd}(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s)e^{-s\tau}} \quad (3.3)$$

Trabalhos relacionados ao controle em malha fechada aplicados a sistemas de segunda ordem têm ganhado cada vez mais notoriedade devido a sua relevância prática.

3.1 Parâmetro de Projeto e Formulação Matemática

Circunferência M_s

Margens de ganho e de fase são usualmente utilizadas como parâmetros de projeto de controladores por resposta em frequência. As relações entre a resposta temporal e

essas margens fornecem boas referências, ainda que dadas de maneira indireta, para o controle de sistemas via resposta em frequência. Em algumas referências essas margens são chamadas de margens de estabilidade, muito embora para casos com sistemas com mais de um grau de liberdade essas não sejam medidas de estabilidade muito precisas.

Dadas as discussões anteriores sobre estabilidade com a definição do critério de estabilidade de Nyquist, uma conclusão para sistemas estáveis em malha aberta, ou seja, sem nenhum polo de malha aberta no SPD ($P = 0$), é que não se deve haver nenhum envolvimento do ponto $(-1, 0)$ pelo diagrama de Nyquist do sistema. Assim, surge a ideia de se definir como parâmetro de projeto uma medida que garanta estabilidade visando atender a este critério. Skogestad & Postlethwaite (2007) em uma discussão acerca de critérios de picos máximos trazem a ideia da relação entre o chamado pico máximo da função de sensibilidade e a menor distância entre o ponto $(-1, 0)$ e o diagrama de Nyquist do ganho de malha do sistema. Baseado nesse conceito, define-se uma circunferência de raio M_s^{-1} centrada no ponto $-1 + j0$ delimitando a região onde o traçado de Nyquist é permitido, assim, garantindo uma distância segura do ponto $(-1, 0)$, ilustrando a ideia de sistema robusto.

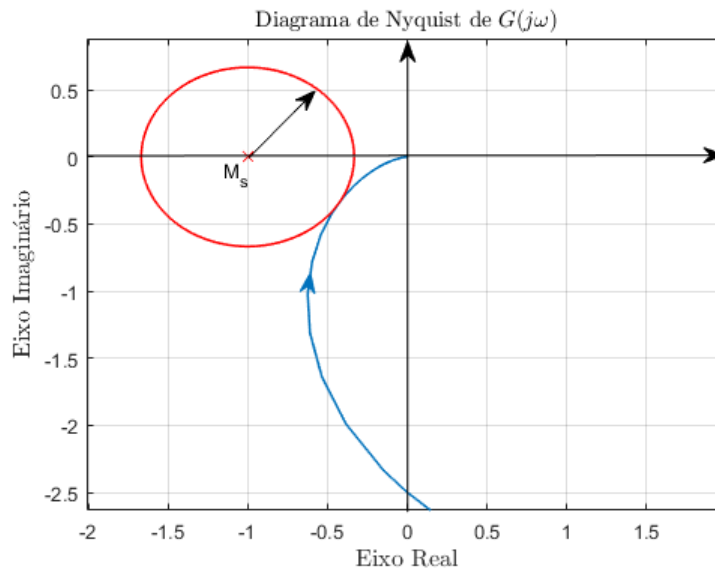


Figura 3.1: Diagrama de Nyquist Exemplo de Circunferência. M_s

Fonte: (DANTAS n.d.)

Definição do problema de otimização

A figura 3.1 mostra o diagrama de Nyquist de um sistema genérico (traçado em azul) e uma circunferência (em vermelho) representando a circunferência M_s . À medida que o ganho do sistema aumenta o diagrama de Nyquist invade a área da circunferência e se aproxima do ponto $-1 + j0$ chegando próximo da fronteira da instabilidade. Com essa ideia, define-se como parâmetro de projeto que o sistema tenha uma distância mínima do ponto $(-1, 0)$ definida pelo raio dessa circunferência. A solução apresentada neste

trabalho visa garantir uma estabilidade robusta, a fim de garantir que mesmo sujeito a alterações de parâmetros o sistema seja estável. Para isso deve-se manter o ponto $(-1, 0)$ a uma distância segura de $L(j\omega)$, o que pode ser interpretado como o traçado de $L(j\omega)$ fora de uma circunferência centrada em $(-1, 0)$ cujo raio seria a distância mínima desejada com o cuidado de não apresentar soluções nas quais as curvas de $L(j\omega)$ estejam muito afastadas do círculo, o que levaria a respostas muito lenta. Dessa forma, busca-se fazer com que a curva de $L(j\omega)$ tangencie o círculo M_s estabelecido e então o seguinte problema de otimização pode ser formulado:

$$\min_{k_p, k_i, k_d} h(k_p, k_i, k_d) = \left(\min_{\omega_i} |L(j\omega) + 1| - M_s^{-1} \right)^2 \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} s.a. \quad & L(j\omega_i) = -(k_p + \frac{k_i}{j\omega_i} + k_d j\omega_i) \mathbf{H}(j\omega_i) b e^{-j\omega_i \tau} \\ & \text{Re} \{L(j\omega_i)\} \geq -1 + M_s^{-1} \quad \forall \quad \omega_i / \text{Im} \{L(j\omega_i)\} = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde o subscrito i indica o i -ésimo valor de frequência com ω variando de zero a um valor elevado o suficiente para que $|L(j\omega_i)| \simeq 0$. A equação (3.4) estabelece o problema de minimização da função genérica $h(k_p, k_i, k_d)$, que por ser uma função quadrática terá seu valor mínimo para $(\min_{\omega_i} |L(j\omega) + 1| = M_s^{-1})$, e como $(\min_{\omega_i} |L(j\omega) + 1|)$ é a menor distância entre $L(j\omega)$ e o ponto $(-1, 0)$, a igualdade significa que o valor mínimo para o problema dado pela equação (3.4) se dará num ponto tangente a circunferência de raio M_s^{-1} .

3.2 Otimização de Desempenho

O problema de otimização definido matematicamente pela equação (3.4) estabelece a busca por um conjunto de vetores de ganho de controlador que garantam que a curva de Nyquist do sistema de segunda ordem não adentre a região delimitada pela circunferência centrada no ponto $(-1, 0)$, de raio M_s^{-1} . A restrição dada pela equação (3.5) garante que soluções como a de um conjunto de solução aleatória mostrado na figura 3.2 não sejam obtidas pela busca, pois como ilustrado, a curva de Nyquist da figura 3.2 enlaça o ponto $(-1, 0)$, ilustrando instabilidade (Martins et al. 2020).

O problema de otimização dado pela equação (3.4) não garante, todavia que o desempenho da resposta seja considerada diretamente, apesar da ideia de robustez, não se garante respostas rápidas tão quanto desejadas somente com a definição da região “proibida” para o traçado da curva de Nyquist de $L(j\omega)$. Em alguns trabalhos na literatura o desempenho do sistema é abordado utilizando-se técnicas de ajuste de curva, sintonia de ganhos do controlador, integral do erro e itens relacionados a resposta temporal (Euzébio & Barros 2015, Euzébio & Barros 2013).

Restrição adicional

Em Skogestad & Postlethwaite (2007) é visto que as margens de ganho e de fase do sistema têm uma relação direta com a circunferência M_s . A definição dessa circunferência

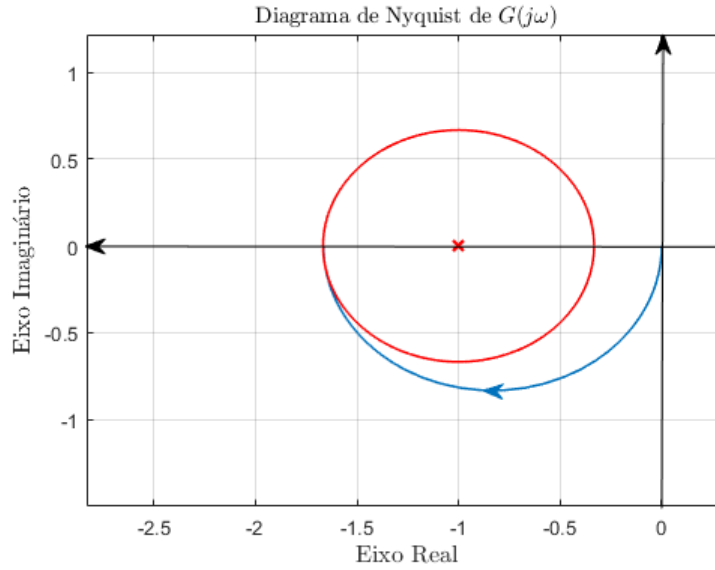


Figura 3.2: Diagrama de Nyquist de um Sistema Genérico para Exemplo de um Caso de Instabilidade.

Fonte: (DANTAS n.d.)

como parâmetro de projeto por resposta em frequência garante um mínimo de margem de ganho e margem de fase, tornando redundante essas especificações uma vez definido o valor de M_s desejado. Skogestad ainda define matematicamente que:

$$GM \geq \frac{M_s}{M_s - 1}; \quad PM \geq 2 \arcsen \left(\frac{1}{2M_s} \right) \geq \frac{1}{M_s} [\text{rad}] \quad (3.6)$$

sendo GM a margem de ganho ("gain margin") e PM a margem de fase ("phase margin"). Da equação (3.6) pode-se concluir que, definido um valor M_s garante-se um mínimo valor de GM e PM .

Na literatura clássica de controle como em Ogata (2009) e Franklin et al. (2013) a margem de ganho é definida como um fator pelo qual o ganho do sistema pode ser aumentado antes de atingir a instabilidade, e a influência na resposta temporal do sistema é refletida em sua velocidade, respostas mais rápidas são alcançadas para sistemas com menores margens de ganho. Uma vez que se define com M_s um indicativo de robustez, mesmo um mínimo de margem de ganho ainda seria confortável. Assim, a menor margem de ganho (e consequentemente melhor desempenho em velocidade de resposta) se daria para o caso limite onde

$$GM = \frac{M_s}{M_s - 1}$$

o que significa graficamente que o diagrama de Nyquist do sistema tangencia a circunferência de raio M_s no ponto sobre o eixo real (uma vez que a margem de ganho é dada como o ganho do sistema quando a fase é igual a -180°), concluindo-se que dentre as soluções para o problema de otimização apresentado pela equação (3.4) as que apresentariam melhor desempenho seriam aquelas que tangenciam a circunferência M_s no ponto da cir-

cunferência sobre o eixo real. para isso ajustaremos novamente os critérios de otimização da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \min_{k_p, k_i, k_d} \quad & h(k_p, k_i, k_d) = \left(\min_{\omega_i} |L(j\omega) + 1| - M_s^{-1} \right)^2 \\
 \text{s.a.} \quad & L(j\omega_i) = -(k_p + \frac{k_i}{j\omega_i} + k_d j\omega_i) \mathbf{H}(j\omega_i) b e^{-j\omega_i \tau} \\
 & \text{Re}\{L(j\omega_i)\} \geq -1 + M_s^{-1} \quad \forall \omega_i / \text{Im}\{L(j\omega_i)\} = 0 \\
 \min_{\omega_i} \quad & \text{Re}\{L(j\omega_i)\} = -1 + M_s^{-1} \quad \forall \omega_i / \text{Im}\{L(j\omega_i)\} = 0
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

A restrição da equação (3.7) garante que o menor valor dentre os valores reais da curva de Nyquist de $L(j\omega)$ cuja parte imaginária é igual a zero seja igual ao raio da circunferência $M_s - 1$, sendo a distância entre a origem e o ponto da circunferência sobre o eixo imaginário, garantindo assim, que o diagrama de Nyquist tangencie a circunferência neste ponto (DANTAS n.d.).

3.3 Abordagem para sistemas instáveis

Neste trabalho também aplicaremos os métodos testado para sistema de controle estáveis para sistemas instáveis, porém isso traz algumas complicações nas aplicações das funções de restrições mostrado na equação 3.7.

pelo critério de Nyquist, todas as raízes precisam de reais e negativas, mas quando temos um sistema instável significa que temos raízes no SPD, e para tornar esse sistema estável, precisamos forçar que o número de voltas no ponto (-1,0) seja igual ao número de raízes semi plano direito, assim tornando o sistema estável. Para isso nosso algoritmo escolhe de forma heurística os ganhos do controlador PID, para atender essa condição de voltas, igual o número de polos de malha aberta no SPD, logo no algoritmo precisar ficar monitorando o número de voltas e quantidade de polos, para atender essa condição.

Essa problemática de impor o número de voltas adequadas do diagrama de Nyquist é complexo e que neste trabalho visamos estudar para tentar resolver. Inicialmente precisamos implementar uma técnica que consiga contar o número de voltas no ponto (-1,0).

Capítulo 4

Conclusão

Diante do que foi abordado até o momento, é notória a importância de estudos voltados para a área de processos industriais, por meio da realização de um controle robusto, é possível obter uma maior confiabilidade na operação das plantas industriais nos quesitos de aumentar a segurança operacional e a confiabilidade na redução do número de paradas inesperadas. Nas indústrias na atualidade, é comum utilizar os controladores do tipo PID para o controle das válvulas de alimentação de água e o controle da vazão de vapor, majoritariamente pela sua facilidade de aplicação. Porém, apesar da facilidade de uso, a sintonia desse tipo de controle depende diretamente da carga operacional da planta e para usos quando o sistema não apresenta atraso significativo, quando o sistema tem atraso e sintonia dos ganhos do controlador se torna um para indústria.

Neste trabalho foram apresentadas soluções solucionar esses gargalos na indústria para o controle de sistemas de segunda ordem com atraso utilizando Controlador PID. A utilização da representação dos sistemas de segunda ordem com atraso por matriz de receptância permite que o modelo seja obtido de maneira experimental, o que em casos de sistemas com maior complexidade torna-se uma alternativa muito desejada. O problema de controle foi formulado matematicamente como um problema de otimização para a obtenção dos vetores de ganho do controlador PID. O objetivo de respeitar o critério de projeto definido, de não interceptar o círculo M_s , garantindo estabilidade robusta, também adicionamos um critério de restrição mais rígido, para que a curva de Nyquist tangencie $L(j\omega)$ com a circunferência M_s ,

Dessa forma, é esperado com o desenvolvimento do restante do trabalho a modelagem e sintonia dos controladores PID aplicados a sistema de segunda ordem com atraso, otimizados por meio do uso de Meta-heurística para encontrar os ganhos que satisfaz nossa restrição do projeto baseado no critério de estabilidade de Nyquist, além de aplicar esse método a sistema de controle instáveis e avaliar seu desempenho também essa solução para sistema multivariáveis com atraso com isso, é desejado obter resultados satisfatórios para o controle desses sistemas.

4.1 Cronograma das atividades

1. Leitura e elaboração de resenhas de artigos relacionados à área de sistema de segunda ordem com atraso.

2. Pesquisa sobre critério de estabilidade de Nyquist.
3. Pesquisa e elaboração de texto referente Controlador Proporcional derivativo aplicado a sistema de segunda ordem com atraso.
4. Pesquisa e elaboração de texto referente a sistema multivariáveis.
5. Desenvolvimento de formulação matemática para solução da problemática com PID.
6. Validação do modelo desenvolvido.
7. Elaboração da metodologia a ser apresentada para qualificação.
8. Qualificação do mestrado.
9. Desenvolver código do algoritmo genético e Algoritmo de Enxame de partículas para otimizar os ganhos do controlador.
10. Desenvolvimento e implementação da solução com Algoritmo Genético.
11. Desenvolvimento de lógica para solucionar problemática para sistemas instáveis utilizando critério de Nyquist.
12. Realização adaptação do sistema para solução de sistema multivariáveis.
13. Realizar otimização do hiper parâmetros dos algoritmos meta-heurísticos.
14. Análise dos resultados obtidos.
15. Defesa da dissertação.

	2022						2022				2023		
	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Mar
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													

Figura 4.1: Quadro 1 – Cronograma para o desenvolvimento da dissertação.

Fonte: Autor

Referências Bibliográficas

- Araújo, José Mário (2018a), ‘Discussion on ‘state feedback control with time delay’’, *Mechanical Systems and Signal Processing* **98**, 368–370.
- Araújo, José Mário (2018b), ‘Partial eigenvalue assignment in linear time-invariant systems using state-derivative feedback and a left eigenvectors parametrization’, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering* p. 0959651818811010.
- Araújo, José Mário & Tito Luís Maia Santos (2018), ‘Control of a class of second-order linear vibrating systems with time-delay: Smith predictor approach’, *Mechanical Systems and Signal Processing* **108**, 173–187.
- Balas, Mark (1982), ‘Trends in large space structure control theory: fondest hopes, wildest dreams’, *IEEE Transactions on Automatic Control* **27**(3), 522–535.
- DANTAS, N. J. B. (n.d.), Projeto de controladores para sistemas de segunda ordem com atraso via resposta em frequência., Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Dantas, Nelson J.B., Carlos E.T. Dórea & José M. Araújo (2020), ‘Design of rank-one modification feedback controllers for second-order systems with time delay using frequency response methods’, *Mechanical Systems and Signal Processing* **137**, 106404. Special issue on control of second-order vibrating systems with time delay.
URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327019306259>
- Datta, Biswa (2004), *Numerical methods for linear control systems*, Vol. 1, Academic Press.
- Euzébio, Thiago AM & Péricles R Barros (2015), ‘Iterative procedure for tuning decentralized pid controllers’, *IFAC-PapersOnLine* **48**(8), 1180–1185.
- Euzébio, Thiago Antonio Melo & Péricles Rezende Barros (2013), ‘Optimal integral gain for smooth pi control’, *IFAC Proceedings Volumes* **46**(11), 529–533.
- Franklin, Gene F, J David Powell & Abbas Emami-Naeini (2013), *Sistemas de controle para engenharia*, Bookman Editora.
- Golub, Gene H & Charles F Van Loan (2012), *Matrix computations*, Vol. 3, JHU Press.

- Gontijo, Danielle S, José M Araújo, Tito LM Santos & Fernando O Souza (2022), 'Proportional-integral-derivative-acceleration robust controllers for vibrating systems', *Journal of Vibration and Control* p. 10775463211060898.
- Liu, Hao & Yongxin Yuan (2016), 'A multi-step method for partial quadratic pole assignment problem with time delay', *Applied Mathematics and computation* **283**, 29–35.
- Martins, José KEC, Fábio MU Araújo & Carlos ET Dórea (2020), Um método baseado em otimização para sintonia de controladores pi para sistemas sujeitos a restrições, em 'Congresso Brasileiro de Automática-CBA', Vol. 2.
- Mottershead, John E & Yitshak M Ram (2007), 'Receptance method in active vibration control', *AIAA journal* **45**(3), 562–567.
- Nunes, Leonardo Araújo (n.d.), Controle por realimentação derivativa para sistemas dinâmicos de segunda ordem com atraso, Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Ogata, Katsuhiko (2009), *Modern control engineering*, Prentice Hall Upper Saddle River, NJ.
- Ram, YM, Akshay Singh & John E Mottershead (2009), 'State feedback control with time delay', *Mechanical Systems and Signal Processing* **23**(6), 1940–1945.
- Ram, YM, JE Mottershead & M Ghandchi Tehrani (2011), 'Partial pole placement with time delay in structures using the receptance and the system matrices', *Linear Algebra and its Applications* **434**(7), 1689–1696.
- Santos, Tito LM, José Mário Araújo & Taniel S Franklin (2018), 'Receptance-based stability criterion for second-order linear systems with time-varying delay', *Mechanical Systems and Signal Processing* **110**, 428–441.
- Singh, Kumar V, Rajeeb Dey & Biswa N Datta (2014), 'Partial eigenvalue assignment and its stability in a time delayed system', *Mechanical Systems and Signal Processing* **42**(1-2), 247–257.
- Skogestad, Sigurd & Ian Postlethwaite (2007), *Multivariable feedback control: analysis and design*, Vol. 2, Wiley New York.
- Tehrani, Maryam Ghandchi, Robin NR Elliott & John E Mottershead (2010), 'Partial pole placement in structures by the method of receptances: theory and experiments', *Journal of Sound and Vibration* **329**(24), 5017–5035.
- Van Loan, Charles F & Gene H Golub (1983), *Matrix computations*, Johns Hopkins University Press.
- Vandervelde, Wallace E (1986), 'Control of large flexible space structures'.