# Projeto de Controlador PID para Sistemas de Segunda Ordem com Atraso via Resposta em Frequência

Jhonat Heberson Avelino de Souza <sup>1</sup>

Prof. Dr. Carlos Eduardo Trabuco Dórea <sup>2</sup>

Prof. Dr. José Mário Araújo <sup>3</sup>

 $^{1}\langle \mathsf{jhonatheberson@gmail.com}\rangle$ 

 $^2\langle cetdorea@dca.ufrn.br \rangle$ 

<sup>3</sup>(prof.jomario@gmail.com)

Departamento de Engenharia de Computação e Automação – DCA Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

#### Sumário

- Introdução
- Pundamentação Teórica
- 3 Definição do Problema
- 4 Metodologia
- Experimentos
- 6 Resultados
- Conclusões
- Referencias

# Introdução - Contextualização

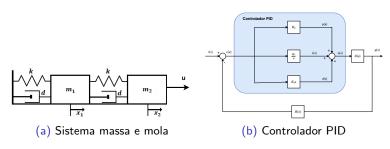


Figura 1: Sistema de Segunda ordem, e Controlador PID

#### Introdução - Trabalhos anteriores do grupo

- Problema com realimentação de estado
- Alocação parcial de polos
- Monovariável
- Sistemas estáveis em malha aberta

Contribuímos com utilização do controlador Proporcional e Integrativo Derivativo (PID) com realimentação de saída para rastreamento e considerar sistemas estáveis em malha aberta, otimizando índice *IAE* e robustez de forma concorrente.

#### Introdução - Objetivos

- Estudo de sistemas de segunda ordem com atraso.
- Propor uma solução para um problema de controle para um sistema de segunda ordem com atraso
- Controlador Proporcional e Integrativo Derivativo (PID).
- Definir o problema de controle nos termos da resposta em frequência usando Receptância
- Critério de estabilidade de Nyquist para definir a função as regras de otimização.
- Otimização do controlador com base no índice de *IAE*, concorrente ao critério de robustez.
- Aprimorar algoritmo heurístico de otimização (GA) para encontrar os ganhos do controlador PID que atenda os critérios estabelecidos.

# Fundamentação Teórica - Sistema de segunda ordem

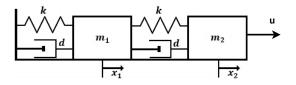


Figura 2: Sistema massa e mola

#### Equação do sistema

$$m_1\ddot{x}_1(t) + d(2\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + k(2x_1(t) - x_2(t)) = 0$$
 (1)

$$m_2\ddot{x}_2(t) + d(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) + k(x_2(t) - x_1(t)) = u$$
 (2)

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2d & -d \\ -d & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \qquad (3)$$

## Fundamentação Teórica - Sistema de segunda ordem

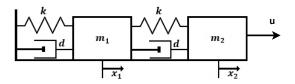


Figura 3: Sistema massa e mola

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{4}$$

Para um sistema com n graus de liberdade e m entradas, têm-se  $\mathbf{M} \in \Re^{n \times n}$ , é uma matriz de massas,  $\mathbf{C} \in \Re^{n \times n}$  é uma matriz de amortecimento,  $\mathbf{K} \in \Re^{n \times n}$  é uma matriz de rigidez,  $\mathbf{B} \in \Re^{n \times m}$  é uma matriz de controle,  $\mathbf{x} \in \Re^n$  é o vetor de deslocamento e  $\mathbf{u} \in \Re^m$  é um vetor de entradas Single Input Single Output (SISO)

# Fundamentação Teórica - Matriz de receptância

$$\mathbf{M}(t)+\mathbf{C}(t)+\mathbf{K}\mathbf{x}(t)=\mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

A saída do sistema definida como:

$$y(t) = lx(t) \tag{5}$$

Considere-se o monovariável, ou seja,  $l \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ . e erro do sistema é definido como:

$$e(t) = r(t) - y(t) \tag{6}$$

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt}$$

# Fundamentação Teórica - Matriz de receptância

$$V(s) = q(s)R(s)$$
, com  $q(s) = (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)$ 

$$U(s) = -(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)e^{-\tau s}IX(s) + V(s)$$
 (7)

$$(Ms^2 + Cs + K + e^{-\tau s}q(s)\mathbf{B}I)X(s) = V(s)$$
(8)

$$x(s) = (Ms^{2} + Cs + K + e^{-\tau s}q(s)BI)^{-1}V(s)$$
 (9)

$$(\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K} - q(s)\mathbf{B}I)z = \mathbf{0}$$
 (10)

#### Fundamentação Teórica - Fórmula de Sherman-Morrison

$$(\mathbf{A} + \mathbf{u}\mathbf{v}^T)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}}$$
(11)

Aplicando a fórmula de *Sherman-Morrison* em (10) com  $\mathbf{A} = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K}), \mathbf{u} = \mathbf{B} e v^T = q(s),$  temos:

$$\hat{\mathbf{H}}(s) = \mathbf{H}(s) - \frac{\mathbf{H}(s)q(s)/\mathbf{H}(s)\mathbf{B}}{1 + q(s)/\mathbf{H}(s)\mathbf{B}}$$
(12)

na qual  $\hat{\mathbf{H}}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K} + q(s)Bl)^{-1}$  é definida como matriz de receptância de malha fechada e  $\mathbf{H}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K})^{-1}$  como matriz de receptância de malha aberta, que, na prática, pode ser medida pela resposta em frequência  $\mathbf{H}(j\omega)$ .

A equação característica de (12) é definida como:

$$1 + q(s)/\mathbf{H}(s)\mathbf{B} = 0 \tag{13}$$

#### Fundamentação Teórica - Sistema com atraso

$$u(t-\tau) = k_p e(t-\tau) + k_i \int_0^t e(t-\tau) d\tau + k_d \frac{de(t-\tau)}{dt}$$
 (14)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{b}u(t-\tau) \tag{15}$$

$$(\mathbf{M}s^{2} + \mathbf{C}s + \mathbf{K} - q(s)\mathbf{B}le^{-s\tau})z = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{M}s^{2} + \mathbf{C}s + K - (k_{p} + \frac{k_{i}}{s} + k_{d}s)\mathbf{B}le^{-s\tau})z = \mathbf{0}$$
(16)

# Fundamentação Teórica - Fórmula de Sherman-Morrison com atraso

$$\hat{\mathbf{H}}(s) = \mathbf{H}(s) - \frac{\mathbf{H}(s)(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)/\mathbf{H}(s)\mathbf{B}e^{-s\tau}}{1 + (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)/\mathbf{H}(s)\mathbf{B}e^{-s\tau}}$$
(17)

$$1 + (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s) / \mathbf{H}(s) B e^{-s\tau} = 0$$
 (18)

# Resposta em frequência

- A matriz de receptância nos fornece a resposta em frequência  $H(j\omega)$  do sistema
- O ganho de malha da equação característica em malha fechada é descrito na Equação 19.

$$L(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s\right) / \mathbf{H}(s) B e^{-s\tau}$$
(19)

# Definição do Problema - Estabilidade

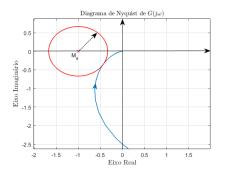


Figura 4: Diagrama de Nyquist Exemplo de Circunferência. M<sub>s</sub>

#### Restrições de estabilidade

- Podemos afirmar pela teórica do critério de estabilidade de Nyquist que circunferência  $M_s$  representa quanto robusto é o sistema
- $M_s$  é menor distância entre o ponto (-1,0) e a curva de Nyquist

# Definição do Problema - Instabilidade

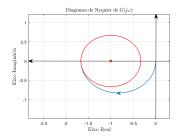


Figura 5: Diagrama de Nyquist de um Sistema Genérico para Exemplo de um Caso de Instabilidade.

#### Restrições de instabilidade

- Garantir que a curva de Nyquist n\u00e3o contenha a circunfer\u00e9ncia a englobando
- Enlaçar o ponto (1,0), se evidencia um caso de instabilidade

# Definição do Problema - Funções de otimização

$$\min_{k_{p} \ k_{i}, \ k_{d}} h(k_{p}, k_{i}, k_{d}) = \left(\min_{\omega_{i}} |L(j\omega) + 1| - \mathsf{M}_{s}^{-1}\right)^{2}$$

$$s.a. \quad L(j\omega_{i}) = -(k_{p} + \frac{k_{i}}{j\omega_{i}} + k_{d}j\omega_{i})I\mathbf{H}(j\omega_{i})Be^{-j\omega_{i}\tau}$$

$$\operatorname{Re} \left\{L(j\omega_{i})\right\} \geq -1 + \mathsf{M}_{s}^{-1} \quad \forall \ \omega_{i}/\operatorname{Im} \left\{L(j\omega_{i})\right\} = 0$$
(20)

# Metodologia - Algoritmo

Função	Dimensão	PSO [3]	PSO	GA [3]	GA	GA [5]
Esfera	30	1.0454E+05	2.241E+03	6.4415E+03	6.7564E+01	2.0532E+02
		±7.1998E+04	±7.030E+02	±1.6876E+03	±4.4760E+01	± 4.6377E+01
Rosenbrock	2	7.0289E+08	7.0261E+08	1.2493E+07	9.7689E+00	1.2280E+02
		±4.8937E+08	±3.666E+08	±8.6725E+06	±2.5590E+03	±1.9833E+02
Rastrigin	30	5.4130E+02	1.7430E+02	5.5900E+01	1.7650E+01	6.9160E+01
		±1.5969E+01	±2.506E+01	±1.4294E+01	±3.2255E+00	± 9.5182E+00

Figura 6: Média e desvio-padrão do fitness de 20 execuções do algoritmo GA comparado ao PSO, nas condições da ref [3]. Resultados do algoritmo deste trabalho em negrito

# Metodologia - Pseudo código

#### Busca dos ganhos do controlador

- Uso de meta-heurística para encontrar os ganhos
- Algoritmo Genético
- Resolve de forma genérica problemas de otimização
- Geralmente aplicadas a problemas para os quais não se conhece algoritmo eficiente

# Metodologia - Fluxograma

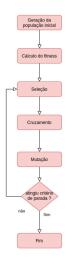


Figura 7: Fluxograma do algoritmo genético

# Metodologia - Algoritmo

```
Algoritmo 1: Função de Busça
   Entrada: M; C; K; B; l; τ; ω, M, e simulink
   Saida: gain = [Kp Ki Kd];
| população = random(n);
2 objetivo = "execute":
3 execução = 0;
4 variabilidade = 1:
s evolução = 0:
6 alfa = random(0.1):
7 n = 100:
s renita
     para geracao=1 até geracao=n faça
         avalicao = []
         se execucao > 0 então
12
           populacao(2:n,:) = random(n-1);
13
         para i = / até populacao=n faca
15
            L \leftarrow LFunction(M, C, K, B, I, \tau, \omega, populacao(i, 1:3);
            robustez \leftarrow RobustezFunction(L(s), M_i);
            restrictions \leftarrow RestrictionsFunction(L(s), 0):
18
            IAE - IaeFunction(população, simulink)
            ff ← FitnessFunction(IAE, robustez, alfa);
            avaliacao(i,1:end) = [ff, restrictions];
23
         população = [população avaliação];
        população - AssortmentFunction(população);
        populacao \leftarrow CrossOverFunction(populacao(1:n,1:end-2));
        L ← LFunction(M, C, K, B, I, τ, ω, população(1, 1:3));
         robustez \leftarrow RobustezFunction(L(s), M_s)
         restrictions \leftarrow RestrictionsFunction(L(s), 0)
         IAE ← IaeFunction(população, simulink);
         ff ← FitnessFunction(IAE, robustez, alfa);
        se (ff < 0.4 && restrictions < 0.9) || (execução >
          2 && Restrictions < 0.9) então
            objetivo = "fin":
            melhorIndividuo = populacao(1,:);
         VariabilidadeFunction(variabilidade, evolução, ff):
        geração = geração + 1;
     execucao = execucao + 1;
e até (objetivo # "fim");
```

Figura 8: Pseudo código do algorítimo de busca

# Metodologia - Algoritmo causando erros numéricos

```
Algoritmo 3: Função L  
Entrada: M; C; K; B; I; \tau; \omega e população Saída: L  
1 Kp = população(1); 2 Ki = população(2); 3 Kd = população(3); 4 para i = 1 até i = comprimento(\omega) faça  
5 | \beta = j \times \omega(i); 6 | L(i) = (Kp + Ki/\beta + 0.0001) + \beta \times Kd) \times I \times (M \times \beta^2 + C \times \beta + K)^{-1} \times B \times e^{-\tau \times \beta}; 7 | i = i + 1; 8 fim
```

Figura 9: Pseudo código da função L

#### Nyquist infinito

- Pertubação na ação integrativa
- Evita valores infinitos para cálculo do diagrama de Nyquist

# Metodologia - Algoritmo verificando a variabilidade genética

```
Algoritmo 8: Função de Variabilidade

Entrada: variabilidade, evolucao, e ff
1 evolucao(variabilidade) = ff;
2 variabilidade = variabilidade + 1;
3 se tamanho(evolucao) > 10 então
4 | variabilidade = 1;
5 | evolucao = evolucao(2:end);
6 | se var(evalution) < 0.0000001 então
7 | objetivo = "fim";
8 | melhorIndividuo = populacao(1,:);
9 | interromper;
10 | fim
```

Figura 10: Pseudo código da função de variabilidade

#### Verificação de variabilidade genética

Análise de melhoria da população com base na interação do algoritmo

# Metodologia - Métodos de seleção

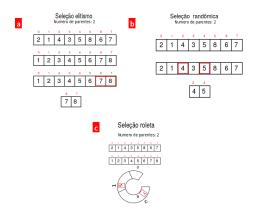


Figura 11: Ilustração dos métodos implementados de seleção. (a) Seleção elitismo, ordenando de forma crescente e escolhendo os indivíduos com maior fitness. (b) Seleção Randômica, que seleciona os pais aleatoriamente entre a população. (c) Seleção roleta, a qual ordena e rearranja para que simula uma roleta.

## Metodologia - Métodos de cruzamento

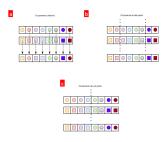


Figura 12: Algoritmos de cruzamento (crossover). (a) Cruzamento uniforme, em que o novo cromossomo (abaixo) é formado selecionando genes aleatórios de cada um dos pais. (b) Cruzamento de dois pontos, em que o novo cromossomo é formado pelas extremidades de um dos pais e a parte central do outro. Os pontos de corte (tracejados) são sorteados aleatoriamente para cada indivíduo. (c) Cruzamento de um ponto, em que o novo indivíduo é gerado com o início do cromossomo de um dos pais e o final do outro. O ponto de corte (linha tracejada) é decidido aleatoriamente para cada indivíduo.

Na Figura 3, é apresentado um exemplo clássico de aplicação do sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade. O problema de controle por realimentação de estados é definido para  ${\bf M}=1,~{\bf C}=0,01,~{\bf K}=5,~{\bf B}=1$  e  $\tau=0,1$  como no Exemplo 2 de ram2009state.

A definição de Ms estabelece margens de ganho e de fase para o sistema, e valores comuns de Ms estão dentro do intervalo de  $1,22 \leq M_s \leq 1,667$  (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007).

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -0,9999 \\ -0,9999 & 1 \end{bmatrix} \; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Considerando o método apresentado em ram2011<br/>partial, vamos utilizar como exemplo prático uma matriz de entradas  $\mathbf{B}' = \mathbf{I}' = [0\ 1]$  e uma constante de atraso  $\tau = 5$ .

Novamente a busca pela solução do problema descrito pela equação (20) é realizada para o círculo  $M_s = 1,6667$ .

Neste caso específico, foi feita uma pequena modificação do exemplo ??, com o objetivo de introduzir uma perturbação no sistema.

$$\textbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \; \textbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -0.9 \\ -0.9 & 1 \end{bmatrix}, \; \textbf{K} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Para uma matriz de entradas  $\mathbf{B}' = \mathbf{I}' = [0 \ 1]$ , e uma constante de atraso  $\tau = 0, 5$ .

Este exemplo, adaptado de shapiro2005stability, aborda um caso instável em malha aberta, cujas matrizes são dadas como:

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 11 \end{bmatrix}, \; \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, \; \boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$$

com  $\mathbf{B}' = [-1 \ 1]$  e  $\mathbf{I} = [1 \ 0]$  além de um atraso  $\tau = 0.5$ . Os polos de malha aberta estão resumidos na tabela X.

<i>s</i> <sub>1</sub>	-0.4312 + j0.8953
<b>s</b> <sub>2</sub>	-0.4312 - j0.8953
<b>s</b> <sub>3</sub>	0.0039 + j0.9001
<i>S</i> <sub>4</sub>	0.0039 - j0.9001

Tabela 1: Polos de malha aberta Exemplo 4.

Component CommunityInstaller.AutoStartAction failed: O acesso à chave do Registro

Os valores dos vetores de ganho descobertos utilizando o algoritmo genético (método proposto) com atraso estão apresentados na Tabela 2.

Exemplo	kp	ki	kd	robustez
1	1,4160	1,5225	0,8718	0,1536
2	0,1774	0, 2229	0,4433	0,0001
3	-0,2400	1,0990	1,6015	0,3148

Tabela 2: Tabela de Ganhos do PID - Otimização de Robustez

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 13: Diagrama de Nyquist Exemplo ??

Figura 14: Simulação do Sistema do Exemplo ??

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 15: Diagrama de Nyquist Exemplo ??

Figura 16: Simulação do Sistema do Exemplo ??

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 17: Diagrama de Nyquist Exemplo ??

Figura 18: Simulação do Sistema do Exemplo ??

Os resultados da otimização com o índice Integral do Erro Absoluto são apresentados neste trecho, em comparação aos resultados teóricos discutidos na seção  $\ref{sec:compara}$ . Espera-se que essa abordagem resulte em um desempenho mais eficiente, com um tempo de acomodação reduzido, uma vez que não é necessário que o sistema de controle seja robusto. No entanto, o critério de estabilidade de  $\ref{Nyquist}$  ainda foi usado para garantir a estabilidade do sistema, com a circunferência  $\ref{Ms}=1,6667$ . A Tabela 3 fornece os valores dos ganhos obtidos pelo algoritmo genético.

Exemplo	kp	ki	kd	IAE
1	1,5467	4,7074	2,8071	1,0622
2	0,5146	0, 2539	0,4016	7, 3368
3	1,7283	1,0606	1,9955	2, 2072

Tabela 3: Tabela de Ganhos do PID - Otimização de IAE

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 19: Diagrama de Nyquist Exemplo ??

Figura 20: Simulação do Sistema do Exemplo ??

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 21: Diagrama de Nyquist Exemplo ??

Figura 22: Simulação do Sistema do Exemplo ??

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 23: Diagrama de Nyquist Exemplo ??

Figura 24: Simulação do Sistema do Exemplo ??

# Resultados - Resultados da Comparação entre as Otimização

Exemplo	∆ kp	∆ ki	∆ kd	Robustez	IAE
1	0.0085	5,0717	1,8727	0, 1536	1,0622
2	0,0569	0,0004	0,0008	0,0001	7, 3368
3	1,9370	0,0007	0,0776	0, 3148	2, 2072

Tabela 4: Tabela de Variança dos Ganhos do PID - Comparação da Otimização de *IAE* com robustez

Após analisar a Tabela 4, é perceptível que no exemplo ??, a variação nos ganhos é baixa, o que era esperado devido ao comportamento semelhante no diagrama de Nyquist. No entanto, para os exemplos ?? e ??, há uma variação maior, especialmente no ganho integral e proporcional.

### Resultados - Resultados da Comparação entre as Otimização

Figuras/comparacao\_pid\_iae\_robus

Figura 25: Comparação do diagrama de Nyquist do Exemplo 1

Figuras/comparacao\_pid\_iae\_robus

Figura 26: Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 1

### Resultados - Resultados da Comparação entre as Otimização

Figuras/comparacao\_pid\_iae\_robus

Figura 27: Comparação do diagrama de Nyquist do Exemplo 2

Figuras/comparacao\_pid\_iae\_robus

Figura 28: Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 2

### Resultados - Resultados da Comparação entre as Otimização

Figuras/comparacao\_pid\_iae\_robus

Figura 29: Comparação do diagrama de Nyquist do Exemplo 3

Figuras/comparacao\_pid\_iae\_robus

Figura 30: Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 3

Na seção de resultados, iremos examinar os resultados conseguidos com a função de *fitness* definida na seção **??**, que tenta considerar os dois parâmetros de busca. Nesse caso, estamos atribuindo a mesma importância à robustez e ao *IAE*, já que o valor do parâmetro alfa é 0, 5. Usando essa abordagem, é possível encontrar um equilíbrio que mantenha a robustez do sistema ao mesmo tempo que melhora o desempenho, reduzindo o tempo de acomodação. Os ganhos do controlador PID para esse método podem ser observados na Tabela 5.

Exemplo	kp	ki	kd	Robustez	IAE	ff
1	2.9222	5,4647	3,6449	0,0073	0,9149	0,4611
2	0,5145	0, 2578	0,4004	0,0041	7, 3408	3,6725
3	0,4372	0,7548	1,8163	0,4856	2,4390	1,4623

Tabela 5: Tabela de Ganhos do PID com Método proposto - Comparação da Otimização de *IAE* com robustez

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 31: Diagrama de Nyquist com Método proposto do Exemplo ??

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 32: Simulação do Sistema com Método proposto do Exemplo ??

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 33: Diagrama de Nyquist com Método proposto do Exemplo ??

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 34: Simulação do Sistema com Método proposto do Exemplo ??

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 35: Diagrama de Nyquist com Método proposto do Exemplo ??

textuais/06-experimentos\_e\_result

Figura 36: Simulação do Sistema com Método proposto do Exemplo ??

#### Resultados - Resultados da pertubação no sistema

Nesta seção, simularemos uma pertubação do sistema, com objetivo de verificar quão os sistemas são robustos para os casos da otimização do *IAE* apresentado na seção ??, e para o método proposto neste trabalho. Para realizar a simulação da pertubação, analisaremos o sistema do exemplo ??, com ganhos obtidos da simulação para este exemplo, executaremos a simulação do exemplo ??, o qual representa uma pertubação no sistema, devido à variação da Matriz **C**, de um exemplo para outro.

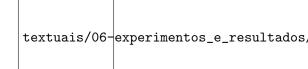


Figura 37: Simulação do Sistema com pertubação no sistema

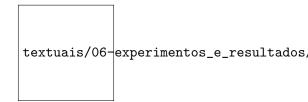
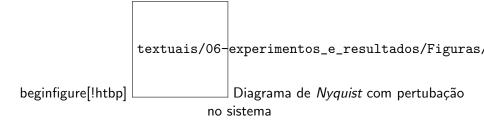


Figura 38: polos do Sistema com pertubação no sistema



#### Resultados - Resultados da pertubação no sistema

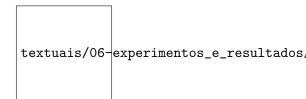


Figura 39: Diagrama de Nyquist com pertubação no sistema

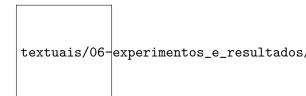


Figura 40: Simulação do Sistema com pertubação no sistema

## Resultados - Resultados da Concorrência entre a Otimização em sistema instáveis em malha aberta

#### Conclusões

- PID com realimentação de saída para rastreamento.
- Considerar sistemas instáveis em malha aberta.
- Considerar sistemas multivariáveis
- Estudo da eficiência para essa técnica utilizando controlador PID.
- Avaliação do critério de estabilidade de Nyquist.
- Trabalhos futuros: Verificar eficiência de outro algoritmo heurístico (PSO).

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. Multivariable feedback control: analysis and design. [S.I.]: Wiley New York, 2007. v. 2.

#### Referências

- [1] Ogata, Katsuhiko (2009), Modern control engineering, Prentice Hall Upper Saddle River, NJ.
- [2] DANTAS, N. J. B. (n.d.), Projeto de controladores para sistemas de segunda ordem com atraso via resposta em frequência., Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- [3] Mohd Nadhir Ab Wahab, Samia Nefti-Meziani, Adham Atyabi, A Comprehensive Review of Swarm Optimization Algorithms, PLOS ONE, 10, e0122827, 2015.
- [4] Solgi, R. M., geneticalgorithm, v 1.0.1, https://github.com/rmsolgi/geneticalgorithm Acessado em 24/08/2020.