

Controle PID de Vibrações em Sistemas de Segunda Ordem com Atraso Usando Receptância com Estabilidade Robusta e Otimização de Desempenho

Jhonat Heberson Avelino de Souza ¹

Prof. Dr. Carlos Eduardo Trabuco Dórea ²

Prof. Dr. José Mário Araújo ³

¹jhonatheberson@gmail.com

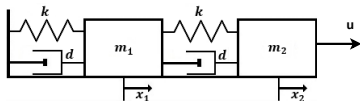
²cetdorea@dca.ufrn.br

³prof.jomario@gmail.com

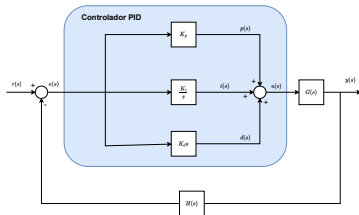
Sumário

- 1 Introdução
- 2 Fundamentação Teórica
- 3 Definição do Problema
- 4 Metodologia
- 5 Experimentos
- 6 Resultados
- 7 Conclusões
- 8 Referencias

Introdução - Contextualização



(a) Sistema massa e mola



(b) Controlador PID

Figura 1: Sistema de Segunda ordem, e Controlador PID

Introdução - Trabalhos anteriores do grupo

- Problema com realimentação de estado
- Alocação parcial de polos
- Monovariável
- Sistemas estáveis em malha aberta

Contribuímos com utilização do controlador Proporcional e Integrativo Derivativo (PID) com realimentação de saída para rastreamento e considerar sistemas estáveis em malha aberta, otimizando índice IAE e robustez de forma concorrente.

Introdução - Objetivos

- Estudo de sistemas de segunda ordem com atraso.
- Propor uma solução para um problema de controle para um sistema de segunda ordem com atraso
- Controlador Proporcional e Integrativo Derivativo (PID).
- Definir o problema de controle nos termos da resposta em frequência usando Receptância
- Critério de estabilidade de *Nyquist* para definir a função as regras de otimização.
- Otimização do controlador com base no índice de *IAE*, concorrente ao critério de robustez.
- Aprimorar algoritmo heurístico de otimização (GA) para encontrar os ganhos do controlador PID que atenda os critérios estabelecidos.

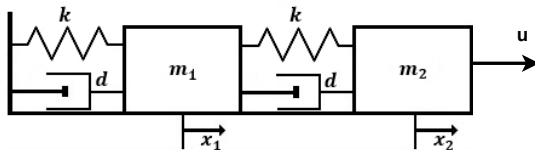


Figura 2: Sistema massa e mola

Equação do sistema

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + d(2\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + k(2x_1(t) - x_2(t)) = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + d(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) + k(x_2(t) - x_1(t)) = u \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2d & -d \\ -d & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (3)$$

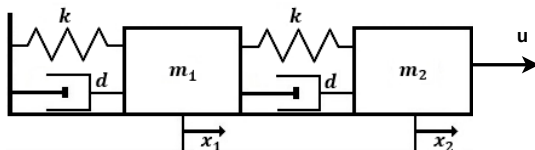


Figura 3: Sistema massa e mola

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{b}u(t) \quad (4)$$

Para um sistema com n graus de liberdade e m entradas, têm-se $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, é uma matriz de massas, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz de amortecimento, $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz de rigidez, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ é uma matriz de controle, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de deslocamento e $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ é um vetor de entradas Single Input Single Output (SISO)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{b}u(t) \quad (5)$$

Aplicando agora a transformada de Laplace a (5) obtém-se:

$$\mathbf{X}(s) = [\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K}]^{-1}\mathbf{b}\mathbf{U}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{U}(s), \quad (6)$$

A saída do sistema definida como:

$$y(t) = \mathbf{l}\mathbf{x}(t) \quad (7)$$

em que $\mathbf{l} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ é uma matriz de composição de sensores.

Para uma dada referência $r(t)$, o erro de rastreamento é definido por:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (8)$$

$$u(t) = k_p e(t - \tau) + k_i \int_0^t e(t - \tau) d\tau + k_d \frac{de(t - \tau)}{dt} \quad (9)$$

Aplicando a transformada de Laplace em (7), (8) e (9) obtém-se:

$$U(s) = -\left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s\right)e^{-\tau s} \mathbf{I} \mathbf{X}(s) + V(s), \quad (10)$$

em que $q(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s\right)$ e $V(s) = q(s)R(s)$.

Da substituição de (10) em (5) resulta:

$$[\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K} + e^{-\tau s} q(s) \mathbf{b} \mathbf{l}] \mathbf{X}(s) = \mathbf{b} V(s). \quad (11)$$

Logo,

$$\mathbf{X}(s) = [\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K} + e^{-\tau s} q(s) \mathbf{b} \mathbf{l}]^{-1} \mathbf{b} V(s) = \hat{\mathbf{H}}(s) \mathbf{V}(s) \quad (12)$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{u}\mathbf{v}^T)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}} \quad (13)$$

Aplicando a fórmula de *Sherman-Morrison* na inversa presente em (12), obtém-se a matriz de receptância de malha fechada do sistema, dada por:

$$\hat{\mathbf{H}}(s) = \mathbf{H}(s) - \frac{(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{H}(s)\mathbf{b}\mathbf{I}\mathbf{H}(s)e^{-\tau s}}{1 + (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{I}\mathbf{H}(s)\mathbf{b}e^{-\tau s}} \quad (14)$$

na qual $\hat{\mathbf{H}}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K} + q(s)\mathbf{b}\mathbf{l})^{-1}$ é definida como matriz de receptância de malha fechada e $\mathbf{H}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K})^{-1}$ como matriz de receptância de malha aberta, que, na prática, pode ser medida pela resposta em frequência $\mathbf{H}(j\omega)$.

A equação característica de (14) é definida como:

$$1 + (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)\mathbf{I}\mathbf{H}(s)\mathbf{b}e^{-\tau s} = 0 \quad (15)$$

Resposta em frequência

- A matriz de receptância nos fornece a resposta em frequência $H(j\omega)$ do sistema
- O ganho de malha da equação característica em malha fechada é descrito na Equação 16.

$$L(s) = (k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s) \mathbf{H}(s) B e^{-s\tau} \quad (16)$$

Definição do Problema - Estabilidade

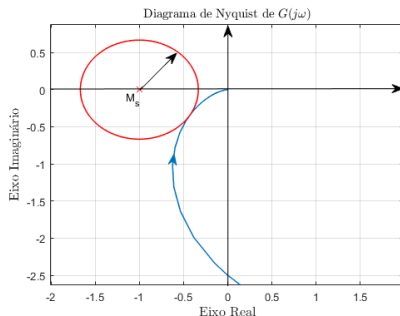


Figura 4: Diagrama de Nyquist Exemplo de Circunferência. M_s

Restrições de estabilidade

- Podemos afirmar pela teórica do critério de estabilidade de Nyquist que circunferência M_s representa quanto robusto é o sistema
- M_s é menor distância entre o ponto $(-1, 0)$ e a curva de Nyquist

Definição do Problema - Instabilidade

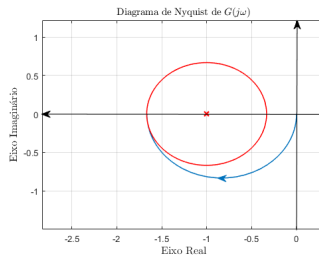


Figura 5: Diagrama de Nyquist de um Sistema Genérico para Exemplo de um Caso de Instabilidade.

Restrições de instabilidade

- Garantir que a curva de Nyquist não contenha a circunferência a englobando
- Enlaçar o ponto $(1, 0)$, se evidencia um caso de instabilidade

Definição do Problema - Instabilidade

Neste trabalho também aplicaremos os métodos testado para sistema de controle estáveis para sistemas instáveis, porém isso traz algumas complicações no desenvolvimento do algoritmo, para que atenda as funções de restrições.

Pelo critério de *Nyquist*, testamos as raízes do polinômio característico de malha fechada devem ser parte real negativa, mas quando temos um sistema instável significa que temos raízes no SPD, e para tornar esse sistema estável, precisamos forçar que o número de voltas no ponto $-1 + j0$ seja igual ao número de raízes do polinômio característico de malha aberta, assim tornando o sistema estável.

Definição do Problema - Instabilidade

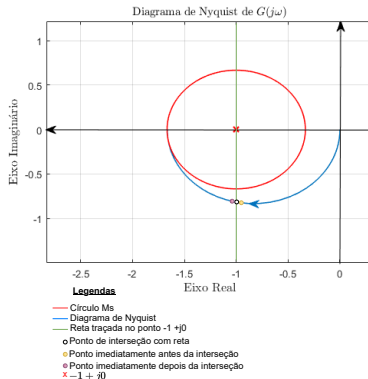


Figura 6: Exemplificação da contagem de voltas que contem o ponto $-1 + j0$ e o sentido do diagrama de *Nyquist*

Definição do Problema - Funções de otimização

seguinte problema de otimização pode ser formulado semelhante ao proposto em (DANTAS; DOREA; ARAUJO, 2021):

$$\min_{k_p, k_i, k_d} = \left(\min_{\omega_i} |L(j\omega) + 1| - M_s^{-1} \right)^2 \quad (17)$$

$$\text{s.a } \operatorname{Re}\{L(j\omega)\} \geq -1 + M_s^{-1} \quad \forall \quad \omega / \operatorname{Im}\{L(j\omega)\} = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} L(j\omega) &= \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s\right) \mathbf{I} \mathbf{H}(j\omega) \mathbf{b} e^{-j\omega\tau} \\ N &= -P \end{aligned} \quad (19)$$

Definição do Problema - Funções de otimização

$$\min_{k_p, k_i, k_d} = \int_0^t |e(t)| dt \quad (20)$$

$$s.a \left(\min_{\omega_i} |L(j\omega) + 1| - M_s^{-1} \right)^2 \leq \epsilon \quad (21)$$

$$\begin{aligned} L(j\omega) &= \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) \mathbf{I} \mathbf{H}(j\omega) \mathbf{b} e^{-j\omega\tau} \\ N &= -P \end{aligned} \quad (22)$$

Definição do Problema - Funções de otimização

$$\min_{k_p, k_i, k_d} (1 - \alpha) * \int_0^t |e(t)| dt + \alpha \left(\min_{\omega_i} |L(j\omega) + 1| - M_s^{-1} \right)^2 \quad \forall \quad \alpha \in \{0, 1\} \quad (23)$$

$$s.a \quad \left(\min_{\omega_i} |L(j\omega) + 1| - M_s^{-1} \right)^2 \leq \epsilon \quad (24)$$

$$L(j\omega) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) \mathbf{I} \mathbf{H}(j\omega) \mathbf{b} e^{-j\omega\tau}$$
$$N = -P \quad (25)$$

Função	Dimensão	PSO [3]	PSO	GA [3]	GA	GA [5]
Esfera	30	1.0454E+05 ±7.1998E+04	2.241E+03 ±7.030E+02	6.4415E+03 ±1.6876E+03	6.7564E+01 ±4.4760E+01	2.0532E+02 ± 4.6377E+01
Rosenbrock	2	7.0289E+08 ±4.8937E+08	7.0261E+08 ±3.666E+08	1.2493E+07 ±8.6725E+06	9.7689E+00 ±2.5590E+03	1.2280E+02 ±1.9833E+02
Rastrigin	30	5.4130E+02 ±1.5969E+01	1.7430E+02 ±2.506E+01	5.5900E+01 ±1.4294E+01	1.7650E+01 ±3.2255E+00	6.9160E+01 ± 9.5182E+00

Figura 7: Média e desvio-padrão do fitness de 20 execuções do algoritmo GA comparado ao PSO, nas condições da ref [3]. Resultados do algoritmo deste trabalho em negrito

Busca dos ganhos do controlador

- Uso de meta-heurística para encontrar os ganhos
- Algoritmo Genético
- Resolve de forma genérica problemas de otimização
- Geralmente aplicadas a problemas para os quais não se conhece algoritmo eficiente

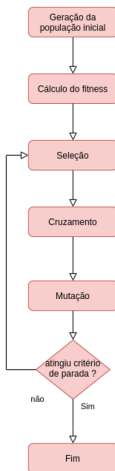


Figura 8: Fluxograma do algoritmo genético

Algoritmo 1: Função de Busca

```
Entrada: M, C, K, B, l,  $\tau$ ,  $\alpha$ ,  $M_f$  e simulink
Saída: gain = [Kp Ki Kd];
1 populacao = random(n);
2 objetivo = "execute";
3 execucao = 0;
4 variabilidade = 1;
5 evolucao = 0;
6 alfa = random(0,1);
7 n = 100;
8 repita
9     para geracao=1 até geracao=n faça
10         avaliacao = []
11         se execucao > 0 então
12             populacao(2:n,:) = random(n-1);
13         fim
14         para i = 1 até populacao=n faça
15             L ← LFunction(M, C, K, B, l,  $\tau$ ,  $\alpha$ , populacao(i, 1:3));
16             robustez ← RobustezFunction(L(s),  $M_f$ );
17             restrictions ← RestrictionsFunction(L(s), 0);
18             IAE ← IaeFunction(populacao, simulink);
19             ff ← FitnessFunction(IAE, robustez, alfa);
20             avaliacao(i,1:end) = [ff, restrictions];
21             i = i + 1;
22         fim
23         populacao = [populacao avaliacao];
24         populacao ← AssortmentFunction(populacao);
25         populacao ← CrossOverFunction(populacao(1:n,1:end-2));
26         L ← LFunction(M, C, K, B, l,  $\tau$ ,  $\alpha$ , populacao(1, 1:3));
27         robustez ← RobustezFunction(L(s),  $M_f$ );
28         restrictions ← RestrictionsFunction(L(s), 0);
29         IAE ← IaeFunction(populacao, simulink);
30         ff ← FitnessFunction(IAE, robustez, alfa);
31         se (ff < 0.4 && restrictions < 0.9) || (execucao >
32             2 && Restrictions < 0.9) então
33             objetivo = "fim";
34             melhorIndividuo = populacao(1,:);
35             interromper;
36         fim
37         VariabilidadeFunction(variabilidade, evolucao, ff);
38         geracao = geracao + 1;
39     fim
40     execucao = execucao + 1;
41 até (objetivo ≠ "fim");
```

Figura 9: Pseudo código do algoritmo de busca

Algoritmo 3: Função L

Entrada: M; C; K; B; I; τ ; ω e populacao

Saída: L

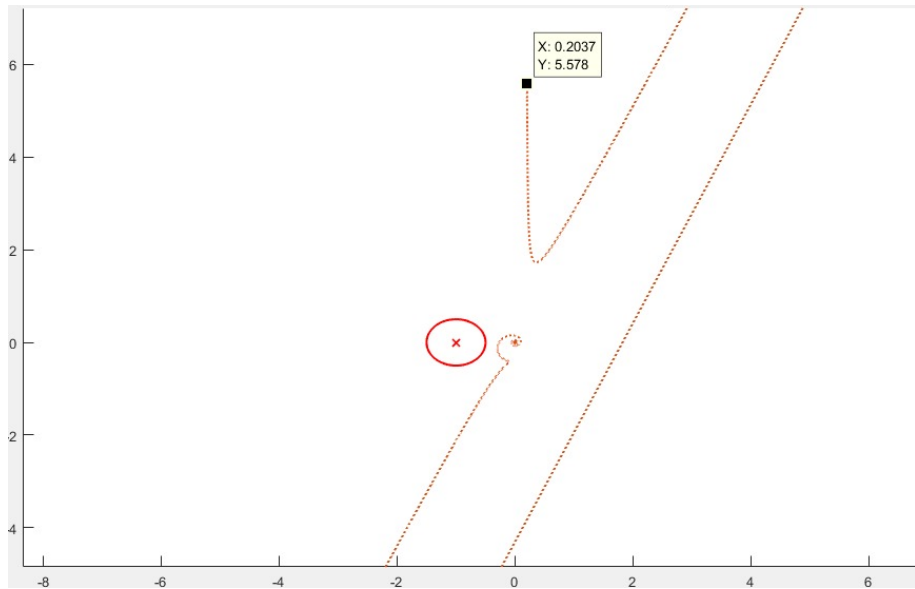
```
1 Kp = populacao(1);
2 Ki = populacao(2);
3 Kd = populacao(3);
4 para i = 1 até i = comprimento( $\omega$ ) faça
5   |  $\beta = j \times \omega(i)$ ;
6   |  $L(i) = (Kp + Ki/\beta + 0.0001) + \beta \times Kd) \times I \times (M \times \beta^2 + C \times \beta + K)^{-1} \times B \times e^{-\tau \times \beta}$ ;
7   | i = i + 1;
8 fim
```

Figura 10: Pseudo código da função L

Nyquist infinito

- Perturbação na ação integrativa
- Evita valores infinitos para cálculo do diagrama de *Nyquist*

Metodologia - Algoritmo causando erros numéricos



Metodologia - Algoritmo causando erros numéricos

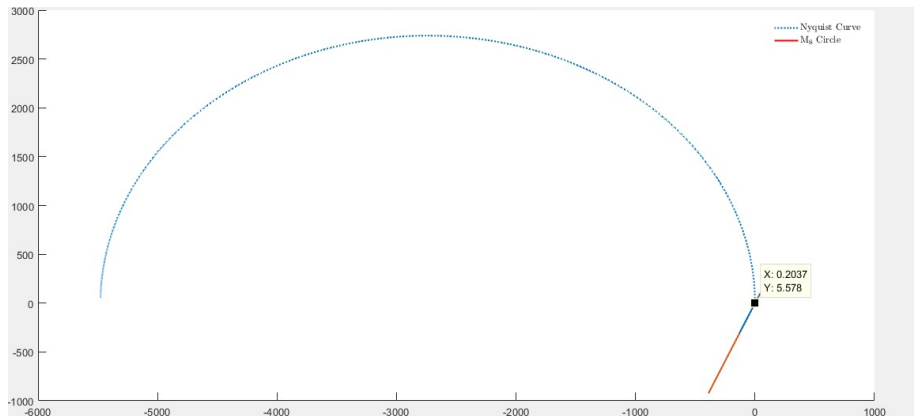


Figura 12: Diagrama de *Nyquist* para $\omega \in [10^{-6}, 10^3]$

Metodologia - Algoritmo verificando a variabilidade genética

Algoritmo 8: Função de Variabilidade

Entrada: variabilidade, evolucao, e ff

```
1 evolucao(variabilidade) = ff;
2 variabilidade = variabilidade + 1;
3 se tamanho(evolucao) > 10 então
4     variabilidade = 1;
5     evolucao = evolucao(2:end);
6     se var(evaluation) < 0.0000001 então
7         objetivo = "fim";
8         melhorIndividuo = populacao(1,:);
9         interromper;
10     fim
11 fim
```

Figura 13: Pseudo código da função de variabilidade

Verificação de variabilidade genética

- Análise de melhoria da população com base na interação do algoritmo

Metodologia - Métodos de seleção

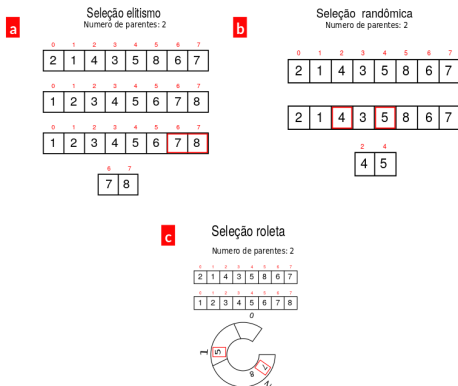


Figura 14: Ilustração dos métodos implementados de seleção. (a) Seleção elitismo, ordenando de forma crescente e escolhendo os indivíduos com maior fitness. (b) Seleção Randômica, que seleciona os pais aleatoriamente entre a população. (c) Seleção roleta, a qual ordena e rearranja para que simula uma roleta.

Metodologia - Métodos de cruzamento

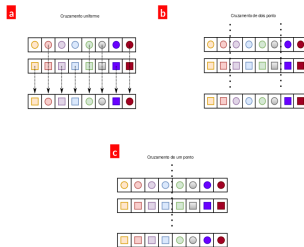


Figura 15: Algoritmos de cruzamento (crossover). (a) Cruzamento uniforme, em que o novo cromossomo (abaixo) é formado selecionando genes aleatórios de cada um dos pais. (b) Cruzamento de dois pontos, em que o novo cromossomo é formado pelas extremidades de um dos pais e a parte central do outro. Os pontos de corte (tracejados) são sorteados aleatoriamente para cada indivíduo. (c) Cruzamento de um ponto, em que o novo indivíduo é gerado com o início do cromossomo de um dos pais e o final do outro. O ponto de corte (linha tracejada) é decidido aleatoriamente para cada indivíduo.

Metodologia - Simulação do sistema para cálculo do *IAE*

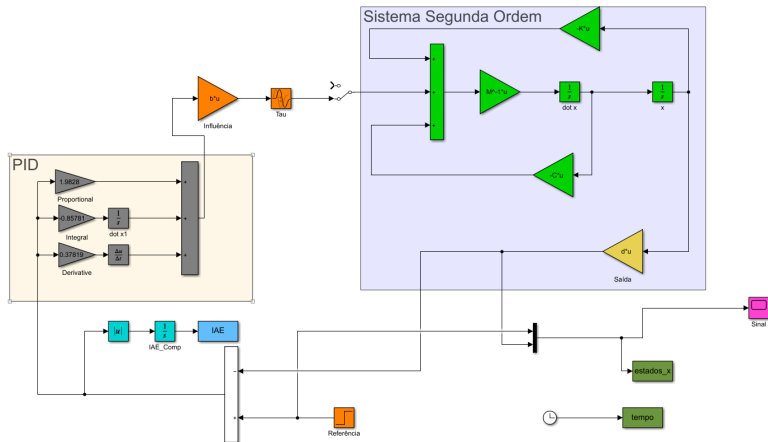


Figura 16: Simulação criada com MATLAB/Simulink®

Experimentos - Exemplo 1

Na Figura 17, é apresentado um exemplo clássico de aplicação do sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade. O problema de controle por realimentação de estados é definido para $\mathbf{M} = 1$, $\mathbf{C} = 0,01$, $\mathbf{K} = 5$, $\mathbf{b} = 1$ e $\mathbf{l} = 1$ com atraso igual a $\tau = 0,1s$ como no Exemplo 2 de ram2009state.

O objetivo é encontrar valores de \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_i e \mathbf{K}_d , de forma que o diagrama de *Nyquist* de $L(j\omega)$ esteja completamente fora da área delimitada pela circunferência de raio M_s^{-1} , a qual é um parâmetro de projeto definido. A definição de M_s estabelece margens de ganho e de fase para o sistema, e valores comuns de M_s estão no intervalo de $1,22 \leq M_s \leq 1,667$ (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007).

Experimentos - Exemplo 1

O método proposto neste trabalho foca nos parâmetros de projeto baseados no diagrama de Nyquist do ganho de malha do sistema $L(j\omega)$, considerando os conceitos de estabilidade segundo os critérios de Nyquist (DANTAS, 2019). O objetivo da solução é obter um sistema relativamente robusto, tendo como meta $M_s = 1,66$.

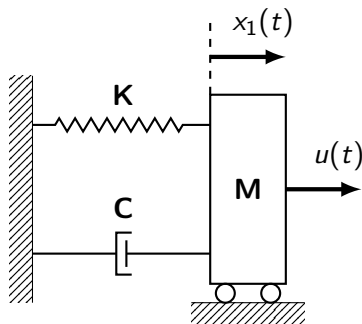


Figura 17: Sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade

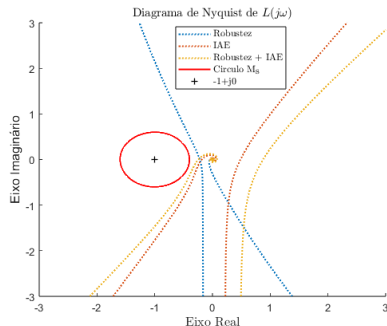
Resultados da Otimização - Exemplo 1

A análise comparativa dos parâmetros otimizados diretamente e observaremos os benefícios de realizar a busca pelo critério de robustez ou pelo índice de *IAE*. A ideia inicial é comparar os gráficos de *Nyquist* e as simulações do sistema, sobrepondo os resultados o quais são os dados são sumarizados na Tabela 1.

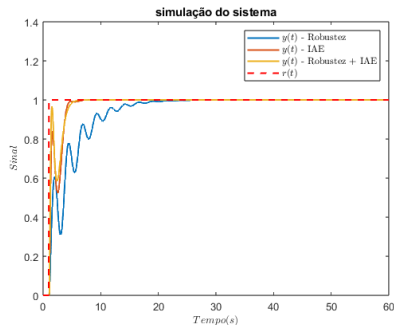
Tabela 1: Ganhos ótimos e índice de desempenho para o Exemplo 1

Sintonia	k_p	k_i	k_d	<i>IAE</i>
Robustez + IAE	2.9222	5,4647	3,6449	0,9149
Robustez	1,4160	1,5225	0,8718	3,2841

Resultados da Otimização - Exemplo 1



(a) Comparação do diagrama de *Nyquist* do Exemplo 1



(b) Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 1

Figura 18: Resultado exemplo 1

Experimentos - Exemplo 2

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -0,9999 \\ -0,9999 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Considerando o método apresentado em ram2011partial, vamos utilizar como exemplo prático uma matriz de entradas $\mathbf{B}' = \mathbf{I}' = [0 \ 1]$ e uma constante de atraso $\tau = 5$.

Novamente a busca pela solução do problema descrito pela equação (??) é realizada para o círculo $M_s = 1,6667$.

Experimentos - Exemplo 3

Neste caso específico, foi feita uma pequena modificação do exemplo ??, com o objetivo de introduzir uma perturbação no sistema.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -0.9 \\ -0.9 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Para uma matriz de entradas $\mathbf{B}' = \mathbf{I}' = [0 \ 1]$, e uma constante de atraso $\tau = 0,5$.

Experimentos - Exemplo 4

Este exemplo explora a aplicação do método de sintonia em um sistema com atraso longo e restrição de robustez menos rígida. As matrizes do sistema são:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Dois casos são explorados nesse exemplo: o caso co-localizado - sensor e atuador juntos no mesmo grau de liberdade, ou seja, $\mathbf{l} = \mathbf{b}^T$ com os parâmetros, $\tau = 5\text{s}$, $\mathbf{l} = \mathbf{b}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ e $M_s = 2$.- e o caso não co-localizado, na qual a distribuição do sensor e do atuador é distinta com

$$\mathbf{b}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Experimentos - Exemplo 5

Este exemplo, adaptado de shapiro2005stability, aborda um caso instável em malha aberta, cujas matrizes são dadas como:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 11 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$$

com $\mathbf{B}' = [-1 \ 1]$ e $\mathbf{I} = [1 \ 0]$ além de um atraso $\tau = 0.5$. Os polos de malha aberta estão resumidos na tabela X.

s_1	$-0.4312 + j0.8953$
s_2	$-0.4312 - j0.8953$
s_3	$0.0039 + j0.9001$
s_4	$0.0039 - j0.9001$

Tabela 2: Polos de malha aberta Exemplo 5.

Component CommunityInstaller.AutoStartAction failed: O acesso à chave do Registro

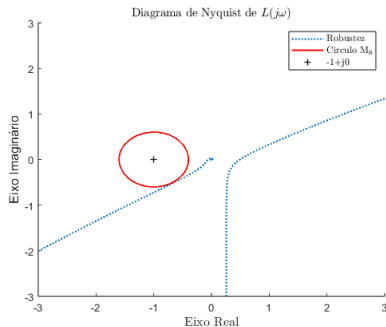
Resultados - Resultados da Otimização de Robustez

Os valores dos vetores de ganho descobertos utilizando o algoritmo genético (método proposto) com atraso estão apresentados na Tabela 3.

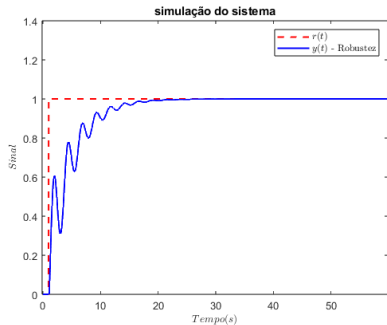
Exemplo	kp	ki	kd	robustez
1	1,4160	1,5225	0,8718	0,1536
2	0,1774	0,2229	0,4433	0,0001
3	-0,2400	1,0990	1,6015	0,3148

Tabela 3: Tabela de Ganhos do PID - Otimização de Robustez

Resultados - Resultados da Otimização de Robustez



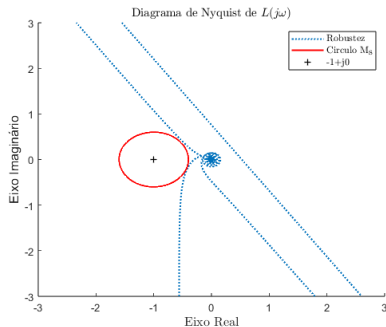
(a) Diagrama de Nyquist Exemplo 1



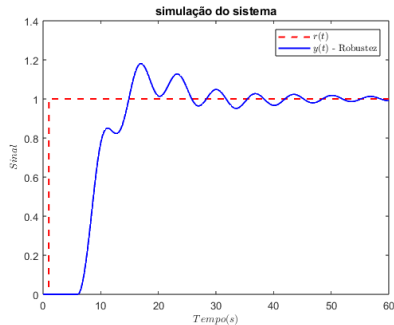
(b) Simulação do Sistema do Exemplo 1

Figura 19: Resultado exemplo 1

Resultados - Resultados da Otimização de Robustez



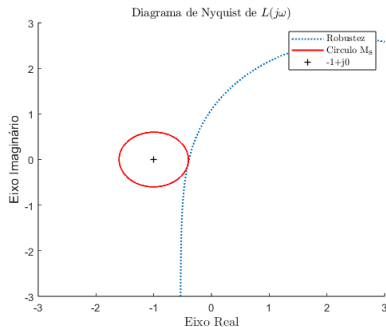
(a) Diagrama de Nyquist Exemplo 2



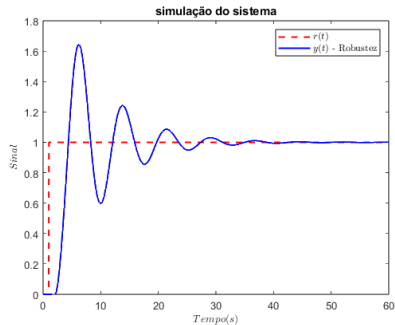
(b) Simulação do Sistema do Exemplo 2

Figura 20: Resultado exemplo 2

Resultados - Resultados da Otimização de Robustez



(a) Diagrama de Nyquist Exemplo 3



(b) Simulação do Sistema do Exemplo 3

Figura 21: Resultado exemplo 3

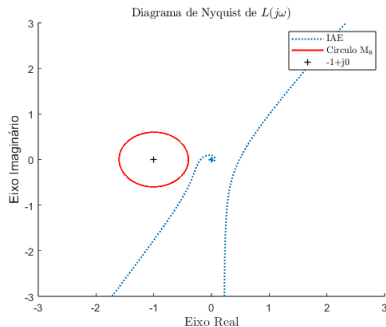
Resultados - Resultados da Otimização de IAE

Os resultados da otimização com o índice Integral do Erro Absoluto são apresentados neste trecho, em comparação aos resultados teóricos discutidos na página 29. Espera-se que essa abordagem resulte em um desempenho mais eficiente, com um tempo de acomodação reduzido, uma vez que não é necessário que o sistema de controle seja robusto. No entanto, o critério de estabilidade de *Nyquist* ainda foi usado para garantir a estabilidade do sistema, com a circunferência $M_s = 1,6667$. A Tabela 4 fornece os valores dos ganhos obtidos pelo algoritmo genético.

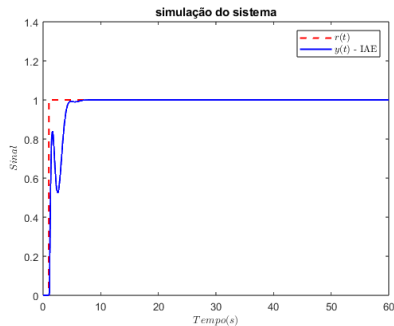
Exemplo	kp	ki	kd	IAE
1	1,5467	4,7074	2,8071	1,0622
2	0,5146	0,2539	0,4016	7,3368
3	1,7283	1,0606	1,9955	2,2072

Tabela 4: Tabela de Ganhos do PID - Otimização de IAE

Resultados - Resultados da Otimização de IAE



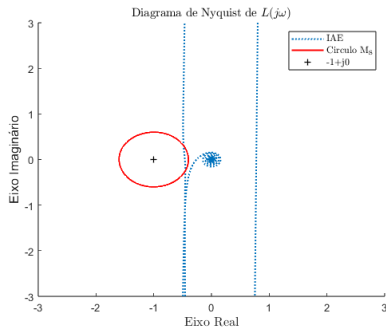
(a) Diagrama de Nyquist Exemplo 1



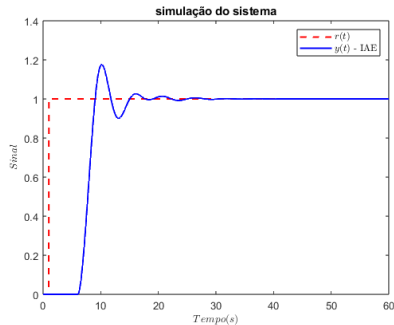
(b) Simulação do Sistema do Exemplo 1

Figura 22: Resultado exemplo 1

Resultados - Resultados da Otimização de IAE



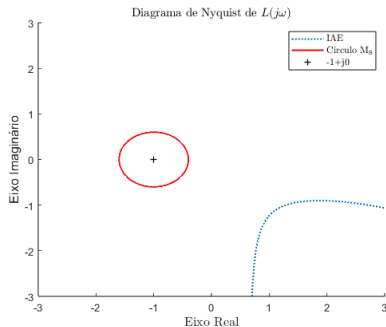
(a) Diagrama de Nyquist Exemplo 2



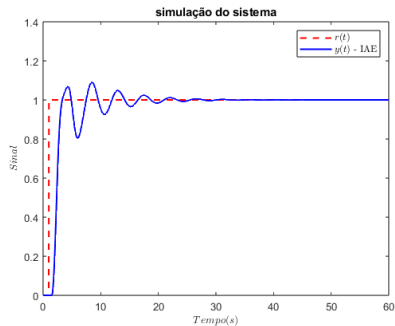
(b) Simulação do Sistema do Exemplo 2

Figura 23: Resultado exemplo 2

Resultados - Resultados da Otimização de IAE



(a) Diagrama de Nyquist Exemplo 3



(b) Simulação do Sistema do Exemplo 3

Figura 24: Resultado exemplo 3

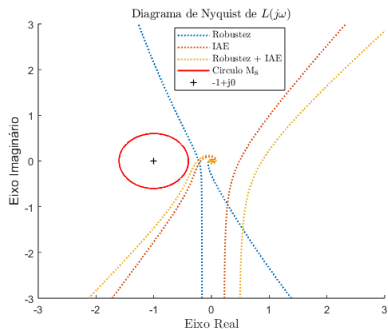
Resultados - Resultados da Comparação entre as Otimização

Exemplo	Δk_p	Δk_i	Δk_d	Robustez	IAE
1	0.0085	5,0717	1,8727	0,1536	1,0622
2	0,0569	0,0004	0,0008	0,0001	7,3368
3	1,9370	0,0007	0,0776	0,3148	2,2072

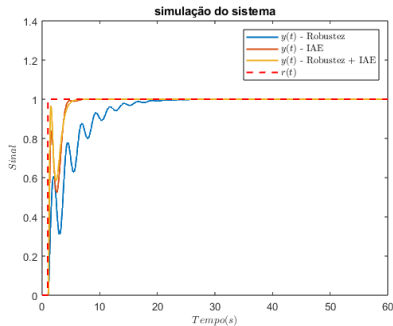
Tabela 5: Tabela de Variança dos Ganhos do PID - Comparação da Otimização de *IAE* com robustez

Após analisar a Tabela 5, é perceptível que no exemplo 2, a variação nos ganhos é baixa, o que era esperado devido ao comportamento semelhante no diagrama de *Nyquist*. No entanto, para os exemplos 1 e 3, há uma variação maior, especialmente no ganho integral e proporcional.

Resultados - Resultados da Comparação entre as otimizações



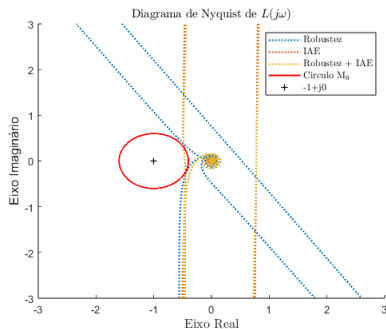
(a) Comparação do diagrama de *Nyquist* do Exemplo 1



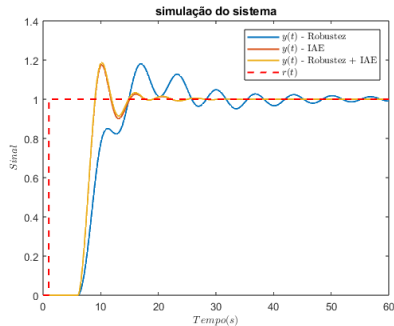
(b) Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 1

Figura 25: Resultado exemplo 1

Resultados - Resultados da Comparação entre as otimizações



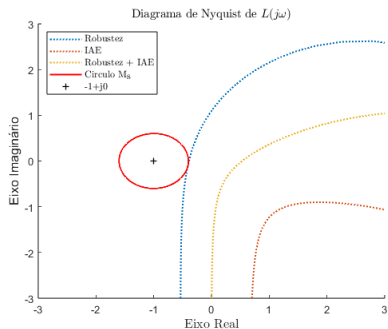
(a) Comparação do diagrama de *Nyquist* do Exemplo 2



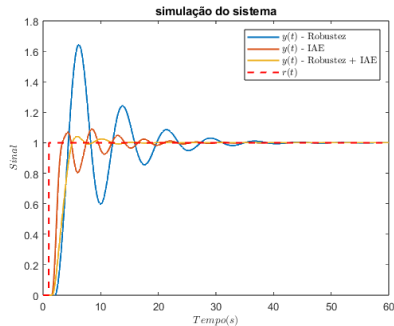
(b) Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 2

Figura 26: Resultado exemplo 2

Resultados - Resultados da Comparação entre as otimizações



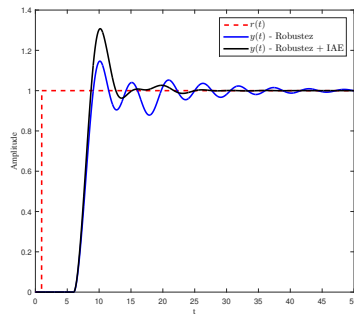
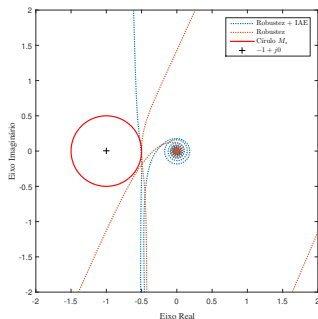
(a) Comparação do diagrama de *Nyquist* do Exemplo 3



(b) Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 3

Figura 27: Resultado exemplo 3

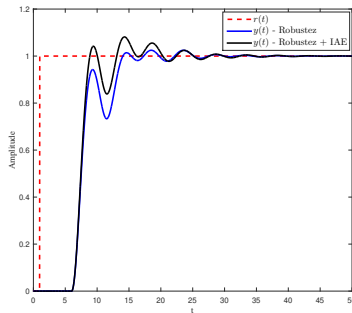
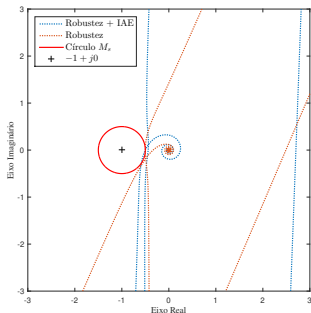
Resultados - Resultados da Comparação entre as otimizações



(a) Comparação do diagrama de Nyquist do Exemplo 3 (b) Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 3

Figura 28: Resultado exemplo 4, caso 1

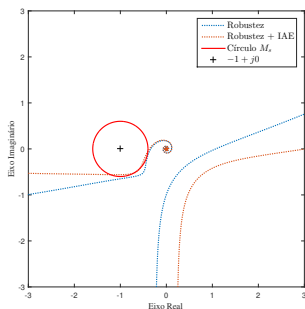
Resultados - Resultados da Comparação entre as otimizações



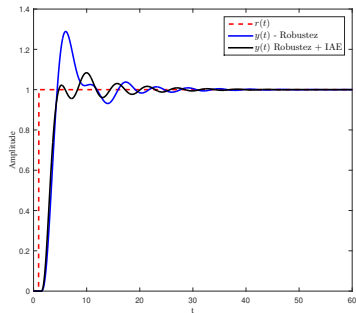
(a) Comparação do diagrama de Nyquist do Exemplo 3 (b) Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 3

Figura 29: Resultado exemplo 4, caso 2

Resultados - Resultados da Comparação entre as otimizações



(a) Comparação do diagrama de *Nyquist* do Exemplo 5



(b) Comparação da simulação do Sistema do Exemplo 5

Figura 30: Resultado exemplo 5

Resultados - Resultados da Concorrência entre a Otimização

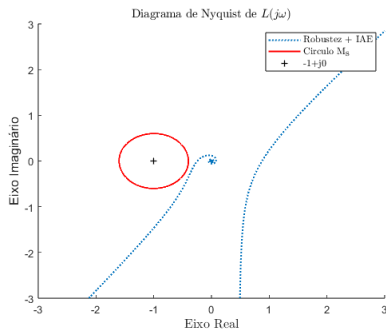
Na seção de resultados, iremos examinar os resultados conseguidos com a função de *fitness* de concorrência, que tenta considerar os dois parâmetros de busca. Nesse caso, estamos atribuindo a mesma importância à robustez e ao *IAE*, já que o valor do parâmetro alfa é 0,5.

Usando essa abordagem, é possível encontrar um equilíbrio que mantenha a robustez do sistema ao mesmo tempo que melhora o desempenho, reduzindo o tempo de acomodação. Os ganhos do controlador PID para esse método podem ser observados na Tabela 6.

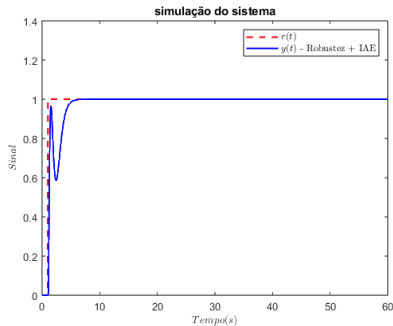
Exemplo	kp	ki	kd	Robustez	IAE	ff
1	2.9222	5,4647	3,6449	0,0073	0,9149	0,4611
2	0,5145	0,2578	0,4004	0,0041	7,3408	3,6725
3	0,4372	0,7548	1,8163	0,4856	2,4390	1,4623

Tabela 6: Tabela de Ganhos do PID com Método proposto - Comparação da Otimização de *IAE* com robustez

Resultados - Resultados da Concorrência entre a Otimização



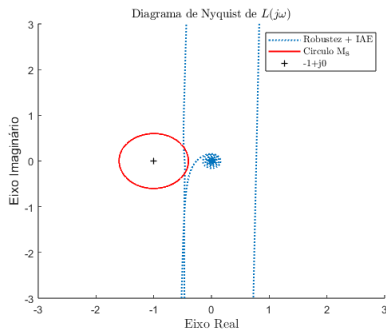
(a) Diagrama de *Nyquist* com Método proposto do Exemplo 1



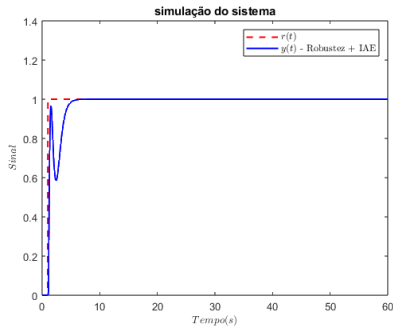
(b) Simulação do Sistema com Método proposto do Exemplo 1

Figura 31: Resultado exemplo 1

Resultados - Resultados da Concorrência entre a Otimização



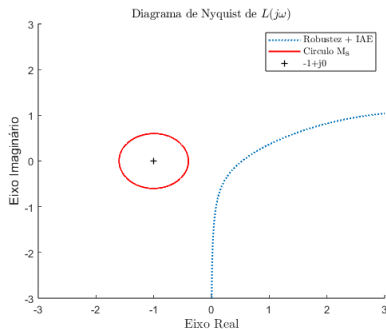
(a) Diagrama de *Nyquist* com Método proposto do Exemplo 2



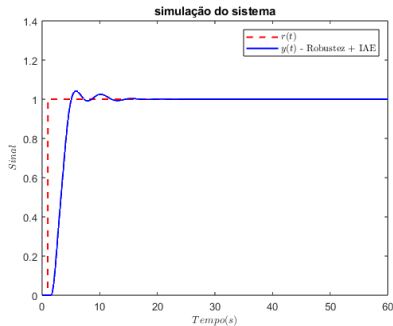
(b) Simulação do Sistema com Método proposto do Exemplo 2

Figura 32: Resultado exemplo 2

Resultados - Resultados da Concorrência entre a Otimização



(a) Diagrama de *Nyquist* com Método proposto do Exemplo 3



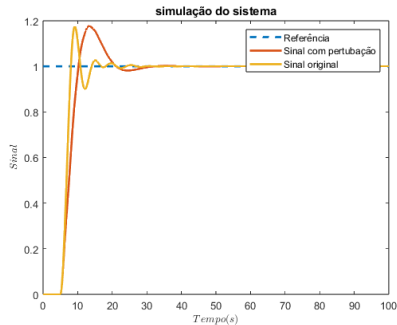
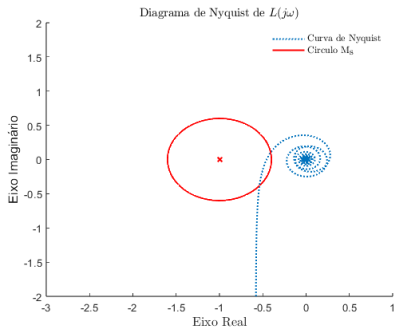
(b) Simulação do Sistema com Método proposto do Exemplo 3

Figura 33: Resultado exemplo 3

Resultados - Resultados da perturbação no sistema

Nesta seção, simularemos uma perturbação do sistema, com objetivo de verificar quão os sistemas são robustos para os casos da otimização do *IAE* apresentado na página 33, e para o método proposto neste trabalho. Para realizar a simulação da perturbação, analisaremos o sistema do exemplo 2, com ganhos obtidos da simulação para este exemplo, executaremos a simulação do exemplo 3, o qual representa uma perturbação no sistema, devido à variação da Matriz **C**, de um exemplo para outro.

Resultados - Resultados da perturbação no sistema



(a) Diagrama de *Nyquist* com perturbação no sistema (b) Simulação do Sistema com perturbação no sistema

Figura 34: Resultado otimizando índice *IAE*

Resultados - Resultados da perturbação no sistema

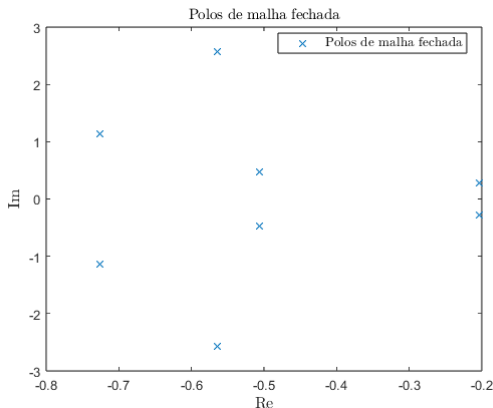
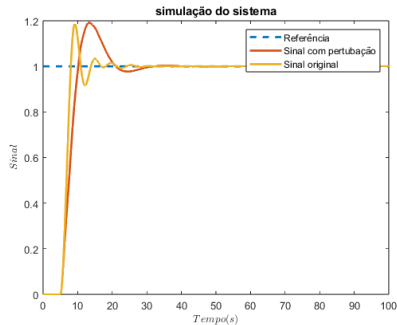
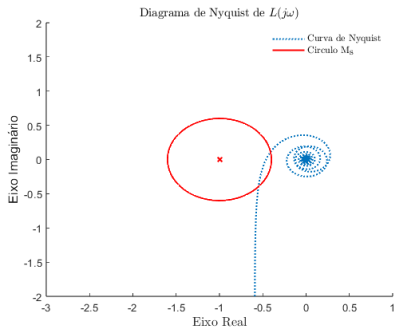


Figura 35: polos do Sistema com perturbação no sistema otimizando índice IAE

Resultados - Resultados da perturbação no sistema



(a) Diagrama de *Nyquist* com perturbação no sistema
(b) Simulação do Sistema com perturbação no sistema

Figura 36: Resultado otimizando concorrência entre *IAE* e robustez

Resultados - Resultados da perturbação no sistema

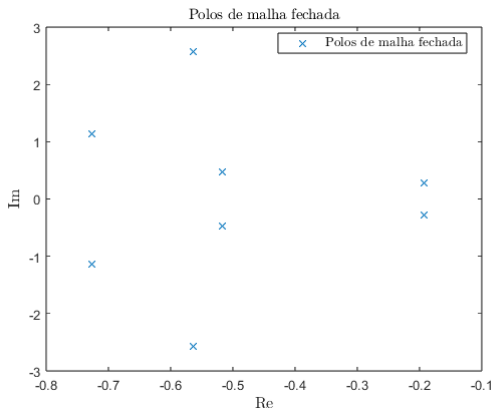





Figura 37: Polos do sistema com perturbação no sistema otimizando concorrência entre *IAE* e robustez

- PID com realimentação de saída para rastreamento.
- Estudo da eficiência para essa técnica utilizando controlador PID.
- Avaliação do critério de estabilidade de *Nyquist*.
- Avaliação do robustez do sistema como parametro de busca.
- Avaliação do índice *IAE* como parametro de busca.
- Estudo da concorrência entre a robustez do sistema e índice *IAE*.
- Avaliação da função *Fitness* desenvolvida que considera concorrência entre os parâmetros de busca.
- Trabalhos futuros: Verificar eficiência de outro algoritmo heurístico (PSO).

 DANTAS, N. J. B. *Projeto de Controladores para Sistemas de Segunda Ordem com Atraso via Resposta em Frequência*. Dissertação (Dissertação (mestrado) — Mestrado em Engenharia Mecatrônica) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

 DANTAS, N. J. B.; DOREA, C. E. T.; ARAUJO, J. M. Partial pole assignment using rank-one control and receptance in second-order systems with time delay. *Meccanica*, Springer Science and Business Media LLC, v. 56, n. 2, p. 287–302, jan. 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11012-020-01289-w>.

 SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control: analysis and design*. [S.l.]: Wiley New York, 2007. v. 2.

- [1] Ogata, Katsuhiko (2009), Modern control engineering, Prentice Hall Upper Saddle River, NJ.
- [2] DANTAS, N. J. B. (n.d.), Projeto de controladores para sistemas de segunda ordem com atraso via resposta em frequência., Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- [3] Mohd Nadhir Ab Wahab, Samia Nefti-Meziani, Adham Atyabi, A Comprehensive Review of Swarm Optimization Algorithms, PLOS ONE, 10, e0122827, 2015.
- [4] Solgi, R. M., geneticalgorithm, v 1.0.1,
<https://github.com/rmsolgi/geneticalgorithm> Acessado em 24/08/2020.