# Álgebra Booleana e Circuitos Digitais

- Álgebra de Boole
- Portas lógicas
- Expressões lógicas
- Tabela verdade
- Leis da álgebra booleana
- Circuitos lógicos

1

# Álgebra de Boole ou Álgebra Booleana

- Sistema matemático para representar e resolver algebricamente problemas de lógica
- Proposta pelo matemático George Boole
- Aplicada no projeto de circuitos digitais
- Lógica:
  - Cada proposição pode ter valor falso ou verdadeiro
- Circuitos digitais:
  - Cada sinal pode ter valor 0 ou 1
- Operações lógicas básicas:
  - NOT, AND, OR
- Portas lógicas:
  - Circuitos digitais básicos que realizam operações booleanas
  - NOT, AND, OR, NAND, NOR, XOR, XNOR

# Porta Lógica NOT (Inversor) (NÃO)

- Funcionamento:
  - Possui uma entrada e uma saída
  - Saída tem valor contrário à entrada
- Expressão lógica:  $X = \overline{A}$
- Símbolo:

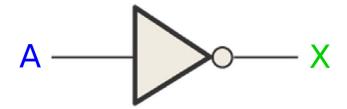
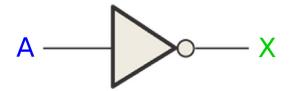


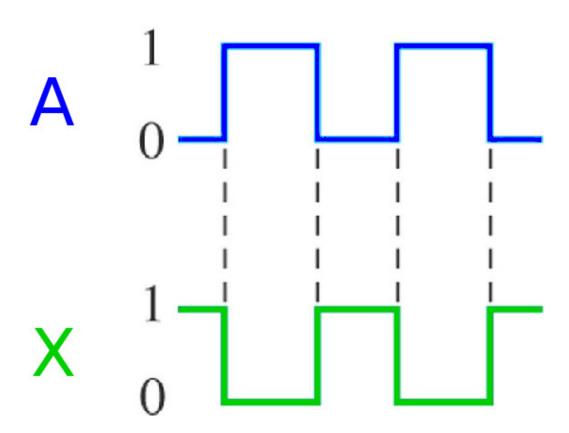
Tabela verdade:

Entrada	Saída
A	$\overline{A}$
0	1
1	0

# Porta Lógica NOT

• Diagrama de tempo:  $X = \overline{A}$ 

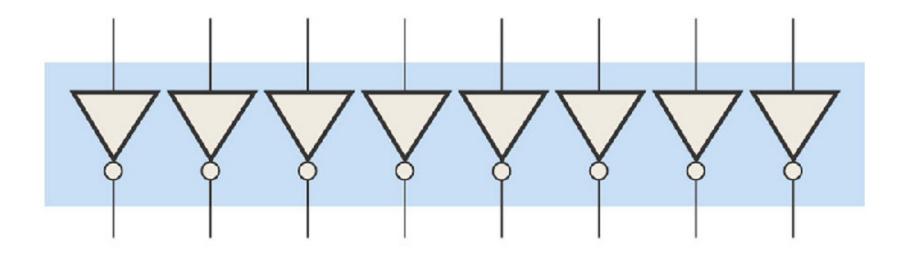




#### **Exemplo: Porta Lógica NOT**

Circuito para obter complemento a 1 de um número de 8 bits

### Número de 8 bits



Complemento a 1 do número

### Porta Lógica AND (E)

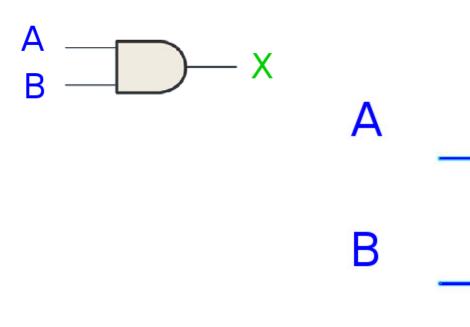
- Funcionamento:
  - Possui duas ou mais entradas e uma saída
  - Saída é 1 se todas as entradas são 1
     Caso contrário, saída é 0
- Expressão lógica:  $X = A \bullet B$
- Símbolo: A
  B

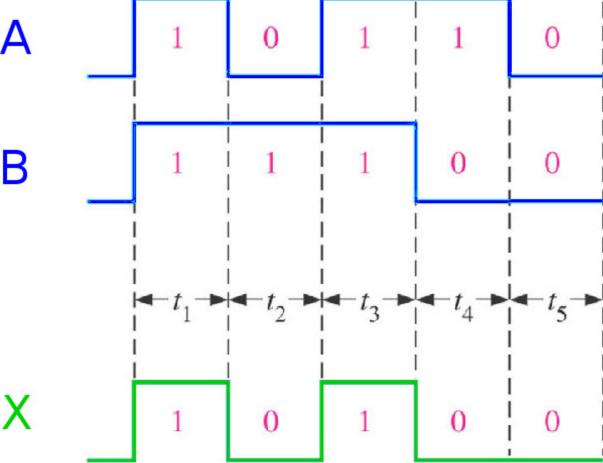
  X
- Tabela verdade:

Entradas		Saída
A	B	$A \bullet B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

### Porta Lógica AND

• Diagrama de tempo:  $X = A \bullet B$ 





### Porta Lógica AND com 3 entradas

• Expressão lógica:  $X = A \bullet B \bullet C$ 

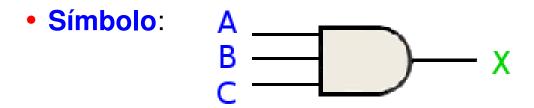
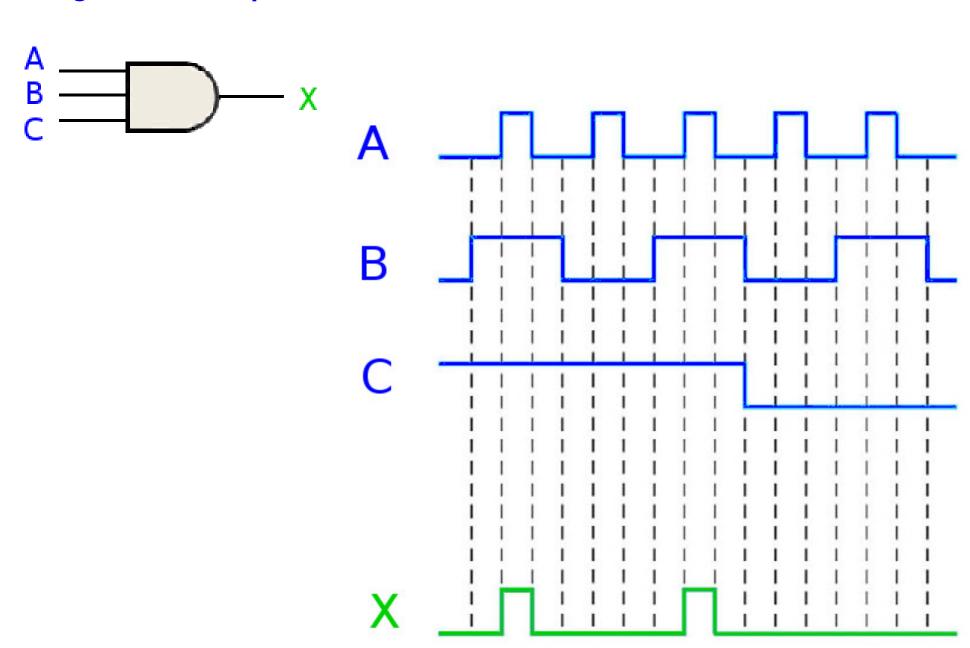


Tabela verdade:

Entradas		Saída	
A	B	C	$A \bullet B \bullet C$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

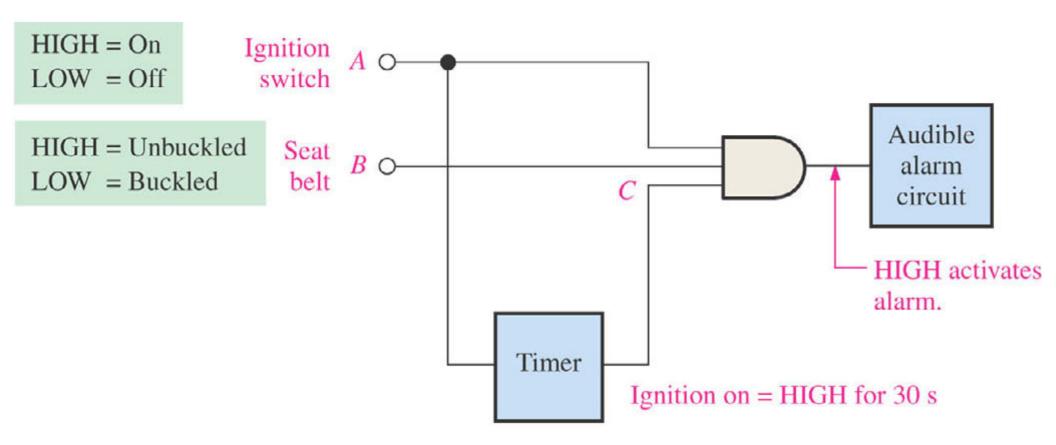
### Porta Lógica AND com 3 entradas

• Diagrama de tempo:  $X = A \bullet B \bullet C$ 



#### **Exemplo: Porta Lógica AND**

• Sistema de alarme para cinto de segurança



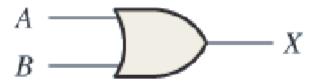
### Porta Lógica OR (OU)

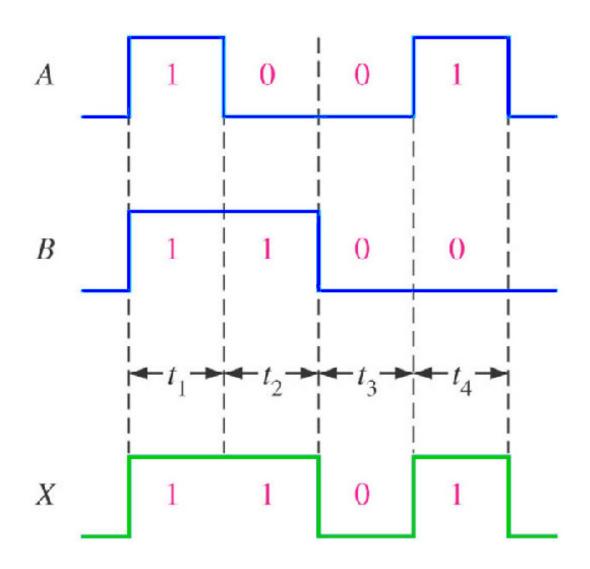
- Funcionamento:
  - Possui duas ou mais entradas e uma saída
  - Saída é 1 se alguma entrada é 1
     Caso contrário, saída é 0
- Expressão lógica: X = A + B
- Símbolo:  $A \longrightarrow X$
- Tabela verdade:

Entradas		Saída
A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Porta Lógica OR

• Diagrama de tempo: X = A + B





# Porta Lógica OR com 3 entradas

• Expressão lógica: X = A + B + C

• Símbolo:

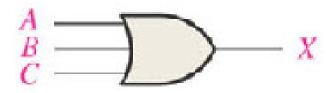


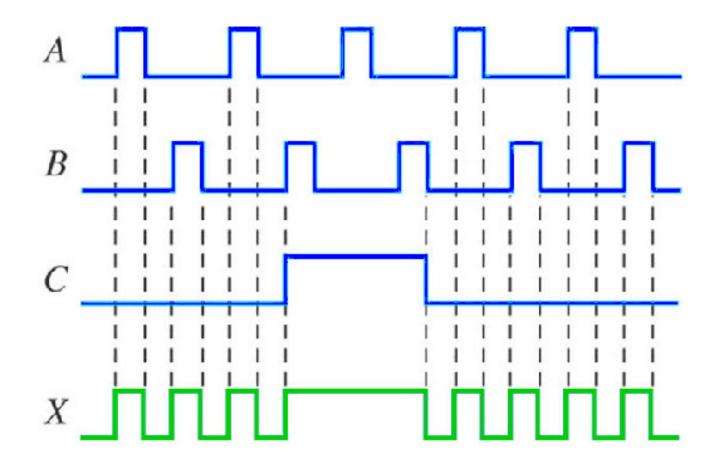
• Tabela verdade:

Entradas		Saída	
$\overline{A}$	B	C	A+B+C
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

### Porta Lógica OR com 3 entradas

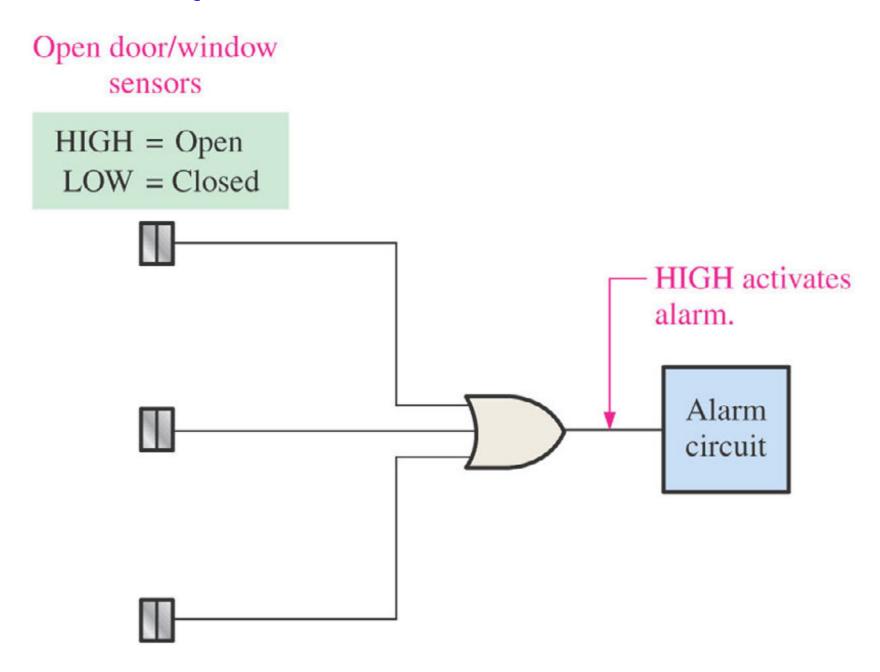
• Diagrama de tempo: X = A + B + C





#### **Exemplo: Porta Lógica OR**

• Sistema de detecção de intruso e alarme



### Porta Lógica NAND

NAND = NOT-AND

Porta lógica universal

- Funcionamento:
  - Possui duas ou mais entradas e uma saída
  - Saída é 0 se todas as entradas são 1
     Caso contrário, saída é 1
- Expressão lógica:  $X = \overline{A \bullet B}$
- Símbolo:

  A

  B

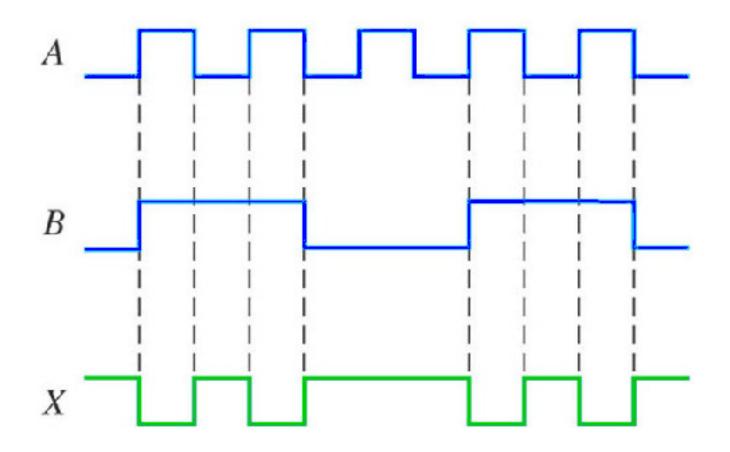
  X
- Tabela verdade:

Entradas		Saída
A	B	$\overline{A \bullet B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Porta Lógica NAND

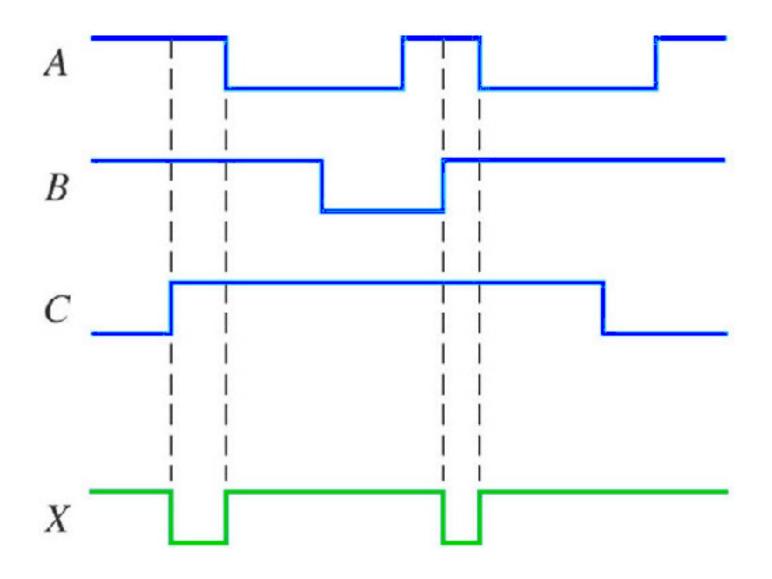
• Diagrama de tempo:  $X = \overline{A \bullet B}$ 





### Porta Lógica NAND com 3 entradas

- Expressão lógica:  $X = \overline{A \bullet B \bullet C}$
- Diagrama de tempo:



### Porta Lógica NOR

• NOR = NOT-OR

Porta lógica universal

- Funcionamento:
  - Possui duas ou mais entradas e uma saída
  - Saída é 0 se alguma entrada é 1
     Caso contrário, saída é 1
- Expressão lógica:  $X = \overline{A + B}$
- Símbolo:

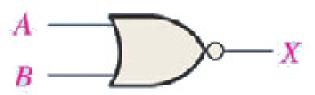
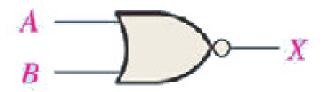


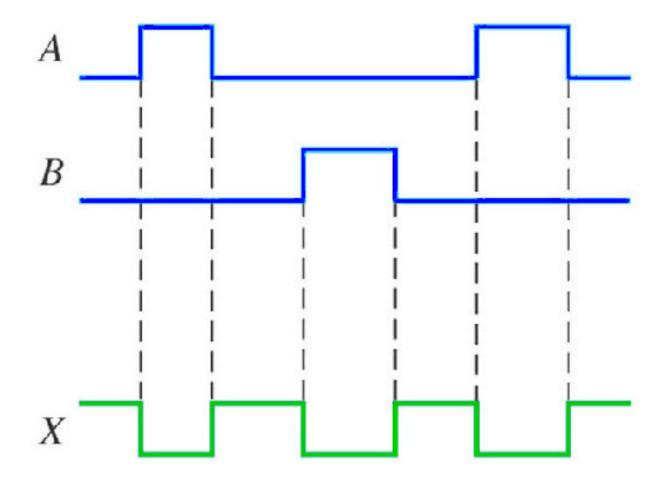
Tabela verdade:

Entradas		Saída
A	B	$\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

# Porta Lógica NOR

• Diagrama de tempo:  $X = \overline{A + B}$ 

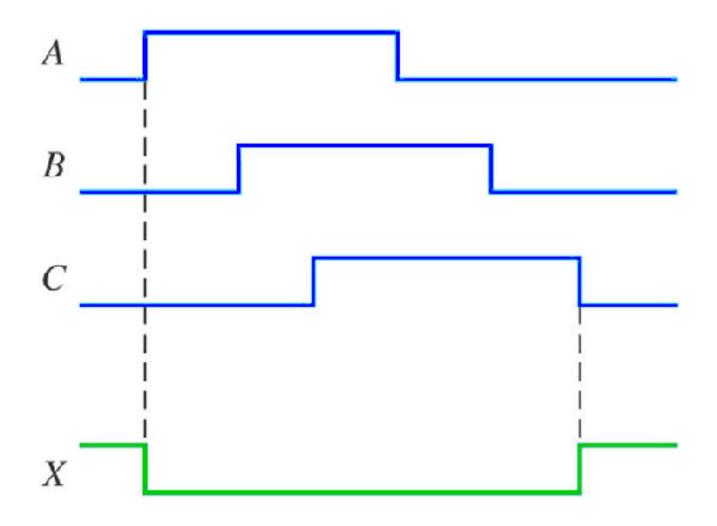




# Porta Lógica NOR com 3 entradas

• Expressão lógica:  $X = \overline{A + B + C}$ 

• Diagrama de tempo:



### Porta Lógica XOR (Exclusive-OR) (OU EXCLUSIVO)

- Funcionamento:
  - Possui duas entradas e uma saída
  - Saída é 0 se entradas são iguais
     Saída é 1 se entradas são diferentes
- Expressão lógica:  $X = A \oplus B$
- Símbolo:

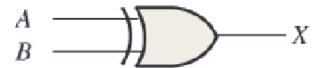
$$A \longrightarrow X$$

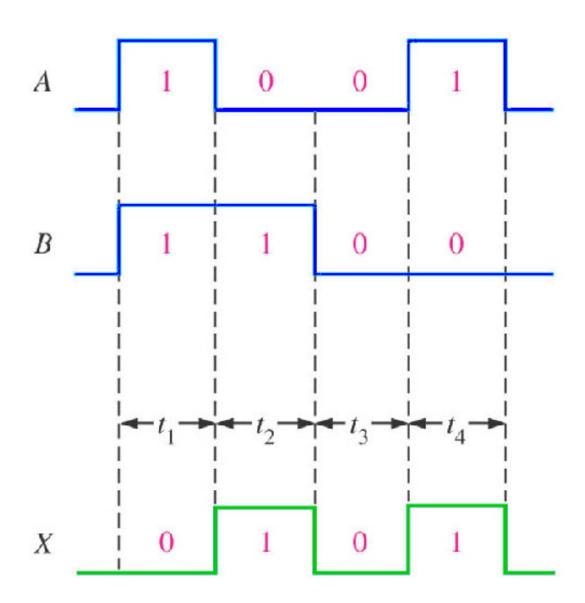
Tabela verdade:

Entradas		Saída
A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Porta Lógica XOR

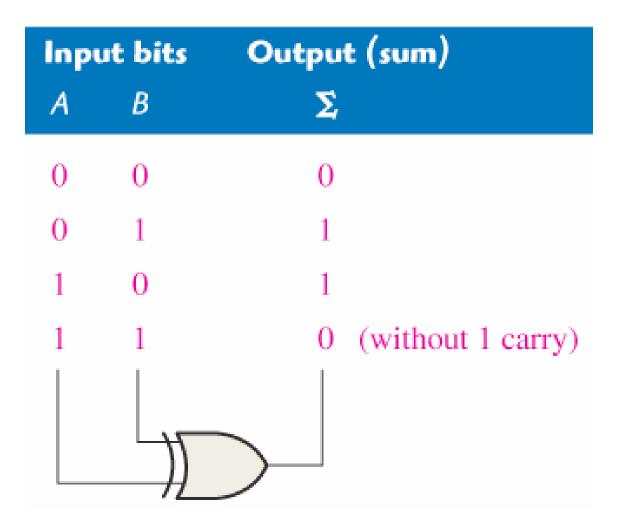
• Diagrama de tempo:  $X = A \oplus B$ 





### **Exemplo: Porta Lógica XOR**

• Circuito para soma de 2 bits



### Porta Lógica XNOR (Exclusive-NOR)

#### Funcionamento:

- Possui duas entradas e uma saída
- Saída é 1 se entradas são iguais
   Saída é 0 se entradas são diferentes
- Expressão lógica:  $X = \overline{A \oplus B}$
- Símbolo:

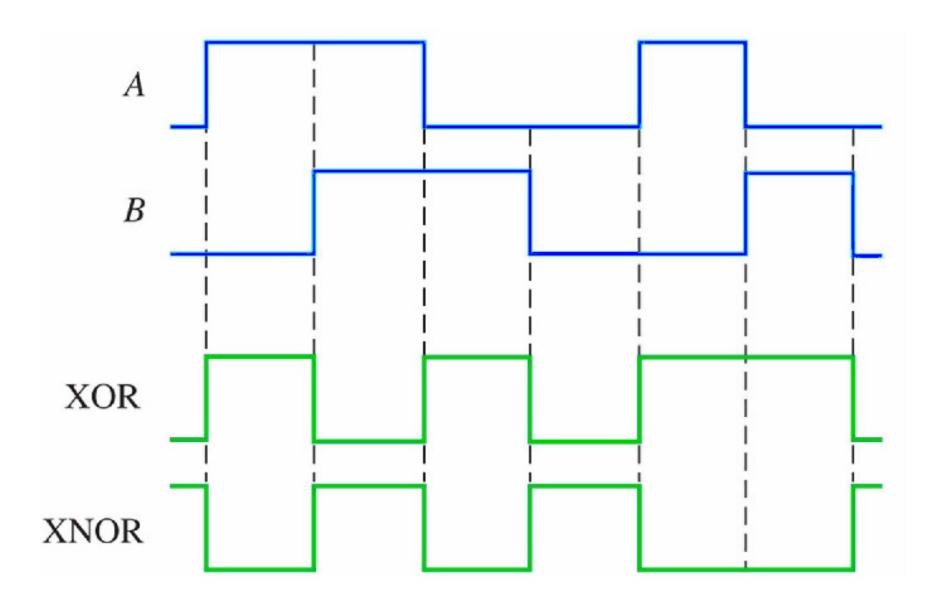
$$A \longrightarrow X$$

Tabela verdade:

Entradas		Saída
A	B	$\overline{A \oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Porta Lógica XNOR

• Diagrama de tempo:  $X = \overline{A \oplus B}$ 



### **Exemplo: Porta Lógica XNOR**

- Sistema para detectar falha em circuito
  - Circuito principal replicado
  - Sinal OK será 1 se circuitos derem mesmo resultado

