

EXERCÍCIOS DE MODELAGEM

Gestão da produção de eletricidade. As usinas térmicas e hidroelétricas brasileiras podem ser agrupadas em 4 subsistemas intercambiando energia entre eles. Supomos que cada região contém uma usina hidroelétrica (agregação das usinas hidroelétricas deste subsistema) e um número arbitrário de usinas térmicas. Cada usina hidroelétrica funciona com um reservatório. Somente 80% das afluições de uma região dada é armazenado nos reservatórios. O restante é diretamente convertido em eletricidade por usinas ao fil d'água. O custo de produção da eletricidade com as usinas térmicas é uma função linear da produção enquanto ele é considerado nulo com usinas hidroelétricas. Cada usina tem uma capacidade de produção conhecida e os níveis dos reservatórios devem ficar entre determinados valores mínimos e máximos. Cada dia, a demanda dos clientes deve ser atendida, eventualmente comprando energia no mercado spot a um custo unitário mais alto que o maior custo unitário das térmicas.

Explicar como determinar as produções diárias das usinas térmicas e hidroelétricas para o mês seguinte, de maneira a minimizar o custo e satisfazendo a demanda e as restrições de funcionamento das usinas.

Gestão de carteiras. Queremos investir M reais em n ativos financeiros. O retorno do ativo i no período de investimento é r_i . Escrever um problema de otimização linear que permita determinar a quantidade de dinheiro a investir em cada ativo para maximizar o lucro. Qual é a solução deste problema?

Planificação da expansão da produção. Consideramos o problema de expansão da capacidade de produção de uma usina produzindo m produtos. Cada uma das n máquinas é flexível e cada produto pode ser produzido por qualquer máquina. A máquina j está agora disponível para h_j horas de funcionamento por semana e horas adicionais podem ser adquiridas num custo atualizado de c_j por hora. O uso da máquina j é limitado por uma cota superior de u_j horas, por outra parte, uma revisão de t_j horas da máquina j é necessária para cada hora de funcionamento. O tempo total gasto em revisão não pode ultrapassar T horas. A taxa de produção do produto i na máquina j é a_{ij} , com um custo associado de g_{ij} por hora.

Cada semana, a empresa deve satisfazer a demanda em cada um dos m produtos. Cada unidade de produto i não vendida acarreta um custo p_i . A empresa quer decidir quantas horas adicionais são necessárias para cada máquina com os dados a seguir:

- $n = 4, m = 3, T = 100, p_i = (400, 400, 400)$;
- $c_j = (2.5, 3.75, 5.0, 3.0), t_j = (0.08, 0.04, 0.03, 0.01)$;
- $h_j = (500, 500, 500, 500), u_j = (2000, 2000, 3000, 3000)$;

$$[a_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.9 & 0.8 \\ 0.1 & 0.9 & 0.6 & 0.8 \\ 0.05 & 0.2 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix} \quad [g_{ij}] = \begin{bmatrix} 2.6 & 3.4 & 3.4 & 2.5 \\ 1.5 & 2.4 & 2.0 & 3.6 \\ 4.0 & 3.8 & 3.5 & 3.2 \end{bmatrix};$$

- as demandas nos diferentes produtos (numa semana dada) são dadas por $\{1800, 600, 3000\}$.

Gestão de contratos com opção de cancelamento. Uma empresa deve entregar cada mês, via um gazo-duto (visto como um armazem de gás com capacidades mínimas e máximas), uma determinada quantidade de gás a seus clientes. Para isto, ela dispõe de um armazem de gás e de um contrato (já pago) com um país produtor de gás que garante uma determinada chegada de gás cada mês. Este gás pode ser enviado no armazém

ou no gazoduto diretamente. Além disto, a empresa passou contratos de Gás Natural Liquefeito (GNL) com opção de cancelamento. Cada um destes contratos permite a entrega de uma determinada quantidade de gás, para uma data fixada no contrato. Porém, esta carga pode ser cancelada até um mês antes o dia da entrega, pagando uma multa, dependendo do momento em que é feito o cancelamento (quanto mais tarde o cancelamento, mais elevada a multa). O preço pago pelo GNL é o preço spot do gás natural o dia da entrega. O GNL é entregue por navios que ficam no porto até serem esvaziados. Para evitar que os navios permaneçam muito tempo no porto, um custo (função linear do armazem) é pago cada mês para o gás que sobra nos navios. O gás é vendido aos clientes 30% acima do preço spot.

Escrever um programa de otimização linear que permite determinar que contratos tem que cancelar assim como os fluxos de gás na rede de modo a maximizar o lucro satisfazendo as restrições do sistema.

Problema da mochila. Mickey esta preparando sua mochila para um trekking na *Cordillera de los Andes*. Cada objeto que ele pode levar tem uma certa utilidade (expressa por um número positivo). Cada objeto tem um peso conhecido e Mickey não quer carregar mais de P kg. Escrever um problema de otimização que permita determinar os objetos a serem colocados na mochila de modo a maximizar a utilidade. Como modificar este problema se tomarmos em consideração o volume de cada objeto; o volume da mochila sendo V ?

Problema de "Unit commitment". Uma empresa dispõe de 10 usinas térmicas que estão por enquanto desligadas. As usinas devem ser usadas para satisfazer, para cada um dos meses do ano seguinte, as demandas em eletricidade dos clientes da empresa. Para cada usina, o custo de produção é uma função linear da produção. Por outra parte, ligar uma usina acarreta um custo fixo que depende da usina. Uma vez ligada, a usina fica funcionando até o final do ano. Escrever um problema de otimização que permita saber que usinas ligar e quando, assim como as produções das usinas ligadas de modo a satisfazer as demandas minimizando o custo de produção.