Cálculo del Coeficiente de Correlación de Spearman (r_s)

Introducción

El coeficiente de correlación de rangos de Spearman (r_s) mide la asociación monotónica entre dos variables. En este documento, calculamos paso a paso el valor de r_s para los siguientes datos:

- Valores de X: 5, 1, 3, 2, 4, 1, 5, 3, 4, 2.
- Valores de Y: 14, 8, 13, 10, 14, 10, 13, 14, 12, 12.

Paso 1: Rangos

Calculamos los rangos para ambas variables:

$$XRa = 9.5, 1.5, 5.5, 3.5, 7.5, 1.5, 9.5, 5.5, 7.5, 3.5$$

 $YRa = 9, 1, 6.5, 2.5, 9, 2.5, 6.5, 9, 4.5, 4.5$

Paso 2: Media de los rangos

La media de los rangos $(M_x y M_y)$ para ambas variables es:

$$M_x = M_y = \frac{\sum \text{Rangos}}{n} = \frac{55}{10} = 5.5.$$

Paso 3: Desviaciones de los rangos

Calculamos las desviaciones $XRa - M_x$ y $YRa - M_y$:

$$XRa - M_x = 4, -4, 0, -2, 2, -4, 4, 0, 2, -2$$
$$YRa - M_y = 3.5, -4.5, 1, -3, 3.5, -3, 1, 3.5, -1, -1$$

Paso 4: Producto de las desviaciones

Multiplicamos las desviaciones para cada par:

$$(XRa - M_x)(YRa - M_y) = 14, 18, 0, 6, 7, 12, 4, 0, -2, 2.$$

Sumamos estos productos:

$$\sum (XRa - M_x)(YRa - M_y) = 61.$$

Paso 5: Covarianza

La covarianza es:

Covarianza =
$$\frac{\sum (XRa - M_x)(YRa - M_y)}{n-1} = \frac{61}{9} = 6.78.$$

Paso 6: Desviaciones estándar

Las desviaciones estándar de los rangos son:

Desv. Est. de XRa = 2.98, Desv. Est. de YRa = 2.96.

Paso 7: Cálculo del coeficiente

Sustituimos en la fórmula del coeficiente:

$$r_s = \frac{\text{Covarianza}}{\text{Desv. Est. de } XRa \times \text{Desv. Est. de } YRa} = \frac{6.78}{2.98 \cdot 2.96}.$$

El denominador es:

$$2.98 \cdot 2.96 = 8.8208.$$

Por lo tanto:

$$r_s = \frac{6.78}{8.8208} \approx 0.767.$$

Resultado Final

El coeficiente de correlación de rangos de Spearman es:

$$r_s = 0.76731.$$

Este resultado indica una correlación positiva moderada entre las dos variables.