

Modelos para la Toma de Decisiones

1. Una compañía produce aditivos para motores utilizando cuatro productos refinados del petróleo: A , B , C , y D . La compañía combina los cuatro productos según las especificaciones de los porcentajes mínimos y máximos en cada mezcla de A , C y D , según se indica en la Tabla 1. La cantidad máxima disponible por día de cada producto A , B , C , y D , así como el coste se muestran también en la mencionada tabla.

Tabla 1

	% Máximo Producto A	% Mínimo Producto C	% Máximo Producto D	Precio de venta (€/litro)
Lujo	60	20	10	7.9
Estándar	15	60	25	6.9
Económico	—	50	45	5.0
Disponibilidad (litros)	4000	5000	3500	5500
Coste (€/litro)	0.60	0.52	0.48	0.35

- Formular un modelo de PL para determinar el plan óptimo de producción que maximice las ganancias.
- ¿Cuál es el plan óptimo de producción y la ganancia máxima?
- Escribir el problema dual del formulado en el apartado (a).
- Resolver el problema del apartado (c) utilizando las condiciones de holgura complementaria. ¿Es única la solución? Razonar la respuesta.
- Sin resolver de nuevo el problema, responder a las siguientes cuestiones:
 - En el plan óptimo de producción no se produce ningún litro del aditivo *Económico*. ¿Cuál debería ser el precio mínimo de venta de ese aditivo para que merezca la pena producirlo?
 - Hay restricciones sobre el porcentaje del producto D que se utiliza en la producción de los diferentes aditivos. Si se pudiera violar alguna de estas limitaciones en el producto D , ¿merecería la pena? ¿Qué restricción sería más ventajosa eliminar? Razonar la respuesta.
 - Supongamos que el precio de venta por litro del aditivo Lujo aumenta a \$7.95, \$8.00 y \$8.05. ¿Cuál sería el aumento en el beneficio que se obtendría? Razonar la respuesta.
 - Si el precio de venta del aditivo Lujo se incrementa en un 3%, ¿cuál sería el beneficio máximo? ¿Cuál es la ganancia óptima si el precio de venta de este aditivo se incrementa en \$ ϵ , con $\epsilon < 0.31$?
 - La cantidad disponible diariamente del producto A es de 4000 litros. ¿Merecería la pena comprar 1000 litros más? En caso afirmativo, ¿a qué precio por litro? Justificar la respuesta.
 - Suponer que los precios de venta por litro se cambian a \$7.7 para Lujo, \$6.8 para Estándar y \$4.9 para Económico. Además, el Departamento de marketing estima que la demanda de Lujo no puede exceder los 12600 litros. ¿Cuál es la producción óptima y el máximo beneficio?

- (f) Describir la forma general del problema inicialmente planteado y construir el correspondiente modelo de PL, utilizando la siguiente notación:

m	número de aditivos que se producen
n	número de productos
p_j	precio de venta del aditivo j , $j = 1, \dots, m$
c_i	coste del producto i , $i = 1, \dots, n$
a_i	disponibilidad máxima del producto i , $i = 1, \dots, n$
r_{ij}	proporción mínima del producto i que se requiere en el aditivo j
R_{ij}	proporción máxima del producto i que se requiere en el aditivo j

2. Un intermediario que comercializa tinta para impresoras tiene un depósito con capacidad de K unidades de volumen. En las próximas n semanas, el intermediario comprará tinta al principio de la semana y la venderá al final de la misma, es decir, para venderla, debe almacenarla al menos una semana. Se considera que en la semana j , con $1 \leq j \leq n$, el intermediario paga un precio unitario c_j , tiene un coste unitario de almacenamiento h_j y el precio unitario de venta es s_j . El depósito está inicialmente vacío y debe estar también vacío al final de la última semana. Se supone que el intermediario dispone de fondos ilimitados para la compra de tinta y puede vender cualquier cantidad de tinta.

- (a) Formular un modelo de PL para maximizar el beneficio (ingresos menos costes) después de las n semanas.
- (b) Demostrar que el problema formulado en (a) tiene solución óptima finita.
- (c) Probar que el valor óptimo del PL formulado en (a) es cero o proporcional al tamaño K del depósito.

Indicación: Utilizar la teoría de dualidad.

- (d) ¿Es posible que el depósito no se llene completamente ninguna de las n semanas si el beneficio óptimo es positivo? Razonar la respuesta.

Nota. La fecha límite de entrega de esta tarea, que debe presentarse en el aula virtual de la Escuela de Ingeniería Informática de Valladolid (<https://aulas.inf.uva.es>), son las 14 horas del miércoles 6 de abril de 2022.