=====================1/77======================

UNIVERSIDADE DO RIO GRANDE DO NORTEFEDERAL

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Centro de Tecnologia

Programa de P´

os-Graduac¸˜

ao em Engenharia

Mecatrˆ

onica

Controle PID de Vibra¸c˜oes em Sistemas

de Segunda Ordem com Atraso Usando

Receptˆancia com Estabilidade Robusta e

Otimiza¸c˜ao de Desempenho

Jhonat Heberson Avelino de Souza

Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo Trabuco D´orea

Co-orientador: Prof. Dr. Jos´e M´ario Ara´ujo

Disserta¸c˜ao de Mestrado apresentada

ao Programa de P´os-Gradua¸c˜ao em Enge-

nharia Mecatrˆonica da UFRN como parte

dos requisitos para obten¸c˜ao do t´ıtulo de

Mestre em Ciˆencias.

N´umero de ordem PEM: M018

Natal, RN, agosto de 2023

=====================2/77======================

=====================3/77======================

Resumo

Fenˆomenos como vibra¸c˜oes mecˆanicas, ressonˆancia e oscila¸c˜oes, podem ser des-

critos matematicamente por sistemas de equa¸c˜oes diferenciais de segunda ordem,

sendo estes sistemas comumente designados como sistemas de segunda ordem. Tra-

balhar com esse tipo de modelo, em vez dos modelos de estado de primeira ordem,

traz benef´ıcios num´ericos, mas h´a dificuldades inerentes `a determina¸c˜ao de seus

parˆametros f´ısicos. Os desafios s˜ao ainda mais significativos quando se considera a

existˆencia de atrasos entre as medi¸c˜oes dos estados e os sinais de atua¸c˜ao, levando al-

gumas abordagens `a necessidade de uma p´os-an´alise para determinar a estabilidade

das solu¸c˜oes calculadas. Uma alternativa para contornar as dificuldades de medi¸c˜ao

de parˆametros ´e a abordagem por resposta em frequˆencia que usa modelos basea-

dos em receptˆancia. Este trabalho trata do projeto de controladores Proporcional

Integral Derivativo (PID) para sistemas dinˆamicos lineares com atraso, modelados

por equa¸c˜oes diferenciais matriciais de segunda ordem. ´

E adotada a abordagem

por receptˆancia, que, por se basear na resposta em frequˆencia do sistema, permite

tratar da estabilidade em malha fechada de forma exata, sem a necessidade de

recorrer a aproxima¸c˜oes do termo de atraso nem a verifica¸c˜oes a posteriori. Um pro-

blema de otimiza¸c˜ao ´e formulado para a determina¸c˜ao dos ganhos do controlador

que garantam robustez, por meio de uma margem de estabilidade pr´e-estabelecida

e desempenho, e tamb´em da minimiza¸c˜ao da Integral do Erro Absoluto relativo ao

seguimento de uma referˆencia constante. Um Algoritmo Gen´etico ´e implementado

para resolver o problema de otimiza¸c˜ao. Diferentemente de trabalhos correlatos na

literatura, o m´etodo proposto pode ser aplicado igualmente a sistemas com polos de

malha aberta no semiplano direito.

Palavras-chave: Sistemas de Segunda Ordem, Sistemas com Atraso, Controle

PID, Receptˆancia, Algoritmo Gen´etico.

=====================4/77======================

=====================5/77======================

Abstract

Phenomena such as mechanical vibrations, resonance, and oscillations can be

mathematically described by second-order differential equation systems, which are

commonly referred to as second-order systems. Working with this type of model,

instead of first-order state models, brings numerical benefits, but there are inherent

difficulties in determining their physical parameters. The challenges are even more

significant when considering the existence of delays between state measurements and

actuation signals, leading some approaches to the need for post-analysis to determine

the stability of calculated solutions. An alternative to bypass the difficulties of

parameter measurement is the frequency response approach that uses models based

on receptance.

This work deals with the project of PID controllers - Proportional-Integral-

Derivative for linear dynamic systems with delay, modeled by second-order matrix

differential equations. Is adopted the receptance approach, which, because it is ba-

sed on the frequency response of the system, allows dealing with closed-loop stability

exactly, without the need for re- run on delay term approximations or back-testing.

A problem of optimization is formulated for the determination of the controller

gains that guarantee robustness, through a pre-established stability margin, and

performance, and also the the minimization of the Absolute Error Integral relative

to the tracking of a constant reference. A Genetic Algorithm is implemented to

solve the problem of optimization. Unlike related works in the literature, the pro-

posed method can be applied equally to systems with open-loop poles in the right

half-plane.

Keywords: Second-Order Systems, Time-Delay, PID Control, Receptance, Ge-

netic Algorithm.

=====================6/77======================

=====================7/77======================

Sum´ario

Sum´ario i

Lista de Figuras iii

Lista de Tabelas v

Lista de S´ımbolos e Abreviaturas vii

1 Introdu¸c˜ao 1

2 Fandamenta¸c˜ao Te´orica 5

2.1 Sistemas de Segunda Ordem . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 5

2.1.1 Representa¸c˜ao de Primeira Ordem . . . . . . . . . . . . . . . . 6

2.1.2 O M´etodo da Receptˆancia . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7

2.1.3 A Matriz de Receptˆancia . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 8

2.1.4 Sistema com Atraso . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 9

2.2 Resposta em Frequˆencia . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 10

2.2.1 O Diagrama Polar, ou Diagrama de Nyquist .......... 10

2.2.2 Crit´erio de Estabilidade de Nyquist ............... 12

2.3 Controlador Proporcional Integrativo Derivativo . . . . . . . . . . . . 14

2.4 ´

Indicesdedesempenho .......................... 16

2.5 Margem de Estabilidade . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 17

3 Formula¸c˜ao do Problema 19

3.1 Parˆametro de Projeto e Formula¸c˜ao Matem´atica . . . . . . . . . . . . 20

3.1.1 Circunferˆencia Ms........................ 20

3.1.2 Defini¸c˜ao do problema de otimiza¸c˜ao . . . . . . . . . . . . . . 22

4 Implementa¸c˜ao do M´etodo Proposto 27

4.1 Solu¸c˜ao do Problema de Otimiza¸c˜ao . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 27

4.2 Implementa¸c˜ao do Algoritmo de Otimiza¸c˜ao . . . . . . . . . . . . . . 32

5 Experimentos e Resultados 41

5.1 Experimentos estudados . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 41

5.1.1 Exemplo1............................. 41

5.1.2 Exemplo2............................. 44

5.1.3 Exemplo3............................. 47

i

=====================8/77======================

5.1.4 Exemplo4............................. 51

5.1.5 Exemplo5............................. 56

6 Conclus˜ao 59

Referˆencias bibliogr´aficas 60

=====================9/77======================

Lista de Figuras

2.1 Sistema Massa-Mola-Amortecedor . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 5

2.2 Exemplo de Diagrama de Nyquist para Sistema modelado por G(s) . 11

2.3 Diagrama de Nyquist com a Parte Espelhada . . . . . . . . . . . . . . 12

2.4 Diagrama de blocos de Gmf (s)...................... 13

2.5 Diagrama de blocos do PID . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15

3.1 Diagrama de Nyquist Exemplo de Circunferˆencia. Ms......... 22

3.2 Diagrama de Nyquist de um Sistema Gen´erico para Exemplo de um

CasodeInstabilidade. .......................... 24

4.1 Simula¸c˜ao criada com MATLAB/Simulink®.............. 28

4.2 Diagrama de Nyquist para ω∈[10−1,103]................ 33

4.3 Diagrama de Nyquist para ω∈[10−6,103]................ 33

4.4 Exemplifica¸c˜ao da contagem de voltas que contem o ponto −1 + j0 e

o sentido do diagrama de Nyquist .................... 39

5.1 Sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade . . . . . . 42

5.2 Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.1 . . . . . . . . . . . . . . . 43

5.3 Resposta no tempo para uma referˆencia constante do Exemplo 5.1.1 . 44

5.4 Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.2 . . . . . . . . . . . . . . . 46

5.5 Resposta no tempo para uma referˆencia constante do Exemplo 5.1.2 . 47

5.6 Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.3 . . . . . . . . . . . . . . . 48

5.7 Resposta no tempo para uma referˆencia constante do Exemplo 5.1.3 . 49

5.8 Diagrama de Nyquist com pertuba¸c˜ao para o Exemplo 5.1.3 . . . . . 50

5.9 Resposta no tempo para uma referˆencia constante com pertuba¸c˜ao

doExemplo5.1.3 ............................. 51

5.10 Diagrama de Nyquist para o caso co-localizado, Exemplo 5.1.4 . . . . 53

5.11 Resposta no tempo para uma referˆencia constante do caso co-localizado,

Exemplo5.1.4............................... 54

5.12 Diagrama de Nyquist para o de caso n˜ao co-localizado, Exemplo 5.1.4 55

5.13 Resposta no tempo para uma referˆencia constante para o caso n˜ao

co-localizado, Exemplo 5.1.4 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 56

5.14 Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.5 . . . . . . . . . . . . . . . 57

5.15 Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.5 . . . . . . . . . . . . . . . 58

iii

=====================10/77======================

=====================11/77======================

Lista de Tabelas

5.1 Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o Exemplo 5.1.1 . . . . . 42

5.2 Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o Exemplo 5.1.2 . . . . . 45

5.3 Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o Exemplo 5.1.3 . . . . . 48

5.4 Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o caso co-localizado -

Exemplo5.1.4............................... 52

5.5 Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o caso n˜ao co-localizado

-Exemplo5.1.4.............................. 56

5.6 Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o Exemplo 5.1.5 . . . . . 58

v

=====================12/77======================

=====================13/77======================

Lista de S´ımbolos e Abreviaturas

¨xacelera¸c˜ao do bloco, veja equa¸c˜ao (2.2), p´agina 5

˙xvelocidade do bloco, veja equa¸c˜ao (2.2), p´agina 5

Cmatriz de amortecimento, veja equa¸c˜ao (2.4), p´agina 6

Kmatriz de rigidez, veja equa¸c˜ao (2.4), p´agina 6

Mmatriz de massa, veja equa¸c˜ao (2.4), p´agina 6

bmatriz de atua¸c˜ao, veja equa¸c˜ao (2.4), p´agina 6

ωfrequˆencia natural, veja equa¸c˜ao (2.10), p´agina 8

ξfator de amortecimento, veja equa¸c˜ao (2.10), p´agina 8

dcoeficiente de amortecimento dos dashpots, veja equa¸c˜ao (2.2), p´agina 5

kcoeficiente de rigidez das molas, veja equa¸c˜ao (2.2), p´agina 5

kdGanho derivativo, veja equa¸c˜ao (2.18), p´agina 9

kiGanho integral, veja equa¸c˜ao (2.18), p´agina 9

kpGanho proporcional, veja equa¸c˜ao (2.18), p´agina 9

mmassa do bloco, veja equa¸c˜ao (2.2), p´agina 5

uentrada, veja equa¸c˜ao (2.2), p´agina 5

xdeslocamento do bloco, veja equa¸c˜ao (2.2), p´agina 5

AG Algoritmo Gen´etico, veja equa¸c˜ao (1.0), p´agina 2

AVC Active Vibration Control, veja equa¸c˜ao (2.0), p´agina 5

GM ”Gain Margin”, veja equa¸c˜ao (3.10), p´agina 21

IAE Integrated Absolut Error, veja equa¸c˜ao (1.0), p´agina 2

ISE Integrated squared Error, veja equa¸c˜ao (2.28), p´agina 16

ITAE Integrates Timed Absolut Error, veja equa¸c˜ao (2.30), p´agina 16

vii

=====================14/77======================

ITSE Integrated Timed Squared Error, veja equa¸c˜ao (2.31), p´agina 17

PID Proporcional Integral Derivativo, veja equa¸c˜ao (0), p´agina 3

PM ”Phase Margin”, veja equa¸c˜ao (3.10), p´agina 21

SPD Semiplano Direito, veja equa¸c˜ao (2.26), p´agina 13

SPE Semiplano Esquerdo, veja equa¸c˜ao (2.26), p´agina 13

=====================15/77======================

Cap´ıtulo 1

Introdu¸c˜ao

Uma diversidade de fenˆomenos f´ısicos, a exemplo da ressonˆancia em sistemas vi-

brat´orios, vibro-ac´usticos e el´etricos, ´e ricamente representada por meio de modelos

dinˆamicos de segunda ordem BALAS (1982); VANDERVELDE (1986). Os sistemas

de segunda ordem s˜ao amplamente encontrados em diversas ´areas, desde a engenha-

ria at´e a f´ısica e a biologia, tornando seu estudo fundamental para a compreens˜ao

de uma ampla gama de fenˆomenos naturais e artificiais.

Modelos matem´aticos que representam esses sistemas podem ser escritos como

um sistema matricial de equa¸c˜oes diferenciais de segunda ordem, onde as constantes

e vari´aveis das equa¸c˜oes tˆem rela¸c˜oes f´ısicas diretas com o modelo real, ou transfor-

madas em equa¸c˜oes diferenciais de primeira ordem DANTAS (2019). Em DATTA

(2004), s˜ao apresentadas representa¸c˜oes de primeira ordem para alguns sistemas

de segunda ordem e discutidas algumas deficiˆencias associadas ao uso do modelo

original.

Devido `a sua relevˆancia pr´atica, o estudo de sistemas de segunda ordem tem

ganhado cada vez mais notoriedade na comunidade de engenharia, proporcionando

solu¸c˜oes para diversos desafios DANTAS (2019). Uma das dificuldades na utiliza¸c˜ao

de modelos matem´aticos obtidos a partir de equa¸c˜oes diferenciais de segunda ordem

est´a na defini¸c˜ao dos elementos das matrizes que caracterizam o sistema, como massa

e elasticidade, visando simplificar o processo de modelagem desses sistemas, existe

uma abordagem que utiliza a ideia de receptˆancia, que foi proposta por RAM et al.

(2009) se baseia no uso de informa¸c˜oes experimentais do sistema para definir essas

matrizes.

Nos ´ultimos anos, alguns trabalhos utilizaram essa ideia, como base para mo-

delagem de sistema de controle de segunda ordem com atraso, entre eles ARA´

UJO

and SANTOS (2018); ARA´

UJO (2018a,b); SANTOS et al. (2018); DANTAS (2019);

DANTAS et al. (2020a); MARTINS et al. (2020); NUNES (2022); GONTIJO et al.

(2022).

A utiliza¸c˜ao do m´etodo da receptˆancia, ´e poss´ıvel alocar os polos do sistema

em uma posi¸c˜ao segura no plano complexo e alcan¸car um desempenho desejado.

Entretanto, quando h´a presen¸ca de atraso de transporte no sistema, ao utilizar esse

m´etodo, faz-se necess´ario realizar um tratamento posteriormente para garantir que

o sistema continue est´avel em malha fechada, como visto em RAM et al. (2009) e

em ARA´

UJO and SANTOS (2018).

=====================16/77======================

2CAP´

ITULO 1. INTRODUC¸ ˜

AO

Uma abordagem foi proposta por DANTAS et al. (2020a) para eliminar a an´alise

posterior do m´etodo de receptˆancia na presen¸ca de atraso. Eles propuseram uma

abordagem no dom´ınio da frequˆencia, utilizando conceitos como estabilidade de

Nyquist, margem de ganho e fun¸c˜ao de sensibilidade. Por meio dessa abordagem,

foi poss´ıvel projetar um controlador robusto para sistema de segunda ordem com

atraso.

Tamb´em em NUNES (2022) foi desenvolvido um m´etodo para projetar um con-

trole utilizando realimenta¸c˜ao derivativa de estados, que modifica as matrizes massa

e amortecimento. A realimenta¸c˜ao derivativa oferece vantagens em rela¸c˜ao `a rea-

limenta¸c˜ao de estados, como o uso de acelerˆometros como sensores, que s˜ao mais

baratos e mais aplic´aveis na ind´ustria, maior precis˜ao na leitura dos estados do

sistema ABDELAZIZ and VAL´

Aˇ

SEK (2004) e a possibilidade de regulariza¸c˜ao e

estabiliza¸c˜ao de sistemas com matriz de massa singular. Resultados deste m´etodo

foram apresentados em um trabalho de NUNES et al. (2021).

No trabalho GONTIJO et al. (2022), ´e apresentado um m´etodo robusto para a

concep¸c˜ao de controladores PID para sistemas vibrat´orios de segunda ordem com

incertezas param´etricas. Diferentemente de trabalhos correlatos baseados exclusiva-

mente em retroalimenta¸c˜ao proporcional e derivativa, o m´etodo proposto emprega

a a¸c˜ao integral para atingir um erro nulo de rastreamento do ponto de ajuste na

presen¸ca de dist´urbios constantes relacionados aos graus de liberdade atuados, au-

mentando assim a flexibilidade do projeto.

Neste trabalho, ´e apresentado um m´etodo para o projeto de controle usando

um controlador Proporcional Integral Derivativo seguidor de referˆencia, baseado no

m´etodo proposto por DANTAS et al. (2020a). A metodologia de projeto usa o

crit´erio de estabilidade de Nyquist como base te´orica para determinar os valores dos

ganhos do controlador que estabilizam a planta e atendem aos requisitos do projeto

de controle.

Neste estudo, diferentemente de outros trabalhos nessa linha, um dos objetivos

´e alcan¸car a otimiza¸c˜ao do ´ındice de Integral do Erro Absoluto (IAE - integral of

the absolute magnitude of the error) em conjunto com a otimiza¸c˜ao da robustez do

sistema. Como tamb´em, o controlador PID ´e introduzido na formula¸c˜ao do problema

para sistemas de segunda ordem com atraso, o qual esse controlador ´e amplamente

utilizado at´e os dias atuais, de forma que aplica¸c˜ao deste estudo seja mais utilizado

em situa¸c˜oes reais de controle.

O objetivo deste trabalho ´e apresentar uma extens˜ao e compara¸c˜ao com o m´etodo

proposto em DANTAS et al. (2020a). Diferentemente do estudo de SANTOS et al.

(2018), que utilizou t´ecnicas de aloca¸c˜ao de polos, a natureza do controlador PID

neste trabalho n˜ao exige tais t´ecnicas. Bem como a extens˜ao do uso do ´ındice de

IAE como parˆametro de busca para Algoritmo Gen´etico (GA - genetic algorithm).

Isso ´e importante para aumentar a eficiˆencia do sistema e garantir sua robustez,

mesmo com a concorrˆencia entre os parˆametros da otimiza¸c˜ao.

O trabalho est´a disposto da seguinte maneira:

•Cap´ıtulo 2: Apresenta a teoria matem´atica b´asica para a compreens˜ao do

problema abordado e desenvolvimento do trabalho.

=====================17/77======================

3

•Cap´ıtulo 3: Apresenta o problema com equacionamento matem´atico e detalhes

importantes sobre as vantagens do m´etodo a ser utilizado.

•Cap´ıtulo 4: Apresenta o m´etodo desenvolvido para solu¸c˜ao do problema apre-

sentado no Cap´ıtulo 3.

•Cap´ıtulo 5: Apresenta os resultados obtidos com a utiliza¸c˜ao do m´etodo pro-

posto, atrav´es de exemplos num´ericos emprestados de outros trabalhos com

objetivo de obter parˆametros de compara¸c˜ao dos resultados alcan¸cados.

•Cap´ıtulo 6: Traz coment´arios conclusivos e sugest˜oes para futuros trabalhos

relacionados.

=====================18/77======================

4CAP´

ITULO 1. INTRODUC¸ ˜

AO

=====================19/77======================

Cap´ıtulo 2

Fandamenta¸c˜ao Te´orica

2.1 Sistemas de Segunda Ordem

Diferentes tipos de sistemas, como os sistemas vibrat´orios mecˆanicos, s˜ao classifi-

cados como sistemas de segunda ordem. Esses sistemas s˜ao descritos pelas equa¸c˜oes

(2.1), (2.2) que retratam o comportamento dinˆamico do sistema. Nos trabalhos de

ARA´

UJO (2018b); SANTOS et al. (2018) s˜ao discutidos tais modelos com destaque

para sua importˆancia no Controle Ativo de Vibra¸c˜oes (AVC - active vibration con-

trol). Esses modelos s˜ao usados para sistemas que podem ser representadas por n

equa¸c˜oes diferenciais de segunda ordem, uma para cada grau de liberdade do sistema

DANTAS et al. (2020a).

u

Figura 2.1: Sistema Massa-Mola-Amortecedor

O sistema mostrado na Figura 2.1 pode ser modelado usando equa¸c˜oes diferen-

ciais, conforme mostrado nas equa¸c˜oes (2.1) e (2.2), segundo as leis cl´assicas da

mecˆanica de Newton.

m1¨x1(t) + d(2 ˙x1(t)−˙x2(t)) + k(2x1(t)−x2(t)) = 0,(2.1)

m2¨x2(t) + d( ˙x2(t)−˙x1(t)) + k(x2(t)−x1(t)) = u, (2.2)

sendo uuma for¸ca externa manipul´avel (entrada); m1 e m2 as massas dos blocos;

ko coeficiente de rigidez das molas; do coeficiente de amortecimento dos dashpots;

x1ex2os deslocamentos dos blocos; e ˙x1, ˙x2, ¨x1, ¨x2respectivamente, as velocidades

e acelera¸c˜oes dos blocos.

=====================20/77======================

6CAP´

ITULO 2. FANDAMENTAC¸ ˜

AO TE ´

ORICA

Em forma matricial as equa¸c˜oes (2.1) e (2.2) podem ser reescritas da seguinte

maneira:

m10

0m2¨x1

¨x2+2d−d

−d d ˙x1

˙x2+2k−k

−k k x1

x2=0

1u(2.3)

Enquanto de forma compacta:

M¨

x(t) + C˙

x(t) + Kx(t) = bu(t),(2.4)

sendo:

M=m10

0m2,C=2d−d

−d d ,K=2k−k

−k k eb=0

1

em que M,C,K∈ ℜn×ns˜ao matrizes, respectivamente, de massa, amortecimento

e rigidez do sistema; b∈ ℜn×1´e uma matriz de influˆencia (atua¸c˜ao); ¨

x,˙

x∈ ℜn

denotam respectivamente acelera¸c˜ao e velocidade generalizadas; e u∈ ℜ ´e o esfor¸co

de controle.

2.1.1 Representa¸c˜ao de Primeira Ordem

A Equa¸c˜ao (2.4) representa o sistema de segunda ordem em sua forma original.

Outra maneira de interpretar o sistema descrito em (2.4) ´e usar representa¸c˜oes de

primeira ordem, como espa¸co de estado ˙

x=Ax +bu.

Definindo x=˜

x1e˙

x=˜

x2, podemos escrever o sistema de segunda ordem da

equa¸c˜ao 2.4 como:

˙

˜

x1=˜

x2(2.5)

˙

˜

x2=−M−1K˜

x1−M−1C˜

x2+M−1bu(2.6)

na forma de matrizes:

˙

˜

x=˙

˜

x1

˙

˜

x2=0 I

−M−1K−M−1C˜

x1

˜

x2+0

M−1bu. (2.7)

ou de maneira abreviada: ˙

˜

x=A˜

x+˜

bu

com:

A=0 I

−M−1K−M−1Ce˜

b=0

M−1b(2.8)

Essa representa¸c˜ao ´e chamada de representa¸c˜ao de primeira ordem padr˜ao, en-

quanto outras formas de representa¸c˜oes do sistema de segunda ordem s˜ao genera-

lizadas em sistema descritor, o qual ´e um tipo de sistema dinˆamico que pode ser

representado por meio de uma equa¸c˜ao diferencial matricial que inclui uma matriz

de ganho. Ele ´e chamado de “descritor” porque inclui tanto as vari´aveis de estado

=====================21/77======================

2.1. SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM 7

quanto as de sa´ıda em uma ´unica matriz, ao contr´ario dos sistemas padr˜ao nas quais

as vari´aveis de estado e sa´ıda s˜ao separadas DATTA (2004).

A motiva¸c˜ao para a obten¸c˜ao de um modelo de primeira ordem est´a na equa¸c˜ao,

com uma solu¸c˜ao mais simples do que a equa¸c˜ao de segunda ordem. No entanto,

algumas dificuldades num´ericas surgem ao lidar com o sistema expresso dessa forma.

Uma dificuldade num´erica ´e a possibilidade de surgimento de ra´ızes complexas

no polinˆomio caracter´ıstico do sistema de primeira ordem, o que pode dificultar a

an´alise da estabilidade do sistema. Por fim, a transforma¸c˜ao de segunda ordem

para primeira ordem pode levar a uma perda de precis˜ao num´erica devido a erros

de arredondamento e truncamento, o que pode afetar a validade do modelo.

Outro fato importante ´e as propriedades dispon´ıveis das matrizes de coeficientes

M,CeK; como simetria, a qual em problemas de grande escala s˜ao informa¸c˜oes

importantes para representa¸c˜ao em segunda ordem na Equa¸c˜ao (2.7).

2.1.2 O M´etodo da Receptˆancia

O M´etodo da Receptˆancia ´e uma t´ecnica utilizada na engenharia estrutural para

analisar e controlar sistemas dinˆamicos complexos. Ele permite a representa¸c˜ao de

um sistema de segunda ordem como um sistema de primeira ordem, facilitando o

processo de modelagem e controle desses sistemas.

O m´etodo ´e baseado na ideia de que um sistema de segunda ordem pode ser

representado por um sistema de primeira ordem com m´ultiplos graus de liberdade.

Cada grau de liberdade representa a resposta do sistema a uma determinada for¸ca

ou excita¸c˜ao externa. A receptˆancia ´e uma medida da rela¸c˜ao entre a resposta do

sistema e a excita¸c˜ao externa em cada grau de liberdade.

Para aplicar o m´etodo da receptˆancia, ´e necess´ario medir a resposta do sistema

em cada grau de liberdade para uma s´erie de excita¸c˜oes externas. A partir desses

dados, ´e poss´ıvel calcular a receptˆancia em cada grau de liberdade. Em seguida,

essas receptˆancias podem ser utilizadas para representar o sistema como um sistema

de primeira ordem.

Uma das principais vantagens do m´etodo da receptˆancia ´e que ele permite a

representa¸c˜ao de sistemas complexos com m´ultiplos graus de liberdade de uma forma

simplificada. Isso facilita a an´alise e o controle desses sistemas, al´em de permitir a

identifica¸c˜ao de problemas que possam estar afetando o desempenho do sistema.

Por ser um m´etodo baseado unicamente em dados medidos de vibra¸c˜oes, n˜ao h´a

necessidade de se determinar, ou conhecer, estas matrizes TEHRANI et al. (2010).

A Determina¸c˜ao da Matriz Rigidez (K) e de massas (M) s˜ao menos desafiadoras

porque de acordo com MOTTERSHEAD and RAM (2007) os elementos finitos

dessas matrizes podem ser facilmente determinados, usando m´etodos variacionais.

No entanto, essa praticidade n˜ao funciona com matriz de amortecimento (C) NUNES

(2022).

A regra de Rayleigh ´e um m´etodo amplamente utilizado para estimar a matriz de

amortecimento em um sistema dinˆamico. A matriz de amortecimento ´e fundamental

para descrever a dissipa¸c˜ao de energia no sistema e a correta defini¸c˜ao ´e importante

=====================22/77======================

8CAP´

ITULO 2. FANDAMENTAC¸ ˜

AO TE ´

ORICA

para garantir a precis˜ao da an´alise dinˆamica. Segundo a regra de Rayleigh, a matriz

de amortecimento pode ser aproximada como uma combina¸c˜ao linear das matrizes

de massa e rigidez do sistema conforme apresentado na Equa¸c˜ao (2.9).

C=αM +βK (2.9)

Onde C´e a matriz de amortecimento, M´e a matriz de massa, K´e a matriz de

rigidez, e αeβs˜ao constantes determinadas a partir das frequˆencias naturais do

sistema.

Essas constantes podem ser calculadas a partir da equa¸c˜ao (2.10) que envolve as

frequˆencias naturais do sistema e o fator de amortecimento.

(βω2

1−αω2

2)

(ω2

1ω2

2)=ζ(2.10)

Onde ω1eω2s˜ao as frequˆencias naturais do sistema, e ζ´e o fator de amorteci-

mento do sistema.

´

E importante notar que a regra de Rayleigh ´e uma aproxima¸c˜ao e sua precis˜ao

pode variar dependendo das caracter´ısticas espec´ıficas do sistema em an´alise. No

entanto, essa t´ecnica ´e comumente utilizada na pr´atica quando n˜ao h´a informa¸c˜oes

precisas sobre a matriz de amortecimento ou quando ´e dif´ıcil medir as propriedades

de amortecimento diretamente.

2.1.3 A Matriz de Receptˆancia

Considerando o controle de um sistema de segunda ordem por realimenta¸c˜ao de

estados definido por

A sa´ıda ´e definida por:

y(t) = lx(t) (2.11)

em que l∈ ℜ1×n´e uma matriz de composi¸c˜ao de sensores.

Para uma dada referˆencia r(t), o erro de rastreamento ´e definido por:

e(t) = r(t)−y(t) (2.12)

Assume-se a lei de controle por realimenta¸c˜ao de estados como:

M¨

x(t) + C˙

x(t) + Kx(t) = bu(t) (2.13)

em que M,C,K,∈ ℜn×n;x∈ ℜn,M=MT,C=CT,K=KT;vTMv >0,

vTCv ≥0 e vTKv ≥0 para qualquer v=0,v∈ ℜn.

Na equa¸c˜ao (2.13), assumindo x(t) = zest, sendo zum vetor constante e sa

vari´avel de Laplace, tem-se:

(Ms2+Cs+K−q(s)bl)z=0(2.14)

=====================23/77======================

2.1. SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM 9

´e poss´ıvel perceber que q(s) ´e o controlador do sistema definido no projeto e os

componentes de malha fechada de rigidez e amortecimento s˜ao modificadas pela

matriz de posto-1, q(s)bl, consequˆencia da realimenta¸c˜ao de estados.

A F´ormula de Sherman-Morrison

A f´ormula de Sherman-Morrison fornece a inversa de uma matriz com mo-

difica¸c˜ao de posto-1 em termos da inversa da matriz original, e como visto em

VAN LOAN and GOLUB (1983) e GOLUB and VAN LOAN (2012) ela estabelece

que, para uma dada matriz A∈ ℜn×nquadrada e invers´ıvel e vetores colunas ue

v∈ ℜn:

(A+uvT)−1=A−1−A−1uvTA−1

1 + vTA−1u(2.15)

Aplicando a f´ormula de Sherman-Morrison em (2.14) com A= (Ms2+Cs+K),

u=bev=q(s), temos:

ˆ

H(s) = H(s)−q(s)H(s)blH(s)

1 + q(s)lH(s)b(2.16)

na qual ˆ

H(s) = (Ms2+Cs+K+q(s)bl)−1´e definida em RAM et al. (2009) como

matriz de receptˆancia de malha fechada e H(s) = (Ms2+Cs+K)−1como matriz

de receptˆancia de malha aberta, que, na pr´atica, pode ser medida pela resposta em

frequˆencia H(jω).

Seja a receptˆancia de malha fechada (2.16) sob o controlador PID, torna a

equa¸c˜ao caracter´ıstica:

1 + q(s)lH(s)b= 0 (2.17)

2.1.4 Sistema com Atraso

Quando existe um atraso no tempo entre o estado medido e a a¸c˜ao de controle

do atuador podemos representar a lei de a¸c˜ao de controle da seguinte maneira:

u(t−τ) = kpe(t−τ) + kiZt

0

e(t−τ)dτ +kd

de(t−τ)

dt (2.18)

sendo kp, kiekd∈ ℜ e s˜ao vetores de ganho do sistema, desta forma, um sistema de

controle de segunda ordem, como o da Figura 2.1, descrito pelo sistema de equa¸c˜oes

(2.4), com matrizes de massa M∈ ℜn×n, amortecimento C∈ ℜn×ne elasticidade

K∈ ℜn×npode ser escrito como:

M¨

x(t) + C˙

x(t) + Kx(t) = bu(t−τ) (2.19)

Aplicando-se os procedimentos da se¸c˜ao anterior, para obten¸c˜ao da matriz de re-

ceptˆancia do sistema de segunda ordem com atraso descrito pela equa¸c˜ao (2.19),

com x(t) = zest, sendo zum vetor constante e sa vari´avel de Laplace, a solu¸c˜ao do

=====================24/77======================

10 CAP´

ITULO 2. FANDAMENTAC¸ ˜

AO TE ´

ORICA

sistema, tem-se:

(Ms2+Cs+K−q(s)ble−τ s)z=0(2.20)

aplicando q(s)=(kp+ki

s+kds) na equa¸c˜ao (2.20), temos:

(Ms2+Cs+K−(kp+ki

s+kds)ble−τ s)z=0(2.21)

e aplicando-se a f´ormula de Sherman-Morrison como em (2.14)

ˆ

H(s) = H(s)−(kp+ki

s+kds)H(s)blH(s)e−τ s

1+(kp+ki

s+kds)lH(s)be−τ s (2.22)

sendo novamente, ˆ

H(s)=(Ms2+Cs+K+ (kp+ki

s+kds)ble−τ s)−1´e definida

como matriz de receptˆancia de malha fechada e H(s) = (Ms2+Cs+K)−1como

matriz de receptˆancia de malha aberta. A presen¸ca do atraso na equa¸c˜ao (2.22) n˜ao

modifica a possibilidade da obten¸c˜ao de H(s) por sua resposta em frequˆencia, uma

das motiva¸c˜oes para o desenvolvimento deste trabalho.

A equa¸c˜ao caracter´ıstica da matriz de receptˆancia de (2.22) ´e dada por:

1+(kp+ki

s+kds)lH(s)be−τ s = 0 (2.23)

2.2 Resposta em Frequˆencia

Na literatura cl´assica de controle, como em OGATA (2009), o termo resposta

em frequˆencia ´e definido como a resposta de estado estacion´ario do sistema a uma

entrada senoidal. Trabalho realizado em resposta a frequˆencia ´e muitas vezes moti-

vado pela maior facilidade em lidar com a incerteza nos modelos das plantas usando

informa¸c˜oes experimentais FRANKLIN et al. (2013).

2.2.1 O Diagrama Polar, ou Diagrama de Nyquist

A representa¸c˜ao gr´afica escolhida para o desenvolvimento deste trabalho ´e o

diagrama de Nyquist, tamb´em conhecido como diagrama polar. Gr´afico polar de

uma fun¸c˜ao de transferˆencia senoidal G(jω) consiste na representa¸c˜ao da magnitude

de G(jω) e do angulo de fase de G(jω) em coordenadas polares, onde ωvaria de

zero a infinito OGATA (2009). Um exemplo de gr´afico de Nyquist para um sistema

t´ıpico de segunda ordem mostrado na equa¸c˜ao 2.24 ´e apresentado na Figura 2.2.

=====================25/77======================

2.2. RESPOSTA EM FREQU ˆ

ENCIA 11

Figura 2.2: Exemplo de Diagrama de Nyquist para Sistema modelado por G(s)

Fonte: DANTAS (2019)

G(s) = 1

s2+s+ 1 (2.24)

O Diagrama de Nyquist, ´e um gr´afico no qual o eixo radial representa a mag-

nitude de ganho e o eixo angular representa o deslocamento de fase de um sistema

de controle. Quando a curva do diagrama cruza o eixo real, h´a um ponto cr´ıtico

de estabilidade que indica que a resposta do sistema est´a inst´avel, al´em disso, as

curvas de Nyquist s˜ao caracterizadas pela simetria em rela¸c˜ao ao eixo real conforme

apresentado na Figura 2.3.

O Diagrama de Nyquist ´e uma t´ecnica muito ´util para a an´alise de sistemas

de controle, j´a que ´e poss´ıvel avaliar a estabilidade do sistema sem precisar de uma

simula¸c˜ao completa. ´

E amplamente utilizado em ´areas como engenharia de controle,

eletrˆonica e telecomunica¸c˜oes para projetar e ajustar sistemas de controle e garantir

sua estabilidade.

=====================26/77======================

12 CAP´

ITULO 2. FANDAMENTAC¸ ˜

AO TE ´

ORICA

Figura 2.3: Diagrama de Nyquist com a Parte Espelhada

Fonte: DANTAS (2019)

M´etodos para obten¸c˜ao dos diagramas podem ser encontrados em livros de con-

trole cl´assico como OGATA (2009), FRANKLIN et al. (2013) e SKOGESTAD and

POSTLETHWAITE (2007).

2.2.2 Crit´erio de Estabilidade de Nyquist

O crit´erio de estabilidade de Nyquist determina a estabilidade do sistema, ba-

seado na resposta em frequˆencia de um sistema em malha aberta. Em um sistema

no circuito fechado, descrito pela fun¸c˜ao de transferˆencia apresentado na equa¸c˜ao

(2.25) e seu diagrama de blocos conforme a Figura 2.4:

Gmf (s) = C(s)

R(s)=G(s)

1 + G(s)(2.25)

=====================27/77======================

2.2. RESPOSTA EM FREQU ˆ

ENCIA 13

+

-

Controlador PID

Figura 2.4: Diagrama de blocos de Gmf (s)

a equa¸c˜ao caracter´ıstica ´e dada por

1 + G(s) = 0 (2.26)

e para estabilidade, todas as ra´ızes desta equa¸c˜ao devem ter partes reais negativas, ou

seja, pertencer ao semiplano esquerdo (SPE) no plano s. Esse crit´erio de estabilidade

da equa¸c˜ao de Nyquist relaciona o n´umero dessas ra´ızes no semiplano direito (SPD)

para com o n´umero de voltas no ponto −1 + j0 descrito na equa¸c˜ao (2.27)

Z=N+P(2.27)

na qual Zrepresenta o n´umero de polos de malha fechada situados no SPD, No

n´umero de envolvimentos do ponto −1 + j0, no sentido hor´ario, pelo tra¸cado de

Nyquist do ganho de malha de G(jω) e Po n´umero de polos de malha aberta no

semi-plano direito de G(s).

O n´umero Npode ser negativo como tamb´em positivo, dependendo da orienta¸c˜ao

da volta, para cada contribui¸c˜ao em volta no ponto no sentido hor´ario em N´e posi-

tiva, e para cada volta no sentido anti-hor´ario conta como uma contribui¸c˜ao nega-

tiva. Esse argumento ´e baseado no teorema do mapeamento complexo ou Teorema

Cauchy, que cria uma rela¸c˜ao a curvas em dom´ınios funcionais com o dom´ınio s. Se-

gundo OGATA (2009) a an´alise de estabilidade do sistema pode ser resumido para

=====================28/77======================

14 CAP´

ITULO 2. FANDAMENTAC¸ ˜

AO TE ´

ORICA

trˆes casos poss´ıveis:

1. N˜ao existir nenhum envolvimento do ponto −1+j0, implicando que, o sistema

ser´a est´avel se n˜ao houver polos de malha aberta no SPD do plano s, e inst´avel

caso contr´ario;

2. Existir um ou mais envolvimentos do ponto −1 + j0 no sentido anti-hor´ario,

implicando que, para o sistema est´avel, nesse caso, o n´umero de envolvimentos

no sentido anti-hor´ario tem que ser igual ao n´umero de polos de malha aberta

no SPD;

3. Existir um ou mais envolvimentos do ponto −1 + j0 no sentido hor´ario, im-

plicando nesse caso em instabilidade.

Baseado no teorema do mapeamento, FRANKLIN et al. (2013) resumem em

quatro passos b´asicos o processo de determina¸c˜ao de estabilidade de um sistema

pelo crit´erio de estabilidade de Nyquist:

1. Obter o diagrama de Nyquist do ganho de malha do sistema, geralmente re-

presentado por (2.25);

2. Avaliar o n´umero de envolvimentos do ponto −1 + j0 no sentido hor´ario (N),

se o envolvimento for no sentido anti-hor´ario o n´umero ´e negativo;

3. Determinar o n´umero de polos inst´aveis em malha aberta (P);

4. Calcular o n´umero de ra´ızes inst´aveis em malha fechada: Z=N+P

O crit´erio de estabilidade de Nyquist apresenta diversas vantagens em rela¸c˜ao a

outros m´etodos de an´alise de estabilidade. Uma dessas vantagens ´e que ele possibilita

uma representa¸c˜ao gr´afica da estabilidade do sistema, permitindo uma r´apida ava-

lia¸c˜ao da estabilidade sem a necessidade de c´alculos matem´aticos complexos. Al´em

disso, esse crit´erio pode ser utilizado tanto para analisar fun¸c˜oes de transferˆencia

em malha aberta como sistemas em malha fechada, o que o torna uma ferramenta

vers´atil para a an´alise de estabilidade. Ademais, o crit´erio de estabilidade de Nyquist

fornece informa¸c˜oes sobre a margem de estabilidade do projeto de controladores que

garantam a estabilidade em diversas condi¸c˜oes. Por fim, ele considera toda a faixa

de frequˆencia do sistema, em vez de apenas uma frequˆencia ou faixa de frequˆencias,

proporcionando uma an´alise mais abrangente da estabilidade do sistema.

2.3 Controlador Proporcional Integrativo Deriva-

tivo

O Controlador Proporcional Integrativo Derivativo (PID) une as a¸c˜oes proporci-

onal, integral e derivativa num s´o controlador, atuando tanto no regime transit´orio

quanto no regime permanente. S˜ao utilizados em sistema de controle industriais,

onde ele introduz um polo em p= 0 e dois zeros ao sistema, que dependem dos

parˆametros de controlador GONTIJO et al. (2022).

Existem muitas maneiras de representar um controlador PID por fun¸c˜ao de trans-

ferˆencia, uma delas ´e esta:

=====================29/77======================

2.3. CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRATIVO DERIVATIVO 15

Gc(s) = U(s)

E(s)=Kp+Ki

s+Kds=s2Kd+sKp+Ki

s=Kc

(s+z1)(s+z2)

s(2.28)

Na Figura 2.5, mostrado o controlador PID, como representa¸c˜ao de diagramas

de blocos.

+

+

+

+

-

Controlador PID

Figura 2.5: Diagrama de blocos do PID

Na literatura de controle como OGATA (2009), o m´etodo do Lugar Geom´etrico

das Ra´ızes (LGR), e as regras de sintonia de Zigler-Nichols s˜ao algumas t´ecnicas de

projetos de controladores PID.

=====================30/77======================

16 CAP´

ITULO 2. FANDAMENTAC¸ ˜

AO TE ´

ORICA

Neste trabalho n˜ao utilizaremos solu¸c˜oes lineares, sim, solu¸c˜oes heur´ısticas, como

o uso do Algoritmo Gen´etico e em trabalhos futuros o algor´ıtimo de Enxames de

Part´ıculas para encontrar os valores dos ganhos que satisfa¸cam as nossas restri¸c˜oes

de estabilidade Nyquist.

2.4 ´

Indices de desempenho

Os ´ındices de desempenhos s˜ao medidas quantitativa do desempenho de um sis-

tema, que considera fatores tais como erro de rastreamento e tempo de resposta.

Para cada sistema ´e preciso identificar qual o fator mais relevante, para o qual se

visa atingir o ´otimo. Dizemos que o desempenho do sistema ´e ´otimo quando o

´ındice de desempenho selecionado ´e minimizado.

Alguns ´ındices de desempenhos mais usados s˜ao:

•Integral do erro quadr´atico (ISE - Integrated squared Error)

ISE =ZT

0

e2(t)dt (2.29)

Essa passagem descreve um ´ındice usado para medir a eficiˆencia de uma malha

de controle. O ´ındice ´e chamado de ISE e ´e calculado integrando o quadrado

do erro entre a resposta do sistema e o sinal de referˆencia. O ISE ´e mais

sens´ıvel aos erros grandes, por contribu´ırem mais para o resultado da integral

do que erros menores. No entanto, esse ´ındice pode fazer com que erros pe-

quenos persistam no sistema por um per´ıodo prolongado, o que pode levar a

oscila¸c˜oes prolongadas e de pequena amplitude no sinal.

•Integral do erro absoluto (IAE - Integrated Absolut Error )

IAE =ZT

0

|e(t)|dt (2.30)

A minimiza¸c˜ao do ´ındice IAE tende a gerar resposta mais lentas do que a

do ISE segundo OGATA (2009). A formula¸c˜ao ´e definida como integral do

m´odulo do erro atuante, logo pode se notar que penaliza menos o erro se

comparado com ISE, o IAE n˜ao, adiciona qualquer tipo de peso ao erro, ao

minimizar o sistema considerando IAE podemos afirmar que a resposta ser´a

mais lenta, contudo espera-se que o sistema de controle apresente menos os-

cila¸c˜oes na sa´ıda.

•Integral do tempo multiplicado pelo erro absoluto (ITAE - Integrates Timed

Absolut Error)

IT AE =ZT

0

t|e(t)|dt (2.31)

=====================31/77======================

2.5. MARGEM DE ESTABILIDADE 17

OITAE ´e mais seletivo do que outros ´ındices porque seu valor m´ınimo ´e fa-

cilmente identific´avel em fator do amortecimento ζdo sistema. Quando os

controladores s˜ao ajustados para minimizar o ITAE, os sistemas tendem a al-

can¸car o regime permanente de forma mais r´apida, porque o ´ındice considera

tanto a magnitude quanto a dura¸c˜ao do erro presente na resposta do regime

transit´orio.

•Integral do tempo multiplicada pelo erro ao quadrado (ITSE - Integrated Ti-

med Squared Error)

IT SE =ZT

0

te2dt (2.32)

OITSE, como tamb´em ITAE foca nas penaliza¸c˜oes de oscila¸c˜oes persistentes,

com objetivo de reduzir o tempo de acomoda¸c˜ao.

2.5 Margem de Estabilidade

A capacidade de um sistema de segunda ordem em manter a estabilidade e o

desempenho diante de incertezas e perturba¸c˜oes externas ´e conhecida como robustez.

Isso significa que um sistema robusto consegue lidar com varia¸c˜oes em suas condi¸c˜oes

de opera¸c˜ao e manter um comportamento est´avel e desejado.

V´arios fatores podem influenciar a robustez de um sistema de segunda ordem,

incluindo a localiza¸c˜ao dos polos do sistema no plano complexo, a raz˜ao de amorte-

cimento e a frequˆencia natural. Quanto mais distantes os polos do sistema estiverem

do eixo imagin´ario, maior ser´a a robustez, pois o sistema ser´a menos suscet´ıvel a

perturba¸c˜oes na fase.

Outro fator que pode afetar a robustez de um sistema de segunda ordem ´e a

raz˜ao de amortecimento. Sistemas com alta raz˜ao de amortecimento tendem a ser

mais robustos, uma vez que o amortecimento limita o impacto das perturba¸c˜oes no

sistema. Al´em disso, a frequˆencia natural do sistema tamb´em influˆencia na robustez,

j´a que sistemas com frequˆencias naturais mais baixas tendem a ser mais robustos

do que aqueles com frequˆencias naturais mais altas.

Em s´ıntese, ´e crucial garantir a robustez de um sistema de segunda ordem

para que ele possa manter a estabilidade e o desempenho adequados em condi¸c˜oes

vari´aveis e adversas.

O crit´erio de estabilidade de Nyquist permite estabelecer se um sistema linear ´e

est´avel em malha fechada, a partir de sua resposta em frequˆencia em malha aberta,

mais especificamente do seu diagrama polar, ou diagrama de Nyquist. O crit´erio

baseia-se na seguinte equa¸c˜ao FRANKLIN et al. (2013):

N=Z−P, (2.33)

sendo Po n´umero de polos de malha aberta no semiplano direito, Zo n´umero

de polos de malha fechada no semiplano direito e No n´umero de voltas que o

=====================32/77======================

18 CAP´

ITULO 2. FANDAMENTAC¸ ˜

AO TE ´

ORICA

diagrama de Nyquist faz em torno do ponto cr´ıtico −1 + j0 no sentido hor´ario. Para

estabilidade em malha fechada deve-se ter, portanto, Z=N+P= 0, logo, N=−P,

ou seja, o diagrama de Nyquist deve dar tantas voltas no sentido anti-hor´ario em

torno de −1 + j0 quanto seja o n´umero de polos de malha aberta no semiplano

direito.

Esse crit´erio garante estabilidade nominal, ou seja, considerando que o modelo do

sistema ´e exato, o que n˜ao ocorre na pr´atica. Uma solu¸c˜ao para tornar o controlador

robusto em rela¸c˜ao a desvios no modelo nominal ´e estabelecer uma “regi˜ao de segu-

ran¸ca” em torno do ponto cr´ıtico, na forma de um c´ırculo de raio M−1

scentrado nele,

sendo Mso pico da fun¸c˜ao de sensibilidade. Como mostrado em (SKOGESTAD and

POSTLETHWAITE, 2007), no caso de sistemas est´aveis em malha aberta, ao se ga-

rantir que a curva de Nyquist n˜ao faz voltas em torno deste c´ırculo, garantem-se

limitantes inferiores para as margens de ganho e de fase.

Para implementar um controle robusto e com melhor desempenho, REGO et al.

(2017) prop˜oem o uso de um c´ırculo de raio M−1

scentrado em (−1+0j) e visa fazer

com que a curva do diagrama de Nyquist (em azul na Figura 3.1) tangencie esse

c´ırculo (em vermelho na Figura 3.1) s˜ao utilizados valores de Ms entre 1,3 e 2, como

indicado por ASTROM (1995).

=====================33/77======================

Cap´ıtulo 3

Formula¸c˜ao do Problema

Modelos dinˆamicos lineares de segunda ordem s˜ao utilizados com frequˆencia

em an´alise de fenˆomenos vibrat´orios em estruturas flex´ıveis que usam modelos de

parˆametros concentrados. A equa¸c˜ao diferencial de modelos de segunda ordem con-

trolados por uma entrada, contendo ngraus de liberdade, definida sobre um deslo-

camento generalizado x∈ ℜn, ´e dada por:

M¨x(t) + C˙x(t) + Kx(t) = bu(t) (3.1)

O sistema matricial de equa¸c˜oes diferenciais de segunda ordem mostrado em

(3.1), aparece em uma gama variada de aplica¸c˜oes em an´alises estruturais e vibra¸c˜oes

como em (BALAS, 1982) e (VANDERVELDE, 1986), em que M,C,K∈ ℜn×ns˜ao

matrizes, respectivamente, de massa, amortecimento e rigidez do sistema; b∈ ℜn×1´e

uma matriz de influˆencia (atua¸c˜ao); ¨

x,˙

x∈ ℜndenotam respectivamente acelera¸c˜ao

e velocidade generalizadas; x∈ ℜn´e o vetor de estado; e u∈ ℜ ´e o esfor¸co de

controle.

Aplicando agora a transformada de Laplace a (3.1) obt´em-se:

X(s) = [Ms2+Cs+K]−1bU(s) = H(s)U(s),(3.2)

sendo H(s)=[Ms2+Cs+K]−1bdefinida como a matriz de receptˆancia em malha

aberta do sistema.

O problema estudado consiste em controlar vibra¸c˜oes do sistema, com a possibi-

lidade de rastreamento de uma referˆencia constante por um dos graus de liberdade,

utilizando realimenta¸c˜ao de sa´ıda com robustez garantida. A sa´ıda ´e definida por:

y(t) = lx(t) (3.3)

em que l∈ ℜ1×n´e uma matriz de composi¸c˜ao de sensores.

Para uma dada referˆencia r(t), o erro de rastreamento ´e definido por:

e(t) = r(t)−y(t) (3.4)

Um controlador PID, que possui a capacidade inerente de rastreamento para

referˆencias constantes com erro de regime permanente nulo (FRANKLIN et al.,

2013), ´e ent˜ao proposto como solu¸c˜ao do problema, considerando a presen¸ca de

=====================34/77======================

20 CAP´

ITULO 3. FORMULAC¸ ˜

AO DO PROBLEMA

atraso de medi¸c˜ao, isto ´e:

u(t) = kpe(t−τ) + kiZt

0

e(t−τ)dτ +kd

de(t−τ)

dt (3.5)

em que kp, kiekd∈ ℜ s˜ao, respectivamente, os ganhos proporcional, integral e

derivativo do controlador. Aplicando a transformada de Laplace em (3.3), (3.4) e

(3.5) obt´em-se:

U(s) = −(kp+ki

s+kds)e−τ slX(s) + V(s),(3.6)

em que q(s)=(kp+ki

s+kds) e V(s) = q(s)R(s).

Da substitui¸c˜ao de (3.6) em (3.1) resulta:

[Ms2+Cs+K+e−τ sq(s)bl]X(s) = bV(s).(3.7)

Logo,

X(s)=[Ms2+Cs+K+e−τ sq(s)bl]−1bV(s) = ˆ

H(s)V(s) (3.8)

Aplicando a f´ormula de Sherman-Morrison (2.15) na inversa presente em (3.8),

obt´em-se a matriz de receptˆancia de malha fechada do sistema, dada por:

ˆ

H(s) = H(s)−(kp+ki

s+kds)H(s)blH(s)e−τ s

1+(kp+ki

s+kds)lH(s)be−τ s (3.9)

Nota-se que a receptˆancia de malha fechada pode ser constru´ıda apenas com o

conhecimento da receptˆancia de malha aberta H(s), dispensando assim o conheci-

mento das matrizes M,C,K. Resultados expressivos sobre controle de vibra¸c˜oes

utilizando receptˆancias podem ser acessados na literatura recente (ARA ´

UJO and

SANTOS, 2018; ARA´

UJO, 2018a; SANTOS et al., 2018; SINGH et al., 2019; DAN-

TAS et al., 2020b, 2021; RICHIDEI et al., 2022).

3.1 Parˆametro de Projeto e Formula¸c˜ao Matem´atica

Margens de ganho e de fase s˜ao usualmente utilizadas como parˆametros de pro-

jeto de controladores por resposta em frequˆencia. As rela¸c˜oes entre a resposta tempo-

ral e essas margens fornecem boas referˆencias, ainda que dadas de maneira indireta,

para o controle de sistemas via resposta em frequˆencia.

3.1.1 Circunferˆencia Ms

Em vista das dadas as discuss˜oes anteriores sobre estabilidade com a defini¸c˜ao

do crit´erio de estabilidade de Nyquist, uma conclus˜ao para sistemas est��aveis em

malha aberta, ou seja, sem nenhum polo de malha aberta no SPD (P= 0), ´e que

n˜ao deve haver nenhum envolvimento do ponto −1 + j0 pelo diagrama de Nyquist

=====================35/77======================

3.1. PAR ˆ

AMETRO DE PROJETO E FORMULAC¸ ˜

AO MATEM ´

ATICA 21

do sistema. Assim, surge a ideia de se definir como parˆametro de projeto uma

medida que garanta estabilidade visando atender a este crit´erio. (SKOGESTAD and

POSTLETHWAITE, 2007) trazem a ideia da rela¸c˜ao entre o chamado pico m´aximo

da fun¸c˜ao de sensibilidade e a menor distˆancia entre o ponto −1 + j0 e o diagrama

de Nyquist do ganho de malha do sistema apresentado. Baseado nesse conceito,

define-se uma circunferˆencia de raio M−1

scentrada no ponto −1 + j0 delimitando

a regi˜ao onde o tra¸cado de Nyquist ´e permitido, assim, garantindo uma distˆancia

segura do ponto −1 + j0, ilustrando a ideia de sistema robusto, ´e matematicamente

definida como:

GM ≥Ms

Ms−1;P M ≥2arcsen 1

2Ms≥1

Ms

[rad] (3.10)

sendo a margem de ganho (GM - Gain Margin) e a margem de fase (PM - Phase

Margin). da equa¸c˜ao (3.10) pode-se concluir que, definido um valor Msgarante-se

um m´ınimo valor de GM ePM.

Na literatura cl´assica de controle, como nos livros de OGATA (2009) e FRAN-

KLIN et al. (2013), a margem de ganho ´e descrita como um fator pelo qual o ganho

do sistema pode ser aumentado antes de atingir a instabilidade. A influˆencia dessa

margem na resposta temporal do sistema ´e refletida em sua velocidade, em que siste-

mas com margens de ganho menores alcan¸cam respostas mais r´apidas. O indicador

de robustez, representado por Ms, estabelece um limite m´ınimo de margem de ga-

nho que ainda seria considerado confort´avel. Portanto, a menor margem de ganho (e

consequentemente melhor desempenho em termos de velocidade de resposta) ocorre

quando satisfazemos a equa¸c˜ao (3.11).

GM =Ms

Ms−1(3.11)

=====================36/77======================

22 CAP´

ITULO 3. FORMULAC¸ ˜

AO DO PROBLEMA

Figura 3.1: Diagrama de Nyquist Exemplo de Circunferˆencia. Ms

Fonte: DANTAS (2019)

3.1.2 Defini¸c˜ao do problema de otimiza¸c˜ao

A Figura 3.1 mostra o diagrama de Nyquist de um sistema gen´erico (tra¸cado

em azul) e uma circunferˆencia (em vermelho) representando a circunferˆencia Ms.`

A

medida que o ganho do sistema aumenta o diagrama de Nyquist tende a tangenciar

a ´area da circunferˆencia e se aproxima do ponto −1 + j0 chegando pr´oximo da

fronteira da instabilidade.

Otimiza¸c˜ao de Robustez

Define-se como parˆametro de projeto que o sistema tenha uma distˆancia m´ınima

do ponto −1 + j0 definida pelo raio dessa circunferˆencia. A solu¸c˜ao apresentada

neste trabalho visa garantir uma estabilidade robusta, com objetivo de que mesmo

sujeito a altera¸c˜oes de parˆametros o sistema seja est´avel. Para isso deve-se manter

o ponto −1 + j0 a uma distˆancia segura de L(jω), o que pode ser interpretado como

o tra¸cado de L(jω) fora de uma circunferˆencia centrada em −1 + j0 cujo raio seria

a distˆancia m´ınima desejada com o cuidado de n˜ao apresentar solu¸c˜oes nas quais as

curvas de L(jω) estejam muito afastadas do c´ırculo, o que levaria a respostas muito

lenta. Dessa forma, busca-se fazer com que a curva de L(jω) tangencie o c´ırculo

Msestabelecido e ent˜ao o seguinte problema de otimiza¸c˜ao pode ser formulado

=====================37/77======================

3.1. PAR ˆ

AMETRO DE PROJETO E FORMULAC¸ ˜

AO MATEM ´

ATICA 23

semelhante ao proposto em DANTAS et al. (2021):

min

kp, ki, kd

=min

ωi

|L(jω)+1| − M−1

s2

(3.12)

s.a Re {L(jω)} ≥ −1+M−1

s∀ω/ Im {L(jω)}= 0 (3.13)

L(jω) = (kp+ki

s+kds)lH(jω)be−jωτ

N=−P(3.14)

sendo ωvariando de zero a um valor elevado o suficiente para que |L(jωi)| ≃ 0. A

equa¸c˜ao (3.12) estabelece o problema de minimiza¸c˜ao da fun¸c˜ao, que por ser uma

fun¸c˜ao quadr´atica tem seu valor m´ınimo para minωi|L(jω)+1|= M−1

s, e como

(minωi|L(jω)+1|) ´e a menor distˆancia entre L(jω) e o ponto −1 + j0, dar´a num

ponto tangente `a circunferˆencia de raio M−1

s.

Otimiza¸c˜ao de Desempenho

O problema de otimiza¸c˜ao dado pela equa¸c˜ao (3.12) n˜ao garante, todavia que

o desempenho da resposta seja considerada diretamente, apesar da ideia de robus-

tez. Assim, propomos a otimiza¸c˜ao de desempenho definido matematicamente pela

equa¸c˜ao (3.15) que estabelece a busca por um conjunto de ganho de controlador com

objetivo de maximizar o desempenho do sistema.

min

kp, ki, kd

=Zt

0

|e(t)|dt (3.15)

s.a min

ωi

|L(jω)+1| − M−1

s2

≤ϵ(3.16)

L(jω) = (kp+ki

s+kds)lH(jω)be−jωτ

N=−P(3.17)

Em alguns trabalhos na literatura o desempenho do sistema ´e abordado utilizando-

se de t´ecnicas de ajuste de curva, sintonia de ganhos do controlador, integral do erro

como ´ındice de IAE. Nesse trabalho, adotamos a minimiza¸c˜ao do IAE, assim me-

lhorando o desempenho do sistema de segunda ordem com atraso. A restri¸c˜ao dada

pela equa¸c˜ao (3.16) garante que a solu¸c˜ao aleat´oria mostrado na Figura 3.2 n˜ao

sejam obtidas pela busca, pois pelo crit´erio de estabilidade de Nyquist esse exemplo

ilustra um caso de instabilidade MARTINS et al. (2020).

=====================38/77======================

24 CAP´

ITULO 3. FORMULAC¸ ˜

AO DO PROBLEMA

Figura 3.2: Diagrama de Nyquist de um Sistema Gen´erico para Exemplo de um

Caso de Instabilidade.

Fonte: DANTAS (2019)

Sintonia Robusta com Otimiza¸c˜ao de Desempenho

Em mat´eria de sistema de controle, a robustez de um sistema, e o desempe-

nho s˜ao parˆametros concorrentes, o qual n˜ao ´e poss´ıvel melhorar esses crit´erios de

controle de forma igualit´aria. Por isso, decidimos propor uma solu¸c˜ao que tende a

realizar a otimiza¸c˜ao desses parˆametros, de tal forma que na mesma propor¸c˜ao que

maximizamos o desempenho do sistema, tentamos maximizar a robustez, de forma

que ambos os parˆametros tenha mesma importˆancia na otimiza¸c˜ao.

Al´em de pospormos a otimizar desses parˆametros concorrentes, existentes em

projeto de sistema de controle, tamb´em queremos garantir que o m´etodo desenvol-

vido seja aplic´avel para sistema est´aveis em malha aberta, e inst´aveis. Assim, a

receptˆancia de malha fechada (3.9) sob o controlador PID. A presen¸ca do atraso de

transporte torna a equa¸c˜ao caracter´ıstica:

1+(kp+ki

s+kds)lH(s)be−τ s = 0 (3.18)

uma equa¸c˜ao n˜ao-polinomial, que apresenta infinitas solu¸c˜oes. O estudo da es-

tabilidade em problemas deste tipo n˜ao ´e uma tarefa trivial, entretanto m´etodos

no dom´ınio da frequˆencia baseados no crit´erio de Nyquist permitem uma avalia¸c˜ao

=====================39/77======================

3.1. PAR ˆ

AMETRO DE PROJETO E FORMULAC¸ ˜

AO MATEM ´

ATICA 25

precisa da estabilidade em malha fechada do sistema na presen¸ca do atraso de trans-

porte.

M´etodos existentes na literatura de controle de sistemas de segunda ordem li-

dam com problemas que consideram o termo exponencial do atraso em seus modelos

utilizando aproxima¸c˜oes, tais como a conhecida aproxima¸c˜ao de Pad´e e, em alguns

casos, as s´eries de Taylor e Maclaurin. Em (MOTTERSHEAD and RAM, 2007) ´e

evidenciado um dos problemas no c´alculo de ganhos de controladores para sistemas

com atraso utilizando aproxima¸c˜oes: as solu¸c˜oes n˜ao garantem que todos os polos

de malha fechada fiquem restritos ao semiplano esquerdo. Outro aspecto que desen-

coraja o uso de aproxima¸c˜oes ´e que para boas representa¸c˜oes se faz necess´ario o uso

de fun¸c˜oes polinomiais de ordem bastante elevada.

Visto que as solu¸c˜oes para o problema de c´alculo de ganhos dos controladores

em sistemas com atraso demandam estabilidade em malha fechada, este problema

de controle pode ser formulado como um problema de otimiza¸c˜ao baseado em um

parˆametro de desempenho dos controladores sob a restri¸c˜ao de estabilidade. Para

este trabalho objetiva-se a minimiza¸c˜ao da integral do erro absoluto sujeito ao aten-

dimento do crit´erio de estabilidade de Nyquist conforme descrito a seguir:

A restri¸c˜ao (3.20), se satisfeita, garante uma distˆancia m´ınima entre a curva

de Nyquist e o c´ırculo Ms, proporcionando uma margem de estabilidade robusta

pr´e-estabelecida.

J´a a restri¸c˜ao (3.21) representa a garantia de estabilidade segundo o crit´erio de

Nyquist que afirma que, para cada polo de malha aberta presente no semiplano di-

reito, um envolvimento do ponto cr´ıtico −1+j0 no sentido anti-hor´ario ´e necess´ario.

Qualquer envolvimento do ponto cr´ıtico pela curva de Nyquist no sentido hor´ario

resulta em instabilidade.

min

kp, ki, kd

(1 −α)∗Zt

0

|e(t)|dt +αmin

ωi

|L(jω)+1| − M−1

s2

∀α∈ {0,1}(3.19)

s.a min

ωi

|L(jω)+1| − M−1

s2

≤ϵ(3.20)

L(jω) = (kp+ki

s+kds)lH(jω)be−jωτ

N=−P(3.21)

=====================40/77======================

26 CAP´

ITULO 3. FORMULAC¸ ˜

AO DO PROBLEMA

=====================41/77======================

Cap´ıtulo 4

Implementa¸c˜ao do M´etodo

Proposto

Este cap´ıtulo apresenta o m´etodo desenvolvido para alcan¸car os resultados apre-

sentados no Cap´ıtulo 5. A busca por uma solu¸c˜ao para o problema de otimiza¸c˜ao des-

crito no Cap´ıtulo 3 ´e feita usando um algoritmo gen´etico, um algoritmo estoc´astico

baseado em popula¸c˜ao que procura solu¸c˜oes aleatoriamente por meio de muta¸c˜ao e

cruzamento entre os membros da popula¸c˜ao. Este algoritmo pode ser utilizado para

solucionar problemas de otimiza¸c˜ao, tanto suaves como n˜ao suaves, com restri¸c˜oes

lineares ou n˜ao lineares MATHWORKS. (2019); GOLDBERG and Holland (1988).

4.1 Solu¸c˜ao do Problema de Otimiza¸c˜ao

Uma das alternativas para solucionar problemas de otimiza¸c˜ao, como o descrito

na equa¸c˜ao (3.19), ´e o uso do algoritmo gen´etico (GA), um m´etodo para solu¸c˜ao

de problemas de otimiza¸c˜ao com ou sem restri¸c˜oes baseado no processo de sele¸c˜ao

natural que imita a evolu¸c˜ao biol´ogica. O GA ´e um pioneiro na solu¸c˜ao de problemas

do tipo abordado neste trabalho MATHWORKS. (2019). O algoritmo funciona

repetitivamente alterando a popula¸c˜ao de solu¸c˜oes individuais. A cada etapa, o

algoritmo gen´etico escolhe aleatoriamente indiv´ıduos da popula¸c˜ao atual e os utiliza

como pais para gerar filhos para a gera¸c˜ao seguinte. Ao longo de sucessivas gera¸c˜oes,

a popula¸c˜ao evolui at´e chegar a uma solu¸c˜ao ´otima. O que ´e perfeitamente adequado

ao objetivo de procura para o problema descrito pela equa¸c˜ao (3.13).

O algoritmo gen´etico pode ser utilizado para resolver problemas que n˜ao s˜ao

adequados aos algoritmos de otimiza¸c˜ao padr˜ao, incluindo aqueles na qual a fun¸c˜ao

objetivo ´e descont´ınua, n˜ao diferenci´avel, estoc´astica ou altamente n˜ao linear.

Simula¸c˜ao do sistema para c´alculo do IAE

A fun¸c˜ao Integral do Erro Absoluto ´e um indicador que avalia o desempenho do

sistema conforme descrito na se¸c˜ao 2.4. Esse indicador considera o erro de rastrea-

mento, ou seja, a diferen¸ca entre o sinal de sa´ıda e o sinal de referˆencia. O c´alculo

da integral do valor absoluto desse erro feito a partir da simula¸c˜ao da resposta do

=====================42/77======================

28 CAP´

ITULO 4. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO M ´

ETODO PROPOSTO

sistema com os valores do ganho do controlador associados a cada indiv´ıduo da

busca.

Neste trabalho, foi usado a ferramenta MATLAB/Simulink®para efetuar a si-

mula¸c˜ao conforme o diagrama apresentado na Figura 4.1. Usando o resultado da

simula¸c˜ao, o IAE calculado e seu valor salvo em uma vari´avel com mesmo nome.

Apresentado no Algor´ıtimo 1 emprega a simula¸c˜ao mencionada para calcular o

´ındice IAE para cada indiv´ıduo da popula¸c˜ao, sendo que cada indiv´ıduo ´e composto

por Kp,Ki eKd. As demais vari´aveis necess´arias para a execu¸c˜ao da simula¸c˜ao s˜ao

carregadas no Workspace do software MATLAB®. A fun¸c˜ao importa os parˆametros

do controlador para a simula¸c˜ao e a executa, utilizando as vari´aveis do Workspace.

Ap´os a conclus˜ao da simula¸c˜ao, a fun¸c˜ao retorna o valor do IAE.

Figura 4.1: Simula¸c˜ao criada com MATLAB/Simulink®

Algoritmo 1: Fun¸c˜ao IAE

Entrada: populacao esimulink

Sa´ıda: IAE

1Kp =populacao(1);

2Ki =populacao(2);

3Kd =populacao(3);

4setParam(strcat(simulink,”/Proportional”),”Gain”,num2str(Kp));

5setParam(strcat(simulink,”/Integral”),”Gain”,num2str(Ki));

6setParam(strcat(simulink,”/Derivative”),”Gain”,num2str(Kd));

7sim(simulink);

8IAE =IAE(length(IAE));

=====================43/77======================

4.1. SOLUC¸ ˜

AO DO PROBLEMA DE OTIMIZAC¸ ˜

AO 29

Algoritmo gen´etico desenvolvido

No trabalho apresentado, optou-se por desenvolver o algoritmo gen´etico devido `a

facilidade de otimiza¸c˜ao dos hiperparˆametros e obten¸c˜ao de melhores resultados com

varia¸c˜oes dos m´etodos principais do GA, tais como sele¸c˜ao, cruzamento e muta¸c˜ao.

SOUZA e CARVALHO (2020)

Os passos do algoritmo gen´etico implementado foram:

1. Inicializa¸c˜ao: Uma popula¸c˜ao inicial de solu¸c˜oes ´e gerada aleatoriamente de

kp,ki ekd.

2. Sele¸c˜ao: Os indiv´ıduos s˜ao ordenados de forma que os ganhos do controla-

dor que tiveram melhor resultados est˜ao no in´ıcio da popula¸c˜ao e esses s˜ao

selecionados para reprodu¸c˜ao. Esse tipo de sele¸c˜ao ��e denominado de elitista.

3. Cruzamento: Os ganhos do controlador PID selecionados s˜ao usadas como

pais para produzir novos indiv´ıduos (filhos).

4. Muta¸c˜ao: Alguns dos indiv´ıduos produzidos s˜ao submetidos a pequenas al-

tera¸c˜oes aleat´orias (muta¸c˜oes).

5. Avalia¸c˜ao: A nova gera¸c˜ao de solu¸c˜oes ´e avaliada em termos da sua aptid˜ao

com a fun¸c˜ao de custo. Neste trabalho utilizamos a robustez do sistema medida

pelo valor de Ms, integral do erro absoluto e concorrˆencia entre eles.

6. Variabilidade Gen´etica: Implementamos esse c´alculo a fim de verificar a va-

ria¸c˜ao dos resultados da fun¸c˜ao de custo, reduzindo o n´umero de itera¸c˜oes

desnecess´arias, que n˜ao apresentam ganhos significativos.

7. Substitui¸c˜ao: A nova gera¸c˜ao de solu¸c˜oes ´e substitu´ıda pela antiga, formando

a nova popula¸c˜ao.

8. Repeti¸c˜ao: O processo ´e repetido sucessivas vezes at´e que se atinja uma solu¸c˜ao

´otima ou se alcance um crit´erio de parada.

9. Resultado: A melhor solu¸c˜ao encontrada ´e retornada como resultado do algo-

ritmo gen´etico.

Essas varia¸c˜oes no comportamento do passo de sele¸c˜ao, como sele¸c˜ao por elitismo,

sele¸c˜ao randˆomica, sele¸c˜ao por roleta, bem como varia¸c˜oes no m´etodo de cruzamento,

como cruzamento em dois pontos ou uniforme, e a muta¸c˜ao gaussiana ou uniforme,

podem trazer grandes ganhos na otimiza¸c˜ao do GA, dependendo da formula¸c˜ao do

problema e de como ele se comporta no espa¸co de amostra SOUZA e CARVALHO

(2020).

As etapas para obten¸c˜ao dos ganhos do controlador que resolvem o problema de

otimiza¸c˜ao est˜ao descritos no Algoritmo 2. Os dados de entrada do algor´ıtimo s˜ao:

o sistema de segunda ordem (M, C, K, B, l), o atraso do sistema τ, o vetor

de frequˆencias ωisobre as quais a resposta em frequˆencia do sistema ser´a avaliada,

o valor desejado para a medida de robustez e o nome do arquivo de simula¸c˜ao do

sistema Simulink apresentado na Figura 4.1.

A execu¸c˜ao do algoritmo requer as seguintes fun¸c˜oes auxiliares: uma fun¸c˜ao de

restri¸c˜oes para descrever as limita¸c˜oes impostas pelas equa¸c˜oes (3.13), uma fun¸c˜ao

de robustez que avalia a capacidade do sistema em malha fechada de lidar com

=====================44/77======================

30 CAP´

ITULO 4. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO M ´

ETODO PROPOSTO

varia¸c˜oes, conforme definida pela equa¸c˜ao (3.19), uma fun¸c˜ao IAE associada a um

dado individuo que calcula a integral do erro absoluto do sistema em malha fechada,

conforme definido pela equa¸c˜ao (2.31), e uma fun¸c˜ao Fitness que calcula o valor a

ser minimizado pelo algoritmo gen´etico. Dependendo do valor da vari´avel alfa, a

robustez do sistema ou o IAE em malha fechada podem ser otimizados, bem como

a combina¸c˜ao desses parˆametros no sistema.

=====================45/77======================

4.1. SOLUC¸ ˜

AO DO PROBLEMA DE OTIMIZAC¸ ˜

AO 31

Algoritmo 2: Fun¸c˜ao de Busca

Entrada: M;C;K;B;l;τ;ω;Msesimulink

Sa´ıda: gain = [ Kp Ki Kd ];

1populacao =random(n);

2objetivo = ”execute”;

3execucao =0;

4variabilidade =1;

5evolucao =0;

6alfa =random(0,1);

7n=100;

8repita

9para geracao=1 at´e geracao=n fa¸ca

10 avalicao =[]

11 se execucao >0ent˜ao

12 populacao(2:n,:) = random(n−1);

13 fim

14 para i = 1 at´e populacao=n fa¸ca

15 L←LFunction(M,C,K,B,l, τ, ω, populacao(i,1:3);

16 robustez ←RobustezFunction(L(s), Ms);

17 restrictions ←RestrictionsFunction(L(s),0);

18 IAE ←IaeFunction(populacao,simulink);

19 ff ←FitnessFunction(IAE,robustez,alfa);

20 avaliacao(i,1:end) = [ff,restrictions];

21 i=i+1;

22 fim

23 populacao = [populacao avaliacao];

24 populacao ←AssortmentFunction(populacao);

25 populacao ←CrossOverFunction(populacao(1:n,1:end −2));

26 L←LFunction(M,C,K,B,l, τ, ω, populacao(1,1:3));

27 robustez ←RobustezFunction(L(s), Ms);

28 restrictions ←RestrictionsFunction(L(s),0);

29 IAE ←IaeFunction(populacao,simulink);

30 ff ←FitnessFunction(IAE,robustez,alfa);

31 se (ff <0.4 && restrictions <0.9) || (execucao >

2 && Restrictions <0.9) ent˜ao

32 objetivo = ”fim”;

33 melhorIndividuo =populacao(1,:);

34 interromper;

35 fim

36 VariabilidadeFunction(variabilidade,evolucao,ff);

37 geracao =geracao +1;

38 fim

39 execucao =execucao +1;

40 at´e (objetivo = ”fim”);

=====================46/77======================

32 CAP´

ITULO 4. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO M ´

ETODO PROPOSTO

Popula¸c˜ao inicial

A primeira etapa na configura¸c˜ao de um algoritmo gen´etico consiste em criar

a popula¸c˜ao inicial. Esse termo, assim como todos os outros relacionados ao algo-

ritmo, ´e inspirado na analogia com a teoria da evolu¸c˜ao biol´ogica. No contexto de

otimiza¸c˜ao, ele se refere ao conjunto inicial de solu¸c˜oes poss´ıveis para o problema

espec´ıfico em quest˜ao.

Neste trabalho, optou-se pelo desenvolvimento de um conjunto aleat´orio de

indiv´ıduos para a popula¸c˜ao. Inicialmente, criamos uma popula¸c˜ao com cem in-

div´ıduos, onde o primeiro locus corresponde a Kp, seguido por Ki, e Kd.

4.2 Implementa¸c˜ao do Algoritmo de Otimiza¸c˜ao

Nesta se¸c˜ao, discutiremos detalhes relativos ao desenvolvimento e implementa¸c˜ao

das teorias apresentadas neste trabalho.

Ganhos infinitos da resposta em frequˆencia devido a¸c˜ao integral

Devido `a natureza da a¸c˜ao integral do controlador PID, o modulo da resposta em

frequˆencia do ganho de malha atende a infinito para baixas frequˆencias, dificultando

a contagem do n´umero de voltas do diagrama de Nyquist em torno do ponto cr´ıtico.

Por exemplo, quando utilizamos o sistema do exemplo 5.1.3, do cap´ıtulo 5 o

m´etodo resultou nos seguintes ganhos do controlador PID [7.9574 14.8018 3.5920]

respectivamente Kp,Ki,Kd na Figura 4.2, o qual as frequˆencias ωtem uma varia¸c˜ao

no intervalo de [10−1103] podemos observar que o diagrama n˜ao envolve o ponto

cr´ıtico −1 + j0, e com base na defini¸c˜ao de estabilidade de Nyquist o sistema seria

est´avel em malha aberta. Mas, para os mesmo valores dos ganhos, com a varia¸c˜ao

de ωno intervalo de [10−6103], quando observamos a Figura 4.3, o gr´afico envolve

o ponto cr´ıtico.

=====================47/77======================

4.2. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO ALGORITMO DE OTIMIZAC¸ ˜

AO 33

Figura 4.2: Diagrama de Nyquist para ω∈[10−1,103]

Figura 4.3: Diagrama de Nyquist para ω∈[10−6,103]

Como solu¸c˜ao inicial, introduzimos uma pertuba¸c˜ao na a¸c˜ao integrativa o qual ´e

matematicamente expressa pela equa¸c˜ao (4.2), calculando o limite ω(i)→0 obtemos

o seguinte resultado:

lim

ω(i)→0

Ki

j×ω(i)= lim

ω(i)→0

Ki

j×0= lim

ω(i)→0

Ki

0= +∞(4.1)

=====================48/77======================

34 CAP´

ITULO 4. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO M ´

ETODO PROPOSTO

Ao introduzir a pertuba¸c˜ao no denominador da a¸c˜ao integrativa conforme a

equa¸c˜ao (4.3). Assim ao para valores baixos de j×ω(i), devido a pertuba¸c˜ao evita-

mos valores infinitos para a¸c˜ao integrativa, porque a resultados do denominador n˜ao

ir´a tender a zero para frequˆencia muito baixas, fazendo que o c´alculo do diagrama

de Nyquist n˜ao tenha uma representa¸c˜ao errada na fun¸c˜ao L exposta no Algoritmo

3.

Ki

j×ω(i)(4.2)

Ki

j×ω(i)+0.0001 (4.3)

Algoritmo 3: Fun¸c˜ao L

Entrada: M;C;K;B;l;τ;ωepopulacao

Sa´ıda: L

1Kp =populacao(1);

2Ki =populacao(2);

3Kd =populacao(3);

4para i= 1 at´e i=comprimento(ω)fa¸ca

5β=j×ω(i);

6L(i)=(Kp +Ki

β+0.0001 ) + β×Kd)×l×(M×β2+C×β+K)−1×B×e−τ×β;

7i=i+1;

8fim

A Fun¸c˜ao Robustez

A fun¸c˜ao de robustez ´e utilizada como avalia¸c˜ao dos indiv´ıduos da popula¸c˜ao e

tem em vista garantir que a menor distˆancia entre o ponto −1 + j0 e o diagrama de

Nyquist de L(jω) seja igual ao raio da circunferˆencia Ms, um parˆametro de projeto

definido na resposta em frequˆencia.

A fun¸c˜ao L apresentada no Algoritmo 3 calcula os valores de L(jωi) e os arma-

zena nos vetores Re eIm, correspondendo `as partes real e imagin´aria de L(jωi),

respectivamente. O vetor d´e utilizado para armazenar as distˆancias entre o ponto

−1+j0 e os pontos ao longo da curva L(jωi) que foram armazenados nos vetores Re

eIm. Fun¸c˜ao de robustez ´e uma medida usada para a avalia¸c˜ao para cada indiv´ıduo

da popula¸c˜ao (o qual ´e um candidato a solu¸c˜ao do problema de otimiza¸c˜ao) e o seu

valor ´e utilizado na busca realizado pelo Algor´ıtimo Gen´etico.

=====================49/77======================

4.2. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO ALGORITMO DE OTIMIZAC¸ ˜

AO 35

Algoritmo 4: Fun¸c˜ao Robustez

Entrada: LeMs

Sa´ıda: robustez

1d=p(Re(L) + 1)2+Im(L)2;

2robustez = (min (d)−Ms−1)2;

A Fun¸c˜ao de Restri¸c˜oes

O algoritmo 5 apresenta a fun¸c˜ao de restri¸c˜oes respons´avel por impor aos in-

div´ıduos as limita¸c˜oes do problema de otimiza¸c˜ao, definidas pelas equa¸c˜oes (3.16)

que se refere a impor o n´umero de voltas necess´ario em torno do ponto cr´ıtico −1+j0

para garantia da estabilidade em malha fechada pelo crit´erio de Nyquist. O vetor

”cross”armazena os pontos de intersec¸c˜ao entre a curva de Nyquist de L(jω)eo

eixo real. A vari´avel ”restrictions” ´e utilizada para representar a restri¸c˜ao n˜ao linear

estabelecida pela inequa¸c˜ao (3.16) e ´e restrita a valores menores ou iguais a zero.

A fun¸c˜ao de restri¸c˜ao envia os valores de restrictions de volta para o Algoritmo

Gen´etico e avalia o indiv´ıduo da popula¸c˜ao com a fun¸c˜ao fitness. A busca ´e conclu´ıda

quando as mudan¸cas entre as gera¸c˜oes se tornam insignificantes e o melhor indiv´ıduo

avaliado pelas fun¸c˜oes descritas ´e apresentado como resposta. Os resultados obtidos

com o algoritmo desenvolvido s˜ao apresentados no cap´ıtulo 5.

=====================50/77======================

36 CAP´

ITULO 4. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO M ´

ETODO PROPOSTO

Algoritmo 5: Fun¸c˜ao de Restri¸c˜ao

Entrada: L;Z;

Sa´ıda: restrictions

1contadorcw =0;

2contadorccw =0;

3cross =0;

4se Re(L(1)) <−1&&abs(Im(L(1))) <0.2ent˜ao

5xcrosses = [xcrosses Re(Ls(1))];

6se Im(L(2)) <Im(L(1)) ent˜ao

7contadorccw =contadorccw +1;

8fim

9sen˜ao

10 contadorcw =contadorcw +1;

11 fim

12 fim

13 para i=1at´e comprimento(L)−1fa¸ca

14 se Im(L(i)) ×Im(L(i+1)) <0ent˜ao

15 se Re(L(i)) ×Re(L(i+1))/2<−1ent˜ao

16 cross = [cross Re(L(i)) + Re(L(i+1)))/2];

17 se Im(L(i+1)) <Im(L(i)) ent˜ao

18 contadorccw =contadorccw +1;

19 fim

20 sen˜ao

21 contadorcw =contadorcw +1;

22 fim

23 fim

24 fim

25 i=i+1;

26 fim

27 para i=1at´e comprimento(L)−1fa¸ca

28 se −Im(L(comprimento(L)−(i−1))) × −Im(L(comprimento(L)−i)) <0

ent˜ao

29 se Re(L(comprimento(L)−(i−1))) + Re(L(comprimento(L)))/2<−1

ent˜ao

30 cross = [cross Re(L(comprimento(L)−(i−1))) + Re(L(comprimento)−i)))/2];

31 se

−Im(L(comprimento(L)−(i−1)))) >−Im(L(comprimento(L)−i)))

ent˜ao

32 contadorccw =contadorccw +1;

33 fim

34 sen˜ao

35 contadorcw =contadorcw +1;

36 fim

37 fim

38 fim

39 i=i+1;

40 fim

41 restrictions =−min(cross)×contadorcw + (Z−contadorccw))2;

=====================51/77======================

4.2. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO ALGORITMO DE OTIMIZAC¸ ˜

AO 37

A Fun¸c˜ao Fitness

A fun¸c˜ao Fitness recebe como entrada dois parˆametros: os ´ındices de robustez e

IAE, resultantes das fun¸c˜oes descritas nas se¸c˜oes 8 e 4.1, respectivamente. O ´ındice

de robustez mede o qu˜ao robusto ´e o sistema.

Entretanto, ´e poss´ıvel notar que as defini¸c˜oes dessas duas medidas podem entrar

em conflito, j´a que quando se deseja minimizar a integral do erro, ou seja, ter um

tempo de acomoda¸c˜ao baixo, pode-se acabar com um sistema menos robusto, com

altos valores de Overshoot. Como solu¸c˜ao, foi criado um parˆametro chamado alfa,

que pondera esses dois crit´erios na fun¸c˜ao de fitness. O valor de alfa ´e um n´umero

entre zero e um, permitindo escolher se dar maior importˆancia ao ´ındice de robustez

ou ao IAE, bem como decidir se ambos tˆem a mesma importˆancia na otimiza¸c˜ao do

algoritmo de busca. O algoritmo 6 apresenta essa l´ogica.

Algoritmo 6: Fun¸c˜ao Fitness

Entrada: Robustez,IAE, e alfa

Sa´ıda: ff

1ff =alfa ×robustez + (1−alfa)×IAE;

A Fun¸c˜ao de Variabilidade

O objetivo da Fun¸c˜ao de Variabilidade Gen´etica, apresentada no Algoritmo 7,

´e solucionar o problema de itera¸c˜ao do Algoritmo Gen´etico quando n˜ao houver

melhora no valor da Fun¸c˜ao Fitness ap´os v´arias itera¸c˜oes. Com isso, evita-se a

execu¸c˜ao desnecess´aria do programa quando a solu¸c˜ao estiver presa em um m´ınimo

local, a partir do qual n˜ao haver´a avan¸cos significativos com a continuidade das

execu¸c˜oes do GA.

A fun¸c˜ao avalia o valor da fun¸c˜ao objetivo em dez execu¸c˜oes. Caso haja uma

baixa variˆancia entre esses valores, h´a uma indica¸c˜ao de que o algoritmo n˜ao est´a

apresentando evolu¸c˜ao na otimiza¸c˜ao, assim o custo computacional de continuar

executando o algoritmo proposto n˜ao resultar´a em ganhos significativos. Com isso,

a fun¸c˜ao interrompe a execu¸c˜ao do GA e retorna o melhor indiv´ıduo para aquela

execu¸c˜ao.

=====================52/77======================

38 CAP��

ITULO 4. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO M ´

ETODO PROPOSTO

Algoritmo 7: Fun¸c˜ao de Variabilidade

Entrada: variabilidade,evolucao, e ff

1evolucao(variabilidade) = ff;

2variabilidade =variabilidade +1;

3se tamanho(evolucao)>10 ent˜ao

4variabilidade =1;

5evolucao =evolucao(2:end);

6se var(evalution)<0.0000001 ent˜ao

7objetivo = ”fim”;

8melhorIndividuo =populacao(1,:);

9interromper;

10 fim

11 fim

Obten¸c˜ao dos ganhos do controlador via Algoritmo Gen´etico

Neste trabalho tamb´em aplicaremos os m´etodos testado para sistema de controle

est´aveis para sistemas inst´aveis, por´em isso traz algumas complica¸c˜oes no desenvol-

vimento do algoritmo, para que atenda as fun¸c˜oes de restri¸c˜oes.

Pelo crit´erio de Nyquist, testamos as ra´ızes do polinˆomio caracter´ıstico de malha

fechada devem ser parte real negativa, mas quando temos um sistema inst´avel signi-

fica que temos ra´ızes no SPD, e para tornar esse sistema est´avel, precisamos for¸car

que o n´umero de voltas no ponto −1+j0 seja igual ao n´umero de ra´ızes do polinˆomio

caracter´ıstico de malha aberta, assim tornando o sistema est´avel. Nesse caso, o al-

goritmo proposto escolhe de forma heur´ıstica os ganhos do controlador PID, para

atender essa condi¸c˜ao de voltas, igual ao n´umero de polos de malha aberta no SPD.

A solu¸c˜ao inicial se a base na teoria de ponto de intersec¸c˜ao de uma reta no

diagrama de polos. Ao se tra¸car retas no plano complexo e encontrar os pontos

de intersec¸c˜ao que o digrama de Nyquist tem com essas retas, conseguimos aferir o

sentido no qual gr´afico de Nyquist est´a envolvendo o ponto −1 + j0, como tamb´em

realizar a contagem dessas voltas.

Por exemplo, ao tra¸car uma reta definida como ℜ=−1, cruzando o eixo real

do diagrama Nyquist, encontrando as intersecta¸c˜oes que a curva de Nyquist tem

com essa reta, a partir de um ponto de intersec¸c˜ao, calculamos qual ´e ponto do

diagrama de Nyquist imediatamente antes da interse¸c˜ao e ap´os, realizando uma

an´alise desses pontos, consegue-se inferir qual o sentido do diagrama com base no

valor imagin´ario desses pontos. Na Figura 4.4, tem um ponto intersecta essa reta

primeiramente abaixo do ponto −1 + j0, ao calcular o ponto imediatamente antes

da interse¸c˜ao da reta com o diagrama e calcular o ponto ap´os essa intersec¸c˜ao, ao

se multiplicar o valor real desses pontos e se o resultado for negativo, isso significa

matematicamente que ocorreu uma transi¸c˜ao entre a reta, ao verificar que ocorreu a

transi¸c˜ao, ao se analisar o valor imagin´ario desses pontos, como o valor imagin´ario do

ponto antes da interse¸c˜ao ´e menor do que o valor do ponto p´os a intersec¸c˜ao, assim

inferi o sentido do Nyquist naquele cruzamento, est´a no sentido hor´ario, e como esses

pontos de intersec¸c˜ao contem o ponto −1+j0, logo foi realizado uma volta no ponto

=====================53/77======================

4.2. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO ALGORITMO DE OTIMIZAC¸ ˜

AO 39

de instabilidade. dessa forma, foi implementado o algoritmo que consegue tratar os

casos de sistema inst´aveis em malha aberta, conforme apresentado no algoritmo 5.

Legendas

Reta traçada no ponto -1 +j0

Ponto de interseção com reta

Ponto imediatamente antes da interseção

Ponto imediatamente depois da interseção

Diagrama de Nyquist

Círculo Ms

X

Figura 4.4: Exemplifica¸c˜ao da contagem de voltas que contem o ponto −1 + j0eo

sentido do diagrama de Nyquist

A complexidade do problema de otimiza¸c˜ao (3.19)-(3.21) praticamente inviabiliza

sua solu¸c˜ao por m´etodos tradicionais de otimiza¸c˜ao baseados em gradiente.

Neste trabalho, foi implementado um algoritmo gen´etico, por sua eficiˆencia e

versatilidade, como descrito na se¸c˜ao 4.1.

Na elabora¸c˜ao do algoritmo foi definido como objetivo a fun¸c˜ao expressa na

equa¸c˜ao (3.19). Para retorno da avalia¸c˜ao do c´ırculo Msfoi utilizada a equa¸c˜ao

(3.20) e a defini¸c˜ao de estabilidade baseada no crit´erio de Nyquist visando atender

ao disposto na equa¸c˜ao (3.21) com uma fun¸c˜ao que contabiliza os envolvimentos

=====================54/77======================

40 CAP´

ITULO 4. IMPLEMENTAC¸ ˜

AO DO M ´

ETODO PROPOSTO

do ponto cr´ıtico −1 + j0 nos sentidos hor´ario e anti-hor´ario pela curva L(jω). Na

fun¸c˜ao de ordena¸c˜ao do algoritmo, os indiv´ıduos s˜ao classificados em ordem crescente

atendendo inicialmente `a estabilidade, quantificada pela equa¸c˜ao (3.21), onde P´e

o n´umero de polos de malha aberta no semiplano direito e Na quantidade de

envolvimentos do ponto cr´ıtico (N > 0 sentido hor´ario, N < 0 sentido anti-hor´ario).

Assim, indiv´ıduos ”est´aveis”(com Z= 0) nas primeiras posi¸c˜oes da classifica¸c˜ao e

indiv´ıduos ”inst´aveis”(com Z= 0) nas ´ultimas posi¸c˜oes. Em seguida a popula¸c˜ao ´e

reordenado com base na fun¸c˜ao objetivo apresentada na equa¸c˜ao (3.19) que considera

o crit´erio de robustez com seu custo dado pelo valor de ϵna equa¸c˜ao (3.20) e tamb´em

a integral do Erro absoluto. Nesta etapa, aquele indiv´ıduo que tiver menor valor

de ϵe atender ao crit´erio de estabilidade, tomar´a a frente nas primeiras posi¸c˜oes da

ordena¸c˜ao.

Para a busca ser encerrada foram considerados os seguintes crit´erios de parada

para verifica¸c˜ao das Condi¸c˜oes Atendidas:

1. Melhor indiv´ıduo est´avel

2. N´umero de gera¸c˜oes ≥100

3. A fun¸c˜ao variabilidade apresentado na se¸c˜ao 1 atinja seu crit´erio

Assim, devidos a essa t´ecnica de contagem de voltas que o diagrama de Nyquist

faz em torno do ponto −1 + j0, consegui-se aplicar essa a estrat´egia de sistema

robusto e eficiˆencia tamb´em para sistema inst´aveis em malha aberta, como tamb´em

para sistema est´aveis em amalha aberta. Somado a isso, com a cria¸c˜ao dessas fun¸c˜oes

auxiliares, conseguimos melhorar a desempenho do algoritmo de busca, considerando

os resultados com o decorrer da itera¸c˜ao do algor´ıtimo. Dessa forma, os resultados

gerados com a execu¸c˜ao desse algor´ıtimo, se apresentou eficiente e funcional conforme

apresentado no cap´ıtulo 5.

=====================55/77======================

Cap´ıtulo 5

Experimentos e Resultados

Neste cap´ıtulo, estudos de simula¸c˜oes s˜ao apresentados, visando avaliar `a efic´acia

e afetividade dos controladores utilizando o m´etodo proposto. Para a otimiza¸c˜ao do

PID, s˜ao utilizados dois parˆametros de busca.

A primeira otimiza¸c˜ao se baseia no crit´erio de robustez do sistema, a segunda

otimiza¸c˜ao ´e baseada no ´ındice de IAE, buscando alcan¸car uma maior eficiˆencia do

sistema.

Podemos encontrar na se¸c˜ao 5.1 uma compara¸c˜ao entre os resultados obtidos

quando otimizamos a robustez do sistema e o ´ındice de Integral do Erro Absoluto.

Podemos inferir que esses parˆametros de avalia¸c˜ao do sistema s˜ao mutuamente

exclusivos, o que significa que ´e dif´ıcil obter um sistema altamente robusto e eficiente

ao mesmo tempo. Quando minimizamos o ´ındice IAE, a robustez do sistema pode

ser comprometida. O objetivo ´e encontrar um equil´ıbrio para otimizar tanto a

robustez quanto o ´ındice de IAE, a fim de obter um controlador ideal que mantenha

a estabilidade e o tempo de acomoda¸c˜ao mesmo em situa¸c˜oes de perturba¸c˜oes no

sistema.

5.1 Experimentos estudados

Os exemplos que ser˜ao estudados nesta se¸c˜ao s˜ao baseados em literatura de

sistemas de controle, como descrito em OGATA (2009). Abordaremos sistemas de

controle de segunda ordem com atraso e detalharemos os resultados obtidos com

o m´etodo proposto, al´em de compar´a-los com trabalhos j´a realizados, conforme

descrito em DANTAS (2019).

5.1.1 Exemplo 1

Na Figura 5.1, ´e apresentado um exemplo cl´assico de aplica¸c˜ao do sistema massa-

mola-amortecedor de um grau de liberdade. O problema de controle por reali-

menta¸c˜ao de estados ´e definido para M= 1, C= 0,01, K= 5, b= 1 e l= 1 com

atraso igual a τ= 0,1scomo no Exemplo 2 de (RAM et al., 2009). O objetivo ´e

encontrar valores de Kp,Ki eKd, de forma que o diagrama de Nyquist de L(jω)

esteja completamente fora da ´area delimitada pela circunferˆencia de raio M−1

s, a

=====================56/77======================

42 CAP´

ITULO 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

qual ´e um parˆametro de projeto definido. A defini¸c˜ao de Ms estabelece margens

de ganho e de fase para o sistema, e valores comuns de Ms est˜ao no intervalo de

1,22 ≤Ms≤1,667 SKOGESTAD and POSTLETHWAITE (2007).

M

C

K

u(t)

x1(t)

Figura 5.1: Sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade

O m´etodo proposto neste trabalho foca nos parˆametros de projeto baseados no

diagrama de Nyquist do ganho de malha do sistema L(jω), considerando os conceitos

de estabilidade segundo os crit´erios de Nyquist. O objetivo da solu¸c˜ao ´e obter um

sistema relativamente robusto, tendo como meta Ms= 1,66.

Resultados da Otimiza¸c˜ao

A an´alise comparativa dos parˆametros otimizados diretamente e observaremos os

benef´ıcios de realizar a busca pelo crit´erio de robustez ou pelo ´ındice de IAE. A ideia

inicial ´e comparar os gr´aficos de Nyquist e as simula¸c˜oes do sistema, sobrepondo os

resultados o quais s˜ao os dados s˜ao sumarizados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o Exemplo 5.1.1

Sintonia kpkikdIAE

Robustez + IAE 2.9222 5,4647 3,6449 0,9149

Robustez 1,4160 1,5225 0,8718 3,2841

A Figura 5.2 apresenta a compara¸c˜ao dos diagramas para o exemplo 5.1.1, sendo

que o diagrama que enfatiza a robustez do sistema tangencia a referˆencia Ms, en-

quanto o diagrama otimizado para o IAE est´a pr´oximo `a circunferˆencia e apresenta

comportamento semelhante a outro diagrama.

A respeito da Figura 5.3, percebemos que o sistema estabilizado pelo crit´erio do

IAE ´e mais eficiente, apresentando um tempo de acomoda¸c˜ao mais r´apido, enquanto

o sistema com ˆenfase na robustez tem uma resposta transit´oria mais lenta.

=====================57/77======================

5.1. EXPERIMENTOS ESTUDADOS 43

-3 -2 -1 0 1 2 3

-3

-2

-1

0

1

2

3

Eixo Imaginário

Figura 5.2: Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.1

=====================58/77======================

44 CAP´

ITULO 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

0 10 20 30 40 50 60

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

1.2

1.4 simulação do sistema

Figura 5.3: Resposta no tempo para uma referˆencia constante do Exemplo 5.1.1

Ao examinar os resultados conseguidos com a fun¸c˜ao de fitness definida na se¸c˜ao

41, que tenta considerar os dois parˆametros de busca. Nesse caso, estamos atribuindo

a mesma importˆancia `a robustez e ao IAE, j´a que o valor do parˆametro alfa ´e 0,5.

A Figura 5.2 revela que o diagrama de Nyquist apresenta uma pequena distˆancia

da referˆencia Ms, mantendo sinais de um sistema mais robusto, sem perder a priori-

dade da eficiˆencia. Essa situa¸c˜ao difere quando realizamos a otimiza¸c˜ao apenas do

IAE, onde o diagrama tende a se afastar ainda mais do raio de robustez estabelecido.

Analisando a Figura 5.3, percebe-se que a combina¸c˜ao dos parˆametros resulta

em uma melhoria geral em rela¸c˜ao `a simula¸c˜ao na qual a busca tentou otimizar

apenas o ´ındice IAE, e tamb´em em compara¸c˜ao com a simula¸c˜ao do trabalho base

DANTAS (2019).

5.1.2 Exemplo 2

Considerando um exemplo pr´atico para demonstrar a aplica¸c˜ao do m´etodo apre-

sentado, conforme visto em (RAM et al., 2011), podemos tomar as matrizes de

massa, amortecimento e elasticidade como:

M=1 0

0 1,C=1−1

−1 1 ,K=3−2

−2 3 

=====================59/77======================

5.1. EXPERIMENTOS ESTUDADOS 45

Considerando o m´etodo apresentado em (RAM et al., 2011), utilizaremos como

exemplo pr´atico uma matriz de entradas l=bT= [0 1] e uma constante de atraso

τ= 5s. Nesse caso, estamos lidando com um sistema n˜ao amortecido com auto-

valores de malha aberta sobre o eixo imagin´ario do plano s. Quando isso ocorre,

pode ser dif´ıcil trabalhar com a resposta em frequˆencia, uma vez que h´a uma des-

continuidade nas frequˆencias que coincidem com os autovalores do sistema no eixo

imagin´ario. Para lidar com essa situa¸c˜ao, a literatura de sistemas de controle com

base na teoria do mapeamento sugere fazer uma pequena altera¸c˜ao no contorno do

plano s, de modo a evitar os polos sobre o eixo jω. Em outras palavras, ´e necess´ario

deslocar levemente os polos para a esquerda do eixo, o que pode ser conseguido por

meio de uma pequena altera¸c˜ao em um dos elementos da matriz de amortecimento

OGATA (2009). Nesse exemplo, a matriz C´e considerada.

C=1−0,9999

−0,9999 1 

Novamente a busca pela solu¸c˜ao do problema descrito pela equa¸c˜ao (3.19) ´e

realizada para o c´ırculo Ms= 1,6667.

Resultados da Otimiza¸c˜ao

No caso do exemplo 5.1.2, por se tratar de um sistema mais complexo e, teorica-

mente, com maior dificuldade na sintonia dos ganhos do controlador, esses ganhos

est´a apresentado na Tabela 5.2, como tamb´em os ´ındices IAE obtidos da simula¸c˜ao.

A Figura 5.4 apresenta o diagrama de Nyquist. Neste caso, ´e poss´ıvel observar que,

para o ´ındice considerado, o Nyquist intersecta a circunferˆencia, enquanto, para a

busca pela robustez, isso n˜ao ocorre, como esperado. Al´em disso, conseguimos obter

um comportamento semelhante no diagrama, circulando o ponto 0 + 0j.

Tabela 5.2: Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o Exemplo 5.1.2

Sintonia kpkikdIAE

Robustez + IAE 0,5145 0,2578 0,4004 7,3408

Robustez 0,1773 0,2229 0,4432 10,0418

A simula¸c˜ao do sistema na Figura 5.5 apresenta o comportamento desejado

quando otimizado com o ´ındice de Integral do Erro Absoluto, sendo not´avel que

o sistema ´e mais eficiente, enquanto o sistema otimizado com ˆenfase na robustez

tem uma resposta transit´oria mais lenta.

=====================60/77======================

46 CAP´

ITULO 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

-3 -2 -1 0 1 2 3

-3

-2

-1

0

1

2

3

Eixo Imaginário

Figura 5.4: Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.2

=====================61/77======================

5.1. EXPERIMENTOS ESTUDADOS 47

0 10 20 30 40 50 60

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

1.2

1.4 simulação do sistema

Figura 5.5: Resposta no tempo para uma referˆencia constante do Exemplo 5.1.2

No caso do resultado otimizando robustez mais o Integral do Erro Absoluto,

nota-se que o gr´afico de Nyquist na Figura 5.4 est´a pr´oximo `a circunferˆencia de

robustez Ms, e os resultados da simula¸c˜ao mostram eficiˆencia, conforme evidenciado

na Figura 5.5. Esses resultados s˜ao superiores aos obtidos nas simula¸c˜oes em que ´e

otimizado apenas um parˆametro na busca do algoritmo GA.

5.1.3 Exemplo 3

Neste caso espec´ıfico, foi feita uma pequena modifica¸c˜ao do exemplo 5.1.2, para

introduzir uma perturba¸c˜ao no sistema.

M=1 0

0 1,C=1−0.9

−0.9 1 ,K=3−2

−2 3 

Para uma matriz de entradas B′=l′= [0 1], e uma constante de atraso τ= 0,5.

Resultados da Otimiza¸c˜ao

No exemplo 5.1.3, os ganhos e ´ındices s˜ao evidenciados na Tabela 5.3, o qual

reflete o que podemos observar na Figura 5.6 que h´a uma maior distˆancia do di-

=====================62/77======================

48 CAP´

ITULO 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

agrama em rela¸c˜ao a ambas as otimiza¸c˜oes. A partir da simula¸c˜ao do sistema na

Figura 5.7, verificamos que a otimiza¸c˜ao do ´ındice de IAE apresentou um tempo de

acomoda¸c˜ao menor em compara¸c˜ao com a otimiza¸c˜ao do crit´erio de robustez.

Tabela 5.3: Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o Exemplo 5.1.3

Sintonia kpkikdIAE

Robustez + IAE 0,7548 1,8163 0,4856 2,4390

Robustez -0,2399 1,0990 1,6015 6,4692

-3 -2 -1 0 1 2 3

-3

-2

-1

0

1

2

3

Eixo Imaginário

Figura 5.6: Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.3

=====================63/77======================

5.1. EXPERIMENTOS ESTUDADOS 49

0 10 20 30 40 50 60

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

1.2

1.4

1.6

1.8 simulação do sistema

Figura 5.7: Resposta no tempo para uma referˆencia constante do Exemplo 5.1.3

Na Figura 5.7, podemos observar que a resposta transit´oria do sistema ´e menor

em compara¸c˜ao com as simula¸c˜oes da otimiza¸c˜ao em apenas um dos parˆametros.

Na Figura 5.6, a curva de Nyquist n˜ao se afasta muito da circunferˆencia, o que

indica que o sistema de controle continua eficiente em termos de robustez e tempo

de acomoda¸c˜ao, importantes para bons resultados em sistemas de controle OGATA

(2009).

Resultados da pertuba¸c˜ao no sistema

Simularemos uma pertuba¸c˜ao do sistema, com objetivo de verificar qu˜ao os sis-

temas s˜ao robustos para o m´etodo proposto neste trabalho.

Para realizar a simula¸c˜ao da pertuba¸c˜ao, analisaremos o sistema do exemplo

5.1.2, com ganhos obtidos da simula¸c˜ao para este exemplo, executaremos a simula¸c˜ao

do exemplo 5.1.3, o qual representa uma pertuba¸c˜ao no sistema, devido `a varia¸c˜ao

da Matriz C, de um exemplo para outro.

Para o m´etodo proposto neste trabalho, observamos um comportamento seme-

lhante, conforme a Figura 5.8, apresenta, com uma acentua¸c˜ao dos resultados apre-

sentados no exemplo 5.1.2, principalmente para o Overshoot, como apresentado na

Figura 5.9.

=====================64/77======================

50 CAP´

ITULO 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

-3 -2 -1 0 1 2 3

-3

-2

-1

0

1

2

3

Eixo Imaginário

Figura 5.8: Diagrama de Nyquist com pertuba¸c˜ao para o Exemplo 5.1.3

=====================65/77======================

5.1. EXPERIMENTOS ESTUDADOS 51

0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

1.2 simulação do sistema

Referência

Sinal com pertubação

Sinal original

Figura 5.9: Resposta no tempo para uma referˆencia constante com pertuba¸c˜ao do

Exemplo 5.1.3

O sistema de segunda ordem, com atraso, permanece est´avel em malha fechada.

Isso evidencia que a robustez ´e atenuado, para esses m´etodos, mais sem perder a

estabilidade e robustez, al´em disso, percebemos que a perda da robustez ´e significati-

vamente pequena, em rela¸c˜ao aos ganhos de desempenho, adquiridos com introdu¸c˜ao

da busca com concorrˆencia.

5.1.4 Exemplo 4

Este exemplo explora a aplica¸c˜ao do m´etodo de sintonia em um sistema com

atraso longo e restri¸c˜ao de robustez menos r´ıgida. As matrizes do sistema s˜ao:

M=1 0

0 1,C=1−1

−1 1 ,K=3−2

−2 3 

Dois casos s˜ao explorados nesse exemplo: o caso co-localizado - sensor e atuador

juntos no mesmo grau de liberdade, ou seja, l=bT- e o caso n˜ao co-localizado, na

qual a distribui¸c˜ao do sensor e do atuador ´e distinta.

Os parˆametros considerados s˜ao τ= 5s, l=bT=1 0eMs= 2. O algoritmo

de otimiza¸c˜ao ´e ent˜ao aplicado, considerando a minimiza¸c˜ao de IAE, e tamb´em

somente a minimiza¸c˜ao da distˆancia ao c´ırculo Ms.

=====================66/77======================

52 CAP´

ITULO 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Considere-se agora o caso n˜ao co-localizado, com bT=1 0el=0 1. As

matrizes e os demais parˆametros s˜ao os mesmos do caso co-localizado.

Resultados da Otimiza¸c˜ao

Os resultados para o caso co-localizado, s˜ao sumarizados na Tabela 5.4, onde

est˜ao registrados os ganhos dos controladores sintonizados e os valores do ´ındice IAE.

Os diagramas de Nyquist com otimiza¸c˜ao de desempenho e robustez e considerando

somente robustez s˜ao mostrados na Figura 5.10. A resposta ao degrau para as duas

sintonias ´e apresentada na Fig. 5.11, onde ´e evidente o desempenho superior do

m´etodo de sintonia proposto.

Tabela 5.4: Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o caso co-localizado -

Exemplo 5.1.4

Sintonia kpkikdIAE

Robustez + IAE 0,5710 0,2829 0,4713 7,4872

Robustez 0,5193 0,2424 0,1804 7,9387

=====================67/77======================

5.1. EXPERIMENTOS ESTUDADOS 53

Eixo Real

-2 -1.5 -1 -0.5 0 0.5 1 1.5 2

Eixo Imaginário

-2

-1.5

-1

-0.5

0

0.5

1

1.5

2

Robustez + IAE

Robustez

C´ırulo Ms

−1 + j0

Figura 5.10: Diagrama de Nyquist para o caso co-localizado, Exemplo 5.1.4

=====================68/77======================

54 CAP´

ITULO 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

t

0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50

Amplitude

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

1.2

1.4

r(t)

y(t) - Robustez

y(t) - Robustez + IAE

Figura 5.11: Resposta no tempo para uma referˆencia constante do caso co-localizado,

Exemplo 5.1.4

O controle de graus de liberdade no esquema n˜ao co-localizado representa um de-

safio maior que o caso co-localizado, pois neste ´ultimo, a propriedade de alternˆancia

entre p´olos e zeros garante melhores margens (PREUMONT, 1997). Entretanto,

com a t´ecnica proposta, as margens m´ınimas s˜ao garantidas. Na Figura 5.12, s˜ao

mostrados os diagramas de Nyquist para as sintonias ´otimas que consideram somente

a robustez e tamb´em a robustez combinada com IAE. As respostas no dom´ınio do

tempo, ilustradas na Fig. 5.13, permitem comparar a sintonia com e sem a consi-

dera¸c˜ao do ´ındice de desempenho. Os ganhos dos controladores sintonizados e os

valores do ´ındice IAE podem ser vistos na Tabela 5.5.

=====================69/77======================

5.1. EXPERIMENTOS ESTUDADOS 55

Eixo Real

-3 -2 -1 0 1 2 3

Eixo Imaginário

-3

-2

-1

0

1

2

3

Robustez + IAE

Robustez

C´ırculo Ms

−1 + j0

Figura 5.12: Diagrama de Nyquist para o de caso n˜ao co-localizado, Exemplo 5.1.4

=====================70/77======================

56 CAP´

ITULO 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

t

0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50

Amplitude

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

1.2

r(t)

y(t) - Robustez

y(t) - Robustez + IAE

Figura 5.13: Resposta no tempo para uma referˆencia constante para o caso n˜ao

co-localizado, Exemplo 5.1.4

Tabela 5.5: Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o caso n˜ao co-localizado -

Exemplo 5.1.4

Sintonia kpkikdIAE

Robustez + IAE 0,5878 0,3866 0,5382 7,2212

Robustez 0,5460 0,3437 0,5229 7,5067

5.1.5 Exemplo 5

Este exemplo, adaptado de (SHAPIRO, 2005), aborda um caso inst´avel em malha

aberta, cujas matrizes s˜ao dadas por:

M=10 0

0 11,C=4 1

1 5,K=8 4

−4 9

=====================71/77======================

5.1. EXPERIMENTOS ESTUDADOS 57

com bT= [−1 1] e l= [1 0] al´em de um atraso τ= 0.5s. Para garantia de margens,

´e dado Ms= 1,6667. Neste sistema dois polos de malha aberta localizam-se no

semiplano direito, s1,2= 0,0039 ±j0,9. Da mesma forma que nos exemplos anterio-

res, projetam-se controladores PID conforme o m´etodo proposto, e considerando-se

apenas o crit´erio de robustez para fins de compara¸c˜ao.

Resultados da Otimiza¸c˜ao

Na Figura 5.14 visualizam-se os diagramas de Nyquist obtidos. As respostas no

tempo s˜ao comparadas na Figura 5.15. A Tabela 5.6 permite a compara¸c˜ao dos

controladores projetados, e ´e poss´ıvel notar um desempenho melhorado em rela¸c˜ao

ao IAE com a aplica¸c˜ao do m´etodo proposto. A estabilidade em malha fechada

pode ser verificada no diagrama de Nyquist completo (ω∈ ℜ) com vis˜ao expandida,

onde s˜ao constatados os dois envolvimentos requeridos do ponto cr´ıtico −1 + j0.

Eixo Real

-3 -2 -1 0 1 2 3

Eixo Imaginário

-3

-2

-1

0

1

2

3

Robustez

Robustez + IAE

C´ırculo Ms

−1 + j0

Figura 5.14: Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.5

=====================72/77======================

58 CAP´

ITULO 5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

t

0 10 20 30 40 50 60

Amplitude

0

0.2

0.4

0.6

0.8

1

1.2

1.4

r(t)

y(t) - Robustez

y(t) Robustez + IAE

Figura 5.15: Diagrama de Nyquist para o Exemplo 5.1.5

Tabela 5.6: Ganhos ´otimos e ´ındice de desempenho para o Exemplo 5.1.5

Sintonia kpkikdIAE

Robustez + IAE -4,4787 -3,3738 -11,1194 2,6374

Robustez -2,1975 -4,3664 -10,8658 3,5080

=====================73/77======================

Cap´ıtulo 6

Conclus˜ao

Neste trabalho, foram propostas solu¸c˜oes para o problema de controle de siste-

mas de segunda ordem com atraso por meio do uso de um controlador PID. Uma

alternativa interessante para lidar com sistemas mais complexos ´e a utiliza¸c˜ao da

representa¸c˜ao dos sistemas de segunda ordem com atraso por meio de uma matriz

de receptˆancia que pode ser obtida experimentalmente. Para obter os vetores de

ganho do controlador PID, o problema de controle foi expresso como um problema

de otimiza¸c˜ao matem´atica. O objetivo foi encontrar ganhos que atendam de forma

satisfat´oria tanto a restri¸c˜ao do problema de otimiza¸c˜ao que ´e estabilidade robusta

do sistema e ao crit´erio do projeto o desempenho do sistema, medido pelo ´ındice de

IAE.

Por meio de experimentos num´ericos, constatou-se que a robustez e a otimiza¸c˜ao

do ´ındice do IAE apresentam comportamentos que competem entre si. Ou seja,

n˜ao ´e poss´ıvel otimizar a Integral do Erro Absoluto sem prejudicar a robustez do

sistema. Por isso, foi necess´ario desenvolver um m´etodo que visasse melhorar ambos

os aspectos equilibradamente.

A utiliza¸c˜ao do algoritmo gen´etico e sua modifica¸c˜oes, como a medi¸c˜ao da va-

riabilidade gen´etica e tratamento para que o GA conseguisse lidar com sistemas

inst´aveis em malha aberta, mostrou-se importante n˜ao s´o, para redu¸c˜ao no n´umero

de itera¸c˜ao do algor´ıtimo, como tamb´em, desenvolver uma solu¸c˜ao para sistema de

segunda ordem com atraso gen´erico, que conseguisse encontrar ganhos do controla-

dor proporcional integral derivativo para sistema est´aveis e inst´aveis.

Os resultados apresentados no cap´ıtulo 5 mostram que o m´etodo que tem em

vista otimizar ambos os parˆametros apresentam resultados mais satisfat´orios do que

a busca de algoritmos com apenas um parˆametro. Al´em disso, foi poss´ıvel obter

resultados superiores em rela¸c˜ao a trabalhos anteriores deste mesmo grupo, como

os estudos realizados por Dantas DANTAS (2019), e NUNES (2022), com melhor

tempo de acomoda¸c˜ao e Overshoot.

Existem outras propostas de interesse acadˆemico que podem ser abordadas em

trabalhos futuros, como a aplica¸c˜ao em sistemas multivari´aveis com atraso. Al´em

disso, o uso de outras meta-heur´ısticas, como o Algoritmo de Enxame de Part´ıculas

(PSO), pode ser explorado para buscar resultados diferentes e possivelmente melho-

rias no controle desses sistemas.

=====================74/77======================

60 CAP´

ITULO 6. CONCLUS ˜

AO

=====================75/77======================

Referˆencias Bibliogr´aficas

ABDELAZIZ, THS and M VAL´

Aˇ

SEK (2004), ‘Pole-placement for siso linear systems

by state-derivative feedback’, IEE Proceedings-Control Theory and Applications

151(4), 377–385.

ARA´

UJO, Jos´e M´ario (2018a), ‘Discussion on ‘state feedback control with time

delay”, Mechanical Systems and Signal Processing 98, 368–370.

ARA´

UJO, Jos´e M´ario (2018b), ‘Partial eigenvalue assignment inlinear time-invariant

systems using state-derivative feedback and a left eigenvectors parametrization’,

Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems

and Control Engineering p. 0959651818811010.

ARA´

UJO, Jos´e M´ario and Tito Lu´ıs Maia SANTOS (2018), ‘Control of a class of

second-order linear vibrating systems with time-delay: Smith predictor approach’,

Mechanical Systems and Signal Processing 108, 173–187.

ASTROM, Karl J (1995), ‘Pid controllers: theory, design, and tuning’, The Inter-

national Society of Measurement and Control .

BALAS, Mark (1982), ‘Trends in large space structure control theory: fondest hopes,

wildest dreams’, IEEE Transactions on Automatic Control 27(3), 522–535.

DANTAS, N. J. B. (2019), Projeto de controladores para sistemas de segunda ordem

com atraso via resposta em frequˆencia., Disserta¸c˜ao (mestrado) — Mestrado em

Engenharia Mecatr��onica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

DANTAS, Nelson J. B., Carlos E. T. Dorea and Jose M. Araujo (2021), ‘Partial

pole assignment using rank-one control and receptance in second-order systems

with time delay’, Meccanica 56(2), 287–302.

URL: https://doi.org/10.1007/s11012-020-01289-w

DANTAS, Nelson J.B., Carlos E.T. D´orea and Jos´e M. Ara´ujo (2020a), ‘Design of

rank-one modification feedback controllers for second-order systems with time de-

lay using frequency response methods’, Mechanical Systems and Signal Processing

137, 106404. Special issue on control of second-order vibrating systems with time

delay.

URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327019306259

61

=====================76/77======================

62 REFER ˆ

ENCIAS BIBLIOGR ´

AFICAS

DANTAS, Nelson J.B., Carlos E.T. D´orea and Jos´e M. Ara´ujo (2020b), ‘Design of

rank-one modification feedback controllers for second-order systems with time de-

lay using frequency response methods’, Mechanical Systems and Signal Processing

137, 106404.

DATTA, Biswa (2004), Numerical methods for linear control systems, Vol. 1, Aca-

demic Press.

FRANKLIN, Gene F, J David Powell and Abbas Emami-Naeini (2013), Sistemas

de controle para engenharia, Bookman Editora.

GOLDBERG, David E and John H Holland (1988), ‘Genetic algorithms and machine

learning’, Machine learning 3(2), 95–99.

GOLUB, Gene H and Charles F VAN LOAN (2012), Matrix computations, Vol. 3,

JHU Press.

GONTIJO, Danielle S, Jos´e M Ara´ujo, Tito LM SANTOS and Fernando O Souza

(2022), ‘Proportional-integral-derivative-acceleration robust controllers for vibra-

ting systems’, Journal of Vibration and Control p. 10775463211060898.

MARTINS, Jos´e KEC, F´abio MU Ara´ujo and Carlos ET D´orea (2020), Um m´etodo

baseado em otimiza¸cao para sintonia de controladores pi para sistemas sujeitos a

restri¸coes, em ‘Anais do Congresso Brasileiro de Autom´atica-CBA’.

MATHWORKS. (2019), ‘Genetic algorithm - matlab & simulink’.

URL: https://www.mathworks.com/help/gads/genetic-algorithm.html

MOTTERSHEAD, John E and Yitshak M RAM (2007), ‘Receptance method in

active vibration control’, AIAA journal 45(3), 562–567.

NUNES, Leonardo A, Nelson JB Dantas, Carlos ET D´orea and Jos´e M Ara´ujo

(2021), Controle por realimenta¸c˜ao derivativa de estados de sistemas dinˆamicos

de segunda ordem com atraso, em ‘Anais do Simp´osio Brasileiro de Automa¸c˜ao

Inteligente-SBAI’.

NUNES, Leonardo Ara´ujo (2022), Controle por realimenta¸c˜ao derivativa para siste-

mas dinˆamicos de segunda ordem com atraso, Disserta¸c˜ao (mestrado) — Mestrado

em Engenharia Mecatrˆonica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Na-

tal.

OGATA, Katsuhiko (2009), Modern control engineering, Prentice Hall Upper Saddle

River, NJ.

PREUMONT, Andr´e (1997), Vibration Control of Active Structures, Springer

Netherlands.

URL: https://doi.org/10.1007/978-94-011-5654-7

=====================77/77======================

REFER ˆ

ENCIAS BIBLIOGR ´

AFICAS 63

RAM, YM, Akshay SINGH and John E MOTTERSHEAD (2009), ‘State feedback

control with time delay’, Mechanical Systems and Signal Processing 23(6), 1940–

1945.

RAM, YM, JE Mottershead and M Ghandchi TEHRANI (2011), ‘Partial pole place-

ment with time delay in structures using the receptance and the system matrices’,

Linear Algebra and its Applications 434(7), 1689–1696.

REGO, Everton JC, Carlos ET D´orea and Andre L Maitelli (2017), ‘Ressintonia

autom´atica de controladores pi embarcados em clp, baseada em estimativa de

robustez’, XIII Simp´osio Brasileiro de Automa¸c˜ao Inteligente pp. 1733–1738.

RICHIDEI, Dario, Iacopo Tamellin and Alberto Trevisani (2022), ‘Pole-zero assign-

ment by the receptance method: multi-input active vibration control’, Mechanical

Systems and Signal Processing 172, 108976.

SANTOS, Tito LM, Jos´e M´ario Ara´ujo and Taniel S Franklin (2018), ‘Receptance-

based stability criterion for second-order linear systems with time-varying delay’,

Mechanical Systems and Signal Processing 110, 428–441.

SHAPIRO, Amir (2005), ‘Stability of second-order asymmetric linear mechani-

cal systems with application to robot grasping’, Journal of Applied Mechanics

72, 966–968.

SINGH, Kumar Vikram, Charlene Black and Raymond Kolonay (2019), ‘Active

aeroelastic output feedback control with partial measurements by the method of

receptances’, Aerospace Science and Technology 86, 47–63.

SKOGESTAD, Sigurd and Ian POSTLETHWAITE (2007), Multivariable feedback

control: analysis and design, Vol. 2, Wiley New York.

SOUZA e CARVALHO, Jhonat Heberson Avelino CARVALHO, Elton Jos´e Figuei-

redo de (2020), ‘Implementa¸c˜ao e avalia¸c˜ao de algoritmos gen´eticos e de enxame

no ajuste de campos de for¸ca em dinˆamica molecular’, Anais do XXXI Congresso

de Inicia¸c˜ao Cient´ıfica e Tecnol´ogica da UFRN - eCICT 2020 pp. 1604–1605.

TEHRANI, Maryam Ghandchi, Robin NR Elliott and John E Mottershead (2010),

‘Partial pole placement in structures by the method of receptances: theory and

experiments’, Journal of Sound and Vibration 329(24), 5017–5035.

VAN LOAN, Charles F and Gene H GOLUB (1983), Matrix computations, Johns

Hopkins University Press.

VANDERVELDE, Wallace E (1986), ‘Control of large flexible space structures’.