

Artigo

Controle de vibração de um braço robótico flexível de dois elos com o tempo Atraso através do método de recepção robusta

José Mário ¹, Jason Bettega ², Nelson JB Dantas ³, Carlos ET Dórea ¹, Dario Richiedei ^{2,*}, Araújo e Iacopo Tamellin

- ¹ Grupo de Pesquisa em Sinais e Sistemas, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, Salvador 40301-015, Brasil; araujo@ieee.org
² Departamento de Administração e Engenharia, Universidade de Pádua, 36100 Vicenza, Itália; jason.bettega@phd.unipd.it (JB); iacopo.tamellin@unipd.it (IT)
³ Departamento de Engenharia de Computação e Automação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal 59078-900, Brasil; nelson.dantas@dca.ufrn.br (NJB); cetdorea@dca.ufrn.br (CETD)
 * Correspondência: dario.richiedei@unipd.it; Tel.: +39-04-4499-8816

Aplicação em destaque: A estratégia de controle proposta pode ser usada para impor o comportamento dinâmico do sistema de malha fechada em sistemas mecatrônicos flexíveis na presença de atraso de tempo, como robôs onde o atraso é introduzido por sensores, atuadores ou redes de comunicação, ou sistemas com atraso inerente como fresadoras e máquinas de corte. O uso de receptáculos simplifica notavelmente o projeto do controlador.



Citação: Araújo, JM; Bettega, J.; Dantas, NJB; Dórea, CET; Richiedei, D.; Tamellin, I. Vibração Controle de um robô flexível de dois elos Armar com atraso de tempo através do método de recepção robusta. Appl. ciência **2021**, *11*, 9907. <https://doi.org/10.3390/app11219907> See More

Editor Acadêmico: Alessandro Gasparetto

Recebido: 22 de setembro de 2021
 Aceito: 18 de outubro de 2021
 Publicado: 23 de outubro de 2021

Nota do editor: MDPI permanece neutro em relação a reivindicações jurisdicionais em mapas publicados e afiliação institucional igões.



Direitos autorais: © 2021 pelos autores. Licenciado MDPI, Basel, Suíça. Este artigo é um artigo de acesso aberto distribuído nos termos e condições do Creative Commons Licença de atribuição (CC BY) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Resumo: Este artigo propõe um método para controle ativo de vibração para um braço robótico flexível de dois elos na presença de atraso de tempo, por meio de posicionamento de polo robusto. A questão é de interesse prático e teórico, pois o atraso no controle de vibração pode causar instabilidade se não for devidamente considerado no projeto do controlador. O projeto do controlador é realizado através do método de receptividade para atribuir exatamente um par de polos e atingir uma determinada margem de estabilidade para garantir robustez à incerteza. A margem de estabilidade desejada é obtida resolvendo um problema de otimização baseado no critério de estabilidade de Nyquist. O método é aplicado em um banco de ensaio de laboratório que imita um sistema robótico flexível típico empregado para aplicações pick-and-place. A suposição de linearização sobre uma configuração de equilíbrio leva à identificação das receptividades locais, mantendo-se para deslocamentos infinitesimais sobre ela e, portanto, aplicando a técnica de projeto de controle. Termos não lineares, devido aos deslocamentos finitos, incerteza, perturbações e quantização grosseira do encoder, são tratados de forma eficaz incorporando o requisito de robustez ao projeto. Os resultados experimentais e a consistência com as expectativas numéricas demonstram a eficácia do método e a facilidade de aplicação.

Palavras-chave: método de recepção; colocação do poste; controle robusto; controle de vibração ativa; sistemas flexíveis; braço robótico; supressão de vibração; critério de Nyquist; algoritmo genético

1. Introdução

A presença de atraso em sistemas controlados degrada o desempenho da malha fechada se não for levado em consideração no projeto do controlador e, no pior dos casos, pode levar à instabilidade. Por exemplo, o atraso de tempo é devido às características físicas e operacionais do sistema, por exemplo, devido ao atrito [1,2] ou devido à natureza de alguns processos de fabricação como fresamento [3] ou corte de metal [4]. Atrasos também são causados pela instrumentação mecatrônica empregada em sistemas experimentais de tempo real. Neste caso, as fontes primárias de atrasos são sensores, atuadores e redes de comunicação [5].

Ao longo dos anos, os mais eminentes pesquisadores abordaram este problema através de várias soluções de controle, por exemplo, controle PID de ordem inteira e fracionária [6], modelo preditivo

controle [7], preditor de Smith [5,8,9], observador de distúrbio de comunicação [10,11], controle de modo deslizante [12] e controle de comutação [13].

Uma técnica que atrai um interesse cada vez maior para o controle ativo de vibração de sistemas lineares vibratórios com retardo de tempo é a colocação de polos, emprestada pelas abordagens tradicionais para sistemas sem retardo de tempo [14,15]. O método de receptação seminal para a colocação do pólo [16] foi estendido em [17] levando em conta também o tempo de atraso. A extensão para colocação de polo parcial requer que um subconjunto dos polos do sistema seja atribuído, enquanto os polos restantes não atribuídos são mantidos inalterados em relação à configuração de malha aberta. Este problema foi resolvido em [18]. O mesmo problema foi resolvido usando as matrizes do sistema em vez das receptâncias medidas em [19] para o caso de entrada única e posteriormente estendido para controle de múltiplas entradas em [20].

Os trabalhos citados anteriormente requerem a avaliação a posteriori da estabilidade do sistema em malha fechada. Recentemente, um método de dois estágios que incorpora uma condição de estabilidade a priori foi desenvolvido por Belotti e Richiedei em [21]. Baseia-se na poderosa teoria das Desigualdades da Matriz Linear (LMI) e garante a colocação dos pólos dominantes de interesse enquanto impõe a estabilidade dos pólos restantes não atribuídos, tanto aqueles devidos às ressonâncias mecânicas quanto aos induzidos pelo atraso de tempo. Este método usa tanto as receptâncias medidas para atribuir os pólos dominantes quanto as matrizes do sistema, que são exigidas pelos LMIs.

Inspirado na parametrização do controlador proposta no trabalho de Belotti e Richiedei, um método que explora apenas as receptâncias medidas foi proposto por Araujo, Dantas e Dorea em [22]. Os ganhos de controle de realimentação de estado são calculados para atribuir os pólos dominantes e simultaneamente impor a estabilidade e robustez do sistema em malha fechada por meio do critério de Nyquist generalizado. A robustez é obtida usando a função de sensibilidade do ganho do loop como um índice e o problema é resolvido por meio de um algoritmo genético.

Neste artigo, tal método é aplicado experimentalmente para controlar um braço robótico flexível que imita um sistema típico para aplicações pick-and-place. A flexibilidade do braço é devida à mola de torção da articulação passiva, que é uma abordagem comumente usada para representar a flexibilidade de robôs por meio de um modelo concentrado (ver, por exemplo, o artigo marco em [23]). Os atrasos neste tipo de sistema geralmente surgem devido à instrumentação empregada para controle em tempo real.

O método proposto é implementado por meio da linearização local do modelo dinâmico não linear do robô flexível e as não linearidades, assim como outras fontes de incerteza, são tratadas impondo robustez adequada no projeto do controlador.

2. Definições

Consideremos um sistema vibratório N-DOF (grau de liberdade) linear, invariante no tempo. Suas matrizes de massa, amortecimento e rigidez são denotadas respectivamente por M , C , $K \in \mathbb{R}^{N \times N}$ e suas equações de movimento são, portanto,

$$M \ddot{q}(t) + C \dot{q}(t) + Kq(t) = Bu(t), \quad (1)$$

onde q é o vetor deslocamento generalizado e $\dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^N$ suas derivadas em relação ao tempo t . $B \in \mathbb{R}^{N \times N_B}$ é a matriz de influência da força e $u \in \mathbb{R}^{N_B}$ é a força de controle externo independente.

A lei de controle de nível um para um problema de regulação no caso de controle de realimentação de estado, e assumindo que o atraso afeta as medições, é definido da seguinte forma:

$$u(t) = f^T \ddot{y}_x(t - \ddot{y}_f) + g^T \dot{x}(t - \ddot{y}_g), \quad (2)$$

onde $f, g \in \mathbb{R}^N$ são os vetores de ganho de velocidade e deslocamento e \ddot{y}_f e \ddot{y}_g os respectivos atrasos de tempo. Referências de estado são omitidas na Equação (2) uma vez que não afetam a autoestrutura; sua inclusão é, no entanto, trivial.

O sistema controlado em malha fechada no domínio de Laplace denotado por s é inferido da Equação (1), levando a

$$s \mathbf{2M} + s \mathbf{C} \ddot{\mathbf{y}} \mathbf{BfT} + \mathbf{K} \ddot{\mathbf{y}} \mathbf{BgT} + \ddot{\mathbf{y}} s \ddot{\mathbf{y}} \mathbf{q}(s) = 0, \quad (3)$$

O lado esquerdo da Equação (3) é a equação característica transcendental do sistema em malha fechada, $P_c(s)$, cuja i -ésima solução p_i é o i -ésimo pólo de malha fechada do sistema. Se $\ddot{\mathbf{y}} = \ddot{\mathbf{y}}_g = 0$ então $P_c(s)$ é um polinômio e portanto o sistema apresenta $2N$ autopares que descrevem completamente a dinâmica do sistema. Por outro lado, conforme estudado neste artigo, se os atrasos de tempo não forem nulos, a equação característica tem um número infinito de raízes: $2N$ raízes são as “raízes primárias”, enquanto um número infinito de “raízes secundárias” (muitas vezes denotado como o “raízes latentes”) surgem [21,24].

3. Descrição do método

3.1. Colocação dos polos de circuito fechado N_p

Neste artigo, o problema da colocação robusta de polos em sistemas atrasados com controle de entrada única é abordado: dado um conjunto de polos de malha fechada $N_p < 2N$ desejados, o objetivo é calcular os vetores de ganho de controle \mathbf{f} e \mathbf{g} de modo que os polos sejam atribuídos nos locais prescritos e o sistema controlado satisfazem uma certa condição de robustez. Além disso, assume-se que as matrizes do sistema \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} não estão disponíveis e, portanto, o método proposto deve se basear apenas nas receptâncias medidas. Com efeito, o conhecimento das recepções do sistema é suficiente para descrever as propriedades do sistema sem a necessidade de conhecer as matrizes do sistema e, portanto, permite projetar o controlador [16,22].

A matriz de receptividade em malha aberta do sistema é definida como [16]

$$H(s) = s \mathbf{2M} + s \mathbf{C} \ddot{\mathbf{y}} \mathbf{BfT} + \mathbf{K} \ddot{\mathbf{y}} \mathbf{BgT} + \ddot{\mathbf{y}} s \ddot{\mathbf{y}} \mathbf{q}(s), \quad (4)$$

sua entrada p_q -ésima genérica $h_{pq}(s)$ é a função de transferência da força aplicada à coordenada q -ésima para o deslocamento da coordenada p -ésima.

A matriz de receptividade de circuito fechado é simplesmente inferida da Equação (3), levando a

$$\mathbf{H}^-(s) = s \mathbf{2M} + s \mathbf{C} \ddot{\mathbf{y}} \mathbf{BfT} + \mathbf{K} \ddot{\mathbf{y}} \mathbf{BgT} + \ddot{\mathbf{y}} s \ddot{\mathbf{y}} \mathbf{q}(s). \quad (5)$$

A aplicação da fórmula de Sherman-Morrison [25] à Equação (5) resulta em [17]

$$\mathbf{H}^-(s) = \mathbf{H}(s) + 1 \frac{\mathbf{H}(s) \mathbf{B} \ddot{\mathbf{y}}_g + \mathbf{sfe} \ddot{\mathbf{y}}_f \mathbf{TH}(s)}{\ddot{\mathbf{y}}_g \ddot{\mathbf{y}}_g + \mathbf{sfe} \ddot{\mathbf{y}}_f \mathbf{TH}(s) \mathbf{B}}. \quad (6)$$

Os pólos de malha fechada são caracterizados por aqueles valores complexos de s que definem como zero o denominador da Equação (6):

$$1 \ddot{\mathbf{y}}_g \ddot{\mathbf{y}}_g + \mathbf{sfe} \ddot{\mathbf{y}}_f \mathbf{TH}(s) \mathbf{B} = 0. \quad (7)$$

O problema de encontrar os ganhos de controle \mathbf{f} e \mathbf{g} que atribuem os N_p pólos de malha fechada desejados p_1, \dots, p_{N_p} pode ser escrito como segue [17,22]:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{y}}_1^T p_1^{-1} \mathbf{r}_1^T & \ddot{\mathbf{y}}_1^T p_1^{-1} \ddot{\mathbf{y}}_f^T & \mathbf{r}_1^T & \ddot{\mathbf{y}}_1^T p_1^{-1} \ddot{\mathbf{y}}_g^T \\ \ddot{\mathbf{y}}_2^T p_2^{-1} \mathbf{r}_2^T & \ddot{\mathbf{y}}_2^T p_2^{-1} \ddot{\mathbf{y}}_f^T & \mathbf{r}_2^T & \ddot{\mathbf{y}}_2^T p_2^{-1} \ddot{\mathbf{y}}_g^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \ddot{\mathbf{y}}_{N_p}^T p_{N_p}^{-1} \mathbf{r}_{N_p}^T & \ddot{\mathbf{y}}_{N_p}^T p_{N_p}^{-1} \ddot{\mathbf{y}}_f^T & \mathbf{r}_{N_p}^T & \ddot{\mathbf{y}}_{N_p}^T p_{N_p}^{-1} \ddot{\mathbf{y}}_g^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \ddot{\mathbf{y}}_1^T \ddot{\mathbf{y}}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\mathbf{y}}_{N_p}^T \ddot{\mathbf{y}}_{N_p} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

onde $\mathbf{r}_i = \mathbf{H}(\tilde{\mathbf{p}}_i)\mathbf{B}$, com $i = 1, \dots, N_p$. O sistema pode ser formulado, com uma notação mais compacta como a forma usual de um sistema linear, $\mathbf{G}\mathbf{k} = \mathbf{y}$, com significado óbvio da notação da Equação (8).

No caso da atribuição completa dos polos de malha fechada, ou seja, $N_p = 2N$, se a matriz do lado esquerdo da Equação (8) for invertível, a solução do sistema linear é: $\mathbf{k} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{y}$. Portanto, a solução para o problema completo de posicionamento dos pólos é única. Inversamente, no caso de colocação de polo parcial $N_p < 2N$, os polos de malha fechada desejados são atribuídos. Neste cenário o sistema linear na Equação (8) possui infinitas soluções \mathbf{k} .

Em particular, se $N_p < 2N$, a solução de $\mathbf{G}\mathbf{k} = \mathbf{y}$ é

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{k}, \quad (9)$$

onde \mathbf{k}_0 é a solução particular da equação não homogênea. Enquanto, \mathbf{k}_h é a solução da equação homogênea $\mathbf{G}\mathbf{k}_h = 0$. Finalmente, a solução da Equação (8) é mais convenientemente formulada como segue [21,26,27]:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{V}\mathbf{k}_r, \quad (10)$$

onde $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{2N \times (2N - N_p)}$ é uma matriz cujas colunas abrangem o espaço nulo de \mathbf{G} , ou seja, $\mathbf{V} \in \text{null}(\mathbf{G})$, enquanto $\mathbf{k}_r \in \mathbb{R}^{2N - N_p}$ é um vetor arbitrário. Qualquer escolha do vetor \mathbf{k}_r não perturba os polos N_p atribuídos. Portanto, \mathbf{k}_r pode ser escolhido com sabedoria para realizar tarefas secundárias, como atribuir outros pólos, estabilizar os sistemas ou obter a robustez desejada. Na seção seguinte será discutida uma estratégia para calcular \mathbf{k}_r garantindo a robustez desejada, aproveitando o método baseado em receptância proposto por Araujo, Dantas e Dorea em [22].

3.2. Introdução da Condição de Robustez

Devido à forte influência dos atrasos de tempo, a satisfação das Equações (7) e (8), não garante que o conjunto de pólos de malha fechada desejados $\tilde{\mathbf{p}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{p}}_{N_p}$ sejam "raízes primárias". A busca por uma solução com certificado de estabilidade e desempenho/robustez deve ser realizada com foco na Equação (10). Técnicas de domínio de frequência podem lidar com sucesso com funções de transferência racionais e transcendentais, incluindo aquelas resultantes de atraso de tempo em sistemas lineares [28,29]. Em particular, o critério de estabilidade de Nyquist [30], uma pedra angular da teoria de controle clássica, pode ser aplicado diretamente à Equação característica (7), em conjunto com a abordagem de margens de robustez [29,31] tomando a função de transferência de ganho de loop como

$$L(s) = \tilde{\mathbf{y}}_g e^{-\tilde{\mathbf{y}}_s \tilde{\mathbf{y}}_g} + \mathbf{s} \mathbf{f} e^{-\tilde{\mathbf{y}}_s \tilde{\mathbf{y}}_f} \mathbf{T} \mathbf{H}(s) \mathbf{B}. \quad (11)$$

Uma estratégia de busca baseada no pico máximo da função de sensibilidade (M_s) associada a esse ganho de malha pode oferecer um trade-off entre robustez e desempenho para o sistema controlado em malha fechada [29]. Como os parâmetros do sistema são geralmente incertos, a robustez é uma questão significativa no projeto do controlador [32]. O pico M_s está relacionado com um disco com centro na abscissa crítica de instabilidade $(\tilde{\mathbf{y}}_1, 0)$ e raio igual a $\frac{1}{M_s}$. Este disco estabelece uma distância aceitável da curva de Nyquist de $L(s)$ do ponto $(\tilde{\mathbf{y}}_1, 0)$. O critério de Nyquist afirma que, para um sistema em malha aberta com todos os polos no semiplano esquerdo, o sistema em malha fechada será estável se a curva de Nyquist de $L(s)$ não circundar o ponto $(\tilde{\mathbf{y}}_1, 0)$. Quanto maior o raio do disco, mais robusto é o sistema em relação a perturbações no ganho nominal $L(s)$. Então, o problema de projeto pode ser formulado como o de computar os ganhos de realimentação da família parametrizada, \mathbf{k}_r na Equação (7), com uma garantia simultânea de que a curva de Nyquist do ganho de loop está em

uma distância segura_s de \tilde{y}_1 até o ponto crítico. Este problema pode ser abordado através da seguinte formulação de minimização:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{kr}} \quad & \min_{\tilde{y}_i} \quad \tilde{y}(\mathbf{g}e - \tilde{y}\tilde{y}_i\tilde{y}_g + \tilde{y}\tilde{y}_i\tilde{f}e - \tilde{y}\tilde{y}_i\tilde{y}_f) \quad TH(\tilde{y}\tilde{y}_i)B + 1 \quad \tilde{y} \quad \tilde{M}\tilde{y}_1 \quad s \quad ^2 \quad (12) \\ \text{st} \quad & \frac{\mathbf{f}}{\mathbf{g}} = \mathbf{k}\mathbf{0} + \mathbf{V}\mathbf{kr} \end{aligned}$$

$$\text{Re } \tilde{y}(\mathbf{g}e - \tilde{y}\tilde{y}_i\tilde{y}_g + \tilde{y}\tilde{y}_i\tilde{f}e - \tilde{y}\tilde{y}_i\tilde{y}_f) \quad TH(\tilde{y}\tilde{y}_i)B \quad \tilde{y} \quad \tilde{y}_1 + \tilde{M}\tilde{y}_1 \quad s \quad \tilde{y} \quad \tilde{y}_i : \text{Im}\{L(\tilde{y}\tilde{y}_i)\} = 0.$$

A segunda restrição na Equação (12) garante que todo ponto de cruzamento no eixo real esteja à direita do disco M_s , evitando assim o envolvimento do ponto crítico $(\tilde{y}_1, 0)$. Observe que a frequência \tilde{y}_i deve pertencer a uma faixa de frequência $[\tilde{y}_{\min}, \tilde{y}_{\max}]$, adequada a um gráfico de Nyquist representativo. Esta faixa pode ser, por exemplo, a mesma utilizada na identificação experimental da receptividade do sistema. Além disso, para sistemas subatuados, apenas a informação parcial $H(\tilde{y})B$ deve ser conhecida para computar os ganhos.

3.3. Detalhes de Implementação Numérica

A função objetivo e a restrição de estabilidade na Equação (12) são difíceis de abordar com métodos baseados em gradiente. É bem conhecido que a busca baseada em algoritmos genéticos (AG) pode ser mais precisa para resolver problemas de otimização de complexidade moderada, como os não convexos [33]. Uma implementação do AG foi desenvolvida, sob medida para encontrar uma solução para a Equação (12).

Dada a solução particular $\mathbf{k}\mathbf{0}$ e a base de espaço nulo \mathbf{V} , a solução para o problema de otimização na Equação (12) é obtida seguindo alguns passos simples. Primeiro, defina aleatoriamente um conjunto de vetores \mathbf{kr} . Em seguida, avalie cada indivíduo neste conjunto quanto à aptidão e às restrições. O procedimento está resumido no fluxograma exibido na Figura 1. Na etapa dedicada à atualização da população, funções para executar crossover e mutação podem ser escolhidas e ajustadas seguindo a teoria de Algoritmos Genéticos [34]. Na etapa de combinação de indivíduos, primeiramente, garante-se que o indivíduo mais bem avaliado na geração atual seja salvo para a próxima. Além disso, são selecionadas algumas soluções possíveis para dar origem a uma nova população. Esses são chamados de pais e são escolhidos em um sorteio onde os indivíduos mais bem avaliados têm mais chances de serem selecionados. Uma vez que os pais são escolhidos, a combinação é feita, e isso pode ser feito usando qualquer tipo de método de cruzamento disponível na teoria AG. Finalmente, uma porcentagem de indivíduos é ligeiramente modificada aleatoriamente no processo de mutação. Nos casos de teste das seções a seguir, o AG foi programado para (i) um número máximo de gerações de cem e (ii) uma tolerância de função de aptidão de 10^{-12} .

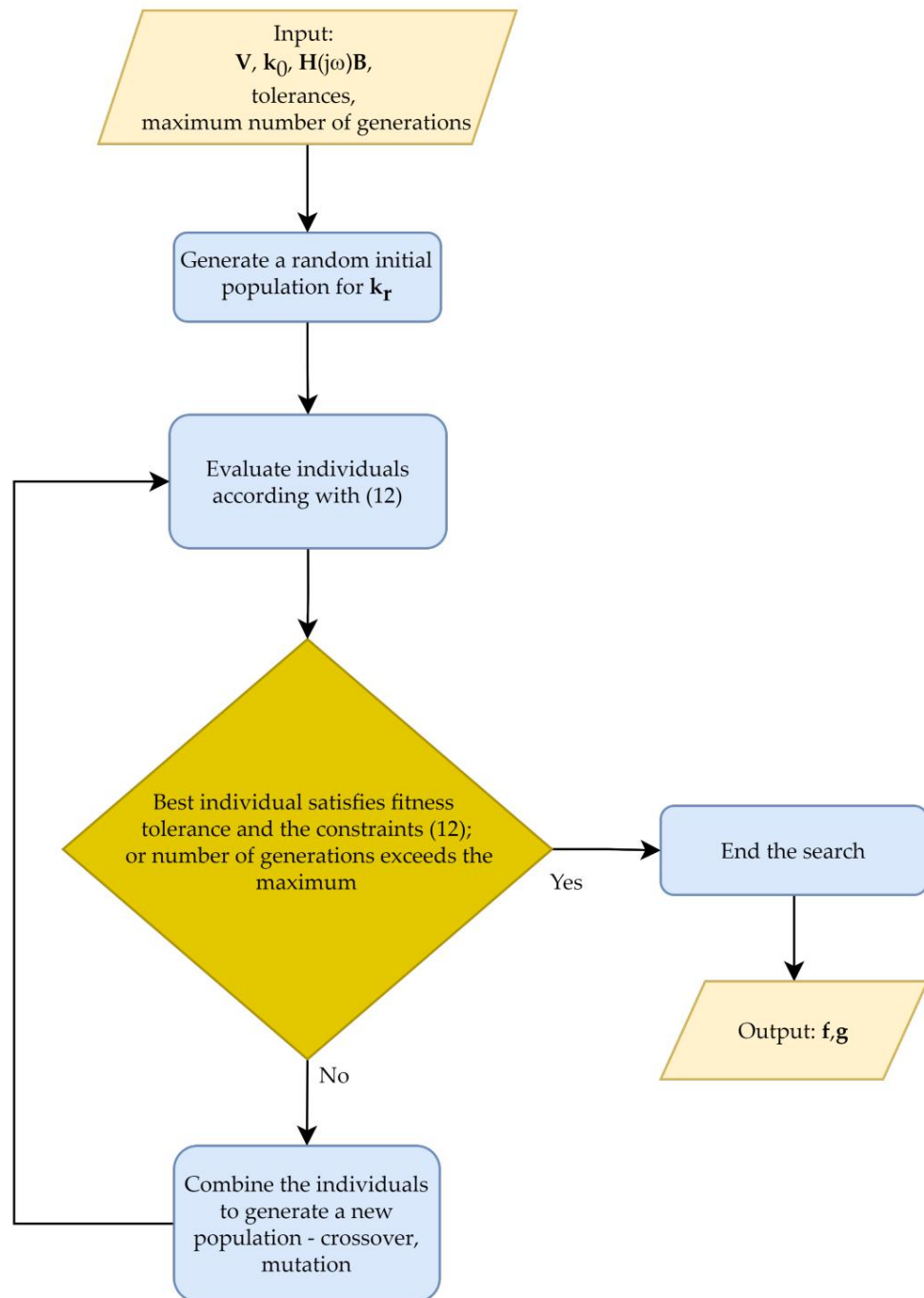


Figura 1. Fluxograma do procedimento numérico para projeto de ganhos de realimentação.

4. Caso de teste: um braço robótico flexível de dois elos

4.1. Descrição do sistema

A estratégia de controle proposta é aplicada ao braço robótico flexível de dois elos mostrado na A Figura 2, já empregada em [35] como referência para controle de vibração.

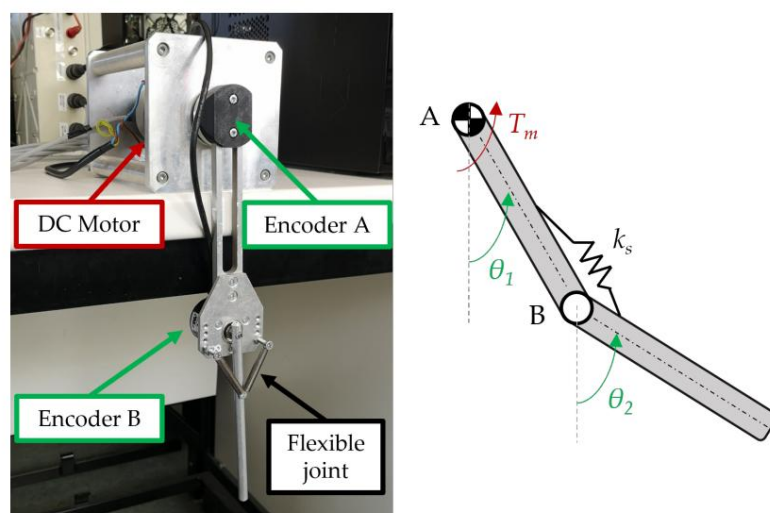


Figura 2. O braço robótico flexível de dois elos e seu esquema cinemático.

O sistema possui dois DOFs, descritos pelas rotações absolutas $\dot{\gamma}_1$ e $\dot{\gamma}_2$. A junta de revolução A é acionada pelo torque T_m exercido por um motor DC. A junta de revolução B é passiva com uma mola de torção k_s (feita através de duas molas lineares). A flexibilidade do braço robótico é imitada pela mola de torção linear localizada na junta passiva, enquanto os elos são rígidos. Isso resulta em um braço robótico de dois elos subatuado com $N = 2$ e $N_B = 1$. Todos os parâmetros relevantes do sistema são definidos na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros do sistema.

Parâmetros do sistema	Unidades	valores
k_s	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	0,1772
j_m	kgm^2	$2,70 \times 10^{-5}$
J_d	kgm^2	$1,08 \times 10^{-5}$
m_1	kg	0,050
m_2	kg	0,021
l_1	m	0,170
l_2	m	0,155
J_1	kgm^2	$4,82 \times 10^{-4}$
J_2	kgm^2	$1,68 \times 10^{-4}$
m_{enc}	kg	0,100
m_b	$\frac{\text{kg}}{\text{m}}$	0,025
g	$\frac{2 \text{ s}}{\text{rad}}$	9,81
c_{11}	$\frac{\text{Nms}}{\text{rad}}$	$1,20 \times 10^{-2}$
c_{12}	$\frac{\text{Nms}}{\text{rad}}$	$4,00 \times 10^{-4}$
c_{21}	$\frac{\text{Nms}}{\text{rad}}$	$4,003 \times 10^{-4}$
c_{22}	$\frac{\text{Nms}}{\text{rad}}$	

As rotações do link são medidas através de dois encoders incrementais, com 500 pulsos por revolução. Esta baixa resolução atrapalha os deslocamentos detectados e as velocidades estimadas, que são obtidas através de derivadas numéricas, portanto deve-se atentar para a questão da robustez no projeto do controlador.

A junta A do motor DC tem o momento de inércia J_m , a ser somado ao momento de inércia J_d do acoplamento. O comprimento do primeiro elo, conectado à junta A, é l_1 , sua massa m_1 e o momento de inércia em relação ao ponto A é J_1 . O comprimento do segundo elo, conectado à junta B, é l_2 , sua massa m_2 e o momento de inércia em relação ao ponto B é J_2 . A massa m_{enc} do segundo encoder junto com a massa do suporte de montagem m_b também deve ser considerada, ou seja, $m_{2,eq} = m_2 + m_{enc} + m_b$.

O modelo não linear do sistema é obtido através da abordagem lagrangiana, levando à seguinte equação de movimento (g é a aceleração gravitacional):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}m_1\ddot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\ddot{y}_2^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\theta}_1^2 \cos^2(\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) + \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\theta}_2^2 \sin^2(\tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) \\ & + \frac{1}{2}m_1l_1\ddot{y}_1 + \frac{1}{2}m_2l_2\ddot{y}_2 + \frac{1}{2}m_1g l_1 \sin \tilde{y}_1 + \frac{1}{2}m_2g l_2 \sin \tilde{y}_2 + \frac{1}{2}k_s \tilde{y}_1^2 + \frac{1}{2}k_s \tilde{y}_2^2 = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Na presença de pequenos deslocamentos sobre uma configuração de equilíbrio, o sistema na Equação (13) pode ser linearizado localmente para aplicar a teoria de controle linear. Portanto, receptâncias locais podem ser identificadas experimentalmente para aplicar a teoria proposta neste artigo. Para mostrar as características do modelo linearizado, embora não seja utilizado pela abordagem baseada em receptância aqui proposta para o projeto de controladores, o modelo linearizado em torno da posição de equilíbrio vertical, ou seja, $\tilde{y}_1 = \tilde{y}_2 = 0$, é descrito pelas seguintes matrizes [35]:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m_1 + m_2 + J_1 + m_2 l_1^2 & 0 \\ 0 & m_2 + J_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix}, & \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_s + \frac{1}{2}m_1 + m_2 g l_1 & \frac{1}{2}m_1 g l_1 \\ \frac{1}{2}m_1 g l_1 & k_s + \frac{1}{2}m_2 g l_2 \end{bmatrix}, & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

onde \mathbf{C} é a matriz de amortecimento.

Os desvios entre o modelo não linear e o linearizado, e portanto entre o modelo não linear e as receptâncias locais, que surgem com rotações finitas dos elos em torno do equilíbrio, devem ser considerados como fontes de incerteza que o controlador deve eliminar por meio de robustez adequada. Outras perturbações afetam o projeto do controlador: a já mencionada baixa resolução dos encoders, erros e incerteza nas medidas de receptância, termos de atrito não viscoso e algumas dinâmicas imprevisíveis que serão discutidas na Seção 4.2.1.

Em todos os testes, tanto numéricos quanto experimentais, assume-se que $\tilde{y}_f = 0,04$ s e $\tilde{y}_g = 0,05$ s. Esses valores severos são escolhidos por meio de exemplo para destacar alguns benefícios do método proposto. Os atrasos foram introduzidos no esquema de controle em tempo real, desenvolvido através do Real Time Simulink (executando com um tempo de amostragem $T_s = 1$ ms).

Duas tarefas de atribuição diferentes são executadas para destacar diferentes recursos do método proposto e, em seguida, são aplicados experimentalmente para fornecer mais evidências.

4.2. Avaliação Numérica

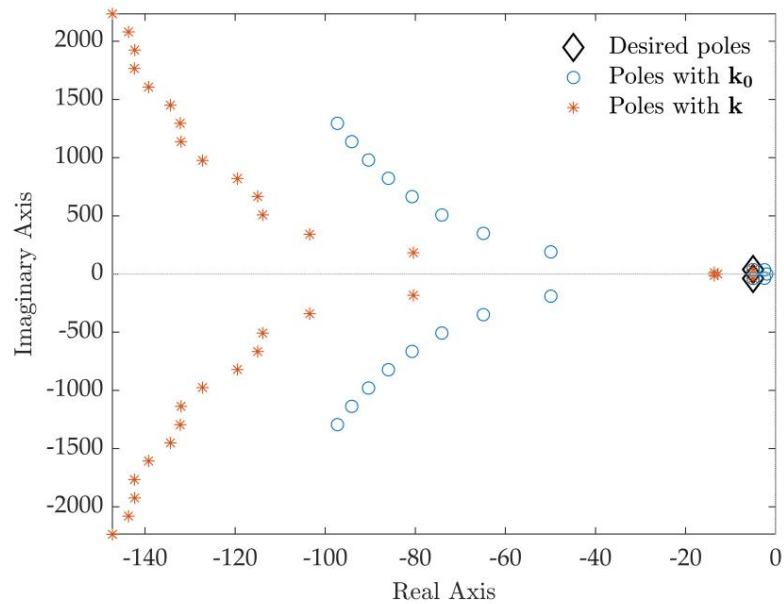
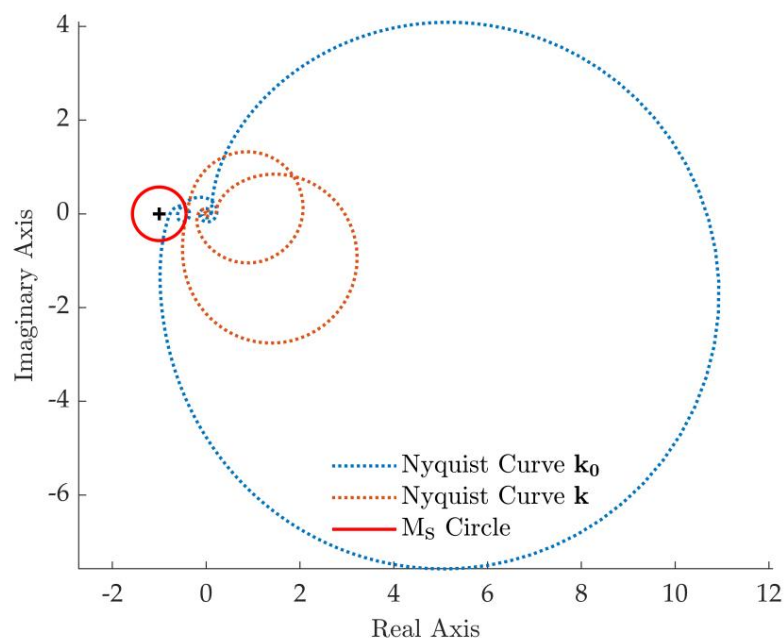
4.2.1. Caso de Teste 1: Aumentando o Amortecimento do Segundo Modo Vibracional

O controlador de realimentação de estado é projetado de forma que o segundo par de pólos seja atribuído a $\tilde{y}_{5,000 \pm 38,177j}$, ou seja, o amortecimento é aumentado para $\tilde{y}_{3,4} = 0,130$ enquanto a frequência natural amortecida é mantida inalterada. O pico máximo da função de sensibilidade é imposto a $M_s = 1,75$ para garantir robustez adequada.

A colocação dos pólos é realizada calculando os ganhos de controle \mathbf{k}_0 através do método de aceitação proposto na Seção 3.1, levando a $\mathbf{f}_0 = [\tilde{y}_0, 1346 \tilde{y}_0, 0,0129]^T$ e $\mathbf{g}_0 = [0,0060 \tilde{y}_0, 0,0422]^T$ das funções Matlab. Os pólos de malha fechada são calculados através da coleção lançadas no pacote DDE-Biftool [36] e são mostradas na Figura 3. Os pólos dominantes em malha fechada são resumidas na Tabela 2, enquanto as raízes latentes são omitidas por brevidade. Os polos de malha fechada desejados estão atribuídos corretamente. Por outro lado, a curva de Nyquist do sistema de malha fechada para a função Loop Gain $L(j\tilde{y})$ mostrada na Figura 4 destaca que \mathbf{k}_0 não satisfaz a condição de robustez prescrita, uma vez que a curva de Nyquist pertence ao círculo M_s .

Tabela 2. Caso de teste 1: postes em malha aberta e em malha fechada.

Postes de Circuito Aberto	pólos desejados	Pólos com k_0	Pólos com k
$\ddot{y}1,197 \pm 7,122j$	-	$\ddot{y}2,461 \pm 36,167j$	$\ddot{y}13.635 \pm 11.480j$
$\ddot{y}1,037 \pm 38,177j$	$\ddot{y}5.000 \pm 38.177j$	$\ddot{y}5,000 \pm 38,177j$	$\ddot{y}5.000 \pm 38.177j$

**Figura 3.** Caso de teste 1: polos em malha fechada.**Figura 4.** Caso de teste 1: Curva de Nyquist de $L(j\omega)$.

A robustez prescrita é, ao contrário, alcançada pelo método descrito em Seção 3.2, que levou ao vetor de ganho $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{V}\mathbf{k}_r$ com $\mathbf{f} = [\ddot{y}0,0388 \ \ddot{y} \ 0,0071]^T$ eg = $[0,2311 \ \ddot{y} \ 0,3180]^T$ que não T . O sistema de malha fechada resultante apresenta uma curva de Nyquist pertence ao círculo M_s para nenhum valor complexo, conforme evidenciado pela Figura 4, e os pólos desejados estão atribuídos corretamente.

Observe que negligenciar o atraso de tempo na síntese do controlador, ou seja, definir $\tilde{y}f = \tilde{y}g = 0$ na Equação (8) e exigir os mesmos dois pares de pólos primários de malha fechada obtidos por meio de k , leva a um vetor de ganho de controle que desestabilizar o sistema em malha fechada se esses ganhos forem aplicados ao sistema retardado, devido às raízes primárias cruzarem o eixo imaginário.

4.2.2. Caso de Teste 2: Melhorando a Velocidade de

Resposta No segundo exemplo, o controlador de realimentação de estado é ajustado para modificar os polos associados ao primeiro modo vibracional. Deseja-se aumentar simultaneamente seu amortecimento e sua frequência natural e, portanto, os valores absolutos das partes real e imaginária, para acelerar a resposta transitória. A título de exemplo, o par de polos é atribuído a $\tilde{y}10 \pm 20j$. A robustez é obtida impondo $M_s = 2$.

A tarefa de posicionamento dos polos é satisfeita corretamente por meio de k_0 , com $f_0 = [\tilde{y}0,0883 \ 0,0114]$ e $g_0 = [\tilde{y}0,0011 \ \tilde{y}0,0098]$ obtidos resolvendo a Equação (8) por meio da função pinv. Neste caso, conforme corroborado pelos polos de malha fechada listados na Tabela 3 e mostrados na Figura 5, o sistema de malha fechada é instável devido ao transbordamento no segundo par de polos que se encontra na metade direita do plano complexo.

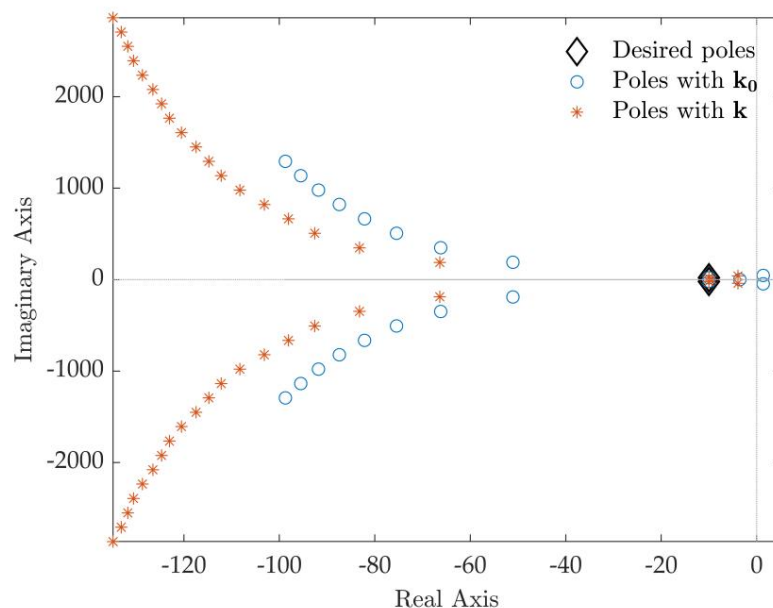


Figura 5. Caso de teste 2: polos em malha fechada.

Tabela 3. Caso de teste 2: polos em malha aberta e em malha fechada.

Pólos de malha	pólos desejados	Pólos com k_0	Pólos com k
aberta $\tilde{y}1,197 \pm 7,122j$ $\tilde{y}1,037 \pm 38,177j$	$\tilde{y}10 \pm 20j$	$\tilde{y}10 \pm 20j$ $1,370 \pm 45,847j$	$\tilde{y}10 \pm 20j$ $\tilde{y}3,930 \pm 40,452j$

O método proposto neste artigo aborda esse problema levando a k , com $f = [\tilde{y}0,0641 \ \tilde{y}0,0049]$ que simultaneamente satisfaz o requisito de posicionamento dos polos e estabiliza o sistema em malha fechada, garantindo adicionalmente a robustez necessária. As curvas de Nyquist do ganho de malha $L(j\tilde{y})$ dos sistemas em malha fechada com k_0 e k são apresentadas na Figura 6 e comprovam claramente esses aspectos.

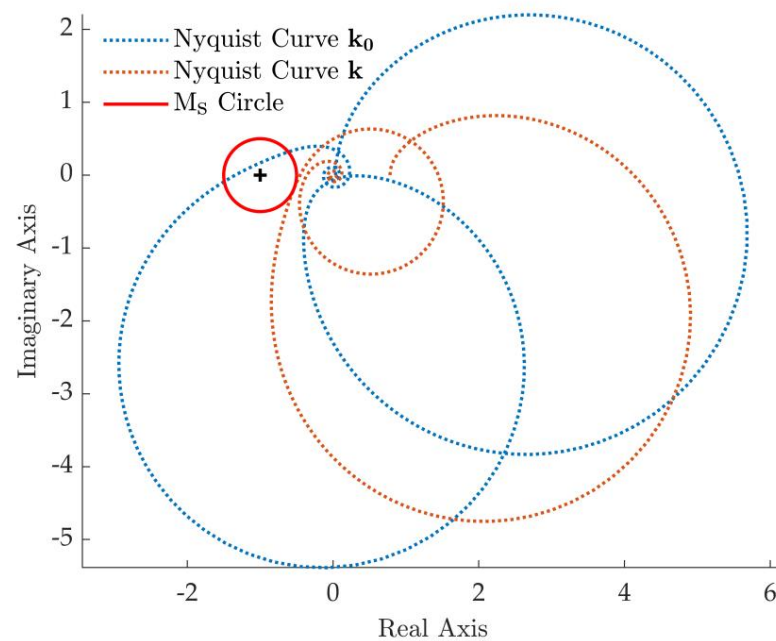


Figura 6. Caso de teste 2: Curva de Nyquist de $L(j\omega)$.

4.3. Aplicação Experimental

4.3.1. Aplicação do Controlador do Caso de Teste 1

O controlador proposto na Seção 4.2.1 é aplicado ao braço robótico experimental flexível de dois elos mostrado na Figura 2. Uma perturbação de torque do tipo impulso é aplicada através do motor DC, as respostas experimentais dos Os sistemas em malha aberta e em malha fechada com k são mostrados na Figura 7 através do ângulo relativo do segundo elo $\ddot{\theta}_2 = \ddot{y}_2 - \ddot{y}_1$.

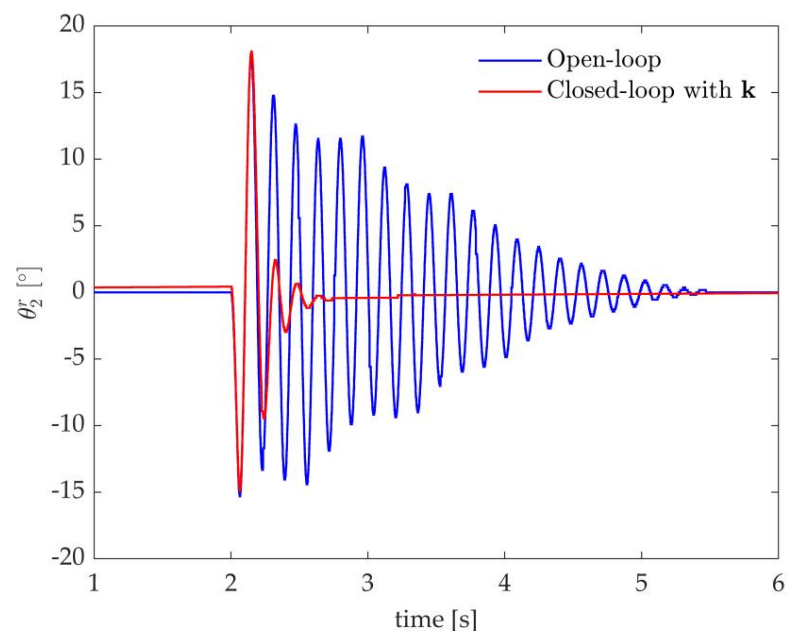
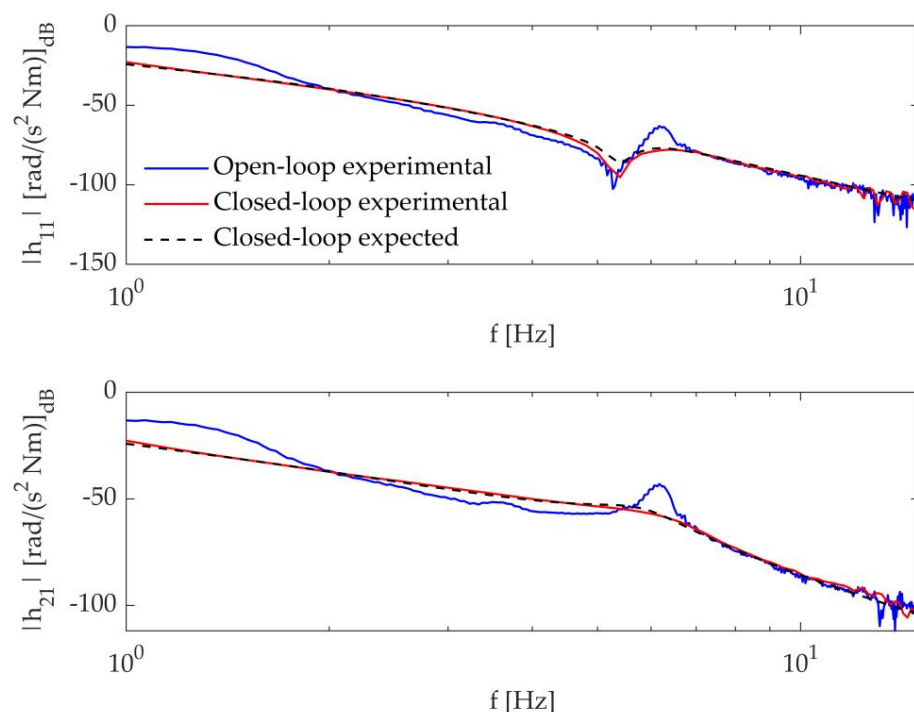


Figura 7. Caso de teste 1: respostas experimentais ao impulso, ângulo relativo do segundo elo.

Os parâmetros modais do sistema em malha aberta e malha fechada são identificados através da função modal fit e comparados com a contrapartida numérica esperada na Tabela 4, onde f_n denota a frequência natural e γ_n a taxa de amortecimento relacionada. Adicionalmente, as inertâncias esperadas e experimentais para o sistema em malha aberta e malha fechada são mostradas na Figura 8. O cumprimento da tarefa de atribuição é evidenciado pela concordância entre os dados numéricos e as medições experimentais.

Tabela 4. Caso de teste 1: parâmetros modais numéricos e experimentais.

Malha Aberta	Modo 1		Modo 2	
Parâmetro Modal Numérico Experimental Numérico Experimental				
fn[Hz]	1,15	1,29	6,08	6,16
ÿn	0,166	0,161	0,027	0,025
Malha Fechada				
fn[Hz]	2,84	3,08	6,13	6,14
ÿn	0,770	0,749	0,130	0,190

**Figura 8.** Caso de teste 1: inertâncias esperadas e experimentais.

A concordância entre as expectativas numéricas e os resultados experimentais reais corrobora a robustez do controlador e sua eficácia para lidar com perturbações. Além da linearização e dos inevitáveis, embora pequenos, erros nas receptâncias medidas, o sistema é afetado pelo empenamento do fio do encoder B que perturba levemente a distribuição de massa do sistema durante o movimento e também a configuração de equilíbrio. Este efeito é evidente na Figura 9 onde um trem de pulsos com diferentes amplitudes é aplicado para obter diferentes efeitos não lineares devido à não linearidade geométrica do sistema (ver Equação (13)). O movimento do fio causa configurações de equilíbrio ligeiramente diferentes uma vez que a resposta se estabelece. No entanto, o controlador garante um controle de vibração estável, rápido e repetível, provando assim robustez.

Se nenhuma robustez adequada for obtida, o controlador nominalmente estabilizador pode resultar instável ou, pelo menos, reduzir consideravelmente os desempenhos reais. A robustez do controlador sintetizado pelo método proposto, ou seja, aquele com ganhos k , fica ainda mais evidente se for comparado com o controlador não robusto sintonizado por k_0 . A resposta impulsiva experimental de k_0 é mostrada na Figura 10.

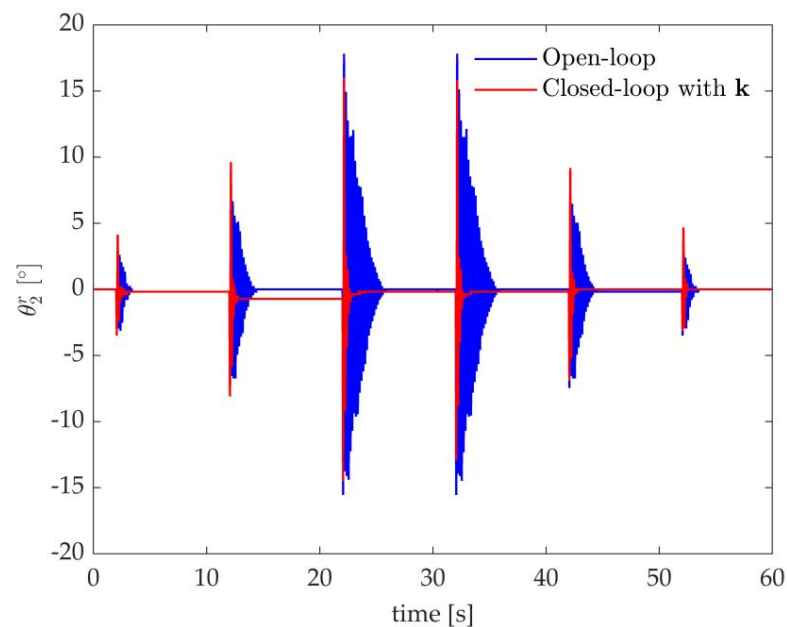


Figura 9. Caso de teste 1: resposta experimental a um trem de impulsos.

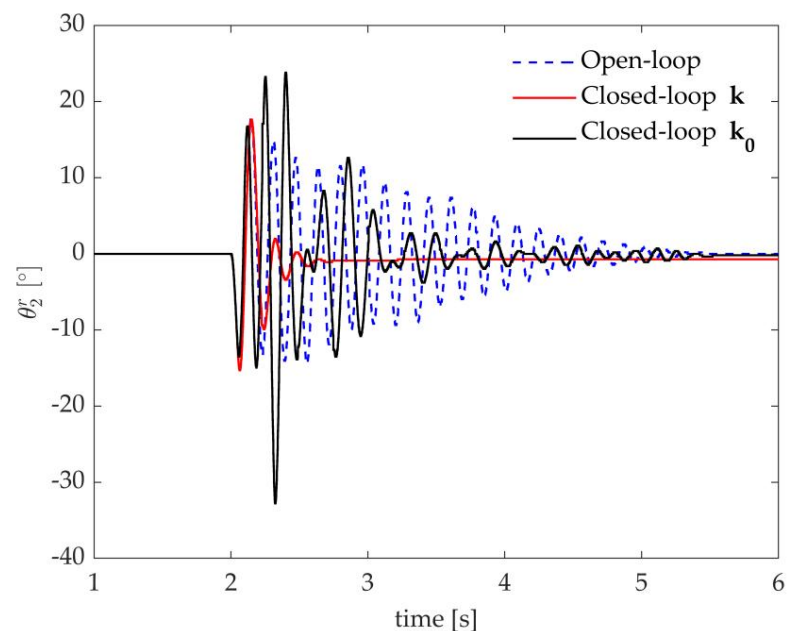


Figura 10. Caso de teste 1: resposta ao impulso experimental com o controlador não robusto k_0 .

As respostas numéricas e experimentais dos sistemas de malha aberta e malha fechada com k e k_0 são comparadas na Figura 11. Elas fornecem uma concordância satisfatória para o sistema de malha aberta e malha fechada com k , enquanto no caso de k_0 o experimental os resultados não correspondem aos resultados numéricos esperados. É evidente que melhorar a robustez é obrigatório para permitir aplicações práticas com desempenhos adequados e confiáveis.

Por fim, a Figura 12 mostra a aplicação do controlador a um problema de rastreamento de passos, que representa uma tarefa típica de pick-and-place [37,38]. Uma sequência de referências de passo para mover o efetuador final para o valor alvo $x_{ee} = 0,1$ m é aplicada. O controlador de feedback de estado é suportado por um controlador de feedforward para compensar a gravidade e o atrito e garantir nenhum (ou insignificante) erro de estado estacionário. Esse controle feedforward, que é o mesmo para os esquemas de malha aberta e fechada, consiste em uma onda quadrada e não afeta a autoestrutura do sistema de malha fechada atribuída. A comparação das respostas de tempo, denotando T_r o tempo de subida de 10 a 90% e o tempo de acomodação de 2% é T_s , mostra que o sistema controlado atende

as expectativas teóricas. Uma resposta mais rápida é exibida ($T_r = 0,186$ s e $T_s = 0,476$ s) em relação ao sistema de malha aberta ($T_r = 0,125$ s e $T_s = 1,490$ s), com apenas um overshoot insignificante (4%, em comparação com os 75% de o sistema de malha aberta).

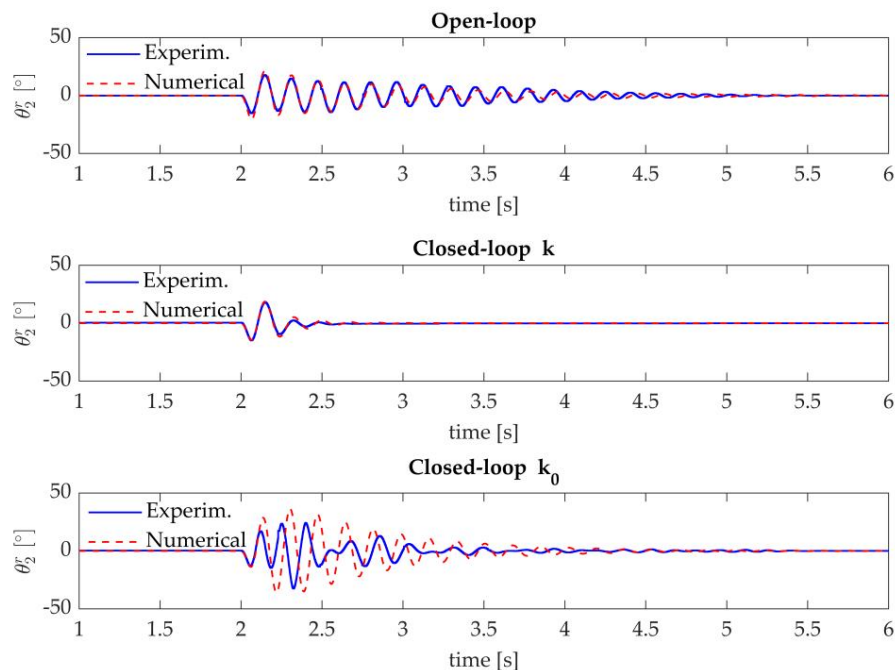


Figura 11. Caso de teste 1: comparação das respostas impulsivas numéricas e experimentais em malha aberta e malha fechada.

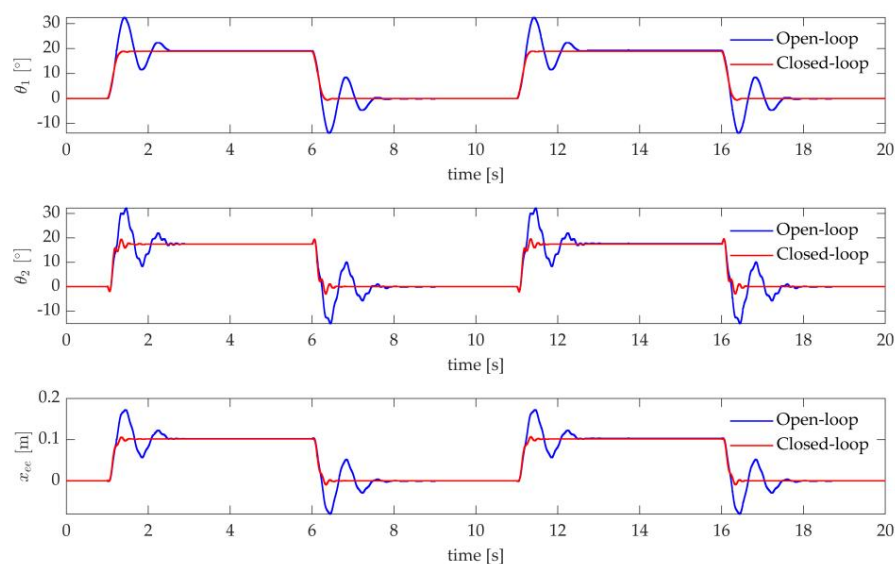


Figura 12. Caso de teste 1: aplicação experimental pick-and-place.

4.3.2. Aplicação do Controlador do Caso de Teste 2

O controlador projetado na Seção 4.2.2 é testado experimentalmente para avaliar seu desempenho e robustez. A resposta a uma excitação do tipo impulso exercida pelo motor DC é testada para os sistemas de malha aberta e malha fechada com k_0 e k . A Figura 13 confirma que o controlador sintonizado resolvendo a Equação (8) (ou seja, k_0) não garante estabilidade assintótica. Embora fosse esperado um comportamento divergente no caso de k_0 , \ddot{y} oscila entre dois valores limitados devido à saturação do torque exercível do atuador (0,4Nm). Em contraste, k é estável, como esperado, e garante uma rápida acomodação da vibração indesejada. O natural

a frequência e o amortecimento dos pólos primários em malha fechada obtidos com k são comparados com os resultados numéricos esperados na Tabela 5, e corroboram o correto cumprimento da tarefa de atribuição.

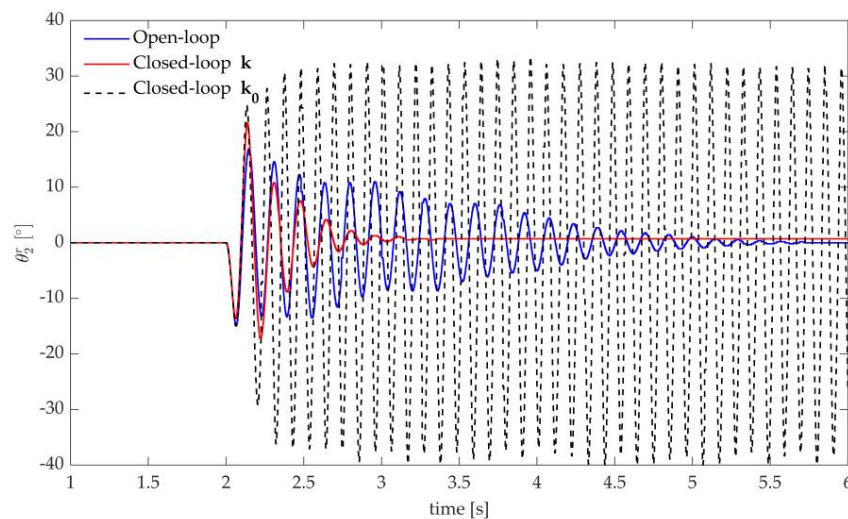


Figura 13. Caso de teste 2: resposta ao impulso experimental.

Tabela 5. Caso de teste 2: parâmetros numéricos e experimentais modais em malha fechada.

	Modo 1		Modo 2	
Parâmetro Modal	Númérico	Experimental	Númérico	Experimental
f_n [Hz]	3,55	3,80	6,48	6,47
\ddot{y}_n [y]	0,440	0,375	0,097	0,093

O mesmo controlador é aplicado na aplicação pick-and-place discutida na Seção 4.3.2. As respostas experimentais de malha aberta e malha fechada do sistema são mostradas na Figura 14. Os benefícios de acelerar o primeiro modo como feito no caso de teste 2 (consulte a Seção 4.2.2) são evidentes. O segundo controlador permite reduzir simultaneamente o tempo de subida e o tempo de acomodação ($T_r = 0,094$ s e $T_s = 0,458$ s), em relação ao sistema de malha aberta e malha fechada quando o controlador sintonizado para enfrentar o segundo modo é empregado (ver Seções 4.2.1 e 4.3.2).

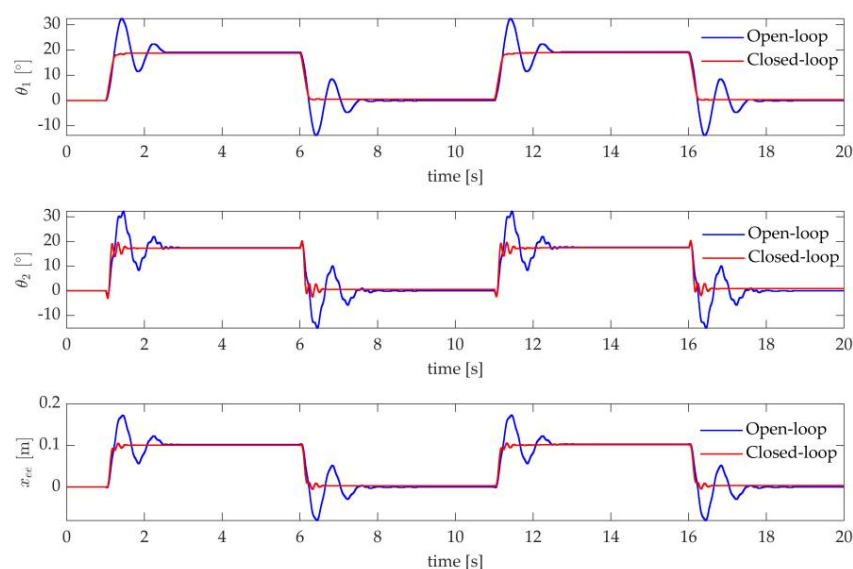


Figura 14. Caso de teste 2: aplicação experimental pick-and-place.

5. Conclusões

Este artigo apresenta a aplicação experimental do método proposto por Araujo, Dantas e Dorea para a colocação de pólos em sistemas lineares flexíveis com atraso de tempo. O método explora o controle de realimentação de estado para realizar a colocação parcial dos polos dos polos do sistema desejados. Os graus de liberdade na escolha dos ganhos de controle atribuindo tais pólos dominantes é a alavanca para estabilizar todos os pólos restantes, incluindo o número infinito de raízes secundárias devido ao atraso de tempo, e para alcançar a robustez desejada do sistema em malha fechada. A robustez é quantificada através da função de sensibilidade da função de transferência de ganho do loop. A técnica proposta explora apenas as receptâncias medidas, ou seja, as matrizes do sistema M , C e K não são necessárias para projetar o controlador.

A eficácia e a utilidade do método proposto são avaliadas experimentalmente contra um desafiador braço robótico não linear e incerto de dois elos flexíveis, cuja flexibilidade surge devido à articulação passiva. Dois controladores são sintonizados e aplicados experimentalmente para mostrar diferentes características do método. A eficácia de ambos os controladores é avaliada pela aplicação de perturbações de impulso, bem como uma referência de onda quadrada (ou seja, uma sequência de etapas), imitando uma aplicação robótica de pegar e colocar. Em ambos os casos, a aplicação experimental dos controladores fornece excelentes resultados e concordância com os resultados numéricos esperados. Além de lidar efetivamente com os severos atrasos de tempo assumidos, a robustez imposta permite que o controlador se livre das incertezas inevitáveis, por exemplo, devido ao empenamento do fio do encoder, à quantização grosseira do encoder e aos termos não lineares negligenciados no projeto do controlador.

Devido à eficácia da abordagem proposta juntamente com sua simplicidade, como consequência do uso de receptâncias experimentais sem a necessidade de um modelo de sistema preciso, ela é adequada para sistemas atrasados mais complicados, como sistemas mecatrônicos empregados em processos de fabricação (ver, por exemplo, em [3]), bem como sistemas robóticos realizando operações remotas [39] ou teleoperações [40].

Contribuições do autor: Conceitualização, JMA, NJBD, CETD, DR e TI; metodologia, JMA, NJBD, CETD, JB, DR e TI; validação, JB, DR e TI; análise formal, JMA, NJBD, JB, DR e IT; investigação, JMA, NJBD, JB, DR e TI; software, JMA, NJBD, JB e TI; recursos, DR; curadoria de dados, TI; redação—preparação do rascunho original, JMA, DR e IT; redação — revisão e edição, JMA, DR e TI; visualização, TI; supervisão, JMA, CETD e DR; administração de projetos, JMA, CETD e DR; aquisição de financiamento, JMA, CETD e DR. Todos os autores leram e concordaram com a versão publicada do manuscrito.

Financiamento: Esta pesquisa não recebeu financiamento externo.

Declaração de Disponibilidade de Dados: Dados disponíveis mediante solicitação.

Conflitos de Interesse: Os autores declaram não haver conflito de interesse.

Referências

1. Ariyatanapol, R.; Xiong, Y.; Ouyang, H. Atribuição de pólo parcial com atrasos de tempo para sistemas assimétricos. *Acta Mec.* **2018**, *229*, 2619–2629. [\[CruzRef\]](#)
2. Sinou, J.; Chomette, B. Controle ativo de vibração e análise de estabilidade de um sistema de retardo de tempo submetido a fricção induzida vibração. *J. Sound Vib.* **2021**, *500*, 116013. [\[CrossRef\]](#)
3. Olgac, N.; Sipahi, R. Dinâmica e estabilidade do fresamento de passo variável. *J. Vib. Control* **2007**, *13*, 1031–1043. [\[CruzRef\]](#)
4. Gu, K.; Niculescu, SI Pesquisa sobre resultados recentes na estabilidade e controle de sistemas de atraso de tempo. *J. Din. Sis., Medida. Controle* **2003**, *125*, 158–165. [\[CruzRef\]](#)
5. Li, S.; Zhu, C.; Mao, Q.; Su, J.; Li, J. Controle de vibração de rejeição de distúrbio ativo para uma placa piezoelétrica totalmente fixada com atraso. *Ao controle. Eng. Praticar.* **2021**, *108*, 104719. [\[CrossRef\]](#)
6. Birs, I.; Muresan, C.; Nascu, I.; Ionescu, C. Uma pesquisa dos avanços recentes no controle de ordem fracionária para sistemas de atraso de tempo. *IEEE Access* **2019**, *7*, 30951–30965. [\[CruzRef\]](#)
7. Shi, T.; Envar.; Wang, S. Controle preditivo de modelo de dados amostrados robusto para sistemas em rede com atraso variável no tempo. *Int. j. Controle não linear robusto.* **2019**, *29*, 1758–1768. [\[CruzRef\]](#)
8. Wu, M.; Cheng, J.; Lu, C.; Chen, L.; Chen, X.; Cão, W.; Lai, X. Estimador de perturbação e rejeição ativa baseada no preditor de Smith de vibrações stick-slip em sistemas de coluna de perfuração. *Int. J. Sist. ciência* **2020**, *51*, 826–838. [\[CruzRef\]](#)

9. Araújo, JM; Santos, TL Controle de sistemas assimétricos de segunda ordem com atraso: abordagem do preditor de Smith. *Mec. Sist. Processo de sinal.* **2020**, *137*, 106355. [\[CrossRef\]](#)
10. Natori, K.; Oboé, R.; Ohnishi, K. Análise de estabilidade e procedimento prático de projeto de sistemas de controle com retardo de tempo com observador de distúrbios de comunicação. *IEEE Trans. Ind. Informar.* **2008**, *4*, 185–197. [\[CrossRef\]](#)
11. Natori, K.; Oboé, R.; Ohnishi, K. Robustez no erro do modelo de sistemas de controle com retardo de tempo com observador de distúrbio de comunicação-Verificação em um exemplo construído por objeto controlado de dupla integração e controlador PD. *IEEJ Trans. Ind. Appl.* **2008**, *128*. [\[CrossRef\]](#)
12. Zhou, W.; Wang, Y.; Liang, Y. Controle de modo deslizante para sistemas de controle em rede: Uma breve pesquisa. *ISA Trans.* **2021**, no prelo. [\[CrossRef\]](#)
13. Nian, F.; Shen, S.; Zhang, C.; Lv, G. Controle de comutação robusto para telerobótica de reflexão de força com atrasos de comunicação variáveis no tempo. Nos Anais da Conferência Chinesa de Controle e Decisão (CCDC) de 2020, Hefei, China, 21–23 de maio de 2020; pp. 1714–1719.
14. Kautsky, J.; Nichols, NK; Van Dooren, P. Atribuição de polo robusta em realimentação de estado linear. *Int. J. Controle.* **1985**, *41*, 1129–1155. [\[CrossRef\]](#)
15. Chu, E.; Datta, B. Atribuição de polos numericamente robusta para sistemas de segunda ordem. *Int. J. Controle.* **1996**, *64*, 1113–1127. [\[CrossRef\]](#)
16. RAM, YM; Mottershead, JE Método de receptação no controle de vibração ativa. *AIAA J.* **2007**, *45*, 562–567. [\[CrossRef\]](#)
17. RAM, Y.; Singh, A.; Mottershead, JE Controle de realimentação de estado com retardo de tempo. *Mec. Sist. Processo de sinal.* **2009**, *23*, 1940–1945. [\[CrossRef\]](#)
18. RAM, Y.; Mottershead, J.; Tehrani, MG Colocação de pólo parcial com atraso de tempo em estruturas usando a receptação e o sistema matrizes. *Álgebra Linear Sua Appl.* **2011**, *434*, 1689–1696. [\[CrossRef\]](#)
19. Pratt, JM; Singh, KV; Datta, BN Problema de atribuição de autovalores parciais quadráticos com atraso de tempo para controle de vibração ativa. *J. Phys. conf. Ser.* **2009**, *181*, 012092. [\[CrossRef\]](#)
20. Singh, KV; Dey, R.; Datta, BN Atribuição de autovalores parciais e sua estabilidade em um sistema com retardo no tempo. *Mec. Sist. Processo de sinal.* **2014**, *42*, 247–257. [\[CrossRef\]](#)
21. Belotti, R.; Richiedei, D. Atribuição de polos em sistemas vibratórios com atraso de tempo: uma abordagem incorporando uma estabilidade a priori condição baseada na Desigualdade da Matriz Linear. *Mec. Sist. Processo de sinal.* **2020**, *137*, 106396. [\[CrossRef\]](#)
22. Dantas, NJ; Dória, CE; Araujo, JM Atribuição parcial de polos usando controle de posto um e receptação em sistemas de segunda ordem com retardo de tempo. *Mecânica* **2021**, *56*, 287–302. [\[CrossRef\]](#)
23. De Luca, A.; Lucibello, P.; Ulivi, G. Técnicas de inversão para controle de trajetória de braços robóticos flexíveis. *J. Robô. Sist.* **1989**, *6*, 325–344. [\[CrossRef\]](#)
24. Araújo, JM Discussão sobre 'Controle de realimentação de estado com atraso de tempo'. *Mec. Sist. Processo de sinal.* **2018**, *98*, 368–370. [\[CrossRef\]](#)
25. Sherman, J.; Morrison, WJ Ajuste de uma matriz inversa correspondente a uma mudança em um elemento de uma determinada matriz. *Ana. Matemática. Estado.* **1950**, *21*, 124–127. [\[CrossRef\]](#)
26. Belotti, R.; Richiedei, D.; Tamellin, I.; Trevisani, A. Atribuição de polos para controle ativo de vibração de sistemas vibratórios lineares através de desigualdades matriciais lineares. *Appl. ciência* **2020**, *10*, 5494. [\[CrossRef\]](#)
27. Richiedei, D.; Tamellin, I. Controle ativo de sistemas vibratórios lineares para atribuição de antirressonância com posicionamento de pólo regional. *J. Sound Vib.* **2021**, *494*, 115858. [\[CrossRef\]](#)
28. Astrom, KJ; Murray, RM *Feedback Systems: Uma Introdução para Cientistas e Engenheiros*, 2ª ed.; Editora da Universidade de Princeton: Princeton, NJ, EUA, 2021.
29. Skogestad, S.; Postlethwaite, I. *Controle de Feedback Multivariável: Análise e Projeto*; Wiley: Nova York, NY, EUA, 2007; Volume 2.
30. Nyquist, H. Teoria da Regeneração. *Bell Syst. Tecnologia J.* **1932**, *11*, 126–147. [\[CrossRef\]](#)
31. Seiler, P.; Packard, A.; Gahinet, P. Uma introdução às margens do disco [Notas de aula]. *Controle IEEE. Sist. Mag.* **2020**, *40*, 78–95. [\[CrossRef\]](#)
32. Franklin, TS; Araújo, JM; Santos, TL Critérios de estabilidade robustos baseados em receptância para sistemas lineares de segunda ordem com o tempo atraso variável e incertezas não estruturadas. *Mec. Sist. Processo de sinal.* **2021**, *149*, 107191. [\[CrossRef\]](#)
33. Zhao, X.; Li, Y.; Boonen, P. Algoritmo de otimização inteligente de função não convexa baseado em algoritmo genético. *J. Intel. Fuzzy Syst.* **2018**, *35*, 4289–4297. [\[CrossRef\]](#)
34. Goldberg, DE *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, 1ª ed.; Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.: Boston, MA, EUA, 1989.
35. Richiedei, D.; Trevisani, A. Controle ativo e passivo simultâneo para atribuição de autoestrutura em sistemas levemente amortecidos. *Mec. Sist. Processo de sinal.* **2017**, *85*, 556–566. [\[CrossRef\]](#)
36. Engelborghs, K.; Luzyanina, T.; Roose, D. Análise de bifurcação numérica de equações diferenciais de atraso usando DDE-BIFTOOL. *ACM Trans. Matemática. Softw.* **2002**, *28*, 1–21. [\[CrossRef\]](#)
37. Choi, SB; Seong, MS; Ha, SH Controle preciso da posição de um braço flexível usando um piezoatuador associado a um compensador de histerese. *Mater Inteligente. Estrutura.* **2013**, *22*, 045009. [\[CrossRef\]](#)
38. Scalera, L.; Boscaroli, P.; Carabin, G.; Vidoni, R.; Gasparetto, A. Melhorando a eficiência energética de um robô paralelo 4-DOF por meio de análise relacionada à tarefa. *Máquinas* **2020**, *8*, 10. [\[CrossRef\]](#)

-
39. Vaughan, J.; Peng, KCC; Singhose, W.; Seering, W. Influência do atraso de tempo de operação remota no desempenho do operador de guindaste. IFAC Proc. Vol. **2012**, *45*, 85–90. [\[CruzRef\]](#)
 40. Slama, T.; Trevisani, A.; Aubry, D.; Oboé, R.; Kratz, F. Análise experimental de um sistema de teleoperação bilateral baseado na Internet com escalonamento de movimento e força usando um controlador preditivo de modelo. IEEE Trans. Ind. Elétron. **2008**, *55*, 3290–3299. [\[CruzRef\]](#)