APLICACIONES DEL CAPÍTULO III.

3.1. Dado los conjuntos A, B y C que se muestran en la siguiente figura. Determinar las siguientes operaciones con conjuntos.

a) A U B

b) A U C

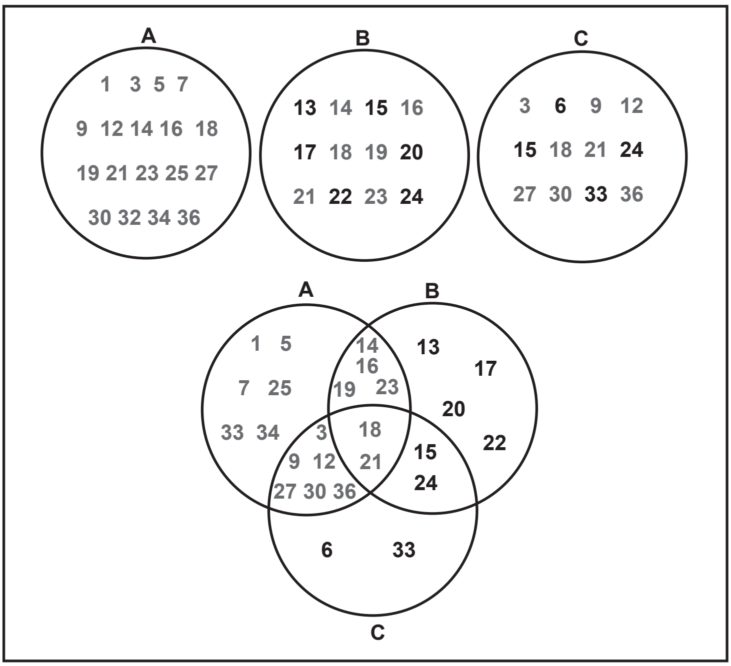
c) B ∩ C

d) (B U C) ∩ A

e) A – B

f) (A U C) – (B ∩ C)

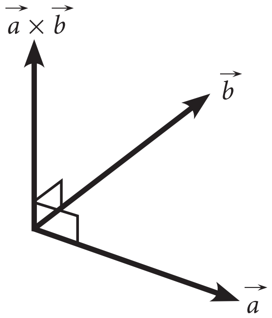
g A ∩ B ∩ C




```
>> A=[1,3,5,7,9,12,14,16,18,19,21,23,25,27,30,32,34,36]
A =
  1 3 5 7 9 12 14 16 18 19 21 23 25 27 30 32 34 36

>> B=13:24
B =
  13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
```

```
>> C=3:3:36

C =

  3  6  9  12  15  18  21  24  27  30  33  36

>> AoB=union(A,B) % Solución a.

AoB =

  1  3  5  7  9  12  13  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24  25  27  30  32  34  36

>> AoC=union(A,C) % Solución b.

AoC =

  1  3  5  6  7  9  12  14  15  16  18  19  21  23  24  25  27  30  32  33  34  36

>> ByC=intersect(B,C) % Solución c.

ByC =

  15  18  21  24

>> BoCyA=intersect(union(B,C),A) % Solución d.

BoCyA =

3  9  12  14  16  18  19  21  23  27  30  36

>> A_B=setdiff(A,B) % Solución e.

A_B =

  1  3  5  7  9  12  25  27  30  32  34  36

>> AoC_ByC=setdiff(union(A,C),intersect(B,C)) % Solución f.

AoC_ByC =

  1  3  5  6  7  9  12  14  16  19  23  25  27  30  32  33  34  36

>> AyByC=intersect(intersect(A,B),C) % Solución g.

AyByC =

  18  21
```

3.2. Dado los vectores: $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ y $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$. Determinar el producto vectorial de $\vec{a} \times \vec{b}$



$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} & \vec{i} & \vec{j} \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = 6\,\vec{i} + 12\vec{j} + 2\,\vec{k} - 4\vec{j} - 4\,\vec{i} - 9\,\vec{k} = 2\,\vec{i} + 8\vec{j} - 7\,\vec{k}$$

Solución en MATLAB.

```
>> a=[2 3 4]

a =

  2 3 4

>> b=[3 1 2]

b =

  3 1 2

>> axb=cross(a,b)

axb =

  2 8 -7
```

Entonces podemos concluir que el producto vectorial es: $\vec{a} \times \vec{b} = 2\,\vec{i} + 8\vec{j} - 7\,\vec{k}$

3.3. En un salón de clase de 30 alumnos se ha preguntado el número de hermanos que tiene, el resultado ha sido el siguiente:

2 1 3 2 2 1 0 5 2 4

6 0 0 1 1 2 1 1 1 2

3 2 4 3 1 0 2 4 2 2

Determinar la media, mediana, moda, desviación estándar y varianza.

Solución en MATLAB.

```
>> h=[2 1 3 2 2 1 0 5 2 4 6 0 0 1 1 2 1 1 1 2 3 2 4 3 1 0 2 4 2 2]
```

```
h =

  Columns 1 through

  18 2 1 3 2 2 1 0 5 2 4 6 0 0 1 1 2 1 1

  Columns 19 through

  30 1 2 3 2 4 3 1 0 2 4 2 2

>> media=mean(h)

media =

  2

>> mediana=median(h)

mediana =

  2

>> moda=mode(h)

moda =

  2

>> destandar=std(h)

destandar =

  1.4856

>> varianza=var(h)

varianza =

  2.2069
```

Por lo tanto, diremos que:

Media = 2

Mediana = 2

Moda = 2

Desviación estándar = 1,4856

Varianza = 2,2069

3.4. Hallar la determinante de la matriz que se muestra en la siguiente figura.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 9 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 8 \end{vmatrix}$$

Solución en MATLAB.

```
>> A=[1 3 5 2;0 -1 3 4;2 1 9 6;3 2 4 8]
A =
  1  3  5  2
  0 -1  3  4
  2  1  9  6
  3  2  4  8

>> d=det(A)
d =
  160
```

La determinante de la matriz A es 160.

3.5. Hallar la transpuesta de la matriz.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad ; \quad A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{n \times m}$$

Como ejemplo hallaremos las transpuestas de las matrices A_1, A_2 y A_3 que se muestran en la siguiente figura:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \\ -2 & 6 & -3 \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ -3 & 5 & 7 \\ -5 & -4 & -2 \\ 8 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

Solución en MATLAB.

```
>> A1=[3 -1;-2 4]

A1 =

   3 -1
  -2  4

>> A2=[2 4 3;5 -1 2;-2 6 -3]

A2 =

   2  4  3
   5 -1  2
  -2  6 -3

>> A3=[2 0 1;-1 3 4;-3 5 7;-5 -4 -2;8 6 9]

A3 =

   2  0  1
  -1  3  4
  -3  5  7
  -5 -4 -2
   8  6  9

>> A1t=transpose(A1)

A1t =

   3 -2

  -1  4

>> A2t=transpose(A2)

A2t =

  2  5 -2
  4 -1  6
  3  2 -3

>> A3t=transpose(A3)

A3t =

  2 -1 -3 -5  8
  0  3  5 -4  6
```


92

```
    1 4 7 -2 9
```

Por lo tanto, podemos decir que las transpuestas de las matrices A_1, A_2 y A_3.

$$A_1^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}; \qquad A_2^T = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 4 & -1 & 6 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}; \qquad A_3^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 & -5 & 8 \\ 0 & 3 & 5 & -4 & 6 \\ 1 & 4 & 7 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

3.7. Hallar la inversa de la matriz A que se muestra en la siguiente figura.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Solución en MATLAB.

```
>> A=[1 -1 3 0;2 1 0 2;0 -1 1 0;0 1 1 -1]
A =
  1 -1  3  0
  2  1  0  2
  0 -1  1  0
  0  1  1 -1

>> A_1=inv(A)
A_1 =
  5.0000 -2.0000 -11.0000 -4.0000
  -2.0000 1.0000 4.0000 2.0000
  -2.0000 1.0000 5.0000 2.0000
  -4.0000 2.0000 9.0000 3.0000
```

Por lo tanto, podemos decir que la inversa de la matriz A.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -11 & -4 \\ -2 & 1 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 5 & 2 \\ -4 & 2 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$