1. *Ordenata* posee tres plantas de montaje de su nuevo modelo portátil, una en Vigo, otra en Valladolid y una tercera en Valencia. La planta de Vigo puede ensamblar hasta 160 unidades al día de ese modelo, la de Valladolid hasta 200 unidades y la de Valencia hasta 180. Los portátiles se envían a Madrid, Zaragoza y Sevilla. En cada una de estas ciudades, se requieren 175 unidades diarias de ese modelo de ordenador. Existe la posibilidad de reducir los costes de transporte enviando algunos de los ordenadores en primer lugar a Cáceres, o a Albacete, o a Soria y luego a sus destinos finales. Los costes de enviar un ordenador transporte entre esas ciudades son los siguientes:

	Hacia					
Desde	Madrid	Zaragoza	Sevilla	Cáceres	Albacete	Soria
Vigo	12	17	15	11	17	13
Valladolid	4	8	12	7	9	4
Valencia	7	6	13	13	4	8
Cáceres	6	12	5	—	10	10
Albacete	5	8	10	10	—	9
Soria	5	3	15	11	9	—

Evidentemente, *Ordenata* desea satisfacer la demanda, minimizando el coste total de transporte.

(a) Formular un modelo de *PTB* para resolver el problema.

a)

1. Comprobamos si el problema está balanceado:

$$\sum s_i = 160 + 200 + 180 = 540$$
$$\sum d_j = 175 + 175 + 175 = 525$$

$\Rightarrow$ Añadir destino ficticio con demanda = 15

2. Clasificamos los puntos de localización:

- Orígenes puros: Vigo, Valladolid, Valencia
- Destinos puros: Madrid, Zaragoza, Sevilla
- Puntos de trasbordo: Cáceres, Albacete, Soria

3. Tabla de transporte:

	Ma	Za	Se	Cá	Alb	Sor	Fict	
Vig	12	17	15	11	17	13	0	160
Vall	4	8	12	7	9	4	0	200
Val	7	6	13	13	4	8	0	180
Các	6	12	5	0	10	10	0	540
Alb	5	8	10	10	0	9	0	540
Sor	5	3	15	11	9	0	0	540
	175	175	175	540	540	540	15	

(b) ¿Cuál es el plan óptimo de transporte y el coste mínimo? ¿Es único? Si no lo es, determinar otro. Justificar la respuesta.

b) - Obtenemos una SBFI a partir del criterio: Método de aproximación de Vogel, con el que vamos seleccionando, una por una, las $m+n-1$ variables básicas.

▸ $m+n-1 \rightarrow 6+7-1 = 12$ v.a. básicas.

	Ma	Za	Se	Các	Alb	Sor	Fict	
Vi	12 -5	17 -9	15 $\boxed{145}$	11 -1	17 -11	13 -6	0 $\boxed{15}$	160
Voll	4 $\boxed{175}$	8 -3	12 $\boxed{25}$	7 $\boxed{0}$	9 -6	4 $\boxed{0}$	0 -3	200
Vol	7 -2	6 $\boxed{175}$	13 $\boxed{5}$	13 -5	4 $\boxed{0}$	8 -3	0 -2	130
Các	6 -9	12 -14	5 0	0 $\boxed{540}$	10 -14	10 -13	0 -10	540
Alb	5 -4	8 -6	10 -1	10 -6	0 $\boxed{540}$	9 -8	0 -6	540
Sor	5 -5	3 -2	15 -7	11 -8	9 -10	0 $\boxed{540}$	0 -7	540
	175	175	175	540	540	540	15	

$z^0 = 4290$

$x_{17} = 15$ $x_{44} = 540$ $x_{55} = 540$ $x_{35} = 0$

$x_{66} = 540$ $x_{26} = 0$ $x_{24} = 0$ $x_{21} = 175$

$x_{32} = 175$ $x_{23} = 25$ $x_{33} = 5$ $x_{13} = 145$

▸ Calculamos u_i y v_j

Como la fila o columna con más asignaciones es la 2ª fila $\Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{u_2 = 0}$:

$u_1 = 3$	$v_1 = 4$
$u_2 = 0$	$v_2 = 5$
$u_3 = 1$	$v_3 = 12$
$u_4 = -7$	$v_4 = 7$
$u_5 = -3$	$v_5 = 3$
$u_6 = -4$	$v_6 = 4$
	$v_7 = -3$

▸ Una vez obtenidas u_i y v_j calculamos $u_i + v_j - c_{ij}$ para las v.a. no básicas.

▸ Como se cumple $u_i + v_j - c_{ij} \leq 0$ para todo (i,j) tal que x_{ij} es no básica $\Rightarrow$ La SBF actual es óptima.

Descripción:

- **Vigo** envía 145 unidades a **Sevilla** con un coste de 15.

- **Valladolid** envía 175 unidades a **Madrid** con un coste de 4.

- **Valladolid** envía 25 unidades a **Sevilla** con un coste de 12.

- **Valencia** envía 175 unidades a **Zaragoza** con un coste de 6.

- **Valencia** envía 5 unidades a **Sevilla** con un coste de 13.

→ Coste mínimo : **4290** *unidades monetarias*.

En cuanto a la pregunta de si el plan de transporte es único, debemos comprobar si se cumple que para toda variable no básica: $u_i + v_j - c_{ij} < 0$, ya que se trata de un problema de **Minimización.**

Como para X_{43} el valor es igual 0, existen más soluciones.

Utilizo WinQSB para comprobar la solución obtenida y encontrar otra solución alternativa.

04-27-2022	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Vigo	Sevilla	145	15	2175	0
2	Vigo	FICTICIO	15	0	0	0
3	Valladolid	Madrid	175	4	700	0
4	Valladolid	Sevilla	25	12	300	0
5	Valencia	Zaragoza	175	6	1050	0
6	Valencia	Sevilla	5	13	65	0
7	Caceres	Caceres	540	0	0	0
8	Albacete	Albacete	540	0	0	0
9	Soria	Soria	540	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	4290	

Solución que coincide con la obtenida previamente.

04-27-2022	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Vigo	Sevilla	145	15	2175	0
2	Vigo	FICTICIO	15	0	0	0
3	Valladolid	Madrid	175	4	700	0
4	Valladolid	Caceres	25	7	175	0
5	Valencia	Zaragoza	175	6	1050	0
6	Valencia	Sevilla	5	13	65	0
7	Caceres	Sevilla	25	5	125	0
8	Caceres	Caceres	515	0	0	0
9	Albacete	Albacete	540	0	0	0
10	Soria	Soria	540	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	4290	

Otra solución

c) ¿Cómo debe modificarse la formulación del problema si, por razones políticas, deben transportarse al menos 5 unidades a través de cada uno de los nodos de transbordo?

Tenemos que desdoblar cada uno de los puntos de trasbordo de destino en 2: uno representará la demanda mínima de 5 unidades y el otro el resto de demanda, que será de 535.

Al hacer este desdoblamiento tenemos que comprobar que el problema está balanceado ya que si no deberíamos añadir un origen *ficticio* para compensar la oferta restante.

Por último, debemos indicar que la intersección entre los orígenes de transbordo y los destinos de transbordo desdoblados que representan la demanda mínima debe ser = M, ya que es imposible que se de esta caso. El coste del que representa la demanda restante será = 0.

From \ To	Madrid	Zaragoza	Sevilla	CaceresM	CaceresR	AlbaceteM	AlbaceteR	SoriaM	SoriaR	FICTICIO	Supply
Vigo	12	17	15	11	11	17	17	13	13	0	160
Valladolid	4	8	12	7	7	9	9	4	4	0	200
Valencia	7	6	13	13	13	4	4	8	8	0	180
Caceres	6	12	5	M	0	10	10	10	10	0	540
Albacete	5	8	10	10	10	M	0	9	9	0	540
Soria	5	3	15	11	11	9	9	M	0	0	540
Demand	175	175	175	5	535	5	535	5	535	15	

d) Resolver el problema formulado en el apartado (c). ¿Es el plan de transporte óptimo único? Si no lo es, determinar otro. Justificar la respuesta.

04-29-2022	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Vigo	Sevilla	145	15	2175	0
2	Vigo	FICTICIO	15	0	0	0
3	Valladolid	Madrid	175	4	700	0
4	Valladolid	Sevilla	15	12	180	0
5	Valladolid	CaceresM	5	7	35	0
6	Valladolid	SoriaM	5	4	20	0
7	Valencia	Zaragoza	170	6	1020	0
8	Valencia	Sevilla	5	13	65	0
9	Valencia	AlbaceteM	5	4	20	0
10	Caceres	Sevilla	5	5	25	0
11	Caceres	CaceresR	535	0	0	0
12	Albacete	Sevilla	5	10	50	0
13	Albacete	AlbaceteR	535	0	0	0
14	Soria	Zaragoza	5	3	15	0
15	Soria	SoriaR	535	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	4305	

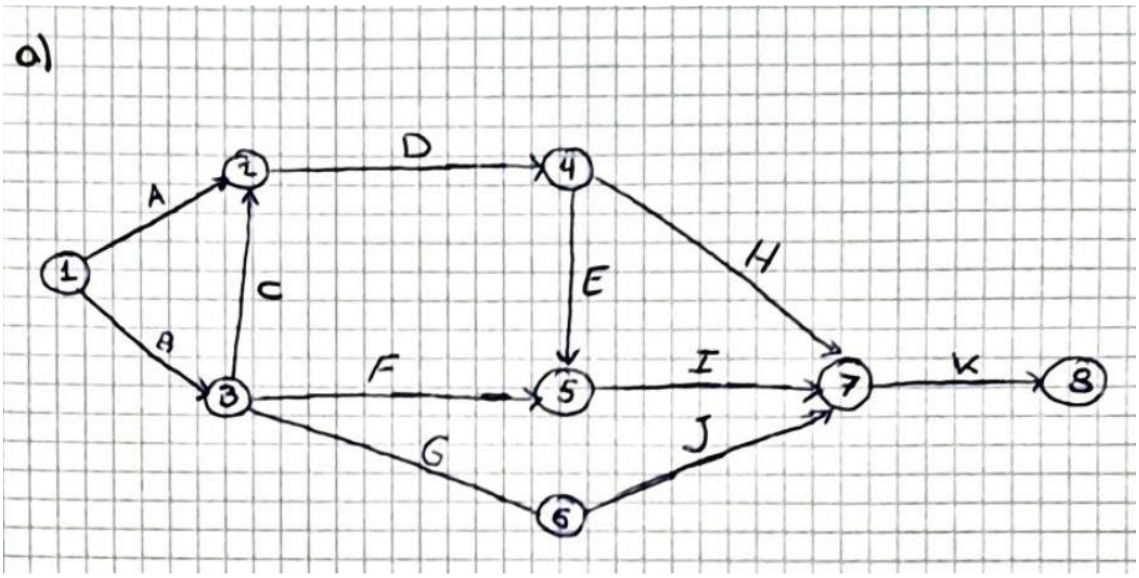
Solución alternativa:

04-29-2022	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Vigo	Sevilla	145	15	2175	0
2	Vigo	FICTICIO	15	0	0	0
3	Valladolid	Madrid	175	4	700	0
4	Valladolid	CaceresM	5	7	35	0
5	Valladolid	CaceresR	15	7	105	0
6	Valladolid	SoriaM	5	4	20	0
7	Valencia	Zaragoza	170	6	1020	0
8	Valencia	Sevilla	5	13	65	0
9	Valencia	AlbaceteM	5	4	20	0
10	Caceres	Sevilla	20	5	100	0
11	Caceres	CaceresR	520	0	0	0
12	Albacete	Sevilla	5	10	50	0
13	Albacete	AlbaceteR	535	0	0	0
14	Soria	Zaragoza	5	3	15	0
15	Soria	SoriaR	535	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	4305	

2. En la tabla siguiente se muestran las duraciones en semanas y las relaciones de precedencia de las actividades que forman un proyecto informático:

Actividad	Antecedente inmediato	Tiempo
A	—	7
B	—	5
C	B	1
D	A, C	3
E	D	2
F	B	7
G	B	8
H	D	7
I	E, F	3
J	G	2
K	H, I, J	6

(a) Elaborar un diagrama en red *PERT/CPM* para el proyecto.



(b) Calcular la ruta crítica, ¿cuál es el tiempo mínimo de ejecución del proyecto? Justificar las respuestas.

Comenzamos calculando el tiempo *early* (t_i) y el tiempo *last* (T_i) y los mostramos en la tabla que aparece en la esquina superior derecha, la cual completamos con el número de cada nodo y su correspondiente holgura.

b)

Actividad	t_{ij}
A	7
B	5
C	1
D	3
E	2
F	7
G	8
H	7
I	3
J	2
K	6

Nodo	t_i	T_i	H_i
1	0	0	0
2	7	7	0
3	5	6	1
4	10	10	0
5	12	14	2
6	13	15	2
7	17	17	0
8	23	23	0

t_i:

$t_1 = 0$

$t_2 = t_1 + t_{12} = 7$

$t_3 = t_1 + t_{13} = 5$

$t_4 = t_2 + t_{24} = 10$

$t_5 = \max\{t_4 + t_{45}, t_3 + t_{35}\} = \max\{12, 12\} = 12$

$t_6 = t_3 + t_{36} = 13$

$t_7 = \max\{t_4 + t_{47}, t_5 + t_{57}, t_6 + t_{67}\} = \max\{17, 15, 15\} = 17$

$t_8 = t_7 + t_{78} = 23$

T_i:

$T_7 = T_8 - t_{78} = 17$

$T_6 = T_7 - t_{67} = 15$

$T_5 = T_7 - t_{57} = 14$

$T_4 = T_7 - t_{47} = 10$

$T_3 = \min\{T_2 - t_{23}, T_5 - t_{35}, T_6 - t_{36}\} = 6$

$T_2 = T_4 - t_{24} = 7$

$T_1 = 0$

Una vez completada esta tabla, encontramos cuáles son los nodos críticos: **1,2,4,7** y **8**. Pero, para obtener la ruta crítica, realizo el **análisis de actividades** creando una nueva tabla en la que se representa:

1. La actividad (i,j).
2. TP_{ij} : tiempo más lejano de terminación de la actividad (i,j).
3. TL_{ij} : tiempo más próximo de terminación de la actividad (i,j).
4. Holgura total de la actividad (i,j)

	Actividad	TP_{ij}	TL_{ij}	H_{ij}
•	A(1,2)	7	7	0
	B(1,3)	5	6	1
	C(3,2)	6	7	1
•	D(2,4)	10	10	0
	E(4,5)	12	14	2
	F(3,5)	12	14	2
	G(3,6)	13	15	2
•	H(4,7)	17	17	0
	I(5,7)	15	17	2
	J(6,7)	15	17	2
•	K(7,8)	23	23	0

$TL_{ij} = T_j$

$TP_{ij} = t_i + t_{ij}$

▸ Ruta crítica: A → D → H → K

- Tiempo mínimo de ejecución del proyecto: **23 semanas.**

(c) ¿Qué ocurriría con la duración del proyecto si el inicio de la actividad F se retrasase 3 semanas? Razonar la respuesta.

c)

$$t'_F = 10 = t_F + 3 \rightarrow \Delta t_F = 3$$

Como la holgura de la actividad F es igual a 2 y por lo tanto es menor que el incremento calculado → Calcular nuevos tiempos.

Actividad	t_{ij}
...	...
F	10
...	...

Nodo	E_i	T_i	H_i
1	0	0	0
2	7	8	1
3	5	5	0
4	10	11	1
5	15	15	0
6	13	16	3
7	18	18	0
8	24	24	0

$t_5 = \max\{t_3 + t_{35}, t_4 + t_{45}\} = \max\{15, 12\} = 15$

$t_7 = \max\{t_4 + t_{47}, t_5 + t_{57}, t_6 + t_{67}\} = \max\{17, 18, 15\} = 18$

$T_4 = \min\{T_7 - t_{47}, T_5 - t_{45}\} = \min\{11, 13\} = 11$

$T_3 = \min\{T_2 - t_{23}, T_5 - t_{35}, T_6 - t_{36}\} = \min\{7, 5, 8\} = 5$

→ Para encontrar la nueva ruta mínima realizamos de nuevo el análisis de actividades:

Actividad	TP_{ij}	TL_{ij}	H_{ij}
A (1,2)	7	8	1
* B (1,3)	5	5	0
C (3,2)	6	8	2
D (2,4)	10	11	1
E (4,5)	12	15	3
* F (3,5)	15	15	0
G (3,6)	13	16	3
H (4,7)	17	18	1
* I (5,7)	18	18	0
J (6,7)	15	18	3
* K (7,8)	24	24	0

Ruta Crítica: B → F → I → K

Tiempo mínimo de ejecución del proyecto: 24 semanas

(d) ¿Cuál es el tiempo máximo que se puede esperar, desde el inicio del proyecto, para dar comienzo a la actividad G, sin variar la duración prevista del proyecto? Razonar la respuesta.

La **holgura total** de la actividad (i,j) es la cantidad de tiempo que se podría retrasar el tiempo de inicio de la actividad más allá de su inicio más temprano sin retrasar la terminación del proyecto.

Por lo tanto, procedemos a calcular la *holgura total* asociada a la actividad G(3,6):

$H_{ij} = TL_{ij} - TP_{ij} = T_j - t_i - t_{ij}$ → $H_{36} = TL_{36} - TP_{36} = T_6 - t_3 - t_{36} = \begin{cases} \text{(a) } 15 - 5 - 8 = \mathbf{2} \text{ semanas} \\ \text{(b) } 16 - 5 - 8 = \mathbf{3} \text{ semanas} \end{cases}$