

# **Técnicas de Muestreo con SPSS Y STATA**

# Escuela Nacional de Estadística e Informática



Centro Andino de Formación y Capacitación en Estadística

Descuento aprobado  
Inicios Próximos

# Cursos de SPSS®

Básico  
Intermedio  
Avanzado  
Análisis de Datos con SPSS  
Técnicas de Muestreo con SPSS y STATA  
Análisis de Muestras Complejas con SPSS  
Técnicas Estadísticas Predictivas con SPSS  
Estadística Descriptiva e Inferencial con SPSS



# NUESTRAS MODALIDADES



Se desarrollan en las modernas instalaciones de la ENEI



Se desarrollan mediante la plataforma Zoom de manera síncrona



Los cursos se realizan de manera síncrona y asíncrona



Próximos inicios para  
este año

**TODO**

**Virtual**

**Presen  
cial**

*Nuestros cursos virtuales y/o  
presenciales de Estadística,  
Economía, Informática,  
Investigación y TI !!!*



# **MUESTREO ALEATORIO ESTRATIFICADO**

# *Muestreo Aleatorio Estratificado*

- En muchas ocasiones es conveniente dividir a la población en grupos o estratos para mejorar la eficiencia del muestreo o bien obtener resultados desagregados por dominios de estudio.
- La población de estudio, formada por  $N$  unidades, se divide en  $L$  estratos, los cuales constituyen una población, es decir, no se solapan y la unión de todos ellos es el total.
- La muestra estratificada se obtiene seleccionando  $n_h$  unidades de cada uno de los  $L$  estratos de forma independiente en cada estrato.
- Los estratos, para mejorar la eficiencia del diseño, se forman en función de variables altamente correlacionadas con las variables en estudio, tales como nivel socioeconómico, tamaño de la localidad, giro de empresas, etc.

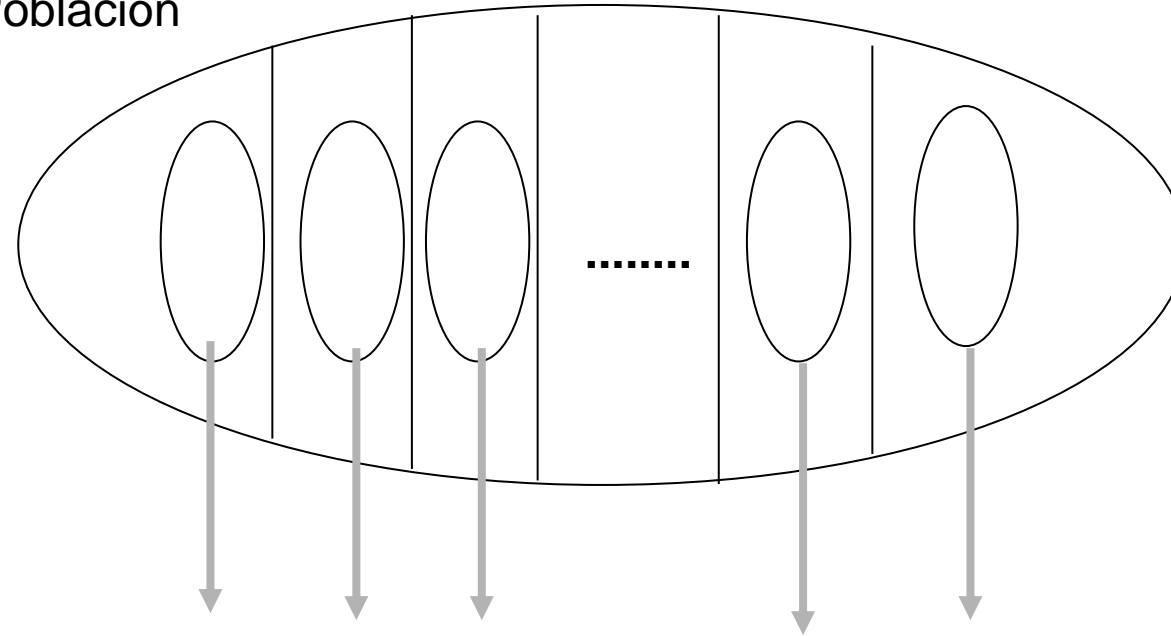
# Muestreo Aleatorio Estratificado

- Si la selección en cada estrato es aleatoria simple, el muestreo se denomina *Muestreo Aleatorio Estratificado (MAE)*.
- Su principal objetivo es mejorar la precisión de las estimaciones reduciendo los errores de muestreo. Minimiza la varianza de los estimadores mediante la creación de estratos lo más homogéneos posible entre sus elementos y lo más heterogéneo entre estratos.
- Es eficiente en poblaciones heterogéneas.
- Reduce el costo del muestreo al reducir los tamaños de muestra sin perder precisión.
- Forma parte de los diseños de muestras complejas.
- Administrativamente el muestreo estratificado facilita la designación de supervisiones y equipos de campo que controlen y ejecuten la encuesta de cada región o estrato.



# ***Muestreo Aleatorio Estratificado***

Población



$n_L$

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_L$$

# Muestreo Aleatorio Estratificado

| Estrato | Valores de la población |          |       |            |
|---------|-------------------------|----------|-------|------------|
| 1       | $Y_{11}$                | $Y_{12}$ | ..... | $Y_{1N_1}$ |
| 2       | $Y_{21}$                | $Y_{22}$ | ..... | $Y_{2N_2}$ |
| .....   | .....                   | .....    | ..... | .....      |
| L       | $Y_{L1}$                | $Y_{L2}$ | ..... | $Y_{LN_L}$ |

$$N = \sum_{h=1}^L N_h$$

| Estrato | Valores de la muestra |          |       |            |
|---------|-----------------------|----------|-------|------------|
| 1       | $y_{11}$              | $y_{12}$ | ..... | $y_{1n_1}$ |
| 2       | $y_{21}$              | $y_{22}$ | ..... | $y_{2n_2}$ |
| .....   | .....                 | .....    | ..... | .....      |
| L       | $y_{L1}$              | $y_{L2}$ | ..... | $y_{Ln_L}$ |

$$n = \sum_{h=1}^L n_h$$

# ***Supuestos del muestreo estratificado***

## **○ *HOMOGENEIDAD:***

Entre elementos de un mismo estrato

## **○ *HETEROGENEIDAD:***

Entre estratos

## **○ *INDEPENDENCIA:***

Entre estratos al seleccionar la muestra

## *El número de estratos:*

- No se debe pensar que aumentando notablemente el número de estratos se obtienen altos beneficios. En la práctica el aumento mas allá de 6 estratos produce pocas ganancias en la reducción de las varianzas.
- Definido por criterio del investigador
- Calculado por fórmula teórica:

donde,

$$L = \frac{2nC_n}{C_e}$$

$C_n$ : costo por unidad de muestra

$C_e$ : costo por estratificación

# ***Formación de los estratos***

## ***○ Método de Dalenius***

Cuando se tiene una variable cuantitativa de estratificación, se puede determinar los límites de los intervalos para cada estrato.

## ***○ Método Cluster***

Cuando se tienen varias variables de estratificación, se puede formar estratos de elementos similares en base a las medidas de distancia entre elementos.

## ***○ A criterio del investigador***

Cuando se forman estratos por dominios geográficos, por dominios temáticos, etc, que favorecen el análisis de la muestra.

# ***Método de Dalenius***

- Dalenius (1957), diseñó un método para determinar los mejores límites para estratos cuando se dispone de datos correspondientes a una variable cuantitativa para toda la población.
- Los resultados son muy buenos cuando la variable de estratificación está altamente correlacionada con la variable de interés.
- Este método tiende a minimizar la varianza del estimador.
- Se requiere de manera preliminar contar con una gran cantidad de estratos estrechos (intervalos de clase)



# Método de Dalenius

## Ejemplo:

- En un estudio de múltiples propósitos se necesita seleccionar una muestra de 400 abonados de Lima Metropolitana. Una de las variables más importantes es el gasto en tráfico telefónico.

- Se decidió por utilizar L=5 estratos.

$$\frac{3533.11}{5} = 706.62$$

- Luego, obtenemos los límites:

$$706.62 \times 2 = 1413.24$$

$$706.62 \times 3 = 2119.86$$

$$706.62 \times 4 = 2826.48$$

$$706.62 \times 5 = 3533.11$$

| Gasto en tráfico<br>Telefónico (S/.) | Número de<br>Abonados (f <sub>i</sub> ) | $\sqrt{f_i}$ | Acum $\sqrt{f_i}$ |
|--------------------------------------|---|--------------|-------------------|
| 0 – 50                               | 120000                                  | 346.41       | 346.41            |
| 50 – 100                             | 220000                                  | 469.04       | 815.45            |
| 100 – 150                            | 80000                                   | 282.84       | 1098.29           |
| 150 – 200                            | 50920                                   | 225.65       | 1323.94           |
| 200 – 250                            | 20300                                   | 142.48       | 1466.42           |
| 250 – 300                            | 10120                                   | 100.59       | 1567.01           |
| 300 – 350                            | 10000                                   | 100          | 1667.01           |
| 350 – 400                            | 9500                                    | 97.47        | 1764.48           |
| 400 – 450                            | 9280                                    | 96.33        | 1860.81           |
| 450 – 500                            | 8620                                    | 92.84        | 1953.65           |
| 500 – 550                            | 7950                                    | 89.16        | 2042.81           |
| 550 – 600                            | 7230                                    | 85.03        | 2127.84           |
| 600 – 650                            | 7020                                    | 83.78        | 2211.62           |
| 650 – 700                            | 6320                                    | 79.49        | 2291.11           |
| 700 – 750                            | 6000                                    | 77.45        | 2368.56           |
| 750 – 800                            | 5980                                    | 77.33        | 2445.89           |
| 800 – 850                            | 5000                                    | 70.71        | 2516.60           |
| 850 – 900                            | 4880                                    | 69.86        | 2586.46           |
| 900 – 950                            | 4300                                    | 65.57        | 2652.03           |
| 950 – 1000                           | 3900                                    | 62.45        | 2714.48           |
| 1000 – 1050                          | 3560                                    | 59.67        | 2774.15           |
| 1050 – 1100                          | 3110                                    | 55.77        | 2829.92           |
| 1100 – 1150                          | 2910                                    | 53.94        | 2883.86           |
| 1150 – 1200                          | 2490                                    | 49.89        | 2933.75           |
| 1200 – 1250                          | 2100                                    | 45.83        | 2979.58           |
| 1250 – 1300                          | 2000                                    | 44.72        | 3024.30           |
| 1300 – 1350                          | 1980                                    | 44.49        | 3068.79           |
| 1350 – 1400                          | 1830                                    | 42.78        | 3111.57           |
| 1400 – 1450                          | 1800                                    | 42.43        | 3154.00           |
| 1450 – 1500                          | 1790                                    | 42.31        | 3196.31           |
| 1500 – 1550                          | 1750                                    | 41.83        | 3238.14           |
| 1550 – 1600                          | 1710                                    | 41.35        | 3279.49           |
| 1600 – 1650                          | 1630                                    | 40.37        | 3319.86           |
| 1650 – 1700                          | 1500                                    | 38.73        | 3358.59           |
| 1700 – 1750                          | 1320                                    | 36.33        | 3394.92           |
| 1750 – 1800                          | 1280                                    | 35.78        | 3430.70           |
| 1800 – 1850                          | 1000                                    | 31.62        | 3462.32           |
| 1850 – 1900                          | 820                                     | 28.64        | 3490.96           |
| 1900 – 1950                          | 410                                     | 20.25        | 3511.21           |
| 1950 – 2000                          | 220                                     | 14.83        | 3526.04           |
| 2000 a más                           | 50                                      | 7.07         | 3533.11           |
| <b>TOTAL</b>                         | <b>632580</b>                           |              |                   |

# ***Procedimiento de Selección***

- 1° Preparar el marco muestral tal que contenga la variable que identifica el estrato al que pertenece cada unidad del marco
- 2° Seleccionar la muestra aleatoria (simple con o sin reemplazo, sistemática, etc) de forma independiente en cada estrato
- 3° La muestra estratificada es la unión de todas las muestras obtenidas de cada estrato

# Muestreo Aleatorio Estratificado

## ○ MASsr en cada estrato

- En el estrato  $h$ , las selecciones no son independientes

- El número de muestras posibles en el estrato  $h$  es: 
$$C_{n_h}^{N_h} = \frac{N_h!}{n_h!(N_h - n_h)!}$$

- Cada muestra posible de tamaño  $n_h$  es seleccionada con probabilidad  $1 / C_{n_h}^{N_h}$

- La fracción o tasa de muestreo en cada estrato es:  $f_h = \frac{n_h}{N_h}$

- La probabilidad de inclusión de primer orden en cada estrato es:  $\pi_{hi} = \frac{n_h}{N_h}$

- El peso muestral o factor de expansión en cada estrato es:  $\omega_{hi} = \frac{N_h}{n_h}$

## ***Procedimiento de Estimación***

- El estimador del total poblacional esta dado por:

$$\hat{T} = \sum_{h=1}^L \hat{T}_h$$

- Debido a la independencia, la varianza es:

$$V(\hat{T}) = \sum_{h=1}^L V(\hat{T}_h)$$

- El estimador de la varianza es:

$$\hat{V}(\hat{T}) = \sum_{h=1}^L \hat{V}(\hat{T}_h)$$

## ***Procedimiento de estimación de medias***

- Un estimador general para la media poblacional  $\mu$  esta dado por:

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{T}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L \hat{T}_h = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L N_h \hat{\mu}_h = \sum_{h=1}^L w_h \hat{\mu}_h$$

- La varianza teórica del estimador anterior es:

$$V(\hat{\mu}) = \sum_{h=1}^L w_h^2 V(\hat{\mu}_h)$$

- La varianza estimada del estimador anterior es:

$$\hat{V}(\hat{\mu}) = \sum_{h=1}^L w_h^2 \hat{V}(\hat{\mu}_h)$$

## ***Procedimiento de estimación de proporciones***

- Un estimador general para la proporción poblacional  $P$  está dado por:

$$\hat{P} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L N_h \hat{P}_h = \sum_{h=1}^L W_h \hat{P}_h$$

- La varianza teórica del estimador anterior es:

$$V(\hat{P}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 V(\hat{P}_h)$$

- La varianza estimada del estimador anterior es:

$$\hat{V}(\hat{P}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \hat{V}(\hat{P}_h)$$



## ***Tamaño de muestra***

- ¿Cuál es el tamaño de muestra  $n$ ? y ¿cómo afijar el tamaño de muestra a cada estrato?
- Existen muchas maneras de dividir el tamaño de muestra total entre los estratos. (afijación de la muestra).
- Cada división diferente puede originar una precisión diferente para el estimador.
- ¿Qué factores influyen en el mejor esquema de afijación?
- La variabilidad de las observaciones dentro de cada estrato.
- El número total de elementos de cada estrato.
- El costo de obtener una observación de cada estrato.

## ***Tamaño de muestra: Afijaciones***

- Afijación Óptima (costo, varianza y tamaño del estrato).
- Afijación de Neyman (varianza y tamaño del estrato).
- Afijación Proporcional (tamaño del estrato)
- Afijación uniforme (igual en cada estrato)
- Afijación Proporcional Valoral (Total X del estrato)
- Afijación óptimo relativo (proporcional al coeficiente de variación del estrato).
- Afijación desproporcional (no proporcional)

## ***Tamaño de muestra: Afijación de Neyman***

- Consiste en determinar los valores de  $n_h$  tal que para un tamaño de muestra  $n$ , la varianza del estimador sea mínima.
- También es llamada afijación de varianza mínima.
- Con *MASsr* en cada estrato:

$$V(\hat{\mu}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 V(\hat{\mu}_h) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{(1-f_h)}{n_h} S_h^2 = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} - \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L W_h S_h^2 = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} - \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L W_h$$

- Se obtienen los valores óptimos de  $n_h$  que minimiza la función:

$$\Phi = V(\hat{\mu}) + \gamma \left[ \sum_{h=1}^L n_h - n \right] = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} - \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L W_h S_h^2 + \gamma \left[ \sum_{h=1}^L n_h - n \right]$$

## ***Tamaño de muestra . Afijación de Neyman:***

- El valor óptimo de  $n_h$  resulta:

$$n_h = n \left[ \frac{W_h S_h}{\sum W_h S_h} \right]$$

- Con este  $n_h$  se obtiene la varianza mínima del estimador:

$$V_{Min} = \frac{1}{n} \left[ \sum_{h=1}^L W_h S_h \right]^2 - \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L W_h S_h^2$$

- El tamaño de muestra  $n$  para un margen de error E con un nivel de confianza es:

$$n = \frac{(\sum W_h S_h)^2}{D + \frac{1}{N} \sum W_h S_h^2}$$

## *Tamaño de muestra. Afijación de Neyman*

- Cuando se estiman proporciones o prevalencias se utilizan las fórmulas:

$$n_h = n \left[ \frac{W_h \sqrt{P_h(1 - P_h)}}{\sum W_h \sqrt{P_h(1 - P_h)}} \right]$$

$$n = \frac{\left( \sum W_h \sqrt{P_h(1 - P_h)} \right)^2}{D + \frac{1}{N} \sum W_h^2 P_h(1 - P_h)}$$

## ***Tamaño de muestra. Afijación proporcional***

- Consiste en repartir el tamaño de muestra  $n$  en forma proporcional al tamaño de los estratos de la población. Es decir:

$$n_h = n \left( \frac{N_h}{N} \right) = nW_h$$

- Con **MASsr** en cada estrato, el  $n_h$  proporcional genera una varianza del estimador dado por:

$$V_{Prop} = \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \left( \sum_{h=1}^L W_h S_h^2 \right)^2$$



## ***Tamaño de muestra. Afijación proporcional***

- El tamaño de muestra  $n$  para un margen de error  $E$  con un nivel de confianza es:

$$n = \frac{\sum W_h S_h^2}{D + \frac{1}{N} \sum W_h S_h^2}$$

- La afijación de Neyman es similar a la afijación proporcional, cuando las varianzas en los estratos son iguales. Por lo tanto, la afijación proporcional es conveniente cuando las varianzas son casi iguales en todos los estratos.

## ***Tamaño de muestra. Afijación proporcional***

- Cuando se estiman proporciones o prevalencias se utilizan las fórmulas:

$$n_h = n \left( \frac{N_h}{N} \right) = nW_h$$

$$n = \frac{\sum W_h P_h (1 - P_h)}{D + \frac{1}{N} \sum W_h P_h (1 - P_h)}$$



## IMPROVEMENT

Al terminar todo curso en la Escuela del INEI recibirás un correo con los datos de acceso para poder descargar tu certificado Digital a nombre del INEI.

ESCUELA INEI  
Certificados  
Digitales



# Descarga el certificado Digital del curso



INSTITUTO  
NACIONAL DE  
ESTADÍSTICA E  
INFORMÁTICA

ESCUELA NACIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA



ESCUELA  
NACIONAL DE  
ESTADÍSTICA E  
INFORMÁTICA

CERTIFICADOS Y CONSTANCIAS DIGITALES

Ingresar todos los datos solicitados

Datos de Identidad

TIPO DE DOCUMENTO DE IDENTIDAD: (\*)

Seleccione

Nº DE DOCUMENTO DE IDENTIDAD: (\*)

SELECCIONE UN TIPO DE DOCUMENTO

(\*) Ingrese el código de alumno a validar y seleccione el documento a descargar

CÓDIGO DE ALUMNO: (\*)

INGRESE CÓDIGO ACCESO

Por favor, asegúrese de ingresar el código de acceso correctamente. El código de acceso es el que se le envió por correo electrónico al momento de inscribirse en el curso.

DOCUMENTO A DESCARGAR: (\*)

Seleccione

☐ He leído y acepto los términos y condiciones de uso

<https://sistemas.inei.gob.pe/WebCerEnei/>

# Contactos de la Escuela del INEI



## Nuestros teléfonos

☎ 433-3127

☎ 997-567-428

☎ 991-686-020

## Nuestros correos

✉ [cursos@inei.gob.pe](mailto:cursos@inei.gob.pe)

✉ [enei@inei.gob.pe](mailto:enei@inei.gob.pe)

Horario de atención: Lunes a Viernes de 9 a.m. a 6 p.m.

