



TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLE FUZZY  
EM CLP INDUSTRIAL**

**Jhonantans Moraes Rocha**



**ENGENHARIA  
MECATRÔNICA**  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia  
Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLE FUZZY  
EM CLP INDUSTRIAL**

**Jhonantans Moraes Rocha**

*Trabalho de Graduação submetido como requisito parcial de obtenção do grau de Engenheiro de Controle e Automação.*

Banca Examinadora

Prof. Eduardo Stockler Tognetti, ENE/UnB  
*Orientador*

Prof. Eugênio Fortaleza, ENM/UnB  
*Examinador Externo*

Prof. Luis Felipe Cruz Figueiredo, ENE/UnB  
*Examinador Externo*

**Brasília, 07 de dezembro de 2016**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

**ROCHA, JHONANTANS MORAES**

Implementação de Controle FuzzyEm CLP Industrial [Distrito Federal] 2016.

xi, 60p., 210 x 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2016).

Trabalho de Graduação – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

1. Fuzzy

2. Controle

3. Quatro-Tanques

4. CLP

I. Mecatrônica/FT/UnB

II. Título (série)

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

ROCHA, J.M. (2016). Implementação de Controle FuzzyEm CLP Industrial, Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Publicação TG-002/2016, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 60p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Jhonantans Moraes Rocha

TÍTULO: Implementação de Controle FuzzyEm CLP Industrial.

GRAU: Engenheiro ANO: 2016

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta trabalho de graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa trabalho de graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Jhonantans Moraes Rocha

Faculdade de Tecnologia - FT

Universidade de Brasília (UnB)

Campus Darcy Ribeiro

CEP 70919-970 - Brasília - DF - Brasil

*Dedicatória do autor 1*

## **AGRADECIMENTOS**

*Primeira página de agradecimentos*

---

## RESUMO

Plantas descritas matematicamente por sistemas não-lineares apresentam desafios para modelagem de sistemas e para aplicação de técnicas de controle convencionais. O procedimento mais simples nestas situações é aproximar os sistemas à um estado local, linearizado, e assumir este comportamento pontual como global do sistema. Sabe-se que esta abordagem fornece resultados que se afastam dos reais à medida que o estado do sistema distoa daquele ponto de referência. Abordagens fuzzy, como os modelos propostos por Takagi-Sugeno, são alternativas geralmente mais eficazes para solução deste problema, uma vez que fazem uma interpolação de várias modelagens em diversos pontos locais.

Este trabalho faz uso da lógica fuzzy, utilizando modelos Takagi-Sugeno, para desenvolver controladores para uma planta de quatro-tanques, um sistema não-linear com vários graus de acoplamento entre suas variáveis. O objetivo é implementar este controlador em um CLP industrial e observar seu desempenho.

---

## ABSTRACT

Plants mathematically described by non-linear systems present challenges for system modeling and for applying conventional control techniques. The simplest procedure in these situations is to approximate these systems to a linear local state and assume this punctual behavior as a global system. It is known that this approach yields results that deviate from the real ones as the state of the system moves away from that reference point. Fuzzy approaches, such as the models proposed by Takagi-Sugeno, are generally more effective alternatives to solve this problem, since they interpolate several models in several local points.

This work makes use of fuzzy logic, using Takagi-Sugeno models, to develop controllers for a four-tank plant, a nonlinear system with several degrees of coupling between its variables. The goal is to implement this controller in an industrial PLC and observe its performance.

## SUMÁRIO

|          |                                     |           |
|----------|-------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>             | <b>1</b>  |
| 1.1      | ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....       | 1         |
| <b>2</b> | <b>DESCRIÇÃO DO SISTEMA.....</b>    | <b>3</b>  |
| 2.1      | SISTEMA DE QUATRO-TANQUES .....     | 3         |
| 2.2      | CLP ROCKWELL 1756-L62.....          | 5         |
| 2.2.1    | INSTALAÇÃO .....                    | 5         |
| 2.2.2    | INTEGRAÇÃO .....                    | 7         |
| 2.3      | RSLINX E RSLOGIX .....              | 8         |
| 2.3.1    | LINGUAGEM LADDER .....              | 8         |
| 2.3.2    | BLOCOS FUNCIONAIS .....             | 9         |
| 2.3.3    | TEXTO ESTRUTURADO .....             | 10        |
| <b>3</b> | <b>SISTEMAS FUZZY .....</b>         | <b>11</b> |
| 3.1      | CONJUNTOS FUZZY .....               | 11        |
| 3.1.1    | VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS .....        | 11        |
| 3.2      | FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA .....        | 12        |
| 3.3      | APLICAÇÃO .....                     | 14        |
| 3.3.1    | REGRAS SE-ENTÃO .....               | 14        |
| 3.4      | MODELO FUZZY TAKAGI-SUGENO .....    | 15        |
| <b>4</b> | <b>MODELAGEM.....</b>               | <b>16</b> |
| 4.1      | MODELO NÃO LINEAR .....             | 16        |
| 4.2      | LINEARIZAÇÃO .....                  | 16        |
| 4.3      | MODELAGEM FUZZY TAKAGI-SUGENO ..... | 17        |
| 4.3.1    | VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS .....        | 17        |
| 4.3.2    | PERTINÊNCIA .....                   | 17        |
| 4.3.3    | REGRAS SE-ENTÃO .....               | 18        |
| 4.3.4    | ATIVAÇÃO .....                      | 19        |
| 4.3.5    | MODELO FINAL .....                  | 19        |
| 4.3.6    | CONTROLADOR FUZZY.....              | 19        |
| <b>5</b> | <b>CONTROLE FUZZY .....</b>         | <b>21</b> |
| 5.1      | CONCEITOS DE LMIS .....             | 21        |
| 5.2      | ESTABILIDADE FUZZY.....             | 21        |
| 5.3      | PROJETO .....                       | 21        |
| <b>6</b> | <b>IMPLEMENTAÇÃO .....</b>          | <b>22</b> |
| 6.1      | IDENTIFICAÇÃO.....                  | 22        |
| 6.2      | CONTROLADOR FUZZY .....             | 22        |

|  |           |
|--|-----------|
| 6.3 RESULTADOS.....                    | 22        |
| <b>7 RESULTADOS.....</b>               | <b>23</b> |
| 7.1 SIMULAÇÕES.....                    | 23        |
| 7.1.1 FASE MÍNIMA .....                | 23        |
| 7.1.2 FASE NÃO-MÍNIMA .....            | 24        |
| 7.2 IMPLEMENTAÇÃO.....                 | 25        |
| <b>8 CONCLUSÃO.....</b>                | <b>26</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b> | <b>27</b> |

## LISTA DE FIGURAS

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO SISTEMA DE QUATRO TANQUES E PLANTA DIDÁTICA.   | 3  |
| 2.2 | PLANTA DE QUATRO-TANQUES NO LARA.....  | 4  |
| 2.3 | ESTAÇÃO DE TRABALHO.....   | 5  |
| 2.4 | INTERIOR DO PAINEL.....  | 6  |
| 2.5 | MÓDULOS DO PAINEL.....   | 7  |
| 2.6 | INTERFACE DO SOFTWARE RSLINX.....  | 8  |
| 2.7 | EXEMPLO DE DIAGRAMA LADDER.....  | 9  |
| 2.8 | EXEMPLO DE DIAGRAMA DE BLOCOS.....   | 9  |
| 2.9 | EXEMPLO DE TEXTO ESTRUTURADO. ....   | 10 |
| 3.1 | FUNCÕES DE PERTINÊNCIA. ....   | 12 |
| 3.2 | FUNCÕES DE PERTINÊNCIA. ....   | 13 |
| 4.1 | FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA. ....   | 18 |
| 4.2 | ESPAÇO DE ESTADOS DA PLANTA CONTROLADA .....   | 20 |
| 7.1 | LINEARIZAÇÃO CONVENCIONAL: $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$ . LINEARIZAÇÕES FUZZY: $\bar{h}_1 = [10 \ 15] \ \bar{h}_2 = [10 \ 15]$ ..... | 24 |
| 7.2 | LINEARIZAÇÃO CONVENCIONAL: $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$ . LINEARIZAÇÕES FUZZY: $\bar{h}_1 = [5 \ 10] \ \bar{h}_2 = [5 \ 10]$ .....   | 25 |

## LISTA DE TABELAS

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | ESPECIFICAÇÕES INICIAIS DA PLANTA..... | 4  |
| 2.2 | MÓDULOS 1756 INSTALADOS. ....          | 6  |
| 2.3 | IPs DOS DISPOSITIVOS.....              | 7  |
| 3.1 | TABELA DE EXEMPLOS .....               | 13 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos Latinos

CLP      Controlador Lógico Programável

### Símbolos Gregos

$\theta$       Ângulo

## NOTAÇÃO

Neste trabalho utiliza-se as denominações lógica fuzzy, lógica nebulosa e lógica difusa como sinônimos.

# 1 INTRODUÇÃO

Desenvolver controladores para sistemas não-lineares é quase sempre uma tarefa dispendiosa e complexa. Para plantas multivariáveis este desafio é ainda maior. É por este motivo que é prática comum recorrer-se à linearização das equações que as descrevem, obtendo uma aproximação do sistema inicial num formato que se encaixa às teorias de controle convencionais.

Esta linearização simples, realizada por meio da série de Taylor, resulta numa aproximação excelente localmente. No entanto, à medida que as variáveis controladas e manipuladas se afastam deste ponto de operação, condição na qual foi realizada a linearização, o modelo passa a se afastar da planta real.

Neste cenário, a abordagem fuzzy figura como excelente ferramenta para solução destes desvios. Aparecendo pela primeira vez nos trabalhos do professor Zadeh [1], foi desenvolvida para aplicações em modelagem de sistemas nos trabalhos de Takagi e Sugeno[2]. Seus métodos consistem na linearização convencional do sistema em múltiplos pontos escolhidos criteriosamente, baseados em um conjunto de métricas relevantes para o problema em questão. A partir daí desenvolve-se um conjunto de regras para determinar o grau de conformidade de cada estado do sistema à cada um dos pontos pré-modelados. Utiliza-se então como modelo a soma ponderada (uma interpolação) dos múltiplos modelos iniciais por estes cada coeficiente de pertinência.

O objeto de estudo deste trabalho é o sistema de quatro tanques, desenvolvido por Karl Johansson [3] com o objetivo didático de demonstrar de forma ilustrativa conceitos e propriedades de sistemas com múltiplas entradas e saídas (MIMO, do inglês *Multiple Input, Multiple Output*). Ele consiste em quatro tanques interconectados, um reservatório inferior, duas válvulas esféricas e duas bombas de corrente contínua que bombeiam o fluido do reservatório inferior para os tanques de forma cruzada, de acordo com a razão entre os fluxos definida pela posição das válvulas. O sistema de quatro tanques é não linear. Seu modelo linearizado apresenta um zero multivariável que pode estar localizado tanto no semi-plano esquerdo quanto no direito dependendo da configuração das válvulas. A abertura delas determina se o sistema é de fase mínima ou de fase não-mínima afetando a dinâmica geral entre entradas e saídas.

O objetivo é obter um controlador fuzzy, baseado no modelo Takagi-Sugeno, capaz de controlar os níveis do fluido nos tanques inferiores 1 e 2. As variáveis manipuladas do processo são somente as tensões de entrada das bombas, que influenciam de maneira proporcionalmente direta no fluxo.

## 1.1 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Os capítulos iniciais deste trabalho tratam da teoria fuzzy e sua aplicação em sistemas controlados. Já os capítulos finais aplicam essa teoria diretamente sobre a bancada de quatro-tanques e por meio de LMIs são desenvolvidos controladores para ela. No capítulo 2 são apresentados a planta estudada e o CLP Rockwell onde os algoritmos são implementados. Em seguida, o capítulo 3 ap-

resenta uma introdução aos conceitos da lógica e modelagem fuzzy e como aplicá-los. No capítulo 4 são realizadas as três formas de modelagem do sistema abordadas neste trabalho: não-linear, linear e o modelo Takagi-Sugeno. No capítulo 5 o projeto do controlador é desenvolvido, seguindo os conceitos de estabilidade baseados em desigualdade lineares matriciais. O capítulo 6 apresenta a implementação dos algoritmos no CLP, utilizando as linguagens de programação aceitas por este. No capítulo 7 são apresentados os resultados das simulações e do sistema real. Por fim as considerações finais são apresentadas no capítulo 8 .

## 2 DESCRIÇÃO DO SISTEMA

Sistemas controlados são constituídos essencialmente por uma ou mais plantas e por um dispositivo que implementará os algoritmos de controle aplicados à ela. Neste trabalho o objeto de estudo é uma planta de Quatro-Tanques, descrita na seção a seguir, e o controlador utilizado é um CLP Rockwell 1756-L62, apresentado logo depois na seção homônima.

### 2.1 SISTEMA DE QUATRO-TANQUES

Em 1999 o Professor Karl Henrick Johansson publicou o artigo "Theaching Multivariable Control Using the Quadruple-Tank System" [3], onde são apresentadas as ideias do sistema de quatro-tanques como utilizado neste trabalho. Trata-se de um laboratório didático de processo multivariável capaz de demonstrar dinâmicas de zeros alocáveis em fases mínima e não-mínima. Além disso, ilustra claramente os problemas de controle MIMO (Multiples Inputs Multiples Outputs) e de sistemas não lineares.

Seu diagrama esquemático é apresentado na Figura 2.1 a seguir. Ele consiste em quatro tanques interconectados, um reservatório inferior, quatro válvulas esféricas e duas bombas de corrente contínua.

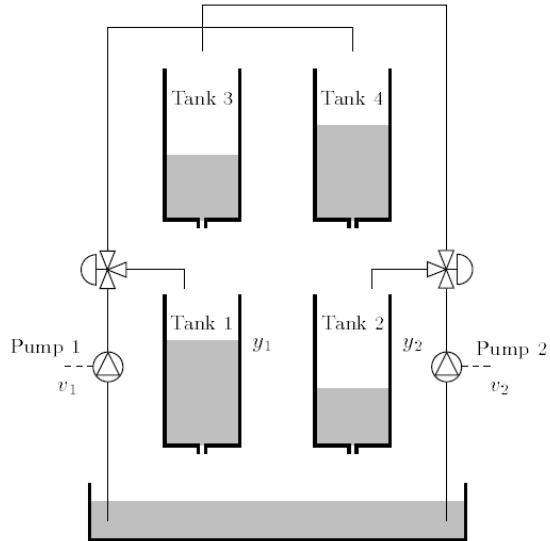


Figure 2.1: Diagrama esquemático do sistema de quatro tanques e planta didática.

As bombas impulsionam fluído por duas rotas: bomba 1 para tanques 1 e 4, bomba 2 para 2 e 3. As válvulas regulam a proporção direcionada entre os tanques inferiores e superiores de cada rota.

A Imagem 2.2 a seguir apresenta a planta utilizada neste experimento, localizada no LARA (Laboratório de Automação e Robótica) - SG-11 (UnB).



Figure 2.2: Planta de Quatro-Tanques no LARA.

Suas dimensões aferidas são apresentadas na Tabela 2.1, onde  $A_i$  e  $a_i$  representa a área da secção transversal da base do tanque  $i$  e a área de secção transversal do orifício de saída do tanque  $i$ , respectivamente. A constante de proporcionalidade fluxo-tensão na bomba  $j$  é dada por  $k_j$ . O parâmetro  $\gamma_1$  é a razão entre os fluxos para os tanques 1 e 4 e  $\gamma_2$  é a razão entre os fluxos para os tanques 2 e 3 e  $g$  é a aceleração da gravidade.

Table 2.1: Especificações Iniciais da Planta.

| Especificações Iniciais da Planta |       |
|-----------------------------------|-------|
| A1, A3                            | 28    |
| A2, A4                            | 32    |
| a1                                | 0.071 |
| a2                                | 0.071 |
| a3                                | 0.071 |
| a4                                | 0.057 |
| g                                 | 981   |
| k1                                | 3,33  |
| k2                                | 3.35  |
| $\gamma_1$                        | 0.70  |
| $\gamma_2$                        | 0.60  |

## 2.2 CLP ROCKWELL 1756-L62

Controladores Lógico Programáveis(CLP) são largamente utilizados para controle de processos e automação industrial atualmente. Trata-se de um equipamento eletrônico digital com hardware e software adaptados para as condições industriais. Utilizam uma memória programável para armazenar instruções de controle e conexões com diversos módulos para interface com processos externos, entrada e saída de dados, comunicação digital, entre diversas outras funções.

### 2.2.1 Instalação

Neste trabalho realizou-se a montagem de toda a estação de controle. Assim, escolheu-se primeiramente um local adequado para a disposição do painel de controle: próximo à planta e ao microcomputador ao qual se conecta, porém afastado de fiações elétricas ou locais úmidos. Outro cuidado deve de ser observado durante a instalação da fonte junto ao chassi, observando a compatibilidade com as tensões de entrada e saída do controlador. Seguiu-se fixação do painel no local escolhida, instalação do microcomputador à ser utilizado e instalação da fiação elétrica. Observa-se na figura 2.3 o resultado instalado.



Figure 2.3: Estação de trabalho.

A figura 2.4 a seguir ilustra o interior do painel, já com o chassi do controlador instalado e as trilhas utilizadas distribuídas no espaço restante para conexão dos bornes a serem utilizados no projeto.



Figure 2.4: Interior do painel.

Os módulos de entrada e saída foram instalados conforme a Tabela 2.2 abaixo.

Table 2.2: Módulos 1756 instalados.

| Especificação | Descrição           | Posição no chassi |
|---------------|---------------------|-------------------|
| 1756-A7/B     | Chassi              | .                 |
| 1756-L62      | Controlador         | 0                 |
| 1756-ENBT/A   | EtherNetIp          | 1                 |
| 1756-IF8/A    | Entradas Analógicas | 2                 |
| 1756-OF8/A    | Saídas Analógicas   | 3                 |
| 1756-IB16/A   | Entradas DC         | 4                 |
| 1756-OB8I/A   | Saídas DC           | 5                 |

Observa-se na Figura 2.5 a seguir a configuração instalada.



Figure 2.5: Módulos do painel.

### 2.2.2 Integração

Seguiu-se a configuração dos módulos de comunicação com o CLP. Dois modos são disponíveis com os módulos utilizados: serial, realizada diretamente com o controlador, e Ethernet, através do módulo EtherNetIP. Ambas foram implementadas e testadas.

Para comunicação serial, basta configurar a entrada serial no computador a ser utilizado e em seguida configurar o controlador no software RSLinx [4]. Para utilizar a comunicação EtherNetIp é necessário antes configurar o módulo EhterNetIp [5]. O software BOOTP/DHCP torna possível assinar um endereço IP para o módulo recém instalado. Para que a comunicação em uma rede EtherNetIp ocorra corretamente todos os dispositivos dela precisam possuir endereços IP seguindo o padrão definido pela máscara de sub-rede, neste caso, 255.255.255.0. Isso significa, basicamente, que os pontos comunicantes da rede devem possuir ids únicos apenas nos último octeto de seus endereços. A tabela a seguir apresenta os endereços utilizados, bem como a configuração padrão da rede.

Table 2.3: IPs dos dispositivos

| Dispositivo       | Endereço      |
|-------------------|---------------|
| PC (RSLinx)       | 192.168.2.1   |
| 1756-ENBT/A (CLP) | 192.168.2.22  |
| Geral             | 192.168.0.xxx |

Um **importante** cuidado de segurança observado foi o aterramento de diversos elementos do

equipamento. É conhecida sua capacidade de operação em condições adversas, mesmo assim, como precaução houve o cuidado de aterrarr o chassi, a placa onde foi instalado e o painel exterior.

## 2.3 RSLINX E RSLOGIX

Os principais softwares utilizados para implementação do controlador são o RSLinx e o RSLogix. O primeiro é responsável por estabelecer a comunicação com o CLP Rockwell e sua ampla variedade de aplicativos e módulos. A imagem 2.6 apresenta sua interface, onde é possível visualizar o controlador e os módulos instalados. A partir deste menu são acessíveis diversas funções de configuração e exibição das informações dos dispositivos.

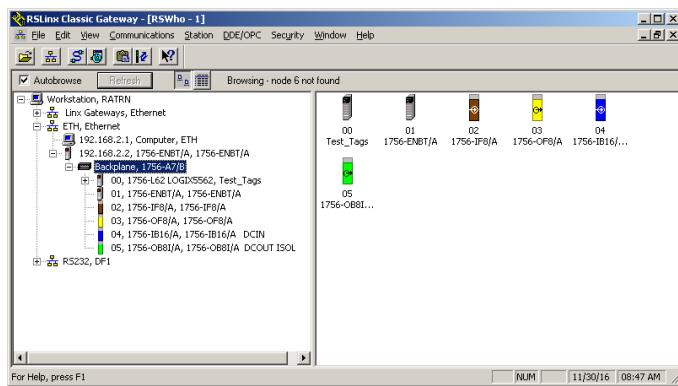


Figure 2.6: Interface do Software RSLinx.

Já o RSLogix 5000 é o ambiente de desenvolvimento proprietário da Rockwell (Allen-Bradley). Neste trabalho, os controladores foram desenvolvidos no RSLogix e enviados (Download) para o CLP em conjunto com o RSLinx. As seções a seguir apresentam as linguagens de desenvolvimento disponibilizadas pelo RSLogix, a saber linguagem Ladder, blocos de funções e texto estruturado.

### 2.3.1 Linguagem Ladder

A linguagem Ladder é a pioneira dos CLPs por se tratar de uma evolução natural de diagramas elétricos, utilizados antes da chegada dos controladores digitais. Seu ambiente de desenvolvimento utiliza o posicionamento de símbolos e blocos para implementação da lógica de controle. O ambiente inicial é formado por duas linhas verticais, que representam nível lógico alto (à esquerda) e baixo (à direita) de um sistema. Entre essa linhas são desenhados ramais horizontais que representam os estados do CLP.

Uma forma de compreender essa linguagem seria como uma série de conexões de contatos e bobinas. Se for possível traçar um caminho da esquerda para direita, conectando-se à uma bobina de saída ao final, então o valor dessa bobina será verdadeiro. Trabalhando-se com controladores digitais, são criadas variáveis no programa que representam diretamente os valores presentes nos módulos de saída e entrada. Essas variáveis recebem o nome de TAGs. Assim, as variáveis de entradas são assinaladas à tags utilizadas como chaves e as variáveis de saídas à tags associadas às bobinas de saída.

Percorrendo-se o caminho da esquerda para direita em um ramal, ao se chegar à uma chave, observa-se se o valor assinalado à ela é verdadeiro. Caso seja, continua-se o caminho até uma bobina de saída. Se está for alcançada, seu valor é setado para verdadeiro, consequentemente a saída associada a ela recebe a tensão associado à este nível lógico no controlador.

A figura 2.7 à seguir ilustra um exemplo.

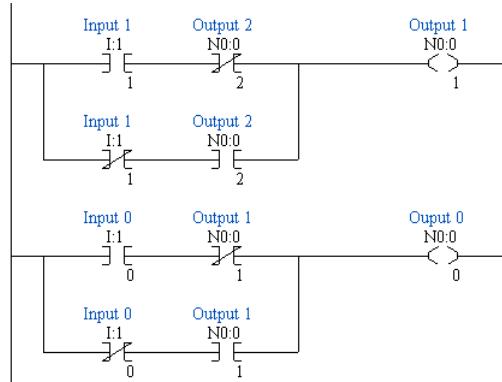


Figure 2.7: Exemplo de Diagrama Ladder.

### 2.3.2 Blocos Funcionais

Trata-se de outra linguagem de programação gráfica disponível aos CLPs Rockwell. É bastante semelhante à observada em vários outros softwares comuns ao meio acadêmico, como o MATLAB. Para sua utilização, assinala-se tags às entradas e saídas dos módulos já adicionados ao projeto. O desenvolvimento utiliza blocos de entradas e saídas associados à essas variáveis. Conexões entre os blocos, por meio de linhas representam passagem dos valores por esses fios. A lógica de controle é feita por meio de blocos de funções, estes possuem uma ou mais entradas e uma ou mais saídas. Os valores assinalados à suas saídas são determinados pelas funções às quais estão associados e que utilizam os valores de entrada como argumentos.

A figura 2.8 à seguir ilustra um exemplo.

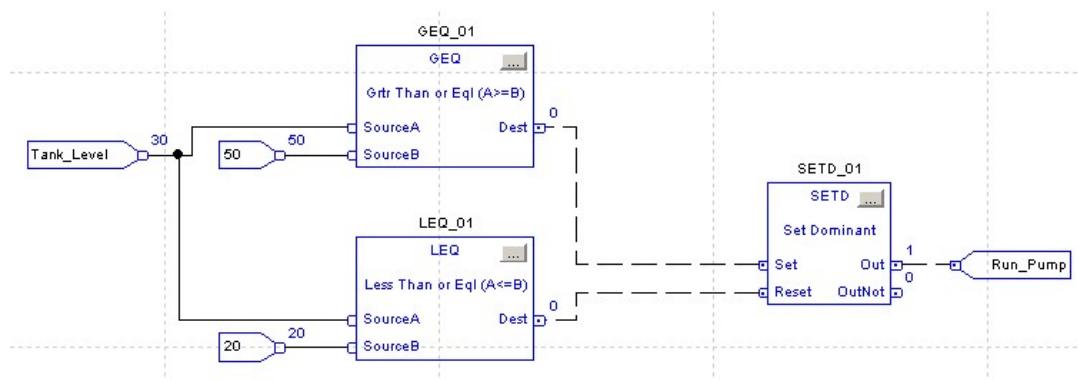


Figure 2.8: Exemplo de diagrama de blocos.

Observa-se o caso do bloco GEQ\_01. Suas entradas são o nível do tanque (SourceA = Tank\_Level) e um valor constante (SourceB = 50). Sua saída (dest) será assinalada com nível lógico verdadeiro

apenas quando  $SourceA \geq SourceB$ , ou seja,  $Dest = 1$  se  $Tank\_Level \geq 50$ , sendo  $Dest = 0$  caso contrário.

### 2.3.3 Texto Estruturado

A linguagem texto estruturado é muito semelhante às linguagens estruturais C e Pascal. Como elas, é baseada no uso simples de comandos que são executados sequencialmente em seu desenvolvimento. Da mesma forma que as anteriores, esta linguagem utiliza Tags como variáveis e é a partir delas que se faz a leitura das entradas e definem-se as saídas.

A figura 2.9 à seguir ilustra um exemplo.

```
SBR(h1, h2);
  FOR row:=0 TO 1 BY 1 DO
    FOR col:=0 TO 5 BY 1 DO
      K[row,col] := alphal*k1[row,col];
    END_FOR;
  END_FOR;

  IF (h1 < h2) THEN
    Bombal := 0;
  ELSE
    Bombal := 50;
  END_IF;

RET();
```

Figure 2.9: Exemplo de Texto Estruturado.

### 3 SISTEMAS FUZZY

A lógica fuzzy, ou difusa, foi introduzida originalmente por Lofti A. Zadeh, em seu artigo "Fuzzy sets and systems" [1]. Sua teoria diverge da lógica booleana convencional no tratamento da pertinência das variáveis, podendo assumir qualquer valor entre todos os possíveis de um intervalo. Essa abordagem é mais eficaz na descrição de alguns sistemas reais, uma vez que é praticamente impossível eliminar todas as incertezas nos modelos que os representam. Este capítulo apresenta os fundamentos desse paradigma bem como sua aplicação na modelagem, proposta por Takagi e Sugeno [2].

#### 3.1 CONJUNTOS FUZZY

De acordo com a teoria de conjuntos clássica, um elemento  $x$  qualquer, pode pertencer ou não à um conjunto universo de discurso  $U$ , ou seja  $x \in U$  ou  $x \notin U$ . Portanto, para qualquer conjunto determinado, pode-se estar completamente dentro ou completamente fora dele.

$$f_u(x) : U \rightarrow \{0, 1\} \quad f_u(x) = \begin{cases} 1 & \text{se e somente se } x \in U \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.1)$$

Essa definição binária se encaixa bem em problemas restritos, cujo caráter dos sistemas reflete essa separação clara de estados, por exemplo a paridade ou não de uma da soma dos bits de uma mensagem binária. Conhecendo-se os valores, este resultado é ímpar ou par, indubitavelmente. No entanto, grande parte dos sistemas estudados nas teorias de controle trabalha com grandezas que não possuem limites tão claros assim, como exemplo a sensação térmica. Apesar de a temperatura ser matematicamente bem definida, existem descrições como "frio" e "quente" que não podem ser representadas com este conjunto binário, uma vez que são conceitos vagos e imprecisos.

A abordagem fuzzy aparece como uma alternativa muito capaz de tratar estes casos. Seus conjuntos são caracterizados por uma função contínua de pertinência fuzzy, que relaciona cada elemento do universo de discurso à sua conformidade no conjunto, podendo abranger todos os valores no intervalo de pertinência.

##### 3.1.1 Variáveis Linguísticas

As variáveis linguísticas são os termos que constituem os conjuntos nebulosos. Tratam-se de traduções das variáveis reais na forma de valores linguísticos, não numéricos. Assim, seguindo com exemplo anterior, a temperatura seria a variável linguística e "quente", "frio", "muito quente" e "muito frio" alguns de seus possíveis valores linguísticos. Estes últimos são os conjuntos difusos e possuem, cada um deles, uma função de pertinência mapeando a adequação de uma determinada temperatura a sua conformidade neles.

### 3.2 FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA

O conceito chave de toda a abordagem fuzzy são as funções de pertinência. Em exemplo, dados os conjuntos fuzzy  $U_1, U_2$  e  $U_3$ , cada qual possui sua função de pertinência  $f_1(x), f_2(x)$  e  $f_3(x)$ , para todo elemento pertencente ao universo de discurso.

$$f_i(x) : i \rightarrow [0, 1] \quad (3.2)$$

Onde  $f_i(x) = 0$  implica que o elemento  $x$  é "completamente não"  $U_i$  e  $f_i(x) = 1$  indica que  $x$  é "completamente"  $U_i$ . Mas, diferentemente da lógica convencional, é possível que um elemento seja 50% pertinente à  $U_1$  ( $f_1(x) = 0.5$ ), 30% à  $U_2$  ( $f_2(x) = 0.3$ ) e 20% à  $U_3$  ( $f_3(x) = 0.2$ ).

Apesar de operar sobre grandezas linguísticas, é importante notar que normalmente os elementos são variáveis numéricas, portanto as funções de pertinência precisam ser bem definidas no intervalo do conjunto. Os formatos mais comuns para elas são apresentados na Figura 3.1 a seguir:

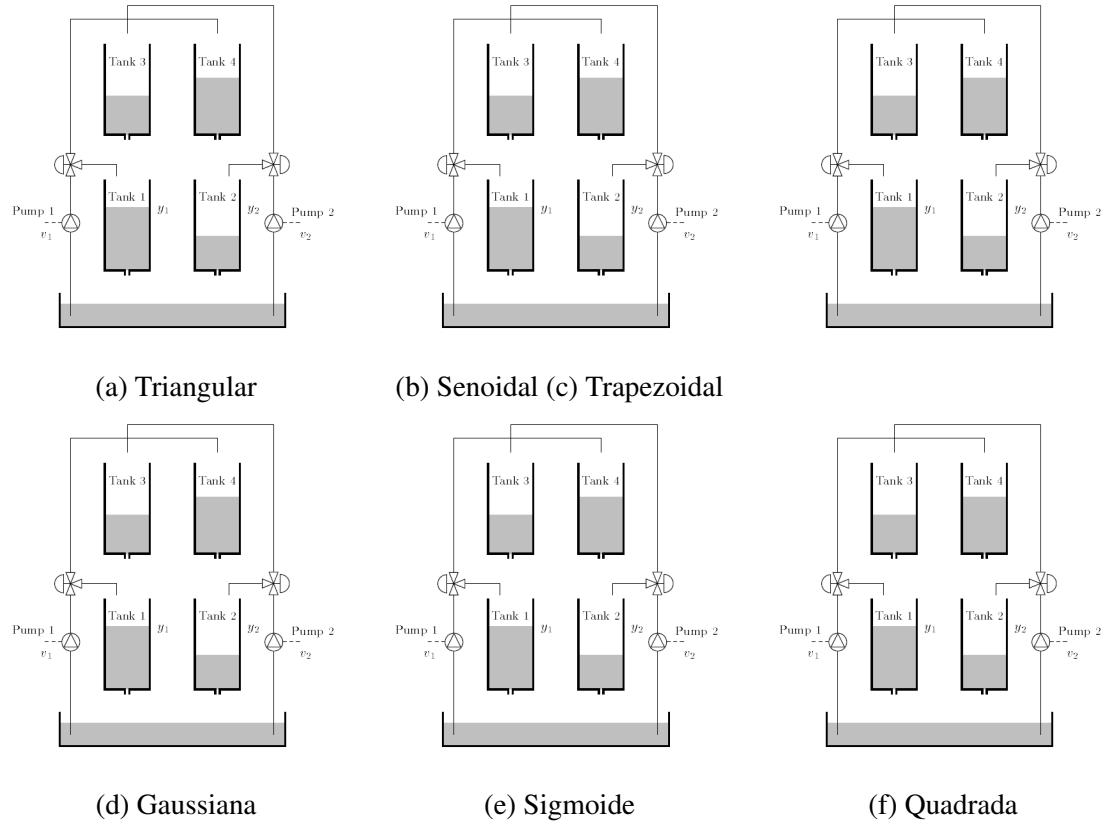


Figure 3.1: Funcões de Pertinêcia.

Apresenta-se a seguir os procedimentos comuns para obtenção da função de pertinência de um dado sistema, ilustrando-se com o exemplo:

- **Definir a variável linguística:** "Temperatura"
- **Definir os conjuntos fuzzy:** {"muito frio"}, {"frio"}, {"quente"}, {"muito quente"}

- **Definir os limites de cada conjunto:**  $[-10^{\circ}\text{C}, 5^{\circ}\text{C}], [5^{\circ}\text{C}, 15^{\circ}\text{C}], [15^{\circ}\text{C}, 30^{\circ}\text{C}], [30^{\circ}\text{C}, 45^{\circ}\text{C}]$
- **Definir as funções de pertinência:** Neste caso opta-se por funções triangulares, com picos nos centros dos intervalos e nulas em qualquer caso fora deles.

Os resultados do exemplo são apresentados na Figura 3.2 a seguir:

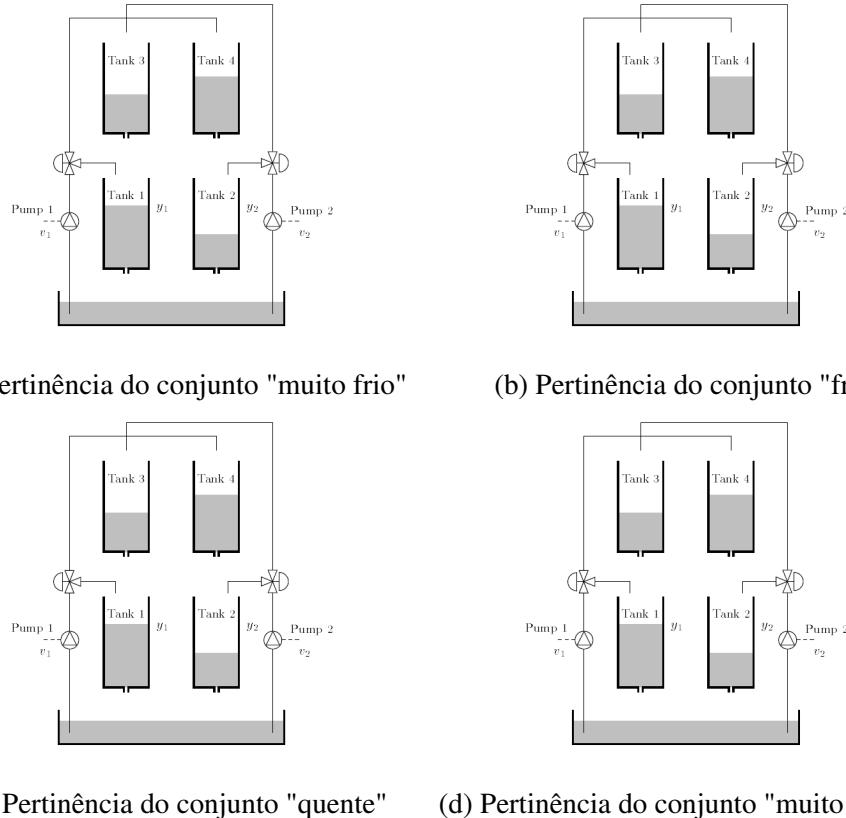


Figure 3.2: Funções de Pertinência.

A Tabela 3.1 a seguir apresenta os graus de pertinência de várias amostras a cada conjunto:

Table 3.1: Tabela de Exemplos

| Temperatura | Muito Frio | Frio | Quente | Muito Quente |
|-------------|------------|------|--------|--------------|
| 0           | 0          | 0    | 0      | 0            |
| 0           | 0          | 0    | 0      | 0            |
| 0           | 0          | 0    | 0      | 0            |
| 0           | 0          | 0    | 0      | 0            |
| 0           | 0          | 0    | 0      | 0            |
| 0           | 0          | 0    | 0      | 0            |
| 0           | 0          | 0    | 0      | 0            |

É importante notar que a soma final dos valores de todas as pertinências de um elemento precisa ser 1, para que haja coerência entre o modelo e o real.

### 3.3 APLICAÇÃO

A aplicação da lógica fuzzy na teoria de controle se dá através da utilização de regras que definem o modelo final baseando-se no grau de pertinência do estado do sistema a cada um dos conjuntos difusos.

De maneira similar à tradicional, a lógica fuzzy baseia-se no paradigma de implicações, ou *modus ponens*. Esta linha de raciocínio é organizada em regras que implicam em conclusões a partir da autenticidade de premissas. O exemplo 3.3 a seguir ilustra:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ Se está chovendo então é perigoso dirigir} \\ (2) \text{ Está chovendo} \\ (3) \text{ É perigoso dirigir} \end{array} \right. \quad (3.3)$$

A afirmação (1) é chamada de regra de implicação, ou regra Se-Então, e é ela quem rege o comportamento da conclusão (3) de acordo com a premissa (2). Ou seja, sempre que (2) é verdadeira, (3) também será.

#### 3.3.1 Regras Se-Então

Como visto no exemplo 3.3 as regras Se-Então são parte das premissas que definem os resultados das afirmações. Uma vez que as funções de pertinência fuzzy assumem diferentes níveis de verdade, não binários, então a autenticidade de afirmações envolvendo-as também assumirá diferentes graus de verdade. Assim, ao contrário da lógica clássica onde há ou não ativação de uma determinada regra, em lógica difusa toda regra está ativada em determinado grau. Exemplifica-se a seguir:

$$\text{Regra: } \left\{ \begin{array}{l} \text{SE: } X \text{ pertence a } A \\ \text{ENTÃO: } Y \text{ pertence a } B \end{array} \right. \quad (3.4)$$

O grau de ativação da Regra na equação 3.4 é definido a partir da pertinência do elemento  $X$  em  $A$ . A conclusão  $Y$  será definida de forma a cumprir pertinência semelhante ao conjunto  $B$ . Caso  $X$  seja 50% A, a saída  $Y$  deverá ser 50% B.

Prosseguindo o exemplo inicial, pode-se utilizar a temperatura de uma sala para controlar a potência ativa de um ar condicionado. Segundo os procedimentos descritos, define-se uma nova variável linguística: "Potência" e seus conjuntos fuzzy: {"muito fraca", "fraca", "forte", "muito forte"}. Chamando "T" a temperatura atual e "P" a potência, uma forma simples de projeto poderia ser:

$$\begin{aligned}
\text{Regra 1: } & \begin{cases} \text{SE: } T \text{ pertence a "muito baixa"} \\ \text{ENTÃO: } P \text{ pertence a "muito fraca"} \end{cases} \\
\text{Regra 2: } & \begin{cases} \text{SE: } T \text{ pertence a "baixa"} \\ \text{ENTÃO: } P \text{ pertence a "fraca"} \end{cases} \\
\text{Regra 3: } & \begin{cases} \text{SE: } T \text{ pertence a "alta"} \\ \text{ENTÃO: } P \text{ pertence a "forte"} \end{cases} \\
\text{Regra 4: } & \begin{cases} \text{SE: } T \text{ pertence a "muito alta"} \\ \text{ENTÃO: } P \text{ pertence a "muito forte"} \end{cases}
\end{aligned}$$

### 3.4 MODELO FUZZY TAKAGI-SUGENO

Os trabalhos de Takagi, Sugeno [2] e Kang [6] introduziram e desenvolveram a aplicação da lógica difusa em sistemas dinâmicos. Neles é demonstrada a capacidade dos modelos fuzzy (aqui os trataremos por Takagi-Sugeno) de representarem, de forma tão aproximada quanto se queira, qualquer sistema dinâmico (respeito condições de domínio).

Suponha-se um sistema dinâmico qualquer a seguir:

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= f(x(t)) + g(u(t)) \\
y(t) &= h(x(t))
\end{aligned}$$

Linearizando o obteria-se o seguinte modelo em espaço de estados:

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\
y(t) &= Cx(t)
\end{aligned}$$

As regras fuzzy seriam então:

$$\text{Regra i: } \begin{cases} \text{SE: } c_1(t) \text{ é } M_{1i} \text{ e } c_2(t) \text{ é } M_{2i} \text{ e ... e } c_n(t) \text{ é } M_{ni}, \\ \text{ENTÃO: } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i \Delta x(t) + B_i \Delta u(t), \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$c(t) = [c_1(t) \ c_2(t) \ c_3(t) \ ... \ c_n(t)] \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^4 w_i(c(t))(A_i \Delta x(t) + B_i \Delta u(t))}{\sum_{i=1}^4 w_i(c(t))} \\ y(t) = \frac{\sum_{i=1}^4 w_i(c(t))C_i \Delta x(t)}{\sum_{i=1}^4 w_i(c(t))} \end{cases} \quad (3.7)$$

## 4 MODELAGEM

Os modelos físicos do sistema de quatro-tanques utilizados neste trabalho são apresentados nas seções a seguir.

### 4.1 MODELO NÃO LINEAR

Baseado nos princípios de conservação de massa e na lei de Bernoulli para líquidos incompressíveis tem-se o seguinte sistema de equações não lineares que descrevem o processo.

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{1}{A_1}(a_3\sqrt{2gh_3} + \gamma_1 k_1 v_1 - a_1\sqrt{2gh_1}) \\ \dot{h}_2 = \frac{1}{A_2}(a_4\sqrt{2gh_4} + \gamma_2 k_2 v_2 - a_2\sqrt{2gh_2}) \\ \dot{h}_3 = \frac{1}{A_3}((1 - \gamma_2)k_2 v_2 - a_3\sqrt{2gh_3}) \\ \dot{h}_4 = \frac{1}{A_4}((1 - \gamma_1)k_1 v_1 - a_4\sqrt{2gh_4}) \end{cases} \quad (4.1)$$

Na Equação 4.1 , os termos  $h_i$ ,  $A_i$  e  $a_i$  representam o nível de água, a área da secção transversal da base do tanque  $i$  e a área de secção transversal do orifício de saída do tanque  $i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , respectivamente. A constante de fluxo da bomba  $j$  e a tensão aplicada sobre ela são dadas por  $k_j$  e  $v_j$ ,  $j = 1, 2$ . O parâmetro  $\gamma_1$  é a razão entre os fluxos para os tanques 1 e 4 enquanto  $\gamma_2$  é a razão entre os fluxos para os tanques 2 e 3 e  $g$  é a aceleração da gravidade.

É fácil notar nas equações deste sistema os termos não lineares (as raízes). O aspecto do acoplamento entre as variáveis também pode ser observado ao analisar as equações: o nível  $h_1$  varia conforme o fluxo da bomba 1, dependente de  $v_1$ , e conforme o nível  $h_3$ , que por sua vez depende do fluxo da bomba 2,  $v_2$ . Assim, as variáveis manipuladas,  $v_1$  e  $v_2$ , influem em ambos os níveis simultaneamente, apresentando um desafio considerável para a estabilização dos níveis desejados,  $h_1$  e  $h_2$ , que são as variáveis controladas deste trabalho.

### 4.2 LINEARIZAÇÃO

Linearizando o sistema em torno dos ponto de operação  $\bar{h} = (\bar{h}_1, \bar{h}_2, \bar{h}_3, \bar{h}_4)$  e  $\bar{v} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2)$ , por expansão em série de Taylor, obtém-se a seguinte representação no espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta h_1} \\ \dot{\Delta h_2} \\ \dot{\Delta h_3} \\ \dot{\Delta h_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-a_1\sqrt{2g}}{2A_1\sqrt{h_1}} & 0 & \frac{a_3\sqrt{2g}}{2A_1\sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & \frac{-a_2\sqrt{2g}}{2A_2\sqrt{h_2}} & 0 & \frac{a_4\sqrt{2g}}{2A_2\sqrt{h_4}} \\ 0 & 0 & \frac{-a_3\sqrt{2g}}{2A_3\sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-a_4\sqrt{2g}}{2A_4\sqrt{h_4}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

em que  $y_i$  são as saídas medidas do sistema,  $\Delta h_i = h_i - \bar{h}_i$ ,  $\Delta v_i = v_i - \bar{v}_i$ , e  $i = 1, 2, 3, 4$ .

E por fim, a matriz função de transferência do sistema obtida é:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{T_1 \gamma_1 k_1}{A_1(1+sT_1)} & \frac{T_1(1-\gamma_2)k_2}{A_1(1+sT_3)(1+sT_1)} \\ \frac{T_2(1-\gamma_1)k_1}{A_2(1+sT_4)(1+sT_2)} & \frac{T_2 \gamma_2 k_2}{A_2(1+sT_2)} \\ 0 & \frac{T_3(1-\gamma_2)k_2}{A_3(1+sT_3)} \\ \frac{T_4(1-\gamma_1)k_1}{A_4(1+sT_4)} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

em que  $G(s) = \frac{\Delta h(s)}{\Delta v(s)}$  e  $T_i = \frac{2A_i\sqrt{h_i}}{a_i\sqrt{2g}}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

### 4.3 MODELAGEM FUZZY TAKAGI-SUGENO

A modelagem via Takagi-Sugeno segue os mesmos passos propostos na Seção 3.4 : escolhem-se as variáveis linguística do sistema e seus conjuntos fuzzy, definem-se as funções de pertinência de cada um deles, as regras Se-Então, a fórmula de ativação e o resultado final do modelo.

#### 4.3.1 Variáveis Linguísticas

Como visto, as regras do modelo são ativadas de acordo com o estado atual do sistema. As variáveis aferidas da planta são os níveis, por este motivo serão as variáveis linguísticas definidas para o modelo fuzzy. Escolhem-se então "Nível do Tanque 1" e "Nível do Tanque 2" e os conjuntos nível baixo, nível alto para cada uma.

#### 4.3.2 Pertinência

Como visto, a linearização é baseada nos estados estacionários do sistema, ou seja, são escolhidos pontos em que  $\dot{h}(t) = 0$ . Assim, o modelo linear trata do valor de desvio das variáveis e é dado por:

$$\dot{h}(t) = A\Delta h(t) + B\Delta u(t) \quad (4.5)$$

Seguindo os passos descritos na Seção 3.2 definem-se os conjuntos escolhidos. Há quatro vértices para os estados do sistema:

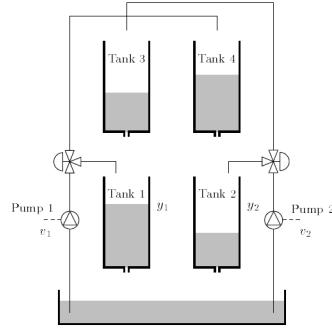
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Nível 1 Baixo} \\ \text{Nível 1 Alto} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Nível 2 Baixo} \\ \text{Nível 2 Alto} \\ \text{Nível 2 Baixo} \\ \text{Nível 2 Alto} \end{array} \right\} \quad (4.6)$$

Obtemos um modelo linear em cada um destes vértices:

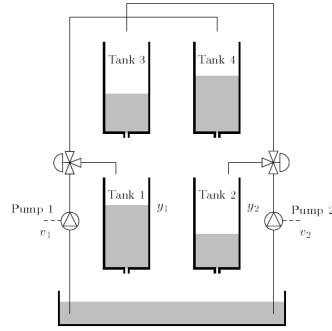
$$\dot{h}(t) = A_i \Delta h(t) + B_i \Delta u(t) \quad (4.7)$$

$$i = 1, 2, 3, 4 \quad (4.8)$$

Como descrito na Tabela 2.1 , a altura dos tanques é de 25cm. Assim, escolhe-se os limitantes 5cm como "completamente" verdade para o nível baixo e 25cm como "completamente" verdade para o nível alto. As funções de pertinência obtidas são:



(a) Pertinências de  $h_1(t)$



(b) Pertinências de  $h_2(t)$

Figure 4.1: Funções de Pertinência.

Onde  $M_1(h_1(t))$  e  $M_2(h_1(t))$  é o grau de pertinência do nível  $h_1(t)$  aos conjuntos "baixo" e "alto", respectivamente. De maneira análoga, tem-se  $N_1(h_2(t))$  e  $N_2(h_2(t))$  para o nível  $h_2(t)$ .

### 4.3.3 Regras Se-Então

Haverá uma regra para cada um dos sistemas dados:

- Regra 1:

$$\begin{cases} \text{SE } h_1 \text{ é baixo e } h_2 \text{ é baixo} \\ \text{ENTÃO } \dot{h}(t) = A_1 \Delta h(t) + B_1 \Delta u(t) \end{cases}$$

- Regra 2:

$$\begin{cases} \text{SE } h_1 \text{ é baixo e } h_2 \text{ é alto} \\ \text{ENTÃO } \dot{h}(t) = A_2 \Delta h(t) + B_2 \Delta u(t) \end{cases}$$

- Regra 3:

$$\begin{cases} \text{SE } h_1 \text{ é alto e } h_2 \text{ é baixo} \\ \text{ENTÃO } \dot{h}(t) = A_3 \Delta h(t) + B_3 \Delta u(t) \end{cases}$$

- Regra 4:

$$\begin{cases} \text{SE } h_1 \text{ é alto e } h_2 \text{ é alto} \\ \text{ENTÃO } \dot{h}(t) = A_4 \Delta h(t) + B_4 \Delta u(t) \end{cases}$$

#### 4.3.4 Ativação

O nível de ativação de cada uma das **Regras**  $i$  é dado respectivamente por  $w_i$ :

$$\begin{aligned} w_1(t) &= M_1(h_1(t)) * N_1(h_2(t)) \\ w_2(t) &= M_1(h_1(t)) * N_2(h_2(t)) \\ w_3(t) &= M_2(h_1(t)) * N_1(h_2(t)) \\ w_4(t) &= M_2(h_1(t)) * N_2(h_2(t)) \end{aligned} \tag{4.9}$$

#### 4.3.5 Modelo Final

O modelo Takagi-Sugeno fornece, finalmente:

$$\dot{h}(t) = \frac{\sum_{i=1}^4 w_i(h(t))(A_i \Delta h(t) + B_i \Delta u(t))}{\sum_{i=1}^4 w_i(h(t))} \tag{4.10}$$

#### 4.3.6 Controlador Fuzzy

No capítulo 5 demonstra-se o projeto de controladores capazes de estabilizar o sistema em todos os pontos de 4.10. O desenvolvimento do controlador final para modelo segue os mesmos passos já

apresentados: realiza-se a sintonização do ganho  $K$  a ser utilizado para cada regra e o grau de ativação de cada ganho é obtido pelas mesmas equações 4.9 . O ganho final a ser utilizado é dado por:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^4 w_i(h(t)) K_i}{\sum_{i=1}^4 w_i(h(t))} \quad (4.11)$$

Deseja-se neste trabalho obter um controlador capaz de prover erro nulo para ambas os níveis inferiores em estado estacionário. Desta forma, foi desenvolvido um projeto aumentado dos erros integrais das variáveis controladas. O modelo final dos sistema é apresentado na figura 4.2 a seguir:

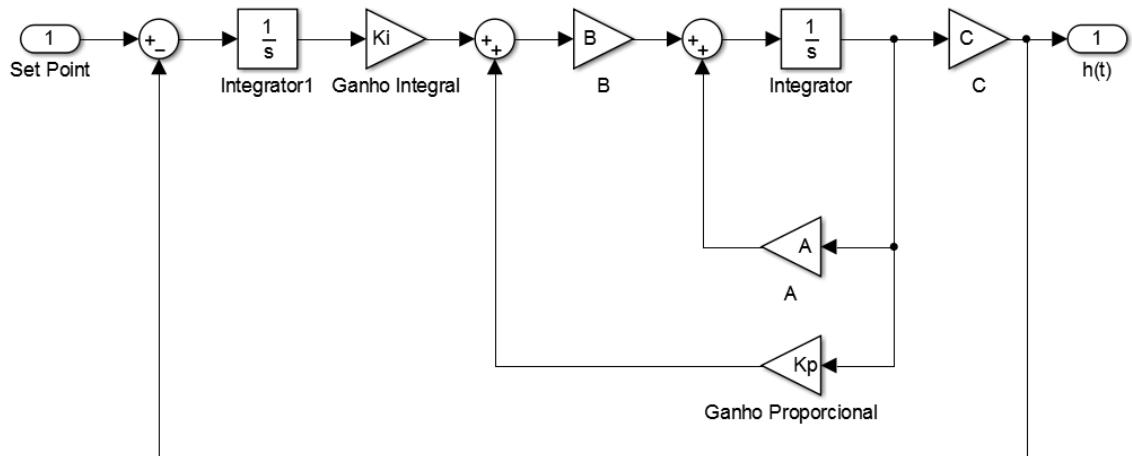


Figure 4.2: Espaço de estados da planta controlada

## **5 CONTROLE FUZZY**

### **5.1 CONCEITOS DE LMIS**

### **5.2 ESTABILIDADE FUZZY**

### **5.3 PROJETO**

## **6 IMPLEMENTAÇÃO**

### **6.1 IDENTIFICAÇÃO**

### **6.2 CONTROLADOR FUZZY**

### **6.3 RESULTADOS**

## 7 RESULTADOS

O modelo fuzzy desenvolvido a partir das seções anteriores foi simulado utilizando o software MATLAB [?] e implementado na bancada real via CLP Rockwell. As seções a seguir apresentam os resultados obtidos em cada caso.

### 7.1 SIMULAÇÕES

A planta de quatro-tanques, como apresentada no capítulo 2 , compõe um sistema capaz de ilustrar diversas dinâmicas para suas variáveis de processo. Assim, são escolhidas uma configuração em **fase mínima** e outra em **fase não-mínima** e a partir delas a modelagem e o controlador fuzzy são desenvolvidos.

#### 7.1.1 Fase Mínima

Nesta configuração a maior parte do fluído que saí das bombas é direcionado diretamente para os tanques controlados, ou seja  $\gamma_i > 0.5$ . A tablea 7.1.1 a seguir apresenta suas especificações.

| Especificações Iniciais da Planta |       |
|-----------------------------------|-------|
| A1, A3 ( $cm^2$ )                 | 28    |
| A2, A4 ( $cm^2$ )                 | 32    |
| a1, a3 ( $cm^2$ )                 | 0.071 |
| a2, a4 ( $cm^2$ )                 | 0.057 |
| g $cm/s$                          | 981   |
| k1                                | 3,33  |
| k2                                | 3.35  |
| $\gamma_1$                        | 0.70  |
| $\gamma_2$                        | 0.60  |

Realiza-se

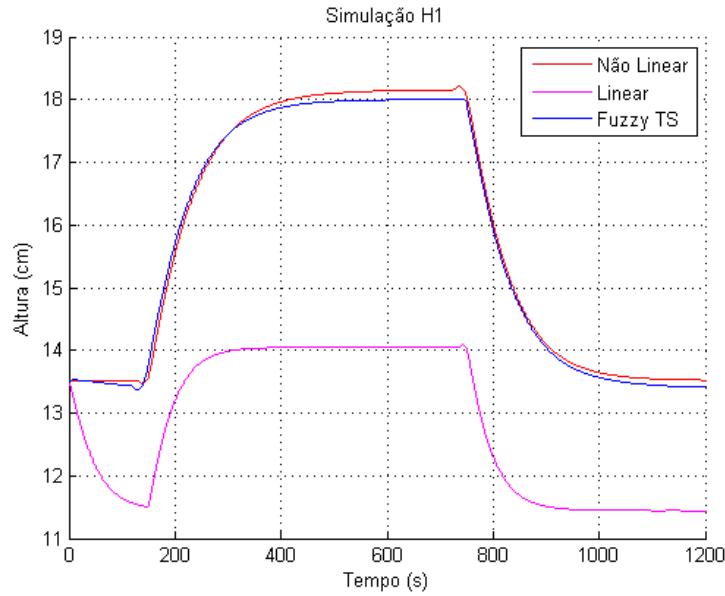


Figure 7.1: Linearização Convencional:  $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$ . Linearizações Fuzzy:  $\bar{h}_1 = [10 \ 15] \ \bar{h}_2 = [10 \ 15]$

### 7.1.2 Fase Não-Mínima

A tabela a seguir apresenta as especificações do sistema, nota-se por  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  que o sistema está em fase não mínima.

| Especificações do sistema |       |
|---------------------------|-------|
| $A_1, A_3 (cm^2)$         | 28    |
| $A_2, A_4 (cm^2)$         | 32    |
| $a_1, a_3 (cm^2)$         | 0.071 |
| $a_2, a_4 (cm^2)$         | 0.057 |
| $g (cm/s)$                | 981   |
| $k_1$                     | 3,14  |
| $k_2$                     | 3.29  |
| $\gamma_1$                | 0.43  |
| $\gamma_2$                | 0.34  |

O modelo não linear 4.1 para esta configuração é:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{1}{A_1}(a_3\sqrt{2gh_3} + \gamma_1 k_1 v_1 - a_1\sqrt{2gh_1}) \\ \dot{h}_2 = \frac{1}{A_2}(a_4\sqrt{2gh_4} + \gamma_2 k_2 v_2 - a_2\sqrt{2gh_2}) \\ \dot{h}_3 = \frac{1}{A_3}((1 - \gamma_2)k_2 v_2 - a_3\sqrt{2gh_3}) \\ \dot{h}_4 = \frac{1}{A_4}((1 - \gamma_1)k_1 v_1 - a_4\sqrt{2gh_4}) \end{cases} \quad (7.1)$$

Escolhendo os conjuntos fuzzy {"baixo", "alto"} e definindo 5,15 para os níveis 1 e 2, obtém-se, a partir da equação 7.1 os seguintes pontos de linearização:

| Sistema | Nível 1 ( $h_1$ ) | Nível 2 ( $h_2$ ) | Nível 3 ( $h_3$ ) | Nível 1 ( $h_4$ ) | Tensão 1 ( $v_1$ ) | Tensão 2 ( $v_2$ ) |
|---------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 1       | 5                 | 5                 | 10                | 10                | 10                 | 10                 |
| 2       | 5                 | 15                | 10                | 10                | 10                 | 10                 |
| 3       | 15                | 5                 | 10                | 10                | 10                 | 10                 |
| 4       | 15                | 15                | 10                | 10                | 10                 | 10                 |

Nas figuras que se seguem apresentam-se as respostas dos modelos à degraus aplicados ao sistema. Observa-se que o modelo linear apresenta bons resultados quando o estado do sistema é próximo ao ponto de operação. Já para os modelos fuzzy, quanto mais pontos de linearização utilizados, melhor o resultado, embora mais complexo o custo computacional.

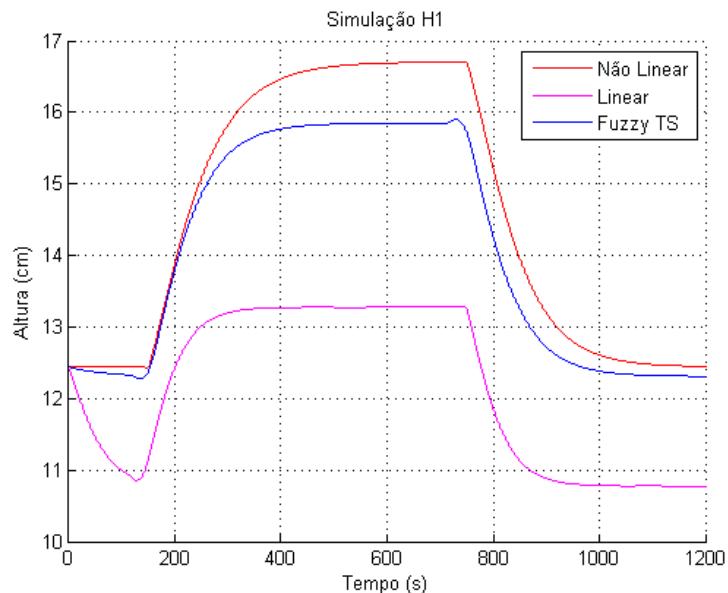


Figure 7.2: Linearização Convencional:  $\bar{h}_1 = 5, \bar{h}_2 = 5$ . Linearizações Fuzzy:  $\bar{h}_1 = [5 \ 10] \ \bar{h}_2 = [5 \ 10]$

## 7.2 IMPLEMENTAÇÃO

## **8 CONCLUSÃO**

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets ans system,” 1965.
- [2] T. Takagi and M. Sugeno, “Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 15, no. 1, pp. 116 – 132, 1985.
- [3] K. H. Johansson, A. Horch, O. Wijk, and A. Hansson, “Teaching multivariable control using the quadruple-tank process,” 1999.
- [4] *RSLinx Classic Getting Results Guide*, Allan-Bradley and Rocwell Automation, 2014.
- [5] *User Manual - EtherNet/IP Network Configuration*, Allan-Bradley and Rocwell Automation, 2014.
- [6] M. Sugeno and G. T. Kang, “Structure identification of fuzzy model,” 1986.