Econometría II

Modelo Lineal General, Inferencia, etc.

JHON R. ORDOÑEZ 1 2 3

- ¹ Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga
- ² Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables
- ³ Escuela Profesional de Economía

GEE - UNSCH

19 DE MAYO DE 2025



Contenido

- 1 Modelo de "k" variables
- 2 Prueba de hipótesis individual
- 3 Prueba de hipótesis global o conjunta
- 4 Coeficiente de determinación o bondad de ajuste
- 5 Descomposición de la varianza
- 6 Matriz de varianzas y co-varianzas
- 7 Modelos de Análisis de Varianza (ANOVA)
- 8 Modelos de Análisis de Covarianza (ANCOVA)

- 1 Modelo de "k" variables
- 2 Prueba de hipótesis individua
- 3 Prueba de hipótesis global o conjunta
- 4 Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

- 5 Descomposición de la varianza
- 6 Matriz de varianzas y co-varianzas
- 7 Modelos de Análisis de Varianza (ANOVA)
- 8 Modelos de Análisis de Covarianza (ANCOVA)

Modelo de "k" variables

Modelo econometrico de "k" variables

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \mu_i \qquad \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$
 (1)

En notación de vectores y matrices sería

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\mu} \tag{2}$$

Funcion de regresión poblacional

$$E(Y_i) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} \qquad \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$$
(3)

En notación de vectores y matrices sería

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \tag{4}$$

Funcion de Regresión Muestral de "k" variables

Funcion de Regresión Muestral de "k" variables

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki}$$
(5)

En notación de vectores y matrices sería

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \tag{6}$$

Estimación de los parámetros usando vectores y matrices

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \tag{7}$$

Además, se puede obtener las ecuaciones normales en terminos de vectores y matrices

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{Y} \tag{8}$$

- 1 Modelo de "k" variables
- 2 Prueba de hipótesis individual
- 3 Prueba de hipótesis global o conjunta
- 4 Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

- 5 Descomposición de la varianza
- 6 Matriz de varianzas y co-varianzas
- 7 Modelos de Análisis de Varianza (ANOVA)
- 8 Modelos de Análisis de Covarianza (ANCOVA)

Prueba de hipótesis individual

Prueba de hipótesis individual

$$t_{\hat{\beta}_i} = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{S_{\hat{\beta}_i}} \tag{9}$$

Normalmente se tiene la expresión

$$t_{\hat{\beta}_i} = \frac{\hat{\beta}_i}{S_{\hat{\beta}_i}} \tag{10}$$

Donde.

$$S_{\hat{\beta}_i} = \sqrt{Var(\hat{\beta}_i)} \tag{11}$$

El cálculo en excel se puede ver en prueba t

Prueba de hipótesis individual (Cont.)

Pruebas adicionales muy útiles

$$t_{\hat{\beta}_{1}+\hat{\beta}_{2}} = \frac{\hat{\beta}_{1}+\hat{\beta}_{2}}{S_{\hat{\beta}_{1}+\hat{\beta}_{2}}}, \quad S_{\hat{\beta}_{1}+\hat{\beta}_{2}} = \sqrt{Var\left(\hat{\beta}_{1}+\hat{\beta}_{2}\right)}$$
(12)

Donde

$$var\left(\hat{\beta}_{1} + \hat{\beta}_{2}\right) = var\left(\hat{\beta}_{1}\right) + var\left(\hat{\beta}_{2}\right) + 2cov\left(\hat{\beta}_{1}, \hat{\beta}_{2}\right)$$
(13)

En general la varianza para dos variables aleatorias X, Y y constantes a, b es

$$var(aX + bY) = a^{2}var(X) + b^{2}var(Y) + 2abcov(X, Y)$$
(14)

Prueba de hipótesis individual (Cont.)

Supongamos que $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ son variables aleatorias y $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ son coeficientes constantes. La varianza de la conbinación lineal de estas variables, $a_1X_1, a_2X_2, a_3X_3, \ldots, a_nX_n$, es:

$$var\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 var(X_i) + 2\sum_{i < j} a_i a_j cov(X_i, X_j)$$

$$\tag{15}$$

Donde

- $var(X_i)$ es la varianza de la variable X_i .
- $cov(X_i, X_j)$ es la covarianza entre X_i y X_j .

La varianza de una combinación lineal incluye los términos de varianza de cada variable ponderada por el cuadrado de su coeficiente y las covarianzas entre todas las variables con sus respectivos coeficientes.

- 1 Modelo de "k" variables
- 2 Prueba de hipótesis individua
- 3 Prueba de hipótesis global o conjunta
- 4 Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

- 5 Descomposición de la varianza
- 6 Matriz de varianzas y co-varianzas
- 7 Modelos de Análisis de Varianza (ANOVA)
- 8 Modelos de Análisis de Covarianza (ANCOVA)

Prueba de hipótesis global o conjunta

Prueba de hipótesis global o conjunta

$$F_{(k-1,n-k)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i^2 / (k-1)}{\sum_{i=1}^{n} e_i^2 / (n-k)}$$
(16)

El estadístico "F" en términos de vectores

$$F_{(k-1,n-k)} = \frac{\left(\hat{\mathbf{Y}}'\hat{\mathbf{Y}} - n\overline{\hat{\mathbf{Y}}}^2\right)/(k-1)}{\mathbf{e}'\mathbf{e}/(n-k)}$$
(17)

El cálculo en excel se puede ver en Prueba F

- 1 Modelo de "k" variables
- 2 Prueba de hipótesis individua
- 3 Prueba de hipótesis global o conjunta
- 4 Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

- 5 Descomposición de la varianza
- 6 Matriz de varianzas y co-varianzas
- 7 Modelos de Análisis de Varianza (ANOVA)
- 8 Modelos de Análisis de Covarianza (ANCOVA)

Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

$$R^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_{i}^{2}}{\sum_{i=1}^{n} y_{i}^{2}}$$
 (18)

En términos de vectores

$$R^{2} = \frac{\hat{\mathbf{Y}}'\hat{\mathbf{Y}} - n\overline{\hat{Y}}^{2}}{\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - n\overline{Y}^{2}}$$
(19)

Coeficiente de determinación ajustado o corregido

$$\overline{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \left(\frac{n - 1}{n - k} \right) \tag{20}$$

- 1 Modelo de "k" variables
- 2 Prueba de hipótesis individual
- 3 Prueba de hipótesis global o conjunta
- 4 Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

- 5 Descomposición de la varianza
- 6 Matriz de varianzas y co-varianzas
- 7 Modelos de Análisis de Varianza (ANOVA)
- 8 Modelos de Análisis de Covarianza (ANCOVA)

DESCOMPOSICIÓN DE LA VARIANZA

Descomposición de la varianza

$$SCT = SCR + SCE \tag{21}$$

Donde:

- *SCT*: Suma de cuadrados total.
- SCR: Suma de cuadrados debido a la regresión o estimado.
- SCE: Suma de cuadrados de los errores o residuos.

En términos de sumatorias

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i^2 + \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$
 (22)

En términos de vectores

$$\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - n\overline{\mathbf{Y}}^2 = \mathbf{\hat{Y}}'\mathbf{\hat{Y}} - n\overline{\mathbf{\hat{Y}}}^2 + \mathbf{e}'\mathbf{e}$$
 (23)

CONTENIDO PARA LA SECCIÓN 6

- 1 Modelo de "k" variables
- 2 Prueba de hipótesis individual
- 3 Prueba de hipótesis global o conjunta
- 4 Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

- 5 Descomposición de la varianza
- 6 Matriz de varianzas y co-varianzas
- 7 Modelos de Análisis de Varianza (ANOVA)
- 8 Modelos de Análisis de Covarianza (ANCOVA)

Matriz de Varianzas y co-varianzas

Matriz de varianzas y co-varianzas

$$var - cov(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}_{\mu}^{2} \left(\mathbf{X}' \mathbf{X} \right)^{-1}$$
 (24)

Donde,

$$\hat{\sigma}_{\mu}^2 = \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{n-k} \tag{25}$$

- o n es el número de observaciones.
- \odot k es el número de parámetros en el modelo.

- 1 Modelo de "k" variables
- 2 Prueba de hipótesis individua
- 3 Prueba de hipótesis global o conjunta
- 4 Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

- 5 Descomposición de la varianza
- 6 Matriz de varianzas y co-varianzas
- 7 Modelos de Análisis de Varianza (ANOVA)
- 8 Modelos de Análisis de Covarianza (ANCOVA)

Modelos Anova

Un modelo de análisis de varianza contiene solamente variables explicativas cualitativas o categóricas. Dado el siguiente modelo

$$W_i = f(D_{2i}, D_{3i}, \dots), \qquad i = 1, 2, 3, \dots, n$$
 (26)

Donde,

- W_i es el salario de la observación i.
- D_{2i} es el género de la observación i.
- D_{3i} es el estado civil de la observación i.

Por lo tanto, se plantea el siguiente modelo econométrico

$$W_i = \beta_1 + \beta_2 D_{2i} + \beta_3 D_{3i} + u_i, \qquad i = 1, 2, 3, \dots, n$$
 (27)

- 1 Modelo de "k" variables
- 2 Prueba de hipótesis individua
- 3 Prueba de hipótesis global o conjunta
- 4 Coeficiente de determinación o bondad de ajuste

- 5 Descomposición de la varianza
- 6 Matriz de varianzas y co-varianzas
- 7 Modelos de Análisis de Varianza (ANOVA)
- 8 Modelos de Análisis de Covarianza (ANCOVA)

Modelos Ancova

Un modelo de análisis de covarianza contiene variabes explicativas cualitativas y cuantitativas. Dado el siguiente modelo

$$W_i = f(D_{2i}, D_{3i}, Exper_{i...}), \qquad i = 1, 2, 3, ..., n$$
 (28)

Donde,

- W_i es el salario de la observación i.
- D_{2i} es el género de la observación i.
- D_{3i} es el estado civil de la observación i.
- \blacksquare Exper_i son los años de experiencia de la observación i

Por lo tanto, se plantea el siguiente modelo econométrico

$$W_i = \beta_1 + \beta_2 D_{2i} + \beta_3 D_{3i} + \beta_4 Exper_i + u_i, \qquad i = 1, 2, 3, \dots, n$$
(29)

BIBLIOGRAPHY



GUJARATI, D. (2014).

Econometrics by example.

Bloomsbury Publishing.



GUJARATI, D. N. AND PORTER, D. C. (2009).

Basic econometrics.

McGraw-hill.



Núnez, L. G. (2023).

Econometría 1.

Fondo Editorial-Pontificia Universidad Católica del Perú.



Wooldridge, J. M. (1996).

Introductory econometrics: A modern approach 3rd ed.

Econometría II

Modelo Lineal General, Inferencia, etc.

JHON R. ORDOÑEZ 1 2 3

- ¹ Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga
- ² Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables
- ³ Escuela Profesional de Economía

GEE - UNSCH

19 DE MAYO DE 2025



Prueba de hipótesis individual

A continuación, se muestra la función en excel que permite calcular la **probabilidad del estadístico** *t*.

$$= DISTR.T.2C(\mathbf{x}, grados_de_libertad)$$
 (30)

Donde,

- k es el número de parámetros.
- $grados_de_libertad$ es igual a k-1.
- \blacksquare x en este caso es el estadístico t calculado.



Prueba de hipótesis global o conjunta

A continuación, se muestra la función en excel que permite calcular la **probabilidad del estadístico** *F*.

$$= DISTR.F.CD(\mathbf{x}, grados_de_libertad1, grados_de_libertad2)$$
 (31)

Donde,

- *k* es el número de parámetros.
- n es el número de observaciones.
- $grados_de_libertad1$ es igual a k-1.
- $grados_de_libertad2$ es igual a n-k.
- \blacksquare x en este caso es el estadístico F calculado.

